This is a reproduction of a library book that was digitized by Google as part of an ongoing effort to preserve the information in books and make it universally accessible.

Google™ books

https://books.google.com

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

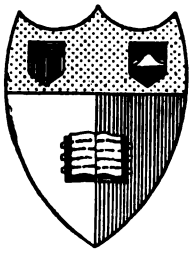
Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

ANNEX
LIBRARY

8233
Z

099127



Cornell University Library
Ithaca, New York

BOUGHT WITH THE INCOME OF THE
SAGE ENDOWMENT FUND
THE GIFT OF
HENRY W. SAGE
1891

Digitized by Google

DATE DUE

PERIODICAL

ANNEX ANNEX

3 1924 064 670 155

Digitized by Google

Digitized by Google

Archiv
für
Elektrotechnik

Unter Beteiligung des Verbandes
Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins

herausgegeben

von

Professor Dr.-Ing. **W. Rogowski**
Aachen

XXI. Band

Mit zahlreichen Textfiguren

Berlin
Verlag von Julius Springer
1929

Digitized by Google

8233
Z1928-29

A590154

Digitized by Google

Namenverzeichnis.

Seite

P. Altbürger, Experimentelle Untersuchung des Abschaltvorganges unter Öl bei 6000 Volt 61
P. Böning, Zur Theorie des elektrischen Durchschlags III. Die Verzögerung des Durchschlags 25
A. Brüser, Zur Theorie des Dreiphasendoppelkäfigmotors mit beliebigen Leiterzahlen der Wicklungen 289
H. Buchholz, Untersuchungen über die Wärmeverluste, die magnetische Energie und das Induktionsgesetz bei Mehrfachleitersystemen unter Berücksichtigung des Einflusses der Erde . . . 106
G. A. Dmitriew und A. Walther, Durchschlag von öldurchtränkter Papierisolation 488
L. Dreyfus, Beiträge zur Theorie des synchronen Einankerumformers unter besonderer Berücksichtigung der Ausgleichsvorgänge bei gleichstromseitigen Kurzschlüssen I 35
— Beiträge zur Theorie des synchronen Einankerumformers unter besonderer Berücksichtigung der Ausgleichvorgänge bei gleichstromseitigen Kurzschlüssen II 497
E. Espermüller, Untersuchungen über die Elektrizitätsleitung durch sehr dünne Schichten fester Dielektrika . 148
L. Fleischmann, Die magnetische Feldstärke in der Ebene einer stromumflossenen Kreisfläche 30
L. Fleischmann, Kraftfluß-Durchsetzung und Kraftlinienverkettung . . . 312
S. Franck, Anfangsspannung und Gasdichte bei verschiedenen Elektrodenformen 318
G. Frühauf, Eine neue Schaltung zur Erzeugung von Schwingungen mit linearem Spannungsverlauf 471
G. Ganswindt und K. Matthies, Über die Frequenzabhängigkeit von Verstärkertransformatoren 477
— Druckfehlerberichtigung 655
W. Geyger, Eine einfache Kompensationsschaltung zur Messung der Kapazität und des dielektrischen Verlustwinkels von Kondensatoren und Kabeln 529
G. Güllner, Zum Durchschlag fester Isolatoren 267

Seite

F. Haas, Über den maximalen Spannungsgradienten in normal verseilten Dreileiterkabeln 458
K. Halbach, Untersuchungen über den Durchschlag und die Verluste einiger fester Isolierstoffe 535
H. Heß, Nachtrag. Zur Theorie des kompensierten Synchronmotors 528
L. Inge und A. Walther, Durchschlag von festen Isolatoren bei Hochfrequenz 209
F. Kirschstein, Über „Kippvorgänge" bei Funkenentladungen 473
L. Kneissler-Maixdorf, Energieumwandlung und Energiefluß im elektromagnetischen Feld 375
J. Krutzsch, Eine neue Methode zur Messung der maximalen Wanderwellensteilheit 140
E. Kübler, Das magnetische Gesamtfeld bei Drehstrommotoren im Kurzschluß und Betrieb 406
J. Labus, Der Potential- und Feldverlauf längs einer Transformatorwicklung . 250
L. und P. Lombardi, Messung der lokalen Eisenverluste 449
K. Matthies und G. Ganswindt, Über die Frequenzabhängigkeit von Verstärkertransformatoren 477
— Druckfehlerberichtigung 655
K. May, Unabhängigkeit der Funkenkonstante vom Luftdrucke 467
R. Naeher, Über die Durchschlagsfestigkeit einiger flüssiger Isolierstoffe bei Beanspruchungen von langer bis zu kurzer Dauer 169
F. Ollendorff, Zur qualitativen Theorie gesättigter Eisendrosseln. I. Teil: Grundlagen, einfachste Anwendungen 6
F. Punga, Die günstigste Dimensionierung des Boucherot-Motors 1
— Die maximale Temperatur von Feldspulen 97
G. Rasch, Weiteres über das kreisförmige Drehfeld 315
W. Rogowski und O. Wolff, Ein Zeitkipper für den Kathodenoszillographen 645
H. Rukop, Diagramme für die Parallelschaltung beliebiger Scheinwiderstände 443
C. Schenfer, Pendelerscheinungen bei Einankerumformern 58

Digitized by Google

	Seite
M. J. O. Strutt, Hydrodynamische Behandlung hochfrequenter elektromagnetischer Aufgaben	525
E. A. Ter-Markarjanz, Theoretische und experimentelle Untersuchung des synchronen Reaktionsmotors	612
A. Thomälen, Zur Theorie des Drehstrommotors mit Doppelkäfiganker . .	205
M. Toepler, Elektrodenkapazität und Wanderwellengestalt	433
N. W. Tomaschewsky, Die isolierende Fähigkeit des Hochvakuums	244
N. A. J. Voorhoeve, Ein für praktische Verwendung geeignetes Verfahren für Spannungsregelung an Generatoren mit Hilfe von Hochvakuumröhren	228
A. Walther und G. A. Dmitriew, Durchschlag von öldurchtränkter Papierisolation	488
A. Walther und L. Inge, Durchschlag von festen Isolatoren bei Hochfrequenz	209
R. Wideröe, Über ein neues Prinzip zur Herstellung hoher Spannungen . . .	386
R. Willheim, Drehstromgeneratoren ohne Querfelddämpfung als Elemente von Resonanzkreisen	593
E. Wirz, Der Kaskadentransformator mit ungleichmäßig verteilten Wicklungen als Spannungswandler	563
O. Wolff und W. Rogowski, Ein Zeitkipper für den Kathodenoszillographen	645

Digitized by Google

Archiv
für
Elektrotechnik

Herausgegeben unter Beteiligung
des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins
von
Prof. Dr.-Ing. W. Rogowski, Aachen
Verlag von Julius Springer in Berlin

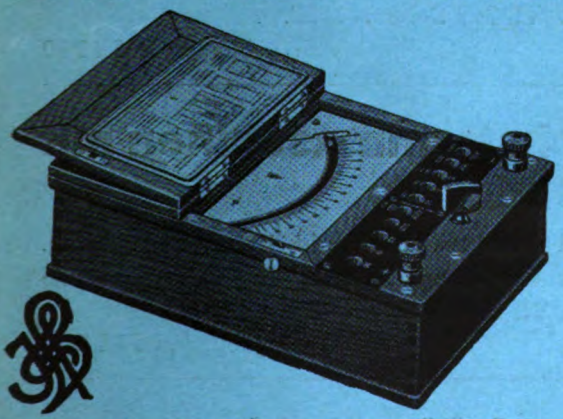
XXI. Band | **22. Oktober 1928** | **1. Heft**

CORNELL UNIVERSITY LIBRARY NOV 17 192 ITHACA, N. Y.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
F. Punga, Die günstigste Dimensionierung des Boucherot-Motors	1
F. Ollendorff, Zur qualitativen Theorie gesättigter Eisendrosseln. I. Teil: Grundlagen, einfachste Anwendungen	6
P. Böning, Zur Theorie des elektrischen Durchschlags III. Die Verzögerung des Durchschlags	25
L. Fleischmann, Die magnetische Feldstärke in der Ebene einer stromumflossenen Kreisfläche	30
L. Dreyfus, Beiträge zur Theorie des synchronen Einankerumformers unter besonderer Berücksichtigung der Ausgleichsvorgänge bei gleichstromseitigen Kurzschlüssen	35
C. Schenfer, Pendelerscheinungen bei Einankerumformern	58
P. Altbürger, Experimentelle Untersuchung des Abschaltvorganges unter Öl bei 6000 Volt	61

H&B DREHSPUL-MESSGERÄTE



5 Spannungs- und 6 Strom-Meßbereiche vereint dieses leichte handliche Gerät. Ein einziger Stöpsel genügt zur Umschaltung.

Kleinste Meßbereiche: 30 m A 150 m V
Größte Meßbereiche: 30 A 300 V

Unabhängig von der Temperatur ist die Anzeige / die Zeigereinstellung rasch und gut gedämpft. Sicheres Ablesen, weil Fadenzeiger und Spiegelbogen das Auge nicht ermüden

HARTMANN & BRAUN A-G FRANKFURT AM

Preis RM 0.—

Digitized by Google

Das **Archiv für Elektrotechnik**

sieht seine Hauptaufgabe darin, allen in der Elektrotechnik wissenschaftlich arbeitenden Ingenieuren ein Sammelpunkt zu sein. Seine Arbeiten werden vorwiegend auf einem Gebiet liegen, in dem technische und physikalische Fragen ineinander übergehen. Das Archiv wird daher auch für alle auf dem Grenzgebiet zwischen Physik und Elektrotechnik tätigen Physiker von Interesse sein.

Das Archiv soll eine Ergänzung der „Elektrotechnischen Zeitschrift" nach der wissenschaftlichen Seite hin bilden, zumal die „Elektrotechnische Zeitschrift" infolge der Zusammensetzung ihres Leserkreises wirtschaftliche Fragen und beschreibende Aufsätze mehr als früher in den Vordergrund rücken muß.

Beiträge sowie sonstige für den Herausgeber bestimmte Mitteilungen werden erbeten unter der Adresse: Professor Dr.-Ing. W. Rogowski, Aachen, Elektrotechnisches Institut der Technischen Hochschule.

Die Herren Verfasser werden infolge der gewaltig gestiegenen Unkosten gebeten, durch kurze und klare Fassung ihrer Mitteilungen und durch Beschränkung auf das Wesentliche an einer Herabminderung der Druckkosten mitzuwirken.

Nach einem Vorschlag des Elektrotechnischen Vereins sollen künftig von allen Archivarbeiten kurze Eigenberichte in der Elektrotechnischen Zeitschrift veröffentlicht werden. Die Herren Mitarbeiter werden gebeten, solche Eigenberichte, deren Umfang mit Rücksicht auf die heutigen Druckkosten $^1/_{10}$ der Archivarbeit nicht überschreiten soll, spätestens bei der Korrektur einzusenden, damit sie gleichzeitig mit der Archivarbeit in der Elektrotechnischen Zeitschrift erscheinen können.

Es ist erwünscht, daß sich die Verfasser bei ihren Bezeichnungen an die Vorschläge des A. E. F. halten.

Das **„Archiv für Elektrotechnik"** erscheint vom Jahrgang 1923 (Band XII) ab in einzeln berechneten Heften. Der Preis eines Heftes wird sich nach dem Umfang desselben und den entstandenen Herstellungskosten richten.

Abonnenten, die mehrere Exemplare des „Archiv für Elektrotechnik" beziehen, erhalten das erste Stück zum Ladenpreis, jedes weitere im Abonnement bezogene Stück mit einem Nachlaß von 40 %.

Die Mitglieder des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins, sowie die Bezieher der „Elektrotechnischen Zeitschrift" erhalten auf den Bezugspreis einen Nachlaß von 25 % für das erste, einen Nachlaß von 40 % für jedes weitere von ihnen im Abonnement bezogene Exemplar.

Der Bezug kann durch jede Buchhandlung, sowie durch Julius Springer, Sortimentsbuchhandlung, Berlin W 9, Postschließfach, erfolgen.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer in Berlin W 9, Linkstr. 23/24.

Bank- und Postscheckkonten:

für Anzeigen, Beilagen, Sonderdrucke: Reichsbank-Girokonto, Deutsche Bank, Depositenkasse C, Berlin W 9, Postscheckkonto Berlin Nr. 118935 Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9

für Bezug von Büchern, Zeitschriften u. einzelnen Heften: Disconto-Gesellschaft, Depositen-Kasse, Berlin W 9, Potsdamer Str. 129/30, Postscheckkonto Berlin Nr. 14385 Julius Springer, Sortimentsbuchhandlung, Berlin W 9

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050, 6053. — **Drahtanschrift:** Springerbuch Berlin.

VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN BERLIN W 9

Wirkungsweise elektrischer Maschinen

Von Dr.-techn. **Milan Vidmar,** o. Professor an der jugoslavischen Universität Ljubljana. Mit 203 Textabbildungen. VI, 223 Seiten. 1928.

RM 12.—; gebunden RM 13.50

Die asynchronen Drehstrommaschinen mit und ohne Stromwender

Darstellung ihrer Wirkungsweise und Verwendungsmöglichkeiten. Von Dipl.-Ing. **Franz Sallinger,** Professor an der Staatl. Höheren Maschinenbauschule Eßlingen. Mit 159 Textabbildungen. VI, 197 Seiten. 1928.

RM 8.—; gebunden RM 9.20

Die Gleichstrom-Querfeldmaschine

Von Ingenieur Dr. **E. Rosenberg,** Direktor der „ELIN" Aktiengesellschaft für elektrische Industrie, Wien-Weiz. Mit 102 Textabbildungen. V, 97 Seiten. 1928.

RM 11.—

Digitized by Google

Archiv für Elektrotechnik
XXI. Band. 1. Heft. 1928.

Die günstigste Dimensionierung des Boucherot-Motors.

Von

Franklin Punga, Darmstadt.

Die Berechnung des Boucherot-Käfigankers ist schon von mehreren Autoren behandelt worden. Es fehlen aber einfache, leicht im Gedächtnis zu behaltende Richtlinien für den Bau dieser Motoren. Diese aufzustellen ist der Zweck dieses Artikels.

Wir bezeichnen mit $\mathfrak{J}_2'$ und $\mathfrak{J}_2''$ die Ströme in dem inneren und äußeren Käfig, mit r_2' und r_2'' ihre Ohmschen Widerstände, mit x_2' und x_2'' ihre Reaktanzen und mit σ den Schlupf. Da sich die Ströme in den beiden Käfigankern umgekehrt wie ihre Impedanzen verhalten, so gilt in symbolischer Form:

$$\mathfrak{J}_2' : \mathfrak{J}_2'' = r_2'' + j\,\sigma\,x_2'' : r_2' + j\,\sigma\,x_2'.$$

Hierbei müssen wir aber noch auf die Bedeutung von x_2' und x_2'' eingehen. Von Fällen großer Sättigung im Ankerrücken abgesehen, sind im Eisenkörper nur Streukraftlinien vorhanden, die entweder mit dem inneren Käfig allein (Pfad I), Bild 1, oder mit beiden zu gleicher Zeit (Pfad II) verbunden sind. Kraftlinien der letzten Art sind offenbar auf die Verteilung der Ströme $\mathfrak{J}_2'$ und $\mathfrak{J}_2''$ ohne Bedeutung. Soweit also der Verlauf der Streukraftlinien durch die Rotornute in Betracht kommt, können wir $x_2'' = 0$ setzen und zu x_2' nur diejenigen Streukraftlinien hinzuzählen, die mit dem inneren Käfiganker allein verschlungen sind.

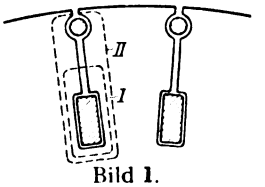


Bild 1.

Betrachten wir noch die Endringe der beiden Käfiganker, so erkennt man, daß es auch Streukraftlinien gibt, die mit dem äußeren Endring allein verschlungen sind. Im allgemeinen ist diese Anzahl so gering, daß es erlaubt ist, in erster Linie den Fall $x_2'' = 0$ zu untersuchen[1].

Wir haben also zunächst die einfache Beziehung zu behandeln:

$$\mathfrak{J}_2' : \mathfrak{J}_2'' = r_2'' : r_2' + j\,\sigma\,x_2'.$$

Die Impedanz dieser Parallelschaltung ist

$$Z_2 = \frac{1}{\frac{1}{r_2''} + \frac{1}{r_2' + j\,\sigma\,x_2'}} = \frac{r_2''(r_2' + j\,\sigma\,x_2')}{r_2' + r_2'' + j\,\sigma\,x_2'}. \tag{1}$$

Z_2 besteht aus einem skalaren Teil

$$R_2 = \frac{r_2''[r_2'(r_2' + r_2'') + (\sigma x_2')^2]}{(r_2' + r_2'')^2 + (\sigma x_2')^2} \tag{2}$$

und einem imaginären Teil

$$j\,\sigma X_2 = \frac{j\,\sigma r_2''^2 x_2'}{(r_2' + r_2'')^2 + (\sigma x_2')^2}. \tag{3}$$[2]

Für Synchronismus wird

$$R_{2,\,\sigma=0} = \frac{r_2' r_2''}{r_2' + r_2''},$$

und da sich dieser Wert nicht merklich ändert, wenn die Tourenzahl sich einige Prozent von Synchronismus entfernt, so wollen wir

[1] In einer anderen Veröffentlichung soll auch der Fall $x_2 \neq 0$ behandelt werden.

[2] Im Ersatzstromkreis des Drehstrommotors wird der durch σ dividierte sekundäre Widerstand eingeführt, also wird später anstatt σX_2 nur der Anteil X_2 in Erscheinung treten.

Digitized by Google

$$R_{2,\sigma=0} = \frac{r_2' r_2''}{r_2' + r_2''} = r_2$$

setzen. r_2 ist offenbar der Widerstand der Parallelschaltung bei Gleichstrom und ist proportional den Verlusten, die bei Vollast in den beiden Käfigen auftreten werden. Wenn wir also die Frage untersuchen: „Welches Verhältnis $\frac{r_2''}{r_2'}$ ist am günstigsten?", so muß dabei r_2 konstant gehalten werden.

In Bild 2 sei $AB = r_2''$, $BC = r_2'$, $CD = x_2'$, $CE = \sigma x_2'$, $\sphericalangle ACD = 90^0$, $\sphericalangle CAE = \beta$, $\sphericalangle CAD = \beta_1$.

Der obige Wert für R_2 läßt sich auf die Form bringen:

$$R_2 = r_2''\left(1 - \frac{\frac{r_2''}{r_2' + r_2''}}{1 + \left(\frac{\sigma x_2'}{r_2' + r_2''}\right)^2}\right) = r_2''\left(1 - \frac{r_2''}{r_2' + r_2''}\cos^2\beta\right).$$

Fällt man von B das Lot BF auf AE, so ist

$$AF = r_2''\cos\beta, \quad AE = \frac{r_2' + r_2''}{\cos\beta},$$

also

$$R_2 = r_2''\left(1 - \frac{AF}{AE}\right) = r_2''\frac{FE}{AE} = r_2''\frac{F'C}{AC} \quad (\text{wenn } FF' \parallel CD).$$

Führt man nun $r_2 = \frac{r_2' r_2''}{r_2' + r_2''}$ ein, so ergibt sich schließlich:

$$R_2 = r_2 \cdot \frac{CF'}{CB}.$$

Bei Synchronismus fällt F' mit B zusammen, und in dem Maße, wie sich σ vergrößert, wird E von C nach D wandern und F' von B in der Richtung BA. Wenn wir uns einen neuen Maßstab anfertigen, derart, daß CB dem Werte r_2 (anstatt r_2') entspricht, so wird in dem neuen Maßstabe CF' zu jedem Schlupf den richtigen effektiven Rotorwiderstand abzulesen gestatten. Beim Anlauf ($\sigma = 1$) ist dann der effektive Rotorwiderstand gleich CF_1'.

Um nun den für den Anlauf günstigsten Wert des Verhältnisses $\frac{r_2''}{r_2'}$ bestimmen zu können, müssen wir zuvor noch auf die induktive Komponente der Rotorimpedanz näher eingehen.

Aus (4) folgt:

$$X_2 = \frac{r_2''^2 x_2'}{(r_2' + r_2'')^2 + (\sigma x_2')^2} \tag{4a}$$

und für

$$\sigma = 0, \; X_{2,\sigma=0} = x_2 = \left(\frac{r_2''}{r_2' + r_2''}\right)^2 \cdot x_2'. \tag{4b}$$

Im Synchronismus (und mit genügender Genauigkeit auch bei Vollast) kann also

$$x_2 = \left(\frac{r_2''}{r_2' + r_2''}\right)^2 x_2'$$

als effektive Rotornutenstreuung angesehen werden und bei Vergleichen über das günstigste Verhältnis von r_2'' zu r_2' muß nicht x_2' sondern x_2 konstant gehalten werden.

Wir führen nun ein

$$\lambda = \frac{r_2''}{r_2} \quad \text{und} \quad \mu = \frac{x_2}{r_2}$$

und stellen die Frage: Welcher Wert von λ führt bei gegebenem Wert von r_2 und μ zu dem größten Werte von R_2 beim Anlauf? Wir überspringen die rein elementare Durchrechnung dieses Maximum- und Minimumproblemes und geben gleich das überraschend einfache Resultat:

Digitized by Google

$$\lambda = \mu + 1. \tag{5}$$

Dieses Resultat stimmt, auf Bild 2 angewandt, mit der Forderung überein, daß $AC = CD$, denn offenbar ist

$$CD = x_2' = \left(\frac{r_2' + r_2''}{r_2''}\right)^2 x_2 = \left(\frac{\lambda}{\lambda - 1}\right)^2 x_2 = \left(\frac{\lambda}{\lambda - 1}\right)^2 \mu r_2$$

und

$$AC = r_2' + r_2'' = \frac{\lambda^2}{\lambda - 1} r_2$$

und $AC = CD$ führt zu der obigen Bedingung: $\lambda = \mu + 1$.

Wir wollen nun im folgenden annehmen, daß der günstigste Wert von λ beim Berechnen des Motors angewandt werde, daß also ein gleichschenkliges, rechtwinkliges Dreieck ACD (Bild 2) angenommen werden kann, und daß mithin F_1' die Strecke BA halbiert.

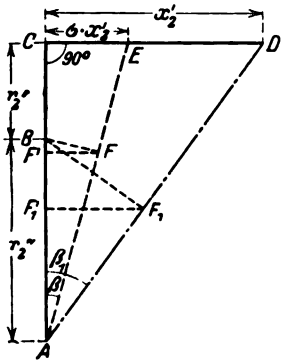


Bild 2.

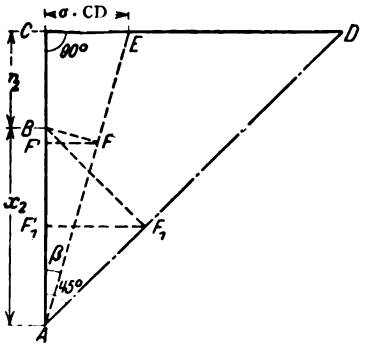


Bild 3.

Wir erhalten dann beim Anlauf:

$$R_{2,\sigma=1} = \overline{r_2} = \left(r_2' + \frac{1}{2} r_2''\right) \frac{r_2}{r_2'}.$$

Drücken wir r_2' und r_2'' durch λ und r_2 aus und berücksichtigen die Formel (5), so erhalten wir schließlich das einfache Resultat:

$$\overline{r_2} = r_2 + \frac{1}{2} x_2.$$

Der sekundäre Widerstand des Boucherotmotors vergrößert sich beim Anlauf ($\sigma = 1$) um die Hälfte der sekundären Reaktanz, vorausgesetzt, daß der günstigste Wert des Widerstandsverhältnisses ($\lambda = \mu + 1$) gewählt worden ist.

Für andere Werte von σ gibt uns Bild 3 Aufschluß. ACD sei ein rechtwinkliges gleichschenkliges Dreieck, dessen Seite $AC = AB + BC = x_2 + r_2$ sei. Multiplizieren wir die in Bild 2 aufgetragenen Werte mit $\frac{r_2}{r_2'}$ und berücksichtigen die Beziehung $\lambda = \mu + 1$, so ergeben sich die Werte des Bild 3. Auch in Bild 3 sei σ durch das Verhältnis $\frac{CE}{CD}$ gegeben und $\sphericalangle CAE = \beta$.

Der Widerstand beim Schlupf σ ist dann

$$CF' = CB + BF' = r_2 + x_2 \sin^2\beta = r_2 + x_2 \frac{\sigma^2}{1 + \sigma^2}.$$

Die Vergrößerung des sekundären Widerstandes beim Schlupf σ beträgt

$$x_2 \cdot \frac{\sigma^2}{1 + \sigma^2}.$$

Wir können auch leicht die beim Schlupf σ auftretende Abschwächung der sekundären Reaktanz bestimmen. Aus (4a) und (4b) folgt:

Digitized by Google

$$X_2 = x_2 \frac{(r_2' + r_2'')^2}{(r_2' + r_2'')^2 + (\sigma x_2')^2} = x_2 \cos^2 \beta.$$

Die Verkleinerung beträgt also

$$x_2 - x_2 \cos^2 \beta = x_2 \sin^2 \beta = x_2 \frac{\sigma^2}{1 + \sigma^2}$$

und für $\sigma = 1$ beträgt die Verkleinerung $\frac{x_2}{2}$.

Wir ersehen also, daß die Verkleinerung der sekundären Reaktanz genau so groß ist wie die Vergrößerung des sekundären Ohmschen Widerstandes (nämlich $x_2 \frac{\sigma^2}{1 + \sigma^2}$ beim Schlupf σ und $\frac{x_2}{2}$ beim Schlupf $\sigma = 1$), daß also die algebraische Summe vom sekundären Widerstand und sekundärer Reaktanz während des gesamten Anlaufes konstant bleibt.

Diese einfache Beziehung gilt freilich nur dann, wenn der günstigste Wert des Widerstandverhältnisses gewählt wird, nämlich $\lambda = \mu + 1$.

Im allgemeinen Falle, wenn also $\lambda \neq \mu + 1$, beträgt die Verkleinerung der sekundären Reaktanz $x_2 \sin^2 \beta$ und die Vergrößerung des sekundären Widerstandes $r_2 (\lambda - 1) \sin^2 \beta$, wobei dann die Seite CD von Bild 3 nicht gleich AC wird.

Der Überblick wird wesentlich erleichtert, wenn wir statt der sekundären Reaktanz die relative Rotorstreuung ε_2 einführen, also das Verhältnis der Rotorstreukraftlinien zu den nützlichen Kraftlinien, wenn in der Statorwicklung der Vollaststrom fließt. ε_2 wird also den mit σ veränderlichen Teil der relativen Streuung berücksichtigen, während ε_1 die Streuung der Statornuten, Statorstirnverbindung und die doppeltverkettete Streuung darstellt. In einem normalen 11 kW, vierpoligen Drehstrommotor ist der ideelle Kurzschlußstrom etwa gleich dem Sechsfachen des normalen, also $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{1}{6} = 0{,}167$. Die Rotornutenstreuung ist dabei sehr gering, etwa $2-3\%$, so daß also ungefähr $\varepsilon_1 = 0{,}14$ genommen werden kann.

Beim Boucherotmotor müssen wir ε_2 relativ groß machen, denn im ersten Augenblick des Anlaufes verwandelt sich ja die Hälfte dieser Streuung in Ohmsche Widerstände. Andererseits dürfen aber die Verhältnisse bei Vollast nicht zu stark verschlechtert werden. Wenn wir die Bedingung aufstellen, daß bei Vollast die Streuung immer noch einem ideellen Kurzschlußstrom gleich dem vierfachen Normalstrom entsprechen soll, so können wir etwa $\varepsilon_2 = 0{,}11$ wählen.

Wenn wir nun die Gleichung

$$R_2 = r_2 + x_2 \frac{\sigma^2}{1 + \sigma^2}$$

mit einer Konstanten multiplizieren, derart, daß x_2 in ε_2 umgewandelt wird, so wird r_2 nahezu in den bei Vollast auftretenden Schlupf ϱ_v und R_2 gewissermaßen in einen ideellen Schlupf ϱ umgewandelt.

Die Gleichung lautet also:

$$\varrho = \varrho_v + \varepsilon_2 \frac{\sigma^2}{1 + \sigma^2}$$

und für $\sigma = 1$

$$\varrho_{\sigma = 1} = \varrho_v + \frac{\varepsilon_2}{2}.$$

ϱ_v können wir mit Rücksicht auf den bei Vollast gewünschten Wirkungsgrad wählen; z. B. $\varrho_v = 0{,}035$ für den 11 kW, vierpoligen Drehstrommotor.

Unter Berücksichtigung von $\varepsilon_2 = 0{,}11$ erhalten wir also für den ersten Augenblick des Anlaufens:

$$\varrho_{\sigma = 1} = 0{,}035 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}11 = 0{,}09,$$

Digitized by Google

d. h. der Motor wird im ersten Augenblick das gleiche Drehmoment entwickeln wie ein normaler Drehstrommotor, der bei Vollast 9% Schlupf besitzt und dessen ideeller Kurzschlußstrom gleich dem $\frac{1}{\varepsilon_1 + \frac{1}{2}\varepsilon_2} = \frac{1}{0{,}14 + 0{,}055} = 5{,}1$fachen des Normalstromes ist.

Für jeden beliebigen Wert von σ läßt sich also sofort der entsprechende Wert des ideellen Kurzschlußstromes und des dazugehörigen Vollastschlupfes angeben. Das entsprechende Drehmoment kann dann in einfacher Weise unter Benutzung der Kloßschen Formel berechnet werden.

Literatur.

Rüdenberg, Asynchronmotoren mit Selbstanlauf durch tertiäre Wirbelströme. ETZ **1918**, S. **483**, **493**, **501**.

Liwschitz, Kurzschlußläufermotoren mit veränderlichem Läuferscheinwiderstand. Arch. f. Elektrot., XIV, **1924/25**, S. **531**.

Liwschitz, Asynchronmotoren mit Kurzschlußläufer für hohes Anlaufmoment und niedrigen Anfahrstrom. Siemens Zeitschrift **1925**, S. **57**.

Lund, Zur Theorie des Stromverdrängungsmotors. Arch. f. Elektrot., XV, **1925/26**, S. **121**.

Lund, Der AEG-Doppelnutmotor. AEG-Mitteilg. **1928**, S. **1**.

Lund, Ein graphisches Verfahren zur Berechnung des Boucherot-Motors. Arch. f. Elektrot. **1928**, S. **472**.

Digitized by Google

Zur qualitativen Theorie gesättigter Eisendrosseln.

I. Teil: Grundlagen, einfachste Anwendungen.

Von

Franz Ollendorff, Berlin.

Inhalt:

1 Einleitung; Ziel der Arbeit.
2. Analytische Darstellung der Magnetisierungskurve; Normalcharakteristik.

I. Elementare Schaltvorgänge.

3. Der Kurzschluß gesättigter Eisendrosseln.
4. Einschalten eines konstanten Feldes.
5. Ungedämpfte Eigenschwingungen.

II. Die Eisendrossel bei Wechselstromerregung.

6. Erregung durch Sinusspannung.
7. Erregung durch Sinusstrom.
8. Unterdrückung einer Stromkomponente; gemischte Erregung.
9. Zusammenfassung.

1. Einleitung; Ziel der Arbeit.

Die analytische Behandlung der Vorgänge in gesättigten Eisendrosseln bietet große Schwierigkeiten, weil der Charakter der Magnetisierungskurve sich nicht hinreichend einfach erfassen läßt; man bevorzugt deshalb mit Recht graphische Verfahren zur Ermittlung der Betriebsgrößen solcher Drosselspulen und anderer Maschinen, für deren Arbeitsweise die Sättigungsvorgänge im Eisen von grundlegender Bedeutung sind. Allein solche Verfahren haben stets den Nachteil, daß man von einem Sonderfall nicht auf das Allgemeine schließen kann, und daß es insbesondere nicht möglich ist, qualitative Aussagen über die grundsätzlichen Erscheinungen an eisengesättigten Drosseln zu machen. Es hat deshalb nicht an Versuchen zu analytischen Rechnungen gefehlt, die insbesondere im Anschluß an Dreyfuß[1] die Magnetisierungskurve durch eine arctg-Funktion oder durch Kombination einer solchen mit einer Linearfunktion darzustellen suchen. Wenngleich damit bemerkenswerte Resultate erzielt wurden, ist doch die zur hinreichenden Annäherung der analytischen Funktion an die vorgegebene Kurve notwendige Zahl von Parametern so groß, daß man in den Endformeln den Einfluß der eigentlichen physikalischen Kenngrößen des Eisens nicht mehr übersieht.

Wir stellen uns daher im folgenden die Aufgabe, eine analytische Theorie eisengesättigter Drosseln aufzustellen, die von diesen Mängeln frei ist. Da wir uns dabei notgedrungen mit einer weit geringeren Zahl willkürlicher Parameter begnügen müssen — wir werden uns auf einen einzigen beschränken —, kann das Ergebnis der Rechnung keinen Anspruch auf quantitative Genauigkeit erheben. Vielmehr zielen wir auf eine möglichst einfache, schematisierte Darstellung, die es erlaubt, die qualitativen Eigenschaften gesättigter Eisendrosseln mit wenigen Mitteln zu übersehen. Um die wirklichen Vorgänge auch quantitativ verfolgen zu können, wird man im Einzelfalle freilich wieder auf die graphische Methode zurückgreifen müssen; aber man kann ein solches Verfahren sowohl gedanklich als auch in der tatsächlichen Ausführung erheblich abkürzen, wenn die zu erwartenden Erscheinungen schon von vornherein bekannt sind. Von hier aus dürfen unsere zunächst nur theoretisch zu wertenden Überlegungen auch unmittelbares praktisches Interesse beanspruchen.

[1] Arch. f. Elektrot. Bd. II, S. 343.

Digitized by Google

2. Analytische Darstellung der Magnetisierungskurve; Normalcharakteristik.

Wir sehen der Einfachheit halber von der Mehrdeutigkeit der Magnetisierungskurve ab, vernachlässigen also die Hysteresis-Verluste. Ebenso wollen wir von den Besonderheiten der Magnetisierungsfunktion in der Umgebung des Ursprunges absehen, sie dort vielmehr durch eine Gerade ersetzen. Von der analytischen Darstellung der Magnetisierungskurve, welche dem Folgenden zugrunde liegt, ist dann zu fordern:

a) In der Umgebung des Ursprunges muß sie eine lineare Funktion sein.
b) Sie muß eine ungerade Funktion sein, also zugleich mit dem Vorzeichenwechsel der unabhängigen Variabeln das Vorzeichen umkehren.
c) Sie muß den Sättigungscharakter des Eisens ausdrücken.

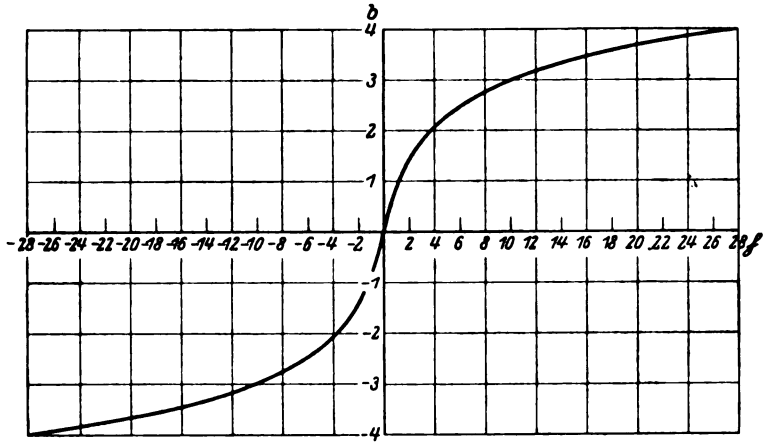


Bild 1. Hyperbelsinus als Normalcharakteristik.

Alle diese Eigenschaften erhalten wir, wenn wir die Feldstärke $\mathfrak{H}$ als eine hyperbolische Sinusfunktion entsprechend Bild 1 darstellen, wobei als Argument die Induktion $\mathfrak{B}$ einzusetzen ist ($\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{B}$ bedeuten hier die Beträge der entsprechenden Vektoren). Um diese von vornherein in einer für die Anwendung bequemen Form zur Hand zu haben, wollen wir Feldstärke und Induktion auf ihre Normalwerte $\mathfrak{H}_n$ und $\mathfrak{B}_n$ beziehen und schreiben mit Einführung eines zunächst unbestimmten Parameters λ als analytischen Ausdruck der Charakteristik

$$\frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{H}_n} = \frac{\operatorname{Sin} \lambda \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_n}}{\operatorname{Sin} \lambda}. \tag{1}$$

Hier sind ersichtlich die Konstanten so gewählt, daß für $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_n$ identisch $\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_n$ wird. Um nun die durch λ ausgedrückten speziellen Eigenschaften der Kurve (1) an den Sättigungszustand eines vorgegebenen Eisenkernes anzuknüpfen, wollen wir die „Sättigungszahlen" σ der Funktion (1) und der wirklichen Magnetisierungskurve vergleichen. Die Sättigungszahl ist dabei, wie üblich, dadurch definiert, daß man vom Arbeitspunkt $\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_n$ die Tangente an die Kurve legt, welche nach Bild 2 auf der Ordinatenachse die Induktion $\mathfrak{B}_s$ abschneidet, wobei

$$\sigma = \frac{\mathfrak{B}_s}{\mathfrak{B}_n}. \tag{2}$$

Während wir diese Größe für das wirkliche Material mit der Magnetisierungskurve als gegeben anzusehen haben, ergibt sich aus (1) durch Differentiation als Tangentengleichung zunächst

$$\frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{H}_n} - 1 = \frac{\lambda \operatorname{Cof} \lambda \frac{\mathfrak{B}_n}{\mathfrak{B}_n}}{\operatorname{Sin} \lambda} \cdot \left(\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_n} - 1 \right) \tag{3}$$

Digitized by Google

also für $\mathfrak{H} = 0$ unmittelbar die Sättigungszahl

$$\left(\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_n}\right)_{\mathfrak{H}=0} = \frac{\mathfrak{B}_s}{\mathfrak{B}_n} = \sigma = 1 - \frac{\operatorname{Tg} \lambda}{\lambda}. \tag{4}$$

Hiernach bedeutet kleines λ verschwindende Sättigung, während für großes λ die Sättigungszahl sich nach

$$\lim_{\lambda \to \infty} \sigma = 1 - \frac{1}{\lambda} \tag{4a}$$

ihrem Grenzwert 100% nähert. Im einzelnen gibt Bild 3 den Zusammenhang (4) in einem Schaubilde wieder, welches sogleich gestattet, für eine vorgegebene Sättigungszahl σ den zugehörigen Parameter λ abzugreifen. Wichtig ist dabei, daß σ nicht nur eine Kennziffer des jeweils angewandten Eisens ist, sondern außerdem von der Wahl des normalen Betriebspunktes derart abhängt, daß

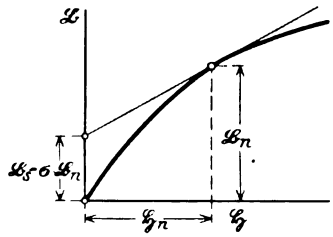


Bild 2. Zur Definition von Normalpunkt und Sättigungszahl.

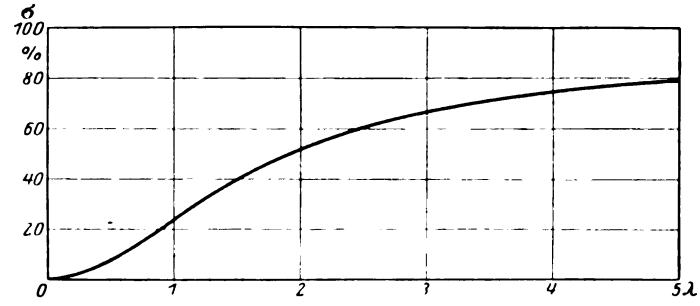


Bild 3. Zusammenhang zwischen den Sättigungszahlen λ und σ.

mit wachsender Induktion auch die Sättigung zunimmt; daher faßt σ diese beiden Grunddaten für die Arbeitseigenschaften des Eisens in sich zusammen. Genau die gleichen wichtigen Eigenschaften kommen der Sättigungszahl (4) zu. Um dies einzusehen, gehen wir zunächst von $\mathfrak{B}_n$ zu einem neuen Arbeitspunkte $\mathfrak{B}_n'$ über und erhalten aus (1)

$$\frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{H}_n} = \frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{H}_n'} \cdot \frac{\mathfrak{H}_n'}{\mathfrak{H}} = \frac{\operatorname{Sin} \lambda' \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_n}}{\operatorname{Sin} \lambda} = \frac{\operatorname{Sin} \lambda \cdot \frac{\mathfrak{B}_n'}{\mathfrak{B}_n} \cdot \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_n'}}{\operatorname{Sin} \lambda}. \tag{5}$$

Nun ist, ebenfalls nach (1),

$$\frac{\mathfrak{H}_n'}{\mathfrak{H}_n} = \frac{\operatorname{Sin} \lambda \frac{\mathfrak{B}_n'}{\mathfrak{B}_n}}{\operatorname{Sin} \lambda}, \tag{6}$$

so daß man an Stelle von (5) schreiben kann

$$\frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{H}_n'} = \frac{\operatorname{Sin} \lambda \cdot \frac{\mathfrak{B}_n'}{\mathfrak{B}_n} \cdot \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_n'}}{\operatorname{Sin} \lambda \cdot \frac{\mathfrak{B}_n'}{\mathfrak{B}_n}} = \frac{\operatorname{Sin} \lambda' \cdot \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_n}}{\operatorname{Sin} \lambda'}, \tag{5a}$$

worin

$$\lambda' = \lambda \cdot \frac{\mathfrak{B}_n'}{\mathfrak{B}_n}. \tag{7}$$

Nach (1) und (5a) ist also in der Tat die Bezugnahme auf einen neuen Arbeitspunkt $\mathfrak{B}_n' > \mathfrak{B}_n$ gleichbedeutend mit einer Erhöhung der Sättigungszahl nach Gleichung (7), welche sich explizit aus (4a) oder Bild 3 ergibt.

Die Transformation (7) läßt sich als ein Ähnlichkeitsgesetz zwischen verschiedenen Eisensorten einerseits, unterschiedlichen Normalinduktionen anderseits deuten, indem sie lehrt, daß nur die „numerische Induktion"

$$\mathfrak{b} = \lambda \cdot \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_n} \tag{8}$$

Digitized by Google

für die aufzubringende Feldstärke maßgebend ist. Ganz ähnlich erkennt man aus (1) und (5a), daß verschiedene Eisensorten auf gleiches Feldstärkenmaß durch Einführung der „numerischen Feldstärke"

$$\mathfrak{h} = \mathfrak{Sin}\,\lambda \cdot \frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{H}_n} \tag{9}$$

bezogen werden können. Das Ähnlichkeitsgesetz gesättigter Eisendrosseln kommt demnach im analytischen Ansatz unserer Magnetisierungsfunktion dadurch zum Ausdruck, daß wir in den numerischen Größen (8) und (9) die einheitliche Normalcharakteristik finden

$$\mathfrak{h} = \mathfrak{Sin}\,\mathfrak{b}. \tag{10}$$

Sie ist bereits in Bild 1 dargestellt.

Aus ihr ist in der Tat jeder willkürliche Parameter verschwunden, so daß die Formulierung (10) wohl als denkbar einfachster Ausdruck der Sättigungserscheinungen bezeichnet werden kann.

Für die Anwendung ist es wichtig, zu wissen, inwieweit unsere Charakteristik eine vorgegebene Magnetisierungskurve anzunähern gestattet; dabei ist es natürlich bis zu einem gewissen Grade willkürlich, welchen Punkt man als „Normalpunkt" auffassen will. Hier möge als Zahlenbeispiel die Charakteristik eines Transformatorbleches behandelt werden; es soll zugleich illustrieren, wie man die Ersatzcharakteristik tatsächlich findet. In Bild 4 ist die gegebene Charakteristik gezeichnet. Für $\mathfrak{B}_n = 10\,000$ Maxwell/cm² ergibt sich nach Ziehen der Tangente $\mathfrak{B}_s = 5700$ Maxwell, also $\sigma = 57\%$; ebenso für $\mathfrak{B}_n' = 14\,000$ Maxwell/cm²; $\mathfrak{B}_s' = 12\,000$ Maxwell/cm², also $\sigma' = \sim 85\%$. Zu diesen Zahlen folgt aus Bild 3 $\lambda = 2{,}23$ und aus Gleichung (4a) $\lambda' = 6{,}67$, so daß als Charakteristiken folgende Zahlentafeln entstehen:

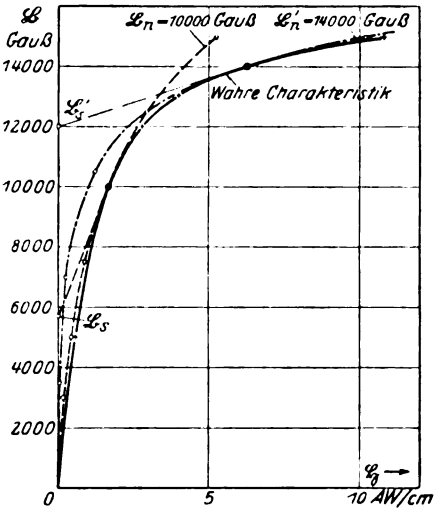


Bild 4. Wahre Charakteristik und Ersatzcharakteristiken für $B_n = 10000$ und 14000 Gauß.

$\mathfrak{B}_n = 10000$ Maxwell/cm²; $\mathfrak{H}_n = 1{,}7$ AW/cm $\mathfrak{Sin}\,\lambda = 4{,}596$				$\mathfrak{B}_n' = 14000$ Maxwell/cm²; $\mathfrak{H}_n' = 6{,}3$ AW/cm $\mathfrak{Sin}\,\lambda' = 385$			
$\mathfrak{B}/\mathfrak{B}_n$	$\mathfrak{B}_n$ Maxwell cm²	$\mathfrak{H}/\mathfrak{H}_n$	$\mathfrak{H}$ AW/cm	$\mathfrak{B}\,\mathfrak{B}_n$	$\mathfrak{B}_n$ Maxwell/cm²	$\mathfrak{H}/\mathfrak{H}_n$	$\mathfrak{H}$ AW cm
0,25	2 500	0,127	0,216	0,25	3 500	0,00665	0,0419
0,50	5 000	0,296	0,502	0,50	7 000	0,0362	0,228
0,75	7 500	0,559	0,950	0,75	10 500	0,193	1,22
1,00	10 000	1,000	1,700	1,00	14 000	1,000	6,30
1,25	12 500	1,750	2,970	1,07	15 000	1,62	10,20
1,50	15 000	3,07	5,220				

Das Ergebnis ist ebenfalls in Bild 4 eingetragen. Man erkennt, daß die mit $\mathfrak{B}_n = 10\,000$ Maxwell/cm² gezeichnete Kurve den unteren Teil der Charakteristik recht gut wiedergibt, während die Kurve entsprechend $\mathfrak{B}_n' = 14\,000$ Maxwell/cm² sich dem oberen Teil der Charakteristik befriedigend anschmiegt. Im einzelnen ist hierzu zu bemerken, daß die mit der Tangentenkonstruktion gefundenen Charakteristiken natürlich durchaus nicht die beste Näherung darstellen; doch wollen wir hier auf die Möglichkeit einer quantitativen Verbesserung nicht näher eingehen, sondern, dem

Digitized by Google

Ziel dieser Untersuchungen entsprechend, sogleich zu den qualitativen Folgerungen dieser schematisierten Charakteristik übergehen.

I. Elementare Schaltvorgänge.

3. Der Kurzschluß gesättigter Eisendrosseln.

Wir denken eine eisengesättigte Drosselspule über einen Ohmschen Widerstand kurzgeschlossen. Die Induktion im Eisen der Drossel gehorcht dann, da der Strom der Feldstärke proportional ist, eine Differentialgleichung von der Form

$$\frac{db}{dt} + \frac{1}{T} \cdot \mathfrak{h} = \frac{db}{dt} + \frac{1}{T} \operatorname{Sin} b = 0 . \tag{11}$$

Die Konstante T erweist sich durch Übergang zu kleinen Sättigungen ($\operatorname{Sin} b = \sim b$) als identisch mit der sog. Zeitkonstanten der schwach magnetisierten Drossel. Durch Trennung der Variabeln folgt aus (11) sogleich

$$\frac{db}{\operatorname{Sin} b} = -\frac{dt}{T} \tag{12}$$

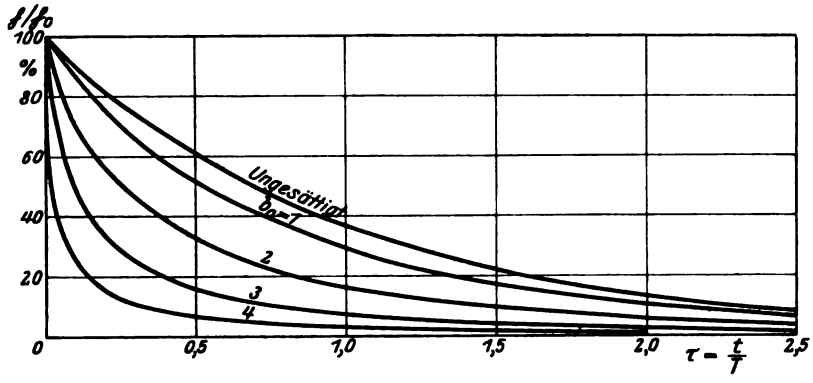


Bild 5. Abklingen des Stromes beim Kurzschluß einer gesättigten Eisendrossel.

oder mittels elementarer Integration

$$\operatorname{Tg} \frac{1}{2} b = \operatorname{Tg} \frac{1}{2} b_0 \cdot e^{-\frac{t}{T}} , \tag{13}$$

wo b_0 den Wert der numerischen Induktion zu Beginn des Kurzschlusses bedeutet. Die Feldstärke ergibt sich mit Beachtung von

$$\operatorname{Tg} \frac{1}{2} b = \frac{\operatorname{Cof} b - 1}{\operatorname{Sin} b} = \frac{\sqrt{1+\mathfrak{h}^2} - 1}{\mathfrak{h}}$$

aus der Beziehung

$$\mathfrak{h} = \frac{2 \operatorname{Tg} \frac{1}{2} b_0 \cdot e^{-\frac{t}{T}}}{1 - \operatorname{Tg}^2 \frac{1}{2} b_0 \cdot e^{-2\frac{t}{T}}} = \mathfrak{h}_0 \cdot \frac{e^{-\frac{t}{T}}}{\operatorname{Cof}^2 \frac{1}{2} b_0 - \operatorname{Sin}^2 \frac{1}{2} b_0 \cdot e^{-2\frac{t}{T}}} \tag{14}$$

wenn jetzt $\mathfrak{h}_0$ die zu Beginn des Kurzschlusses wirksame Feldstärke angibt, und dem gleichen Gesetze (14) folgt der Strom. Im Vergleich mit dem Strom der ungesättigten Drossel nimmt diese also anfangs viel rascher ab (Einfluß des Nenners), um sich schließlich — abgesehen von einem konstanten Verkleinerungsfaktor $\frac{1}{\operatorname{Cof}^2 \frac{1}{2} b_0}$ — dem gleichen Zeitgesetz des exponentiellen Abklingens zu nähern. Das Ergebnis erläutert Bild 5, in welchem der Kurzschlußstrom einer gesättigten Spule für verschiedene Sättigungen b_0 und einer gleichmagnetisierten ungesättigten Spule ($b_0 = 0$) vergleichsweise dargestellt ist.

Digitized by Google

4. Einschalten eines konstanten Feldes.

Wir behandeln das Einschalten einer eisengesättigten Drossel vom feldfreien Zustand aus auf ein konstantes Endfeld $\mathfrak{h}_0$. Hierfür gilt ähnlich (11) die Differentialgleichung

$$\frac{db}{dt} + \frac{1}{T} \cdot \mathfrak{h} = \frac{1}{T} \mathfrak{h}_0; \quad \frac{db}{dt} + \frac{1}{T} \operatorname{Sin} b = \frac{1}{T} \mathfrak{h}_0 = \frac{1}{T} \operatorname{Sin} b_0 \tag{15}$$

oder nach Trennung der Variabeln und Integration

$$\frac{db}{\operatorname{Sin} b_0 - \operatorname{Sin} b} = \frac{dt}{T}; \quad ln \frac{e^b + e^{-b_0}}{-e^b + e^{b_0}} = \cdot \frac{t}{T} \operatorname{Cof} b_0 + \text{Const.} \tag{16}$$

Da b für $t = 0$ verschwinden soll, bestimmt sich die Konstante gemäß

$$\frac{e^{b_0} - e^b}{e^{-b_0} + e^b} = e^{b_0} \cdot \operatorname{Tg} \frac{1}{2} b_0 e^{-\frac{t}{T} \cdot \operatorname{Cof} b_0}; \quad \frac{\operatorname{Sin} \frac{b_0 - b}{2}}{\operatorname{Cof} \frac{b_0 + b}{2}} = \operatorname{Tg} \frac{1}{2} b_0 \cdot e^{-\frac{t}{T} \operatorname{Cof} b_0}. \tag{16a}$$

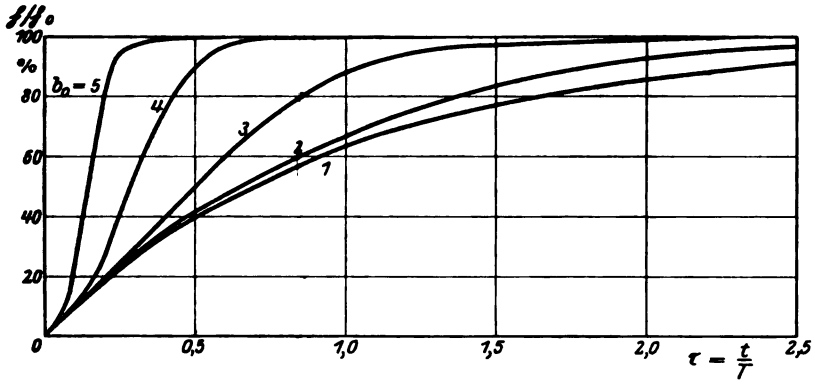


Bild 6. Stromverlauf beim Einschalten eines konstanten Feldes.

Endlich ergibt sich hieraus das Zeitgesetz des Stromes entsprechend

$$\mathfrak{h} = \operatorname{Sin} b = \frac{e^b - e^{-b}}{2} \tag{16b}$$

ein Ausdruck, den man natürlich nach (16a) explizit berechnen kann, wobei indes eine wenig übersichtliche Formel entsteht. Man löst daher zweckmäßig erst (16a) nach b auf

$$b = ln \frac{e^{\frac{b_0}{2}} - \operatorname{Tg} \frac{b_0}{2} \cdot e^{-\frac{b_0}{2}} \cdot e^{-\frac{t}{T} \operatorname{Cof} b_0}}{\operatorname{Tg} \frac{b_0}{2} \cdot e^{\frac{b_0}{2}} e^{-\frac{t}{T} \operatorname{Cof} b_0} + e^{-\frac{b_0}{2}}}; \quad b - b_0 = ln \frac{1 - e^{-b_0} \cdot \operatorname{Tg} \frac{b^0}{2} \cdot e^{-\frac{t}{T} \cdot \operatorname{Cof} b_0}}{1 + e^{+b_0} \cdot \operatorname{Tg} \frac{b_0}{2} \cdot e^{-\frac{t}{T} \operatorname{Cof} b_0}} \tag{16c}$$

und findet dann $\mathfrak{h} = \operatorname{Sin} b$. Das Ergebnis zeigt für verschiedene numerische Sättigungen Bild 6. Man erkennt die mit wachsender Sättigung zunehmende Deformation der Stromkurve gegenüber der Exponentiallinie, wie sie in gleicher Weise aus Oszillogrammen wohlbekannt ist.

Will man nicht das Auferregen vom feldfreien Zustand aus, sondern etwa die volle Feldumkehr beschreiben, so hat man nur die entsprechende neue Grenzbedingung einzuführen und findet an Stelle von (16a)

$$\frac{e^{b_0} - e^b}{e^{-b_0} + e^b} = e^{b_0} \cdot \operatorname{Sin} b_0 \cdot e^{-\frac{t}{T} \operatorname{Cof} b_0}; \quad \frac{\operatorname{Sin} \frac{b_0 - b}{2}}{\operatorname{Cof} \frac{b_0 + b}{2}} = \operatorname{Sin} b_0 \cdot e^{-\frac{t}{T} \operatorname{Cof} b_0} \tag{17}$$

und also

$$b = ln \frac{e^{b_0/_2} - \operatorname{Sin} b_0 \cdot e^{-b_0/_2} \cdot e^{-\frac{t}{T} \operatorname{Cof} b_0}}{\operatorname{Sin} b_0 \cdot e^{+b_0/_2} e^{-\frac{t}{T} \operatorname{Cof} b_0} + e^{-b_0/_2}}; \quad b - b_0 = ln \frac{1 - e^{-b_0} \operatorname{Sin} b_0 \cdot e^{-\frac{t}{T} \operatorname{Cof} b_0}}{1 + e^{b_0} \operatorname{Sin} b_0 e^{-\frac{t}{T} \operatorname{Cof} b_0}}. \tag{17a}$$

Digitized by Google

Der hieraus nach (16b) berechnete Stromverlauf ist für verschiedene numerische Sättigungen b_0 in Bild 7 gezeichnet und zeigt deutlich den für das Schalten gesättigter Eisenkreise charakteristischen treppenförmigen Anstieg des Stromes.

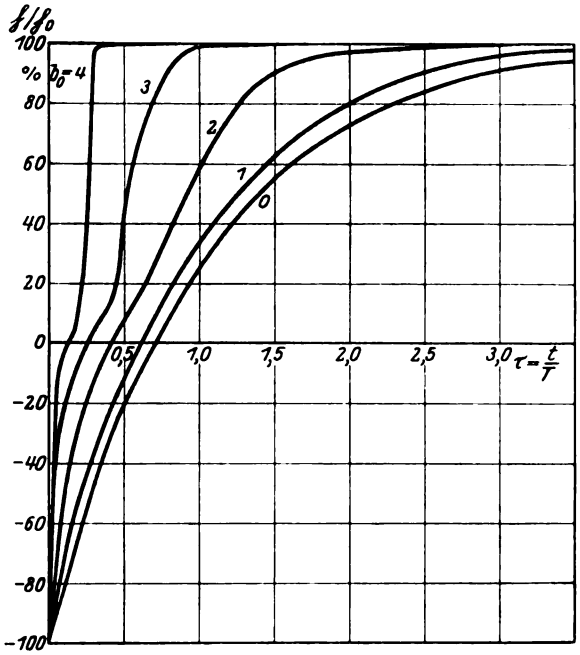


Bild 7. Stromverlauf bei Feldumkehr.

5. Ungedämpfte Eigenschwingungen.

Wir fragen nach den freien Schwingungen einer gesättigten Eisendrossel, welche nach Bild 8 mit einem Kondensator zu einem Schwingungskreis vereinigt ist. Unter Vernachlässigung aller Verluste lautet die Systemgleichung

$$\frac{d^2 b}{dt^2} + \omega_0^2 \mathfrak{h} = \frac{d^2 b}{dt^2} + \omega_0^2 \operatorname{Sin} b = 0. \tag{18}$$

Darin bedeutet ω_0 die Eigen-Kreisfrequenz für verschwindende Sättigung. Herrscht zu Beginn des Vorganges in der Drossel die relative Induktion b_0, während die gleichzeitig wirksame Kondensatorspannung verschwinden möge, so ergibt sich als Energieintegral

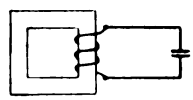


Bild 8. Schwingungskreis mit Eisendrossel.

$$\frac{1}{2}\left(\frac{db}{dt}\right)^2 = \omega_0^2 (\operatorname{Cof} b_0 - \operatorname{Cof} b) \tag{19}$$

und daher durch nochmalige Integration

$$\omega_0 t = \int_{b_0}^{b} \frac{db}{\sqrt{2(\operatorname{Cof} b_0 - \operatorname{Cof} b)}}. \tag{20}$$

Mittels der Substitution $\frac{\operatorname{Sin}\frac{b}{2}}{\operatorname{Sin}\frac{b_0}{2}} = \cos u$ folgt als identische Darstellung

Digitized by Google

$$\omega_0 t = \int_0^{\arccos \frac{\mathfrak{Sin}\frac{b}{2}}{\mathfrak{Sin}\frac{b_0}{2}}} \frac{du}{\sqrt{1+\mathfrak{Sin}^2\frac{b_0}{2}\cos^2 u}} = \frac{1}{\mathfrak{Cof}\frac{b_0}{2}} \int_0^{\arccos \frac{\mathfrak{Sin}\frac{b}{2}}{\mathfrak{Sin}\frac{b_0}{2}}} \frac{du}{\sqrt{1-\mathfrak{Tg}^2\frac{b_0}{2}\cdot\sin u^2}} \tag{20a}$$

welche man als Normalform des elliptischen Integrales erster Gattung erkennt, wenn man den „Modul" $k = \mathfrak{Tg}\frac{b_0}{2}$ setzt. Insbesondere ergibt sich als Periodendauer T

$$\omega_0 T = \frac{4}{\mathfrak{Cof}\frac{b_0}{2}} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{du}{\sqrt{1-\mathfrak{Tg}^2\frac{b_0}{2}\sin^2 u}} = \frac{4K\left(\mathfrak{Tg}\frac{b_0}{2}\right)}{\mathfrak{Cof}\frac{b_0}{2}} \tag{20b}$$

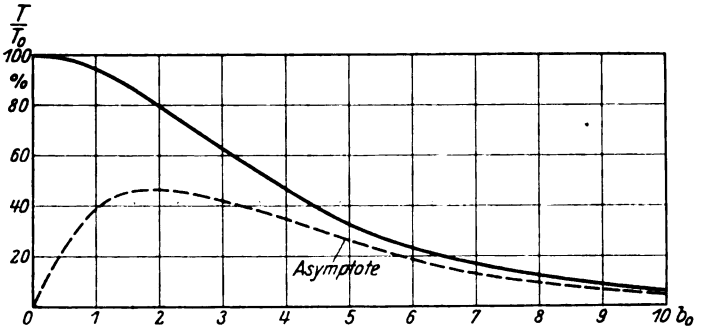


Bild 9. Relative Schwingungsdauer eines Kreises mit Eisendrossel als Funktion der Amplitude.

so daß man für sehr kleine und sehr große Sättigungen die Grenzwerte findet

$$\lim_{b_0 \to 0} \omega_0 T = 2\pi; \quad \lim_{b_0 \to \infty} \omega_0 T = \frac{4 \ln 4 \,\mathfrak{Cof}\frac{b_0}{2}}{\mathfrak{Cof}\frac{b_0}{2}} = \sim 4 b_0 \cdot e^{-\frac{b_0}{2}}. \tag{20c}$$

Diese Formel läßt sehr deutlich erkennen, daß man für kleine Sättigungen die wohlbekannten Verhältnisse des Thomson-Schwingungskreises wieder erhält, während für große Sättigungen die Schwingungsdauer rasch abnimmt; eine genaue Diskussion der Gleichung (20b) ist Bild 9 zu entnehmen, wo das Verhältnis der Schwingungsdauer zur Schwingungsdauer T_0 bei extrem schwacher Sättigung (Thomsonsche Schwingungsdauer) dargestellt ist. Über den zeitlichen Verlauf der Hauptbetriebsgrößen geben Bild 10 und 11 Auskunft, in welchen für die Sättigungen $b_0 = 1$; 3; 5 Strom, Fluß und Spannung gezeichnet wurden; der besseren Übersicht halber wurde hierbei als Abszisse jedesmal der elektrische Phasenwinkel der freien Schwingung gewählt, so daß die Darstellung von der veränderlichen Schwingungsdauer keine Rechenschaft ablegt.

II. Die Eisendrossel bei Wechselstromerregung.

6. Erregung durch Sinusspannung.

Wir behandeln die Arbeitsweise einer gesättigten Drossel bei Erregung durch sinusförmige Wechselspannung. Dabei wollen wir den Ohmschen Widerstand vernachlässigen, so daß nach dem Induktionsgesetz auch die Induktion dem gleichen Zeitgesetz folgt

$$b = b_0 \cdot \cos \omega t. \tag{21}$$

Digitized by Google

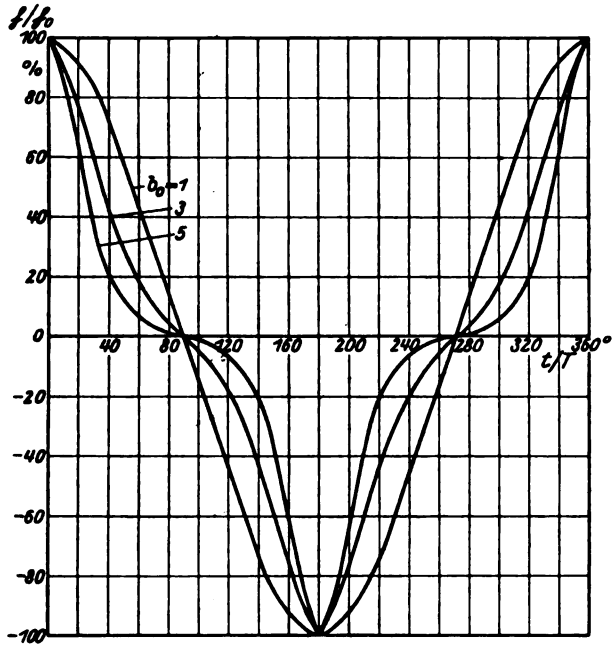


Bild 10. Stromverlauf im Schwingungskreis mit Eisendrossel.

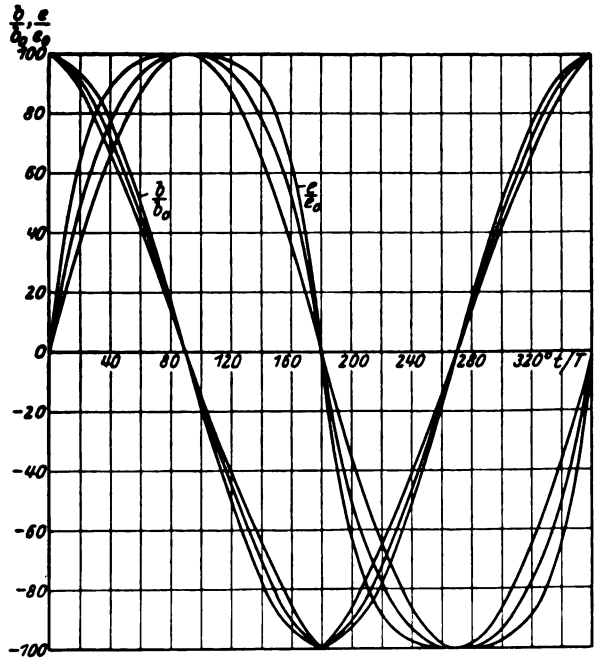


Bild 11. Zeitkurven der Induktion und der Drosselspannung eines Schwingungskreises mit Eisendrossel.

Hier ist b_0 die Amplitude der numerischen Induktion, ein Wert, der aus der angelegten Spannung leicht errechnet werden kann und für das Folgende als gegeben betrachtet wird. Als Maß des Stromes betrachten wir der Einfachheit halber, wie in den vorangegangenen Abschnitten, die Feldstärke, welche nach dem Durchflutungsgesetz dem Strom direkt proportional ist. Aus der Normalcharakteristik (10) folgt dann sogleich

Digitized by Google

$$\mathfrak{h} = \mathfrak{Sin}\, b = \mathfrak{Sin}\, b_0 \cdot \cos \omega t\,. \tag{22}$$

Für die Anwendungen interessiert namentlich die Zusammensetzung dieses Stromes aus seinen Fourier-Komponenten entsprechend

$$\mathfrak{h} = \sum_{\varkappa} \mathfrak{h}_\varkappa \cos k\,\omega t\,. \tag{23}$$

Durch Anwendung bekannter Formeln findet man

$$\mathfrak{h}_\varkappa = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\pi}^{+\pi} \mathfrak{h}\,(\omega t) \cdot d\,(\omega t) \cdot \cos k\,\omega t\,. \tag{23a}$$

Setzt man (22) ein und beachtet die Definition der Hyperbelfunktionen, so folgt

$$\mathfrak{h}_\varkappa = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\pi}^{+\pi} [e^{b_0 \cos \alpha} - e^{-b_0 \cos \alpha}] \cos k\,\alpha\, d\,\alpha \equiv \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\pi}^{+\pi} [e^{b_0 \cos b} - e^{-b_0 \cos b}]\, e^{i k \alpha}\, d\,\alpha\,. \tag{24}$$

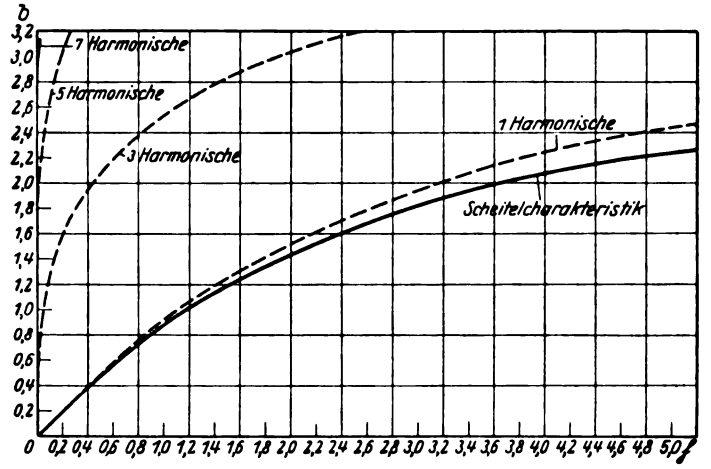


Bild 12. Statische Charakteristik und Teilcharakteristiken der harmonischen Stromkomponenten bei Erregung durch Sinusspannung.

Hier wurde in der letzten Umformung beachtet, daß aus Symmetriegründen das Integral $\int_{-\pi}^{+\pi} \mathfrak{Sin}\, b_0 \cos \alpha \cdot \sin k\,\alpha\, d\,\alpha$ verschwindet.

Das Integral

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} e^{-b_0 \cdot \cos \alpha} \cdot e^{i k \alpha}\, d\,\alpha \equiv \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\pi}^{+\pi} e^{i\,(i\,b_0 \cos \alpha)}\, e^{i k \alpha}\, d\,\alpha \tag{24a}$$

ist nun wohlbekannt. Es besitzt genau die Normalform der Besselschen Funktionen der Ordnung k vom rein imaginären Argumente $i\,b_0$, denn es ist[1]

$$\mathfrak{J}_\varkappa \cdot (i\,x) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\pi}^{+\pi} e^{i\,(i\,x \cos \alpha)} \cdot e^{i k \alpha} \cdot e^{-i k \frac{\pi}{\varkappa}} \cdot d\,\alpha\,. \tag{24b}$$

Daher hat man

$$\mathfrak{h}_\varkappa = 2\, e^{-i k \frac{\pi}{2}} \cdot \mathfrak{J}_\varkappa\,(i\,b_0) \tag{25}$$

also insbesondere für die niedrigsten Harmonischen

$$\mathfrak{h}_1 = -2\,i\,\mathfrak{J}_1\,(i\,b_0);\quad \mathfrak{h}_3 = +2\,i\,\mathfrak{J}_3\,(i\,b_0);\quad \mathfrak{h}_5 = -2\,i\,\mathfrak{J}_5\,(i\,b_0)\,.\ .\ . \tag{25a}$$

Die hier auftretenden Funktionen sind, wie aus ihrer physikalischen Bedeutung selbstverständlich, sämtlich reell; was sie indes für die Anwendung besonders wertvoll macht, ist ihre zahlenmäßige Darstellung in den bequem zugänglichen Tafeln von Jahnke und Emde.

[1] Riemann-Weber, Differential- und Integralgleichungen der Mechanik und Physik. VII. Aufl., Bd. II, S. 456.

Digitized by Google

Als eine erste Anwendung ist in Bild 12 die „statische Charakteristik" (10) samt den Magnetisierungskurven der Stromkomponenten gemäß (25a) gezeichnet. Man erkennt, daß die Grundwelle des Wechsel-Magnetisierungsstromes stets kleiner ist, als es der statischen Charakteristik entsprechen würde, wobei die Beziehung zwischen statischer Charakteristik und „dynamischer" Grundwellen-Charakteristik in

$$\frac{\mathfrak{h}\,\mathfrak{S}}{\mathfrak{h}} = \frac{-2i\,\mathfrak{F}_1(i\,b_0)}{\mathfrak{Sin}\,b_0} \tag{26}$$

gegeben ist.

Für das Folgende ist es wichtig zu wissen, in welcher Weise die einzelnen Harmonischen von der Höhe der relativen Sättigung abhängen. Man kann die entsprechenden Formeln entweder aus dem genannten Jahnke-Emdeschen Werk entnehmen oder, besser, aus unserer Integraldarstellung (24b) direkt ableiten. Durch Entwicklung der Exponentialfunktion folgt nämlich für kleines x mit Beachtung des Moivreschen Satzes

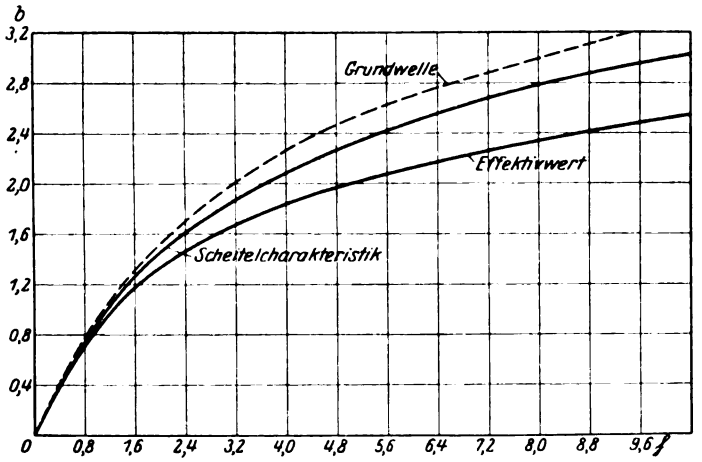


Bild 13. Statische Charakteristik (Scheitelcharakteristik), Grundwellenkennlinie und Effektivcharakteristik bei Erregung durch Sinusspannung.

$$\lim_{x\to 0}\mathfrak{F}_x(i\,x) = \frac{1}{2\pi}\cdot\int_{-\pi}^{+\pi}\frac{(x)^k}{k}\cdot\cos^k\alpha\cdot\cos k\,\alpha\,d\,\alpha\cdot e^{+ik\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{(2)^k}\frac{(x)^k}{k!}\cdot e^{+ik\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{x}{2}\right)^k\frac{1}{k!}e^{ik\frac{\pi}{2}} \tag{27}$$

also

$$e^{-i\frac{\pi}{2}}\cdot\mathfrak{F}_1(i\,x) = \frac{x}{2};\quad e^{-i\frac{3\pi}{2}}\cdot\mathfrak{F}_3(i\,x) = \left(\frac{x}{2}\right)^3\frac{1}{3!} \tag{27a}$$

Man erkennt hieraus zunächst, daß alle Komponenten des Stromes gleiches Vorzeichen besitzen; sodann zeigt die Formel, daß mit wachsender Ordnungszahl die einzelnen Harmonischen rasch auf außerordentlich kleine Werte absinken.

Um auch für hohe relative Sättigungen die eintretenden Erscheinungen bequem übersehen zu können, beachten wir, daß dann nach (24b) offenbar die in der Nähe von $\alpha = \pm\pi$ gelegenen Teile des Integranden den Hauptbeitrag zum Integral liefern. Demnach hat man mit Einführung einer Zahl $\varepsilon \ll \frac{\pi}{2}$ für $x \gg k$

$$\lim_{x\to\infty}\mathfrak{F}_x(i\,x) = \frac{1}{2\pi}\cdot 2\cdot\int_0^{\varepsilon} e^{+x\left(1-\frac{\alpha^2}{2!}\right)}e^{ik\alpha}e^{-ik\frac{\pi}{2}}\,d\alpha = \sim\frac{1}{\pi}\cdot e^x\cdot e^{+ik\frac{\pi}{2}}\int_0^{\varepsilon} e^{-x\frac{\alpha^2}{2!}}d\alpha \tag{28}$$

oder mit $\sqrt{x}\cdot\frac{\alpha}{\sqrt{2}} = u$

$$\lim_{x\to\infty}\mathfrak{F}_x(i\,x) = \frac{1}{\pi}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x}}\cdot e^x\cdot e^{+ik\frac{\pi}{2}}\cdot\int_0^{\infty} e^{-u^2}\,du = \frac{e^x\cdot e^{ik\frac{\pi}{2}}}{\sqrt{2\pi x}}. \tag{29}$$

Digitized by Google

Die einzelnen Stromkomponenten behalten also das gleiche Vorzeichen stets bei, aber das Verhältnis ihrer Beträge nähert sich mehr und mehr der 1. Dies besagt, daß die Stromkurve mit zunehmender Sättigung immer spitzer wird, wie leicht verständlich. Für den Effektivwert des Stromes findet man

$$\mathfrak{h}_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sum \mathfrak{h}_k^2} \tag{30}$$

wo die $\mathfrak{h}_x$ die Amplituden der Teilharmonischen (25) sind. Die hier vorgeschriebene Summation läßt sich geschlossen auswerten. Denn es ist

$$\mathfrak{h}^2 = \mathfrak{Sin}^2 b = \frac{\mathfrak{Cof}\, 2b - 1}{2} \tag{31}$$

und also

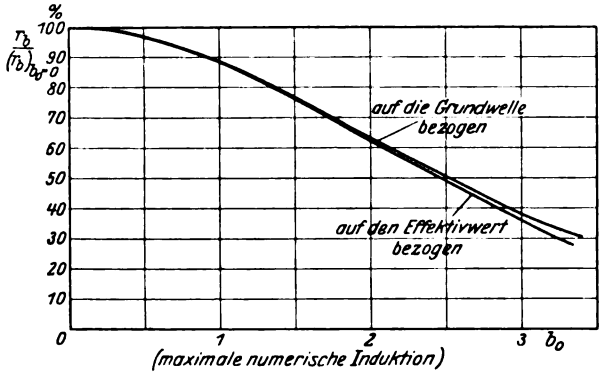


Bild 14. Blindwiderstand einer Eisendrossel als Funktion der Maximalinduktion.

$$\frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\pi}^{+\pi} \mathfrak{h}^2\, d(\omega t) = \mathfrak{h}_{eff}^2 = \frac{1}{2\pi}\left[\cdot \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{+\pi} \mathfrak{Cof}\,(2 b_0 \cos\alpha)\, d\alpha - \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{+\pi} d\alpha \right]. \tag{31a}$$

Mit Beachtung von (24a) ist somit

$$\mathfrak{h}_{eff}^2 = \frac{1}{2}\left[\mathfrak{F}_0(i\,2 b_0) - 1\right]; \quad \mathfrak{h}_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\mathfrak{F}_0(i\,2 b_0) - 1}, \tag{32b}$$

so daß man als Nebenresultat die Relation findet

$$\mathfrak{F}_0(i\,2 b_0) = 1 + \sum_x \left[2 e^{-i x \frac{\pi}{2}} \mathfrak{F}_x(i\, b_0) \right]^2. \tag{32c}$$

Wir benutzen den berechneten Effektivwert zur Konstruktion der (effektiven) dynamischen Wechselstromcharakteristik, indem wir die korrespondierenden Werte von $b_{eff} = \frac{b_0}{\sqrt{2}}$ mit $\mathfrak{h}_{eff}$ zusammen in ein Diagramm eintragen. Bild 13 läßt das Verhältnis der statischen Charakteristik zur Grundwellen-Magnetisierungskurve einerseits, zur Effektiv-Kennlinie andererseits deutlich erkennen. Aus diesen Kurven läßt sich sogleich der Blindwiderstand r_s einer Spule als Funktion der relativen Sättigung nach Bild 14 ableiten.

7. Erregung durch Sinusstrom.

In vielen Fällen kann man nicht die angelegte Spannung, wohl aber den magnetisierenden Strom als einfach harmonisch pulsierend betrachten. Wir wollen unter der entsprechenden Voraussetzung $\mathfrak{h} = \mathfrak{h}_0 \cos\omega t$ die eintretenden Erscheinungen diskutieren, wobei es für die Rechnung etwas bequemer ist, sogleich die der Spannung proportionale zeitliche Ableitung der Induktion zu betrachten. Für sie erhält man

$$-\frac{db}{dt} = -\frac{db}{d\mathfrak{h}} \cdot \frac{d\mathfrak{h}}{dt} = \frac{d\,\mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Sin}\,\mathfrak{h}}{d\mathfrak{h}} \cdot \omega \mathfrak{h}_0 \sin\omega t = \frac{1}{\sqrt{1 + \mathfrak{h}_0^2 \cos^2 \omega t}}\, \omega \mathfrak{h}_0 \sin\omega t \tag{33}$$

Digitized by Google

oder in etwas anderer Schreibweise

$$\frac{db}{d(\omega t)} = \dot{b} = \frac{\mathfrak{h}_0 \sin \omega t}{\sqrt{1 + \mathfrak{h}_0^2 - \mathfrak{h}_0^2 \sin^2 \omega t}} = \frac{\mathfrak{h}_0}{\sqrt{1 + \mathfrak{h}_0^2}} \cdot \frac{\sin \omega t}{\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{h}_0^2}{1 + \mathfrak{h}_0^2} \sin^2 \omega t}} \tag{33a}$$

woraus übrigens das (selbstverständliche) Resultat $\dot{b}_{max} = \mathfrak{h}_0$ folgt (Scheitelcharakteristik = Gerade!).

Die Fourierkomponenten dieser Spannung sind gegeben durch

$$\dot{b}_x = \frac{\mathfrak{h}_0}{\sqrt{1 + \mathfrak{h}_0^2}} \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{\sin \alpha \sin k\alpha}{\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{h}_0^2}{1 + \mathfrak{h}_0^2} \sin^2 \alpha}} \, d\alpha \,. \tag{34}$$

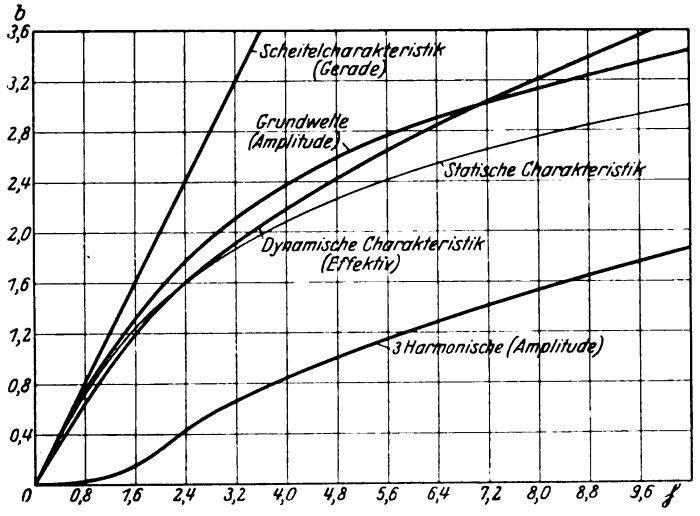


Bild 15. Charakteristiken einer Eisendrossel bei Erregung durch Sinusstrom.

Für die Grundwelle ergibt sich

$$\left.\begin{aligned} \dot{b}_1 = \frac{\mathfrak{h}_0}{\sqrt{1 + \mathfrak{h}_0^2}} \cdot \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{\sin^2 \alpha \, d\alpha}{\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{h}_0^2}{1 + \mathfrak{h}_0^2} \sin^2 \alpha}} = \\ = \sqrt{\frac{1 + \mathfrak{h}_0^2}{\mathfrak{h}_0^2}} \frac{1}{\pi} \cdot \left[\int_{-\pi}^{+\pi} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{h}_0^2}{1 + \mathfrak{h}_0^2} \sin^2 \alpha}} - \int_{-\pi}^{+\pi} \sqrt{1 - \frac{\mathfrak{h}_0^2}{1 + \mathfrak{h}_0^2} \sin^2 \alpha} \, d\alpha \right] \end{aligned}\right\} \tag{34a}$$

Die hier eingehenden Integrale sind aus der Theorie der elliptischen Funktionen bekannt, so daß man mit

$$K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}}; \quad E = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} \cdot d\varphi \,. \tag{35}$$

aus (34) erhält

$$\dot{b}_1 = \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{1 + \mathfrak{h}_0^2}{\mathfrak{h}_0^2}} \left[K\left(\sqrt{\frac{\mathfrak{h}_0^2}{1 + \mathfrak{h}_0^2}}\right) - E\left(\sqrt{\frac{\mathfrak{h}_0^2}{1 + \mathfrak{h}_0^2}}\right) \right]. \tag{34b}$$

Für sehr kleines $\mathfrak{h}_0$ ist[1]

$$K - E = \frac{\pi}{2} \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{\mathfrak{h}_0^2}{1 + \mathfrak{h}_0^2} = \frac{\pi}{4} \cdot \mathfrak{h}_0^2; \quad \dot{b}_1 = \mathfrak{h}_0. \tag{34c}$$

[1] Jahnke-Emde, Funktionentafeln S. 47.

Digitized by Google

Dagegen gilt für sehr großes $\mathfrak{h}_0$

$$K - E = ln\,4\,\mathfrak{h}_0 - 1;\quad \dot{b}_1 = \frac{4}{\pi}\,[ln\,4\,\mathfrak{h}_0 - 1]\,. \tag{34d}$$

Die Grundwellenspannung nimmt also schließlich, wie zu erwarten, nur noch sehr langsam mit wachsender Magnetisierung zu. Für Zwischenwerte zeigt Bild 15 die Grundwellen-Magnetisierungskurve im Vergleich zur statischen Kennlinie. Man beachte, daß die erhaltene „dynamische Charakteristik" viel stärker von der statischen abweicht als in dem früher betrachteten Fall der Erregung durch Sinusspannung.

Um den Verlauf der dritten Harmonischen zu übersehen, hat man

$$\left.\begin{aligned}\dot{b}_3 = \frac{\mathfrak{h}_0}{\sqrt{1+\mathfrak{h}_0^2}}\cdot\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{+\pi}\frac{\sin\alpha\sin 3\alpha}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{h}_0^2}{1+\mathfrak{h}_0^2}\sin^2\alpha}} = \frac{\mathfrak{h}_0}{\sqrt{1+\mathfrak{h}_0^2}}\cdot\frac{1}{\pi}\left[3\cdot\int_{-\pi}^{+\pi}\frac{\sin^2\alpha\,d\alpha}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{h}_0^2}{1+\mathfrak{h}_0^2}\sin^2\alpha}} - \right.\\ \left. - 4\int_{-\pi}^{+\pi}\frac{\sin^4\alpha\,d\alpha}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{h}_0^2}{1+\mathfrak{h}_0^2}\sin^2\alpha}}\right]\end{aligned}\right\} \tag{36}$$

auszuwerten. Setzt man zur Abkürzung $k = \frac{\mathfrak{h}_0}{\sqrt{1+\mathfrak{h}_0^2}}$ (gleich dem „Modul" der elliptischen Funktionen), so wird

$$\dot{b}_0 = k\cdot\frac{4}{\pi}\cdot\left[3\cdot\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^2\alpha\,d\alpha}{\sqrt{1-k^2\sin^2\alpha}} - 4\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1+k^2}{k^2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^2\alpha\,d\alpha}{\sqrt{1-k^2\sin^2\alpha}} + 4\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{k^2}\cdot\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\alpha}{\sqrt{1-k^2\sin^2\alpha}}\right] \tag{36a}$$

und also mit Rücksicht auf (34a), (35)

$$\dot{b}_3 = \frac{4}{\pi}\cdot\left[\frac{5k^2-8}{3k^2}\cdot K - \frac{k^2-8}{3k^2}\cdot E\right]. \tag{37}$$

Insbesondere gilt hiernach für kleine k

$$\dot{b}_3 = -\frac{1}{8}\cdot k^3 = -\frac{1}{8}\mathfrak{h}^3 = -\left(\frac{\mathfrak{h}_0}{2}\right)^3, \tag{37a}$$

während man für mittlere und große Feldstärken $\mathfrak{h}_0$ den Verlauf der Funktion (37) aus Bild 15 abgreifen kann. Es ist bemerkenswert, daß diese ein ganz anderes Verhalten zeigt als die Grundwellencharakteristik: Während man für die Grundwelle sogleich eine Kurve erhält, welche der statischen Charakteristik qualitativ ähnelt, zeigt sich für die dritte Harmonische ein anfangs mit der dritten Potenz des Magnetisierungsstromes proportionales starkes Anschwellen der Amplitude, während sich erst für größere Stromstärken ein der statischen Kennlinie entsprechender Verlauf ergibt.

Es läßt sich zeigen, daß eine ähnliche Gesetzmäßigkeit für alle Oberharmonischen gilt. Hierzu berechnen wir ihr asymptotisches Verhalten für kleine Magnetisierungsströme, welches sich ohne Mühe aus (34) angeben läßt. Indem wir nämlich dort den Nenner in eine Binomialreihe entwickeln, finden wir

$$\left.\begin{aligned}\dot{b}_n = k\,\frac{1}{\pi}\sum\left\{\int_{-\pi}^{+\pi}\sin\alpha\sin n\alpha\,d\alpha + \frac{1}{2}k^2\cdot\int_{-\pi}^{+\pi}\sin^3\alpha\sin n\alpha\,d\alpha + \right.\\ \left. + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{1\cdot 2}k^4\cdot\int_{-\pi}^{+\pi}\sin^5\alpha\sin n\alpha\,d\alpha + \ldots\right\}\end{aligned}\right\} \tag{38}$$

Alle Glieder, in denen Sinuspotenzen mit Exponenten kleiner als n vorkommen, verschwinden identisch; daher folgt bis auf Glieder höherer Ordnung [man vgl. (37a)!].

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned} \dot{b}_3 &= -2\cdot\left(\frac{\mathfrak{h}_0}{2}\right)^3\cdot\frac{1}{2} \\ \dot{b}_5 &= +2\cdot\left(\frac{\mathfrak{h}_0}{2}\right)^5\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{1\cdot 2} \\ \dot{b}_7 &= -2\cdot\left(\frac{\mathfrak{h}_0}{2}\right)^5\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2}\cdot\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3} \\ &\cdots \qquad\qquad \cdots \end{aligned}\right\} \tag{39}$$

Es ist von Interesse, die hierin ausgesprochenen Gesetzmäßigkeiten der Verzerrung der Spannungskurve den entsprechenden Hauptzügen der Stromverzerrung nach (25a), (27a) gegenüberzustellen, wobei wir uns auf die Amplituden beschränken können; denn das alternierende Verhalten der Komponenten (39) kommt nur durch die Entwicklung der Spannungskurve nach Sinusfunktionen zustande (früher hatten wir nach Cosinusfunktionen entwickelt) und ist daher für das Ergebnis belanglos. Setzen wir nun für kleine Sättigungen entsprechend dem Gültigkeitsbereich unserer asymptotischen Entwicklungen $b_0 = \sim \mathfrak{h}_0$, so finden wir

$$\left|\frac{\dot{b}_1}{\mathfrak{h}_1}\right| = \frac{2\cdot\frac{\mathfrak{h}_0}{2}}{2\cdot\frac{b_0}{2}} = \frac{1}{1}$$

$$\left|\frac{\dot{b}_3}{\mathfrak{h}_3}\right| = \frac{2\cdot\left(\frac{\mathfrak{h}_0}{2}\right)^3\cdot\frac{1}{2}}{2\cdot\left(\frac{\mathfrak{h}_0}{2}\right)^3\cdot\frac{1}{3!}} = \frac{3!}{2} = 3$$

$$\left|\frac{\dot{b}_5}{\mathfrak{h}_5}\right| = \frac{2\cdot\left(\frac{\mathfrak{h}_0}{2}\right)^5\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{1\cdot 2}}{2\cdot\left(\frac{b_0}{2}\right)^5\cdot\frac{1}{5!}} = \frac{5!\,1\cdot 3}{2\cdot 2\cdot 1\cdot 2} = 45$$

$$\left|\frac{\dot{b}_7}{\mathfrak{h}_7}\right| = \frac{2\cdot\left(\frac{\mathfrak{h}_0}{2}\right)^7\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2}\cdot\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}}{2\cdot\left(\frac{b^0}{2}\right)^7\cdot\frac{1}{7!}} = \frac{7!\,1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 1\cdot 2\cdot 3} = 210$$

$$\cdots \qquad\qquad \cdots$$

Man erkennt hieraus, daß unter sonst gleichen Umständen die Spannungskurve bei Erregung durch Sinusstrom ganz außerordentlich viel stärker verzerrt wird, als die Stromkurve bei Erregung durch Sinusspannung. Diese Eigentümlichkeit — die sich natürlich nur auf den Bereich schwacher Sättigung erstreckt — tritt um so schärfer hervor, je höher die Ordnungszahl der ins Auge gefaßten Oberschwingung ist.

Obwohl dieser Unterschied, wie man sich leicht überzeugt, mit wachsender numerischer Sättigung abnimmt, kommt er doch bei der Bildung des Effektivwertes der Spannung kräftig zum Ausdruck. Er ergibt sich definitionsgemäß aus

$$\dot{b}_{eff}^2 = \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{\mathfrak{h}_0^2}{1+\mathfrak{h}_0^2}\cdot\int_{-\pi}^{+\pi}\frac{\sin^2\alpha\,d\,\alpha}{1-\frac{\mathfrak{h}_0^2}{1+\mathfrak{h}_0^2}\sin^2\alpha} = \frac{k^2}{2\pi}\cdot\int_{-\pi}^{+\pi}\frac{\sin^2\alpha\,d\,\alpha}{1-k^2\sin^2\alpha}, \tag{40}$$

wobei k den früher genannten Modul bedeutet. Zur Berechnung des in (40) eingehenden Integrales schreiben wir

$$\int_{-\pi}^{+\pi}\frac{\sin^2\alpha\,d\,\alpha}{1-k^2\sin^2\alpha} = \frac{1}{2k}\left[\int_{-\pi}^{+\pi}\frac{\sin\alpha\,d\,\alpha}{1-k\sin\alpha} - \int_{-\pi}^{+\pi}\frac{\sin\alpha\,d\,\alpha}{1+k\sin\alpha}\right]. \tag{40a}$$

Hier läßt sich das zweite Integral der Klammer durch die Substitution $\alpha' = -\alpha$ auf die Form des ersten bringen, so daß einfacher

Digitized by Google

$$\int_{-\pi}^{+\pi} \frac{\sin^2\alpha\, d\alpha}{1-k^2\sin^2\alpha} = \frac{1}{k}\cdot\int_{-\pi}^{+\pi} \frac{\sin\alpha\, d\alpha}{1-k\sin\alpha}\,. \tag{40b}$$

Doch die Substitution $z = e^{i\alpha}$ $(i = \sqrt{-1})$ geht (40b) in ein komplexes Integral über, das längs des Einheitskreises zu erstrecken ist (das Integral $\frac{i}{k}\cdot\int_{-\pi}^{+\pi}\frac{\cos\alpha\, d\alpha}{1-k\sin\alpha}$ verschwindet identisch und kann daher zu (40b) zugezählt werden].

$$\frac{1}{k}\int_{-\pi}^{+\pi}\frac{\sin\alpha\, d\alpha}{1-k\sin\alpha} = -\frac{1}{k}\oint \frac{dz}{z-\frac{1}{z}} = -\frac{1}{k}\oint \frac{2i\cdot z\, dz}{2i\cdot z - k\cdot z^2 + k}\,. \tag{41}$$

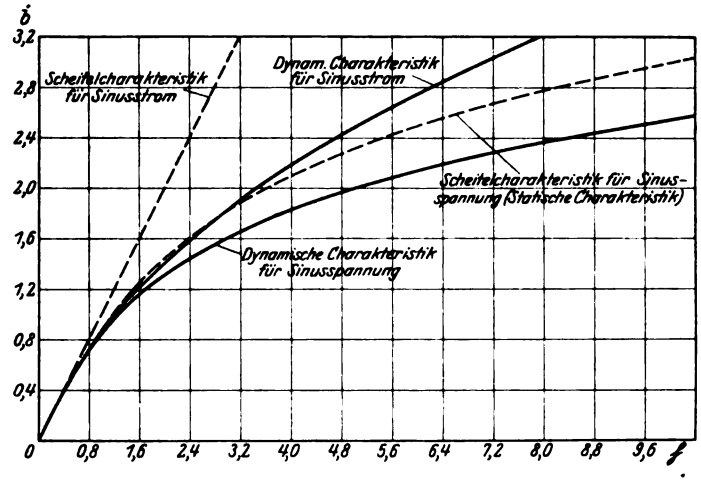


Bild 16. Vergleich der dynamischen Charakteristiken bei verschiedenen Erregungsarten.

Nach dem Cauchyschen Satze tragen zum Integrale nur die Pole des Integranden bei, welche durch verschwindenden Nenner definiert sind

$$2i\cdot z - k\cdot z^2 + k = 0;\quad z = \frac{i}{k}(1 \pm \sqrt{1-k^2})\ [k<1!]. \tag{42}$$

Man überzeugt sich leicht, daß nur die mit dem negativen Zeichen genommene Wurzel zu einem innerhalb des Einheitskreises liegenden Pole führt; daher wird

$$\frac{1}{k}\cdot\int_{-\pi}^{+\pi}\frac{\sin\alpha\, d\alpha}{1-k\sin\alpha} = -\frac{2\pi i}{k}\cdot\frac{2i\cdot\frac{i}{k}(1-\sqrt{1-k^2})}{2i-2k\cdot\frac{i}{k}(1-\sqrt{1-k^2})} = +\frac{2\pi}{k^2}\left(\frac{1}{\sqrt{1-k^2}}-1\right) \tag{41a}$$

und man erhält durch Einsetzen in (40) den gesuchten Zusammenhang

$$b_{eff}^2 = \frac{1}{\sqrt{1-k^2}} - 1 = \sqrt{1+b_0^2} - 1;\quad b_{eff} = \sqrt{\sqrt{1+b_0^2}-1}\,. \tag{40b}$$

Er ist in Bild 13 zusammen mit der entsprechenden Kurve für Erregung durch Sinusspannung als „dynamische Charakteristik für Erregung durch Sinusstrom" dargestellt. Es ist bemerkenswert, daß für einigermaßen beträchtliche numerische Sättigungen beide Kurven weit auseinanderliegen, so daß unsere Rechnung zeigt, inwieweit bei der Aufnahme von Eisencharakteristiken mit Wechselstrom die Ergebnisse durch die jeweils benutzte Meßanordnung beeinflußt werden; in Wirklichkeit wird man sich freilich stets zwischen den hier diskutierten Grenzfällen bewegen, so daß der Unterschied zwischen der Versuchskurve und den Grenzcharakteristiken für reine Sinusspannung oder Sinusstromerregung kleiner wird.

Digitized by Google

8. Unterdrückung einer Stromkomponente; gemischte Erregung.

Nachdem wir im Vorangegangenen die Erscheinungen bei Erregung durch reine Sinusspannung und reinen Sinusstrom geschildert haben, werfen wir noch einen Blick auf den allgemeinen Magnetisierungszustand durch Wechselstrom oder Wechselspannung von beliebigem zeitlichen Verlaufe. Bei der strengen Durchführung der so formulierten Aufgabe stellen sich allerdings praktisch unüberwindliche mathematische Schwierigkeiten ein, die zu einer Einschränkung zwingen: Wir untersuchen die Änderung Δb einer sinusförmigen Induktionswelle b_0 bei zwangsmäßiger Unterdrückung einer Oberwelle des Magnetisierungsstromes.

Hierfür können wir, einem Gedanken von Dällenbach[1] folgend, das Gleichungssystem durch die stets zulässige Annahme $\Delta b \ll b_0$ linearisieren. Entwickeln wir nämlich die Normalcharakteristik nach Taylor und brechen wegen $\Delta b \ll b_0$ nach dem ersten Gliede ab, so entsteht

$$\mathfrak{h} + \Delta\mathfrak{h} = \mathfrak{Sin}\, b + \Delta b \cdot \left(\frac{d\,\mathfrak{Sin}\, b}{d\, b}\right) = \mathfrak{Sin}\, b + \Delta b \cdot \mathfrak{Cof}\, b\,. \tag{42}$$

Nun ist $\mathfrak{h} = \mathfrak{Sin}\, b$ der in Abschnitt 6 diskutierte Magnetisierungsstrom bei Erregung durch Sinusspannung, so daß der erzwungenen Stromänderung $\Delta\mathfrak{h}$ die Induktionsschwankung Δ b entspricht, welche in

$$\Delta\mathfrak{h} = \Delta b \cdot \mathfrak{Cof}\, b \tag{42a}$$

gegeben ist. Für die oben formulierte Aufgabe haben wir $\Delta\mathfrak{h}$ als einfachharmonische Funktion der Zeit zu betrachten, welche mit b_x phasengleich schwingt.

$$\Delta\mathfrak{h} = \Delta\mathfrak{h}_x \cdot \cos k\,\omega t\,. \tag{43}$$

Um hieran eine bestimmte physikalische Vorstellung zu knüpfen, wollen wir annehmen, daß die Anordnung, welche die Stromänderung (43) erzwingt, für Wellen aller Ordnungszahlen $l \neq k$ einen Kurzschluß darstelle; dabei kann es dahingestellt bleiben, ob man ein solches System durch Einbau eines entsprechenden Apparates (Wellenschlucker!) oder durch eine besondere Schaltung herstellt. Jedenfalls folgt aus unserer Annahme, daß alle Induktionskomponenten Δb_l für Ordnungszahlen $l \neq k$ identisch verschwinden müssen, so daß in (42a) nur die Induktionsänderung Δb_x in endlicher Stärke eingeht; das ist in physikalisch widerspruchsfreier Weise freilich nur dann möglich, wenn wir gleichzeitig neben der ursprünglichen Stromänderung (43) auch Änderungen der Stromkomponenten aller übrigen Ordnungszahlen zulassen, die dann durch das oben vorausgesetzte physikalische System zwangsmäßig bestimmt sind.

Denken wir uns die Induktionsschwankung Δb_x gegeben — sie schwingt phasengleich mit der Feldschwankung (43) — so ist nach (42a) allgemein

$$\Delta\mathfrak{h} = \Delta b_x \cdot \cos k\,\omega t \cdot \mathfrak{Cof}\, b \tag{44}$$

und daher speziell

$$\left.\begin{aligned} \Delta\mathfrak{h}_x &= \Delta b_x \cdot \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} \cos k\,\omega t \cdot \cos k\,\omega t \cdot \mathfrak{Cof}\, b_0 \cos\omega t \cdot d\,(\omega t) \\ &= \Delta b_x \cdot \left[\frac{1}{2\pi}\cdot\int_{-\pi}^{+\pi} \mathfrak{Cof}\,(b_0\cos\alpha)\, d\,\alpha + \frac{1}{2\pi}\cdot\int_{-\pi}^{+\pi} \mathfrak{Cof}\,(b_0\cos\alpha)\cdot\cos 2k\,\alpha\, d\,\alpha\right] \end{aligned}\right\} \tag{44a}$$

Mit Rücksicht auf (24b) ist

$$\Delta\mathfrak{h}_x = \Delta b_x \cdot [\mathfrak{J}_0(i\,b_0) + e^{-ik\pi}\mathfrak{J}_{2x}(i\,b_0)] \tag{45}$$

und also, wenn wir für vollständige Unterdrückung der k$^{\text{ten}}$ Stromwelle den Ausdruck (25) für $-\mathfrak{h}_k$ einsetzen

$$\Delta b_x = -\frac{2\,e^{-ik\frac{\pi}{2}}\cdot\mathfrak{J}_x(i\,b_0)}{\mathfrak{J}_0(i\,b_0) + e^{-ik\pi}\cdot\mathfrak{J}_{2x}(i\,b_0)}\,. \tag{45a}$$

[1] Arch. f. Elektrot. Bd. 10, S. 304.

Digitized by Google

In ganz ähnlicher einfacher Weise können wir die Stromänderungen der Harmonischen $n \neq k$ entwickeln. Denn hierfür ist

$$\Delta \mathfrak{h}_n = \Delta b_x \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\pi}^{+\pi} \cos k\omega t \cdot \cos n\omega t \, \mathfrak{Cof}(b_0 \cos \omega t)\, d(\omega t)$$

$$= \Delta b_x \cdot \left[\frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\pi}^{+\pi} \cos(k+n)\alpha \, \mathfrak{Cof}(b_0 \cos\alpha)\, d\alpha + \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\pi}^{+\pi} \cos(k-n)\alpha \, \mathfrak{Cof}(b_0 \cos\alpha)\, d\alpha \right]$$

$$\Delta b_x \left[e^{-i(k+n)\frac{\pi}{2}} \mathfrak{F}_{x+n}(i b_0) + e^{-i\cdot(|k-n|)\cdot\frac{\pi}{2}} \cdot \mathfrak{F}_{(x-n)}(i b_0) \right] \qquad (45b)$$

so daß man also mit (45a) erhält

$$\Delta \mathfrak{h}_n = -2 e^{-ik\frac{\pi}{2}} \mathfrak{F}_x(i b_0) \cdot \frac{e^{-i(k+n)\frac{\pi}{2}} \cdot \mathfrak{F}_{x+n}(i b_0) + e^{-i(|k-n|)\frac{\pi}{2}} \cdot \mathfrak{F}_{(k-n)}(i b_0)}{\mathfrak{F}_0(i b_0) + e^{-ik\pi} \cdot \mathfrak{F}_{2x}(i b_0)} \qquad (45c)$$

Die Formeln (45a, 45b, 45c) enthalten die vollständige Lösung der hier gestellten Aufgabe; übrigens kann man von dem behandelten Fall sogleich zur gleichzeitigen Unterdrückung mehrerer Stromkomponenten übergehen, indem man auf jede die entsprechenden Formeln anwendet, eine Bemerkung, die für die Untersuchung von Drehstromsystemen von besonderem Werte sein wird.

Zur Diskussion ist zunächst in Bild 17 das Verhältnis $\frac{k \cdot \Delta b_x}{b_0}$, mittels Gleichung (45a) berechnet, dargestellt worden, wobei $k = 3, 5, 7, 9$ gewählt wurde; für

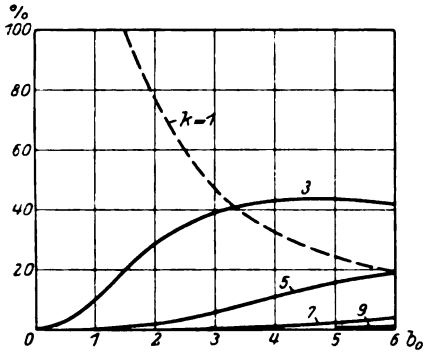


Bild 17. Relative Oberspannungen bei Unterdrückung einer Stromkomponente.

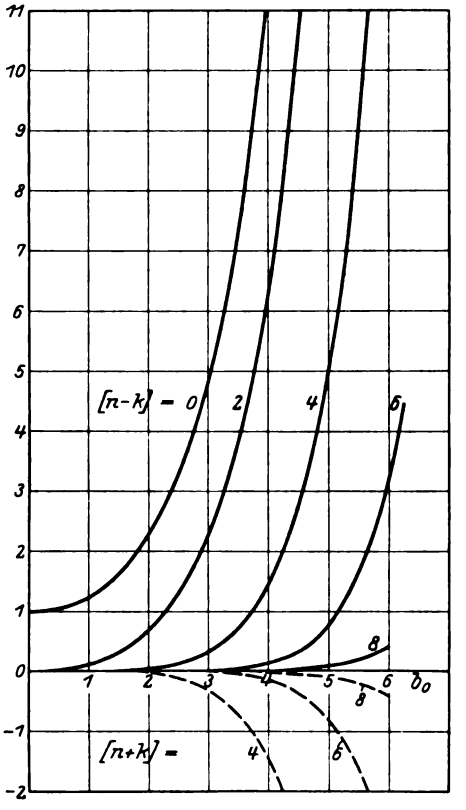


Bild 18. Die Besselschen Funktionen gerader Ordnungszahl für rein maginäres Argument.

höhere Ordnungszahlen werden die entsprechenden Werte rasch unmerklich klein. Es gibt, da $k \cdot \Delta b_x$ der Spannung der k^{ten} Ordnungszahl proportional ist, unmittelbar die relative Spannungsverzerrung an den Klemmen der Eisendrossel an. Bemerkenswerterweise findet man einen endlichen Wert dieses Verhältnisses auch für $k = 1$, also Magnetisierung lediglich durch die höheren „Harmonischen" des Stromes; man erkennt darin einen unmittelbaren Hinweis auf die Möglichkeit einer Herabtransformation der Frequenz, wenngleich darauf hingewiesen werden muß, daß für einigermaßen große Δb_1 unsere Darstellung mathematisch unzulässig wird, da dann die Taylor-Entwicklung (42) versagt.

Digitized by Google

Zur Deutung von (45b) beachte man, daß für das linearisierte System (42a) das Superpositionsprinzip gilt; daher können wir unsere Überlegungen sogleich auf ein beliebiges Strom-Spannungssystem der Eigenschaft (43) erweitern, indem wir schreiben

$$\left.\begin{aligned} \Delta\mathfrak{h}_1 &= g_{11}\Delta b_1 + g_{13}\Delta b_3 + g_{15}\Delta b_5 + \dots \\ \Delta\mathfrak{h}_3 &= g_{31}\Delta b_1 + g_{33}\Delta b_3 + g_{35}\Delta b_5 + \dots \\ \Delta\mathfrak{h}_5 &= g_{51}\Delta b_1 + g_{53}\Delta b_3 + g_{55}\Delta b_5 + \dots \end{aligned}\right\} \quad (46)$$

wobei nach (45b) die Beiwerte g im wesentlichen Besselsche Funktionen sind:

$$g_{mn} = e^{-i(m+n)\frac{\pi}{2}} \cdot \mathfrak{F}_{m+n}(i b_0) + e^{-i\cdot(|m-n|)\frac{\pi}{2}} \cdot \mathfrak{F}_{|m-n|}(i b_0). \quad (46a)$$

Als bequeme Näherung für einigermaßen beträchtliche $|m+n|$ folgt

$$g_{mn} = \sim e^{-i(|m-n|)\frac{\pi}{2}} \cdot \mathfrak{F}_{|m-n|}(i b_0). \quad (46b)$$

Diese Beziehungen sind in Bild 18 durch Zeichnung des Feldes Besselscher Funktionen gerader Ordnungszahl und rein imaginären Argumentes veranschaulicht; aus ihm kann man sogleich die für numerische Rechnungen notwendigen Werte der Koeffizienten (46a) entnehmen.

Beachtet man nun, daß die totalen Spannungen durch

$$b_{1r} = b + \Delta b_1;\quad b_{3r} = \Delta b_3;\quad b_{5r} = \Delta b_5 \dots.$$

und die totalen Ströme durch

$$\mathfrak{h}_{1r} = \mathfrak{h}_1 + \Delta\mathfrak{h}_1;\quad \mathfrak{h}_{3r} = \mathfrak{h}_3 + \Delta\mathfrak{h}_3;\quad \mathfrak{h}_{5r} = \mathfrak{h}_5 + \Delta\mathfrak{h}_5$$

mit den nach (25) bestimmten Komponenten $\mathfrak{h}_1, \mathfrak{h}_2, \dots$ gegeben sind, so gestattet (46) durch Auflösung eines Systemes linearer Gleichungen, die Größe der Oberwellen für gegebene Grundinduktion b_0 und vorgeschriebene Konstanten des Stromkreises zu berechnen. Die hierzu notwendigen Hilfsmittel beschränken sich, wie dies Dällenbach l. c. näher ausgeführt hat, auf die Auflösung von Determinanten für die Ermittlung der Oberwellen, während sich die Grundwelle im allgemeinen durch Lösung einer transzendenten Gleichung findet. Wir wollen indes an dieser Stelle nicht näher auf die allgemeinen Zusammenhänge eingehen, da man die Diskussion besser an Sonderfällen vornimmt; sie sei einer späteren Arbeit vorbehalten.

9. Zusammenfassung.

Es wird eine qualitative analytische Behandlung eisengesättigter Drosselspulen vorgeschlagen. Sie beruht wesentlich auf der Benutzung einer normierten Charakteristik, welche durch die Hyperbelsinusfunktion dargestellt wird. Die Vorzüge des neuen Verfahrens gegenüber früher von anderer Seite vorgeschlagenen analytischen Methoden liegen in der Hauptsache auf rechnerischem Gebiet: Es wird gezeigt, daß sich viele grundlegende Fragen mittels der wohlbekannten elliptischen Integrale, sowie der Besselschen Funktionen überraschend schnell und einfach lösen lassen, wobei die theoretischen Ergebnisse durch die recht vollkommen vorliegenden Tafeln dieser Transzendenten sogleich numerisch ausgewertet und dadurch der Anwendung erschlossen werden können. Im einzelnen wird dies an der Durchrechnung einiger einfacher Schaltvorgänge, sowie der Grundeigenschaften einer Drossel im Wechselstromkreise durchgeführt. Eine Anzahl weiterer Aufgaben soll in einer zweiten Untersuchung behandelt werden.

Digitized by Google

Zur Theorie des elektrischen Durchschlags. III. Die Verzögerung des Durchschlags.

Von

P. Böning, Woosung, China.

Die Anschauungen von der Natur des elektrischen Durchschlags haben sich in den letzten Jahren mehrfach gewandelt.

a) Stichdurchschlag. Als man sich zuerst mit der Erscheinung befaßte, daß ein Körper, der sich zwischen zwei Elektroden befindet, von einer Entladung durchbrochen wird, wenn die Potentialdifferenz der Elektroden über ein bestimmtes Maß ansteigt, erklärte man das phänomenologisch damit, daß die „elektrische Festigkeit" des Körpers von der Spannung überwunden werde. Man dachte dabei an ein Durchbohren des Stoffes durch die Ladungen, ähnlich wie eine Nadel durch Papier dringt, wenn der Druck groß genug ist.

b) Wärmedurchschlag. Mit dieser Anschauung ließ sich im Laufe der zunehmenden Erfahrung nicht mehr die Tatsache vereinigen, daß der Durchbruch auch bei wesentlich niederer Potentialdifferenz auftritt, wenn der Stoff nur lange genug der Spannung ausgesetzt wird.

Es mußte also ein Zusammenhang mit der Zeitdauer der Beanspruchung ermittelt werden.

Nach den voranschreitenden Arbeiten besonders von Wagner[1] und Hayden und Steinmetz[2] wurde jener Zusammenhang darin gefunden, daß im Isolierstoff eine Umsetzung elektrischer Energie in Wärme stattfindet und daß damit eine Temperatursteigerung mit der Zeit eintritt, die schließlich zur Zerstörung des Isolierstoffs führt. Im einzelnen vollzieht sich der Vorgang in folgender Reihenfolge:

1. Wärmeerzeugung, und zwar einmal wegen des Vorhandenseins einer gewissen Leitfähigkeit im Material, die zu Stromwärme Veranlassung gibt, und ferner wegen einer Erscheinung, die gewöhnlich mit dielektrischen Verlusten gekennzeichnet wird.
2. Temperatursteigerung, da die Wärme infolge der unzulänglichen Wärmeleitfähigkeit der Isolierstoffe nicht vollständig und sofort abgeführt wird.
3. Zunahme der Leitfähigkeit des Isolierstoffs, da sie elektrolytischer Art ist und demnach mit der Temperatur rasch ansteigt.
4. Vergrößerung des Durchschlagstromes und im Quadrat mit ihm Zunahme der Wärmeentwicklung je Zeiteinheit.
5. Wiederholung der Vorgänge von 1—4. Unter gewisser Bedingung, und zwar wenn es nicht zu einem Gleichgewicht zwischen erzeugter und abgeführter Wärme kommt, schwillt der Strom immer beschleunigter an, und es kommt zu einem vollständigen Durchbruch (Wärmedurchschlag). Je nach dem Isolierstoff hat die Zerstörung den Charakter eines Durchschmelzens oder Durchbrennens.

Aus der Wärmetheorie des Durchschlags folgt, daß die elektrische Beanspruchung des Isolierstoffs eine gewisse Zeit dauern muß, bis der vollständige Durchbruch erfolgt. Man hat nun versucht, auch den Durchschlag, der bei außerordentlich kurzzeitiger Belastung auftritt, als Wärmedurchschlag zu erklären. Hierzu wurde die Annahme getroffen, daß sich im Material Stellen ungleicher Leitfähigkeit befänden, so daß sich der ganze Vorgang auf einen einzigen, winzigen Stromweg beschränke,

[1] K. W. Wagner, Sitzungsberichte d. Pr. Akad. d. W., Journ. Am. Inst. El. Eng. 41, 1034, 1922.

[2] J. L. R. Hayden und C. P. Steinmetz, El. World 80, 865, 1922.

Digitized by Google

nämlich den, der den geringsten Widerstand böte. Ohne daß also eine Temperaturerhöhung des ganzen, unter Spannung stehenden Isolierstoffs sich bemerkbar mache, könne doch örtlich eine solche Erhitzung erfolgen, daß es zu dem Wärmedurchschlag komme, und hierzu bedürfte es nur sehr geringer Zeit.

c) Elektronendurchschlag, Gitterdurchschlag. Theoretische Erwägungen (Rogowski[1], Günther-Schulze[2], Jakoby[3]) und experimentelle Untersuchungen (Schumann[4]) führen zu der Überzeugung, daß der Mechanismus des Durchschlags bei kurzzeitiger Beanspruchung anders als durch die Wärmetheorie gedeutet werden müsse.

Nun wurden die Ergebnisse der neuen Atomforschung herangezogen und die Möglichkeiten eines rein elektrischen Durchschlags diskutiert.

Es fragte sich, ob etwa durch äußere aufgezwungene Felder die die Atome umkreisenden Elektronen abgelöst oder die Ionengitter durch sie zerrissen werden könnten, was naturgemäß zu einem Durchschlag führen würde. Die Rechnung ergab aber derart hohe Feldstärken (Rogowski: bei Steinsatz 290 Mill. V/cm, unter gewissen Annahmen 20 Mill. V/cm), daß der wirkliche Durchschlag, der bei weit niedrigen Feldstärken erfolgt, nicht unmittelbar damit in Zusammenhang gebracht werden kann. Diese Feststellungen sind aber außerordentlich wichtig in der Hinsicht, daß hierdurch die letzten Grenzen aufgezeigt werden, bis zu denen man im Idealfalle die Isolierstoffe beanspruchen kann.

d) Ionendurchschlag. In früheren Arbeiten[5] ist auf Grund von bestimmten Vorstellungen von der Konstitution der Isolierstoffe und unter Hinzunahme der Ionenadsorption an Grenzflächen eine Theorie des Durchschlags entwickelt worden, die gewissermaßen die Lücke zwischen der Wärmetheorie und der atomistischen Theorie ausfüllt. Hier sei nun untersucht, wie sich im Rahmen dieser Theorie die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Zeit deuten läßt.

Es hat sich nämlich gezeigt, daß stets, auch noch innerhalb sehr kurzer Zeiten, in denen von einer nennenswerten Wärmeentwicklung und Temperatursteigerung nicht die Rede sein kann, solche Abhängigkeit besteht, und zwar in dem Sinne, daß die Durchschlagspannung um so höher liegt, je schneller der zeitliche Spannungsgradient ist und je kürzer die Zeitdauer der Beanspruchung ist.

e) Deutung der Erscheinung. Es sei ausgegangen von der Anordnung: Isolierstoff zwischen planparallelen Elektroden[6].

1. Im ersten Augenblick des Anschaltens einer Spannung ist der Einfluß der Grenzionen gleich Null, da die Ergänzungsionen sie neutralisieren. Infolgedessen herrscht zwischen den Elektroden ein homogenes Feld mit konstantem Spannungsgefälle. Dieses ist

$$a = \frac{U_D'}{d},$$

wenn U_D' die Spannung an den Elektroden und d ihr Abstand ist.

Ist dieser Wert gleich dem zulässigen, so erfolgt der Durchschlag.

Unter der Wirkung des äußeren Feldes wandern die Ergänzungsionen ab, und der feldumbildende Einfluß der Grenzionen macht sich bemerkbar. Nun folgt die Durchschlagspannung der Gleichung

$$U_D'' = a\,d - b\,d^2.$$

[1] W. Rogowski, Arch. f. Elektrot. Bd. XIII, 1924, 153, Bd. XVIII, 1927, 123.
[2] Günther-Schulze, Über die dielektrische Festigkeit, 1924, 116.
[3] G. Jacoby, ETZ 1924, 977.
[4] W. O. Schumann, Zeitschr. f. Techn. Phys., 1925, 441.
[5] P. Böning, Zur Theorie des elektrischen Durchschlags I. Die Durchschlagsfunktion. Arch. f. Elektrot. Bd. XX, 1928. — P. Böning, Zur Theorie des elektrischen Durchschlags II. Das Minimum der (mittleren) Durchbruchfeldstärke bei Isolierstoffen. Archiv für Elektrot. Bd. XXI, 1928.
[6] l. c. 5.

Digitized by Google

Vergleicht man die Durchschlagspannungen am Anfang (U_D') und nach Erreichen des Endzustandes (U_D''), so ergibt sich

$$U_D' - U_D'' = b\,d^2,$$

d. h. der Unterschied ist um so größer, je größer b (entsprechend der Zahl der adsorbierten Ionen) und je dicker der Isolierstoff ist.

2. Der Übergang vom Anfangs- in den Endzustand erfordert Zeit und es fragt sich, in welcher Weise diesem Rechnung zu tragen ist.

In der Durchschlagsfunktion ist b derjenige Faktor, der die Wirkung der Grenzionen repräsentiert und der also von der Zeit abhängig ist.

Dieser Faktor ändert sich von Null auf den Endwert b. Es liegt nahe (und kann begründet werden), für diese Änderung ein Exponentialgesetz anzunehmen von folgender Form:

$$b_t = f(t) = b\,(1 - e^{-\alpha t}),$$

worin b den Endwert bei $t = \infty$ darstellt, und α eine für den betreffenden Isolierstoff gültige Funktion ist, deren Charakter noch zu ermitteln ist. Hiernach ergibt sich als Durchschlagsfunktion mit Berücksichtigung der Zeit:

$$U_D = a\,d - b\,(1 - e^{-\alpha t})\,d^2$$

und

$$U_D = A - B\,(1 - e^{-\alpha t}) \text{ für } d = \text{konst.}$$

Der Faktor α bestimmt das Tempo des Überganges, d. h. die Geschwindigkeit, mit denen die Ergänzungsionen fortgeführt werden. Da es sich hierbei sicher um eine gleichförmige Bewegung handelt, können folgende Ansätze aufgestellt werden.

1. α ist proportional der mittleren Feldstärke $\mathfrak{E}m$,
2. α ist proportional der Leitfähigkeit λ des Stoffes,
3. α ist umgekehrt proportional der Dicke des Isolierstoffes.

Zusammengefaßt zu einer Gleichung ergibt sich

$$\alpha = k \cdot \mathfrak{E}m \cdot \frac{\lambda}{d}.$$

Diskussion dieses Ansatzes. Werden die Messungen über einen großen Bereich der Dicke (1 : 10) ausgedehnt, so ändert sich zwar die mittlere Feldstärke mit der Dicke, aber gegenüber der Änderung von d kommt dies nicht wesentlich in Betracht. Die Leitfähigkeit λ ist ebenso eine Konstante, da mit einer Temperaturerhöhung nicht gerechnet werden sol. Somit wird mit guter Annäherung

$$\alpha = \frac{c}{d} \quad (\text{mit } c = k \cdot \mathfrak{E}m \cdot \lambda)$$

zu setzen sein.

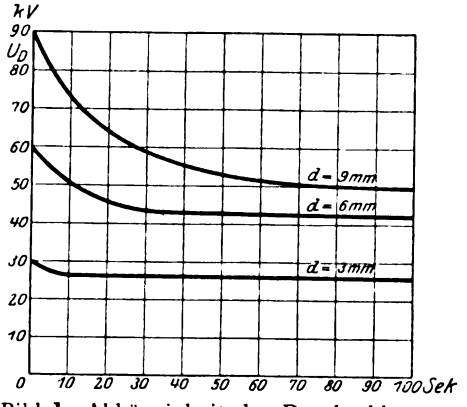


Bild 1. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Zeit und der Dicke des Stoffes.

Damit ergibt sich die endgültige Durchschlagsfunktion

$$U_D = a\,d - b\left(1 - e^{-\frac{c\,t}{d}}\right) d^2.$$

3. In dem Bild 1 ist der Verlauf dieser Funktion dargestellt für die willkürlich gewählten Werte:

$$a = 10\,\text{kV mm}, \quad b = 0{,}5\,\text{kV mm}^2, \quad c = 0{,}6, \quad d = 3,\ 6,\ 9\ \text{mm}.$$

Es zeigt sich das Charakteristikum, daß die Kurven um so später in die Horizontalen übergehen, je dicker der Isolierstoff ist, ebenso daß der Unterschied zwischen Anfangswert und Endwert der Durchschlagspannung mit der Dicke wächst.

Digitized by Google

f) Vergleich mit Messungsergebnissen. Die in der Literatur vorliegenden Meßergebnisse zu diesem Thema sind recht spärlich. Auch sind die Verarbeitungen zu Kurvendarstellungen mangels irgendeiner Führung durch theoretische Erwägungen nicht frei von Willkürlichkeiten. Es fand sich in der zur Zeit verfügbaren Literatur nur ein Bild [1] mit eingetragenen Meßpunkten (Bild 2), das aber, da es von Peek stammt, als zuverlässig angesehen werden kann. Es bezieht sich auf 9 Lagen ölgetränktes Papier von zusammen 0,68 mm Stärke, das zwischen Kreisplatten von 38 mm Durchmesser mit abgerundeten Kanten untersucht wurde ($f = 60$). Die Kurve wird sehr gut durch die Funktion dargestellt:

$$U_D = 34{,}5 - 13\,(1 - e^{-0{,}0368\,t}), \quad \text{mit} \quad c = 0{,}025, \quad d = 0{,}68.$$

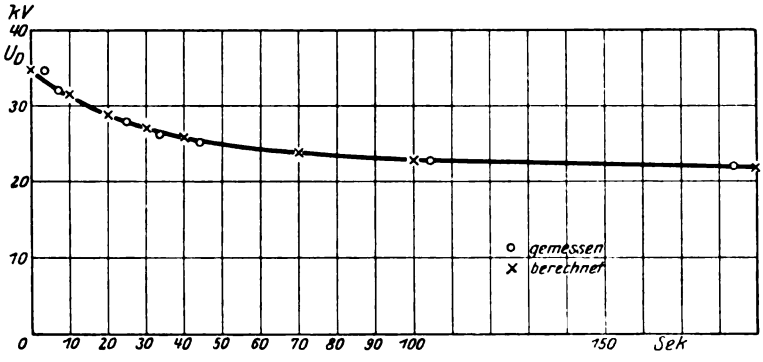


Bild 2. Ölpapier (Peek).

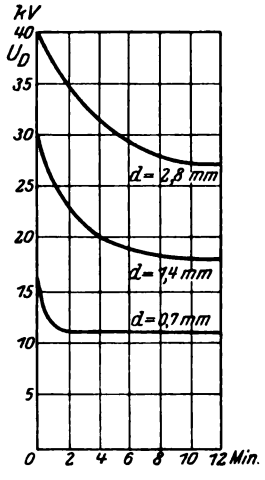


Bild 3. Guttapercha (Kinzbrunner).

Bild 3 gibt Messungen von Kinzbrunner [2] wieder (Guttapercha, Plattenelektroden von 4 mm Durchmesser mit abgerundetem Rand, $f = 35$). Während der allgemeine Verlauf der Kurven dem der theoretisch abgeleiteten (Bild 1) entspricht,

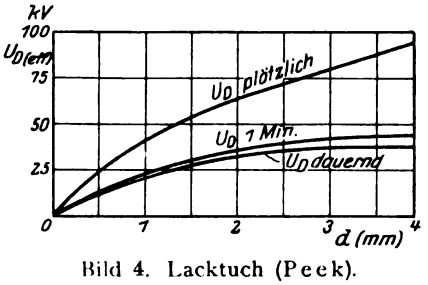


Bild 4. Lacktuch (Peek).

fällt doch die Abweichung am Anfang auf. Hier dürfte sich jener schon früher erwähnte Fehler äußern, daß bei kleinen Dicken die extrem niedrigen Durchschlagswerte (oder Nullwerte) ausgeschieden wurden, wodurch die Mittelwerte zu hoch erscheinen. Diese Vermutung wird noch dadurch bekräftigt, daß die verwendeten Elektroden sehr klein waren. Bild 4 (ebenfalls von Peek [3]) zeigt deutlich die Zunahme der Durchschlagsverzögerung mit wachsender Dicke des Isolierstoffs (Lacktuch, kreisförmige Elektroden von 10 cm Durchmesser, 25° C, $f = 60$).

[1] Zitiert nach A. Roth, Hochspannungstechnik, 1927, 100, Bild 21/2.
[2] Zitiert nach U. Retzow, Die Eigenschaften elektrischer Isoliermaterialien in graphischen Darstellungen, 1927, 27, Bild 52.
[3] l. c. 8, S. 101, Bild 20/4.

Digitized by Google

Der Unterschied nimmt linear mit der Dicke zu, also nicht quadratisch, wie es gemäß obiger Ableitung sein sollte. Dies liegt vermutlich daran, daß das Anschalten der vollen Spannung nicht „plötzlich" erfolgte, daß vielmehr eine wenn auch verhältnismäßig rasche Spannungssteigerung je Zeiteinheit angewandt wurde. (Anderenfalls könnten Überspannungen [Kondensator!] die Ursache sein.) Nun fällt aber die Durchschlagspannung gerade in den ersten Sekunden sehr rasch, so daß die Durchschlagsfunktion nie zu einer Geraden ausarten wird. Die obige quadratische Beziehung stellt daher einen kaum zu verwirklichenden Grenzfall dar.

Hier sei auf die neuerdings häufig untersuchte Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schnelligkeit des Spannungsanstiegs eingegangen. Auf Grund der Erörterungen im vorigen Absatz kann der theoretische Zusammenhang leicht überblickt werden. Eine in dieser Hinsicht sehr interessante Feststellung machte W. O. Schumann[1] bzw. J. Sorge[2].

Bei Durchschlagsversuchen an Xylol und Hexan mit verschiedenem zeitlichem Spannungsgradienten ergab sich, daß bei Xylol von etwa 200 V/sec, bei Hexan bereits von 20 V/sec an die Durchschlagspannung unabhängig von der Geschwindigkeit der Spannungssteigerung war. Die Deutung ergibt sich aus folgendem: Beide Flüssigkeiten waren lange Zeit einem Reinigungsprozeß unterworfen worden, wodurch sehr wahrscheinlich auch die Zahl der adsorbierten Grenzionen wesentlich vermindert wurde.

Dies bedeutet aber in dem Ausdruck für den Unterschied der Durchschlagspannungen

$$U_D' - U_D'' = b\,d^2$$

eine Herabsetzung von b und damit in Zusammenhang mit der zeitlichen Abhängigkeit von b eine Verminderung des Zeiteinflusses.

Zum Schluß sei die Frage der Stoßspannungen kurz berührt. Wird die Spannung so kurzzeitig auf den Isolierstoff geworfen, daß irgendeine Veränderung der Ionenverteilung nicht stattfindet, so erfolgt der Durchschlag bei der Spannung $U_D = a\,d$.

Kürzt man die Zeitdauer der Einwirkung noch mehr ab, so läßt sich eine weitere Steigerung der Durchschlagspannung erzielen. Als hemmendes Moment tritt dann die Massenträgheit der Ionen (zum Teil mit ihrer Umgebung) auf, also eine mit der bisher behandelten nur lose zusammenhängende Erscheinung. Näher hierauf einzugehen sei einer späteren Arbeit vorbehalten.

[1] W. O. Schumann, Zeitschr. f. Techn. Phys., **1925**, 441.
[2] J. Sorge, Arch. f. Elektrot., Bd. XIII, **1924**, 189.

Digitized by Google

Die magnetische Feldstärke in der Ebene einer stromumflossenen Kreisfläche.

Von

L. Fleischmann.

Während man die magnetische Feldstärke für den Mittelpunkt einer stromumflossenen Kreisfläche und für Punkte, die senkrecht über dem Mittelpunkt liegen, auf einfache Weise berechnen kann, ist man bisher bei der Bestimmung der Feldstärke für andere Punkte in der Kreisfläche von dem Vektorpotential ausgegangen. Durch Ausführung der Operation rot am Vektorpotential erhält man für $\mu = \text{const.}$ die Feldstärke[1]. — Im folgenden soll ein einfacherer Weg gezeigt werden:

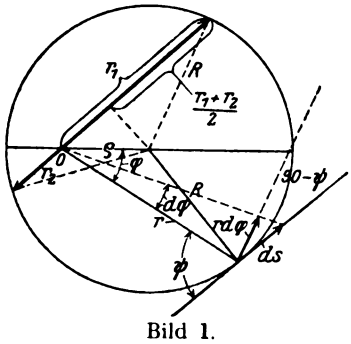


Bild 1.

Bei dieser Ableitung wird der Abstand des Aufpunktes als unendlich groß gegenüber den Abmessungen des Leiters betrachtet[2]. Um zu einem leicht integrierbaren Ausdruck zu gelangen, darf man nicht den Nullpunkt des Koordinatensystems, wie es natürlich erscheint, in den Mittelpunkt des Kreises legen, sondern man muß den jeweiligen Aufpunkt hierfür wählen. Es ist einleuchtend, daß die Feldstärke nur eine Funktion des Abstandes ϱ vom Mittelpunkt der Kreisfläche sein kann. Bezeichnen wir den Abstand eines Punktes des Umfanges des Kreises vom Aufpunkt 0 mit r, die Länge des Bogenelementes mit ds, den Winkel, den es mit dem Bogenelement bildet, mit ψ, so ist nach dem Biot-Savartschen Gesetz die Feldstärke

$$dH = \frac{i\,ds\sin\psi}{r^2}.$$

Nach einem Satz der Differentialgeometrie ist bei Polarkoordinaten, wie übrigens auch leicht aus der Figur abzuleiten ist, $\sin\psi = \frac{r\,d\varphi}{ds}$, es wird also $dH = \frac{i\,d\varphi}{r}$. Für den Punkt 0 ist $H = i\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{r}$. Denken wir uns sämtliche Sehnen durch den Punkt 0 gezogen, so ist jede Sehne die Summe der Abstände r_1 und r_2. Wir brauchen also nur das Integral von $0 - \pi$ zu bilden von $i\int_0^{\pi}\sum\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)d\varphi$. Da r_1 und r_2 auf einem Strahl liegen, so gilt für diese die Beziehung $r_1 r_2 = (R-\varrho)(R+\varrho)$ und da $\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2} = \frac{r_1+r_2}{r_1 r_2}$, so ist dieses auch $\frac{r_1+r_2}{(R-\varrho)(R+\varrho)}$. Aus dem Bild ersieht man ferner, daß $r_1 + r_2 = 2\sqrt{R^2-\varrho^2\sin^2\varphi}$. Es wird also

$$H = 2i\int_0^{\pi}\frac{\sqrt{R^2-\varrho^2\sin^2\varphi}\,d\varphi}{R^2-\varrho^2}$$

oder auch

[1] Enzyklopädie der math. Wiss. Bd. IV Physik Art. Debye S. 434 ff. — Grätz Handb. der Elektrizität. Leipzig 1920. IV. Bd. S. 851.

[2] Nach Drucklegung fand ich eine ähnliche Ableitung in Fleming Transformers von Russell herrührend und Müller, Arch. f. Elektrot. Bd. XVII, S. 349.

Digitized by Google

$$H = 4i \int_0^{\frac{\pi}{2}} R \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{\varrho}{R}\right)^2 \sin^2 \varphi}}{R^2 \left[1 - \left(\frac{\varrho}{R}\right)^2\right]} d\varphi = \frac{4iE}{R\left[1 - \left(\frac{\varrho}{R}\right)^2\right]}.$$

Hierin bedeutet E das elliptische Integral 2. Art und mit dem Modul $\left(\frac{\varrho}{R}\right)$, dessen Wert man in Funktionentafeln z. B. in der bekannten Sammlung von Jahnke und Emde finden kann. In diesen Tafeln ist der Modul k gleich $\sin \alpha$ gesetzt, so daß $1 - \left(\frac{\varrho}{R}\right)^2 = \cos^2 \alpha$ und der Wert für H wird $\frac{4iE}{R \cos^2 \alpha}$. Für den Mittelpunkt ist $\varrho = 0$ und H wird zu $\frac{2\pi i}{R}$, die bekannte Formel. Der Wert von $\frac{E}{\cos^2 \alpha}$ ist vom Radius R unabhängig. Die Werte für $\frac{E}{\cos^2 \alpha}$ sind in der Tabelle in Abhängigkeit des Wertes α gegeben.

α	$\frac{E}{\cos^2 \alpha}$
0	1,57
5	1,58
10	1,61
20	1,73
30	1,96
40	2,36
50	3,15
60	4,82
70	9,82

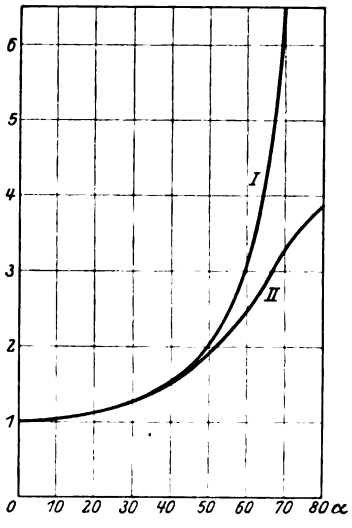


Bild 2.

Auf dem Kurvenblatt sind in Kurve I die relativen Werte von $\frac{E}{\cos^2 \alpha}$ aufgezeichnet, wobei der Wert für $\alpha = 0$ zu eins gesetzt wurde.

Um die Formel zu prüfen, wurde ein Kupferband von 3 × 30 mm Querschnitt zu einem Kreis von 255 mm Durchmesser gebogen. Längs eines Durchmessers wurde eine zylindrische Spule von dem Durchmesser 13 mm und der Höhe 31 mm, die 3000 Windungen hatte, verschoben. Die in dieser Spule durch die Kommutierung eines Stromes von 50 Amp. induzierten Spannungen wurden durch die Ausschläge eines ballistischen Galvanometers gemessen. Die Relativwerte dieser Messung sind in Kurve II aufgetragen, wobei wieder der Ausschlag, den man erhielt, wenn der Mittelpunkt der Spule mit dem Kreismittelpunkt zusammenfiel, als 1 angenommen wurde. Im unteren Bereiche stimmen die berechneten und beobachteten Werte gut überein. Daß im weiteren Verlauf die Kurven auseinandergehen, hat verschiedene Ursachen. Zunächst ist die Spulenfläche nicht als verschwindend klein gegenüber der Kreisfläche zu betrachten, und weiter ragt die Spule aus der Kreisfläche heraus und die Feldstärke außerhalb der Kreisfläche nimmt einen anderen Verlauf als innerhalb.

Für Punkte außerhalb der Kreislinie ist die Ableitung die gleiche. Das Integral hat die gleiche Form, ist aber kein vollständiges elliptisches Integral, es kann aber durch Transformation auf elliptische Integrale 1. und 2. Art zurückgeführt werden.

Mit Hilfe der Formel für die Feldstärke ist es nun leicht, einen Ausdruck für die Gegeninduktivität zweier konzentrischer Kreise in der Ebene abzuleiten.

Der Radius des größeren Kreises sei R, der des inneren Kreises r. Die Gegeninduktivität der beiden Kreise läßt sich berechnen durch denjenigen Teil des Flusses,

Digitized by Google

der vom Kreis mit dem Radius R herrührt und der die Fläche des Kreises mit dem Radius r durchsetzt. Bezeichnen wir die Gegeninduktivität mit M, so ist $\Phi = M\,i$, wenn i die Stromstärke bedeutet, und $M = \frac{\Phi}{i}$. Da H nur eine Funktion des Abstandes vom Mittelpunkt ist, so ist $d\,\Phi = \frac{4\,i\,E\,2\,\pi\,\varrho}{R\cos^2\alpha}\,d\,\varrho$. Wir haben vorhin $\varrho = R\sin\alpha$ gesetzt, so daß $d\,\Phi = \frac{4\,i\,E\,2\,\pi}{R\cos^2\alpha}\,R^2\sin\alpha\cos\alpha\,d\,\alpha$ wird und der Fluß, der die Kreisfläche mit dem Radius r durchsetzt, ist

$$\Phi = 8\,\pi\,R\,i\int_0^{\alpha_1} E\,\mathrm{tg}\,\alpha\,d\,\alpha, \quad \text{hierbei ist} \quad \alpha_1 = arc\sin\frac{r}{R} \text{ und}$$

$$M = 4\,\pi\,R\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\alpha_1}\sqrt{1-\sin^2\alpha\cos^2\varphi}\;\mathrm{tg}\,\alpha\,d\,\alpha\,d\,\varphi.$$

Zur Integration von

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\,\varphi\int_0^{\alpha}\sqrt{1-\sin^2\alpha\sin^2\varphi}\,\mathrm{tg}\,\alpha\,d\,\alpha$$

setzen wir

$$\sqrt{1-\sin^2\alpha\sin^2\varphi} = y, \tag{1}$$

$$1-\sin^2\alpha\sin^2\varphi = y^2,$$

$$-\sin^2\varphi\sin\alpha\cos\alpha\,d\,\alpha = y\,d\,y \tag{2}$$

$$\cos^2\alpha = \frac{y^2-\cos^2\varphi}{\sin^2\varphi}. \tag{3}$$

Wir multiplizieren (1) mit (2) und dividieren durch (3)

$$-\sqrt{1-\sin^2\alpha\sin^2\varphi}\,\frac{\sin^2\varphi\sin\alpha\cos\alpha\,d\,\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{y^2\,d\,y\sin^2\varphi}{y^2-\cos^2\varphi}$$

und

$$\int\sqrt{1-\sin^2\alpha\sin^2\varphi}\,\mathrm{tg}\,\alpha\,d\,\alpha = -\int\frac{y^2\,d\,y}{y^2-\cos^2\varphi}$$

$$-\int\frac{y^2\,d\,y}{y^2-\cos^2\varphi} = -\int\frac{y^2-\cos^2\varphi+\cos^2\varphi}{y^2-\cos^2\varphi}\,d\,y$$

$$-y-\int\frac{\cos^2\varphi}{y^2-\cos^2\varphi}\,d\,y = -y-\cos\frac{\varphi}{2}\,ln\frac{y-\cos\varphi}{y+\cos\varphi}.$$

Die Grenzen sind für $\alpha = 0$, $\alpha = \alpha_1$, $y = 1$ und $y = \sqrt{1-\sin^2\alpha_1}$

$$\int_0^{\alpha_1}\sqrt{1-\sin^2\alpha\sin^2\varphi}\,\mathrm{tg}\,\alpha\,d\,\alpha = 1-\sqrt{1-\sin^2\alpha_1\sin^2\varphi}+$$

$$+\cos\frac{\varphi}{2}\left(ln\frac{1-\cos\varphi}{1+\cos\varphi}-ln\frac{\sqrt{1-\sin^2\varphi\sin^2\alpha_1}-\cos\varphi}{\sqrt{1-\sin^2\varphi\sin\alpha_1}+\cos\varphi}\right).$$

Wir haben nun die Integrale zu bilden

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left\{1-\sqrt{1-\sin^2\alpha_1\sin^2\varphi}\right\}d\,\varphi$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\frac{\varphi}{2}\,ln\frac{1-\cos\varphi}{1+\cos\varphi}\,d\,\varphi$$

Digitized by Google

$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\varphi}{2} ln \frac{\sqrt{1-\sin^2\alpha_1\sin^2\varphi}-\cos\varphi}{\sqrt{1-\sin^2\alpha_1\sin^2\varphi}+\cos\varphi}\, d\varphi .$$

Das erste Integral ergibt $\frac{\pi}{2} - E\left(\frac{\pi}{2}\sin\alpha_1\right)$. Da sich das zweite und dritte Integral nur dadurch unterscheiden, daß $\sin^2\alpha_1$ im zweiten Integral Null ist, lösen wir nur das dritte und erhalten den Wert des zweiten durch Nullsetzen von α_1. Durch partielle Integration findet man nach mehrfachen Reduktionen

$$\left.\begin{aligned} &\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\varphi}{2} ln \frac{\sqrt{1-\sin^2\alpha_1\sin^2\varphi}-\cos\varphi}{\sqrt{1-\sin^2\alpha_1\sin^2\varphi}+\cos\varphi}\, d\varphi = \\ &\frac{\sin\varphi}{2} ln \frac{\sqrt{1-\sin^2\alpha_1\sin^2\varphi}-\cos\varphi}{\sqrt{1-\sin^2\alpha_1\sin^2\varphi}+\cos\varphi}\Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-\sin^2\alpha_1\cos^2\varphi}} \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Der erste Ausdruck wird Null, der zweite ist das vollständige elliptische Integral für den Modul $\sin\alpha_1$ erster Art $= -K\left(\frac{\pi}{2}\sin\alpha_1\right)$.

Setzen wir in Gleichung (4) $\alpha_1 = 0$, so wird der erste Teil wieder $= 0$ und $-K\left(\frac{\pi}{2}0\right) = -\frac{\pi}{2}$, so daß schließlich

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{\alpha_1} \sqrt{1-\sin^2\alpha\sin^2\varphi}\,\mathrm{tg}\,\alpha\, d\alpha =$$

$$\frac{\pi}{2} - E\left(\frac{\pi}{2}\sin\alpha_1\right) - \frac{\pi}{2} - \left(-K\left(\frac{\pi}{2}\sin\alpha_1\right)\right) =$$

$$K\left(\frac{\pi}{2}\sin\alpha_1\right) - E\left(\frac{\pi}{2}\sin\alpha_1\right)$$

und die Gegeninduktivität zweier Kreisströme, die konzentrisch in einer Ebene liegen, ist

$$8\pi R\left\{K\left(\frac{\pi}{2}\sin\alpha_1\right) - E\left(\frac{\pi}{2}\sin\alpha_1\right)\right\} = M .$$

Wie wir zeigen werden, stimmt das mit dem Ausdruck zusammen, den man aus dem Vektorpotential abgeleitet hat. Dieser ist

$$4\pi\frac{\sqrt{R\varrho}}{k_1}\left\{\left(2-k_1^2\right)K\left(\frac{\pi}{2}K_1\right) - 2E\left(\frac{\pi}{2}K_1\right)\right\} = M ,$$

wobei

$$k_1^2 = \frac{4R\varrho}{(R+\varrho)^2} .$$

Setzt man $\frac{\varrho}{R} = \sin\alpha_1 = k$, so wird

$$k_1^2 = \frac{4R^2k}{R^2(1+k)^2} = \frac{4k}{(1+k)^2}$$

und

$$M_1 = 2\pi R(1+k)\left\{\left(2-\frac{4k}{(1+k)^2}\right)K\left(\frac{\pi}{2}k_1\right) - 2E\left(\frac{\pi}{2}k_1\right)\right\}.$$

Nun bestehen zwischen den elliptischen Funktionen bei Veränderung des Moduls folgende Beziehungen

$$K\left(\frac{\pi}{2}k_1\right) = (1+k)K\left(\frac{\pi}{2}k\right)$$

Digitized by Google

und

$$E\left(\frac{\pi}{2}\,k_1\right) = \frac{2E\left(\frac{\pi}{2}\,k\right) - \left(1-k^2\right)K\left(\frac{\pi}{2}\,k\right)}{1+k}.$$

Setzen wir diese Werte in M_1 ein, so erhalten wir

$$M_1 = 2\pi R(1+k)\left\{\left(2-\frac{4k}{(1+k)^2}\right)K\left(\frac{\pi}{2}\,k\right)(1+k) - \frac{4E\left(\frac{\pi}{2}\,k\right) - 2(1-k^2)K\left(\frac{\pi}{2}\,k\right)}{1+k}\right\}$$

$$M_1 = R\Big[4\pi(1+k)^2 K\left(\frac{\pi}{2}\,k\right) - 8\pi k K\left(\frac{\pi}{2}\,k\right) - 8\pi E\left(\frac{\pi}{2}\,k\right) + 4\pi(1-k^2)K\left(\frac{\pi}{2}\,k\right)\Big]$$

$$M_1 = R\pi\left[\begin{array}{c} 4k\left(\frac{\pi}{2}\,k\right) + 8kK\left(\frac{\pi}{2}\,k\right) + 4k^2K\left(\frac{\pi}{2}\,k\right) - 8E\left(\frac{\pi}{2}\,k\right) \\ + 4K\left(\frac{\pi}{2}\,k\right) - 8kK\left(\frac{\pi}{2}\,K\right) - 4k^2K\left(\frac{\pi}{2}\,k\right) \end{array}\right]$$

$$M_1 = 8\pi R\left[K\left(\frac{\pi}{2}\,k\right) - E\left(\frac{\pi}{2}\,k\right)\right] = M.$$

Wenn wir die Gegeninduktivität durch die Flüsse ausdrücken, ist folgendes bemerkenswert: Die Gegeninduktivität ist, wie es der Name ausdrückt, eine wechselseitige Beziehung von gleicher Größe, das heißt aber, die Flußverkettung, die der Kreis mit dem Radius r durch die Fläche mit dem Radius R sendet, muß gleich sein der Flußverkettung, die der Kreis mit dem Radius R durch die Kreisfläche mit dem Radius r sendet. Nun hat aber der vom Kreis r erzeugte Fluß außerhalb des Kreises r in der Kreisebene das entgegengesetzte Vorzeichen wie innerhalb der Kreisfläche. Bezeichnen wir den Fluß von r, erzeugt innerhalb der Kreisfläche mit Φ_1 und den im Kreisring mit den Radien R und r mit $-\Phi_2$, so wird die Kreisfläche mit dem Radius R durchsetzt von $\Phi_1 - \Phi_2$, und dieser muß gleich sein dem Fluß Φ_3, erzeugt vom Kreis R innerhalb der Fläche r.

Digitized by Google

Beiträge zur Theorie des synchronen Einankerumformers unter besonderer Berücksichtigung der Ausgleichvorgänge bei gleichstromseitigen Kurzschlüssen.

Von

L. Dreyfus.

Mitteilung aus dem Laboratorium der Allmänna Svenska Elektriska Aktiebolaget (ASEA) Vesterås, Schweden.

Eines der wichtigsten Anwendungsgebiete des synchronen Drehstrom-Gleichstrom-Einankerumformers ist der elektrische Bahnbetrieb. Außerdem ist der Bahnumformer diejenige Anwendungsform, welche die höchsten Anforderungen sowohl an die Kunst des Konstrukteurs als des Berechners stellt. Denn es ist keine leichte Aufgabe, eine an und für sich so empfindliche Maschine, wie der Einankerumformer es ist, den Bedürfnissen eines Betriebes anzupassen, bei dem große stoßweise Überlastungen und selbst Kurzschlüsse zu den normalen Betriebszuständen gerechnet werden.

Das Verhalten des Drehstrom-Gleichstrom-Konverters bei gleichstromseitigen Überlastungen und Kurzschlüssen ist denn auch in letzter Zeit Gegenstand zahlreicher Untersuchungen gewesen. Die meisten sind rein experimenteller Natur. Andere kombinieren Experimente mit seichten Überschlagsrechnungen, ohne zu einem tieferen Einblick in die elektrischen Zusammenhänge zu kommen. Ein Versuch, den plötzlichen gleichstromseitigen Belastungsstoß oder Kurzschluß analytisch zu erfassen, ist mir nicht bekannt. Und doch bin ich vollkommen überzeugt, daß die Weiterentwicklung des Einankerumformers der Theorie dringend bedarf. Wer die unbestimmten Ergebnisse der experimentellen Arbeiten und ihre zuweilen fehlerhafte Deutung mit den bestimmten Aussagen der folgenden Theorie vergleicht, kann daran nicht zweifeln. Und wer sieht, wie sich die Konstruktionen elektrischer Großfirmen in wichtigen Punkten widersprechen, muß zu dem Schlusse kommen, daß nur eine unparteiische Instanz, wie eine gute Theorie es ist, die Weiterentwicklung in die richtigen Bahnen lenken kann.

Die vorliegende Arbeit beginnt mit einer leichtfaßlichen Näherungstheorie für die Ausgleichvorgänge, welche den gleichstromseitigen Kurzschluß des Einankerumformers begleiten. Darauf folgt eine Studie über Hilfspolkonstruktionen. Den dritten Teil bildet eine Untersuchung der Dämpferwicklung und der magnetischen Verhältnisse in der Kommutierungszone, welche für die Güte des Umformers ausschlaggebend sind. Der Fachmann, welcher den gegenwärtigen Stand der Frage kennt, wird finden, daß schon diese drei Aufsätze in mehrfacher Hinsicht zu neuen Resultaten gelangen und neue Konstruktionen angeben, die eine Verbesserung der Kommutierungsverhältnisse versprechen. Das gilt in noch höherem Grade für den vierten und letzten Teil, der eine neue, der gewöhnlichen weit überlegene Umformerkonstruktion bespricht.

Teil I.

Näherungstheorie für den gleichstromseitigen Belastungsstoß oder Kurzschluß des synchronen Drehstrom-Gleichstrom-Einankerumformers.

A. Grundannahmen, Bezeichnungen und Maschinenkonstante.

Da die folgende Theorie wahrscheinlich den ersten Versuch einer rechnerischen Behandlung des Kurzschlußproblemes darstellt, erschien es mir zweckmäßig, sie von

Digitized by Google

allem einigermaßen entbehrlichen Ballast zu befreien. Zu den selbstverständlichen Vernachlässigungen gehört die Vernachlässigung der Eisenverluste. Zu den weniger selbstverständlichen Voraussetzungen gehört die Vernachlässigung des Transformators und Ankerwiderstandes sowie der Widerstände des Erreger- und Dämpferkreises. Über die Berechtigung und Folgen dieser Vernachlässigung dürften einige Worte am Platze sein.

Alle experimentellen Arbeiten zeigen einen außerordentlich schnellen Anstieg des Gleichstromes bei plötzlichen Belastungsstößen oder Kurzschlüssen. Dieser Antrag erfolgt so schnell, daß gegenüber den dadurch induzierten Spannungen die Ohmschen Spannungsabfälle in den induzierten Stromkreisen keine Rolle spielen. Solange daher der Stromanstieg anhält, verursacht die Vernachlässigung der Widerstände keinen nennenswerten Fehler. Moderne Schnellschalter unterbrechen den Gleichstrom, ehe er seinen stationären Höchstwert erreicht hat und dank einer kräftigen magnetischen Funkenlöschung erfolgt die Abschaltung außerordentlich schnell. Vom Beginn des Anstieges des Kurzschlußstromes bis zum Abreißen des Lichtbogens im Schnellschalter verfließt eine Zeit von 0,01—0,02 Sekunden. Man kann daher sagen, daß bei Anwendung von Schnellschaltern die gesamte Änderung des Arbeitsgleichstromes so schnell vor sich geht, daß während dieser Zeit die Widerstände der induzierten Stromkreise unbedenklich vernachlässigt werden können.

Indessen wenden nicht alle Betriebe Schnellschalter an. Bei normalen Luftschaltern, die eine Abschaltezeit von 0,1—0,2 Sekunden besitzen, hat der Kurzschlußstrom nach ein paar hundertstel Sekunden seinen Maximalwert erreicht und ändert sich danach verhältnismäßig langsam in dem Maße, wie es die Erwärmung und die ausgelösten mechanischen und elektrischen Eigenschwingungen bedingen. Während dieses Abschnittes des Ausgleichvorganges spielen die Widerstände des Erregerkreises und des gewöhnlich angewendeten Dämpfergitters eine wichtige Rolle. Vernachlässigt man diese Widerstände, so bilden die induzierten Wicklungen nur reine Gegenamperewindungen aus, welche mit den Anker-Amperewindungen keine Momente erzeugen. Die Vernachlässigung der Widerstände bedeutet also hier eine Vernachlässigung der elektrischen Dämpfung der Eigenschwingungen. Dasselbe gilt für den Ausgleichvorgang nach Abschaltung des Gleichstromes, während dessen der Umformer als leerlaufender Synchronmotor pendelt.

Schließlich muß ich noch eine Vernachlässigung nennen, deren Bedeutung erst im dritten Teil dieser Arbeit aufgeklärt wird. Sie betrifft die Konstruktion der Dämpferwicklung. Soweit mir bekannt, verwenden alle Firmen ein normales Dämpfergitter in den Polschuhen, das, abgesehen von den fehlenden Stäben, im Polzwischenraum wie der Stabanker eines Asynchronmotors gebaut ist. Da es sowohl durch das Hauptfeld (Längsfeld) wie durch das Querfeld induziert wird, vereinigt das Dämpfergitter Längs- und Querfelddämpfung. Indessen ist es nicht möglich, die Wirkung eines solchen Dämpfergitters durch Angabe einiger Werte: Selbstinduktivität, Wechselinduktivität, Widerstand, Spannung, Strom, Amperewindungen, befriedigend zu beschreiben. Wir werden uns daher das Dämpfergitter durch zwei einfach geschlossene Wicklungen ersetzt denken, von denen die eine ein Feld durch die Pollücken, die andere durch die Hauptpole erregt. Die erste Wicklung bezeichnen wir als Querfeld-Dämpferwicklung (Index „q"), die zweite als Längsfeld-Dämpferwicklung. Da die zweite Wicklung mit der Erregerwicklung gleichachsig ist, denken wir sie uns mit dieser zu einer einzigen Wicklung (Index „m") vereinigt.

Wir kommen damit zu dem Schema von Bild 1, das für einen Umformer mit 6 Schleifringanschlüssen gezeichnet ist. Die Gleichstromwicklung und die 3 Wechselstromphasen sind getrennt gezeichnet, während in Wirklichkeit natürlich nur eine einzige Ankerwicklung vorhanden ist. Die Mitte der Phase I (Strom i_1) stand vor t Sekunden in der neutralen Zone und hat inzwischen den Weg $x = v\,t$ zurückgelegt. Ihr eilt die Phase II (Strom i_2) um 120 und die Phase III (Strom i_3) um 240 elek-

Digitized by Google

trische Grade nach. Die Gleichstrombürsten stehen in der neutralen Zone unter den Wendepolen. Gleichstromwicklung (Strom i), Wendepolwicklung und Kompoundierungswicklung (Index K), sind in Serie geschaltet. Die Querfelddämpferwicklung (Strom i_q) ist nach Art einer Kompensationswicklung ausgeführt. Die Längsfelddämpferwicklung ist in die Erregerwicklung (Strom i_m) einbegriffen.

Daß der magnetische Widerstand in Richtung der Pollücken wesentlich größer ist als in Richtung der Polachsen, ist eine wichtige Arbeitseigenschaft, die berücksichtigt werden muß. Um ihr gerecht zu werden, zerlegen wir die Wechselstromamperewindungen nach diesen beiden Achsrichtungen in Querfeld- und Längsfeldamperewindungen. Die Längsfeldamperewindungen sind ebenso groß wie die Ampèrewindungen einer einzelnen Phase, wenn diese einen Strom

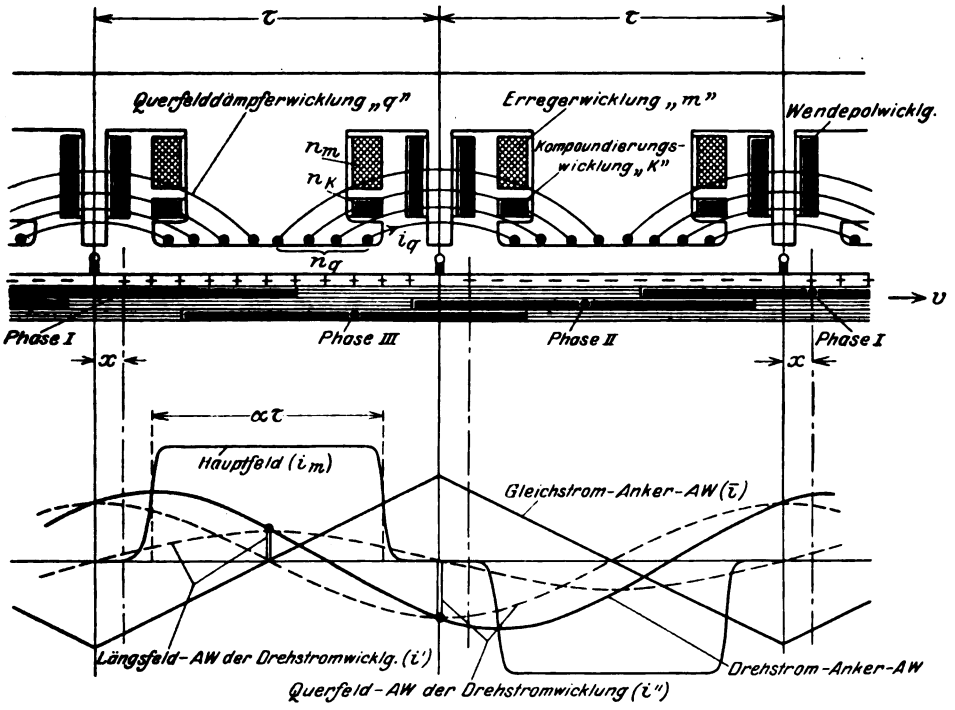


Bild 1. Schema der Wicklungs- und Amperewindungsverteilung (i_m, i' positiv, i'' negativ).

$$i' = i_1 \cos \frac{\pi}{\tau} x + i_2 \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x - 120^0\right) + i_3 \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x - 240^0\right) \qquad (1)$$

führt. Die Queramperewindungen der Drehstromseite sind ebenso groß, wie sie ein Strom

$$i'' = i_1 \sin \frac{\pi}{\tau} x + i_2 \sin\left(\frac{\pi}{\tau} x - 120^0\right) + i_3 \sin\left(\frac{\pi}{\tau} x - 240^0\right) \qquad (2)$$

in einer einzelnen Phase erzeugen würde (τ-Polteilung). Soweit die Spannungen der Drehstromseite in Betracht kommen, können wir uns auf die Grundwellen der durch die resultierenden Längs- und Querfeldamperewindungen erregten Felder beschränken. Denn nur diese erzeugen Spannungen von der Netzfrequenz. Auf der Gleichstromseite dagegen trägt nicht nur die Grundwelle, sondern auch die Oberwellen zur Spannungserzeugung bei. Aus diesem Grunde haben die einzelnen Wicklungen in der Regel verschiedene Induktionskoeffizienten, je nachdem die Spannungserzeugung für die Wechselstrom- oder Gleichstromseite ausgedrückt werden soll.

Was die Eisensättigung betrifft, so werden wir diese zwar nicht genau, aber doch angenähert berücksichtigen. Wenn wir die Gleichung des Wechselstromkreises bei Vernachlässigung der Ohmschen Spannungsabfälle in der allgemeinen Form

Digitized by Google

$$e = E \sin(\omega t - \varphi_0) = \sum \frac{d(Li)}{dt} \tag{3}$$

anschreiben, so brauchen wir die Induktionskoeffizienten L nicht als Konstante zu betrachten, um die Integration ausführen zu können. Vielmehr erhalten wir wiederum ganz allgemein:

$$\int_0^t e\,dt = \frac{E}{\omega}(\cos\varphi_0 - \cos(\omega t - \varphi_0)) = \Sigma(Li - L_0 i_0). \tag{4}$$

Wenn nun die Stromverteilung i_0 zur Zeit $t = o$ dem stationären Zustande entsprach, so gilt

$$\frac{E}{\omega}\cos\varphi_0 = -\Sigma L_0 i_0 \tag{4a}$$

und daher auch

$$-\frac{E}{\omega}\cos(\omega t - \varphi_0) = \Sigma(Li). \tag{4b}$$

Prinzipiell würde somit die konsequente Berücksichtigung der Eisensättigung nicht die geringsten Schwierigkeiten machen. Indessen würde dies fordern, daß wir auch auf die wechselseitigen Einflüsse zwischen Längs- und Querfeld Rücksicht nehmen. Wenn beim plötzlichen Kurzschluß die Querfeldamperewindungen stark anwachsen, so bewirkt die erhöhte Eisensättigung gleichzeitig eine Verminderung des Längsfeldes bei gleicher Amperewindungszahl. Jede Änderung des Querfeldes erzeugt also strenggenommen eine Spannung in allen vom Längsfeld induzierten Stromkreisen und umgekehrt. Es ist diese Wechselwirkung, die wir der Einfachheit halber in dieser grundlegenden Arbeit vernachlässigen wollen. Aus diesem Grunde werden die Rechnungen bei großen Stromstößen ungenau.

In den folgenden Tabellen gebe ich zunächst eine Übersicht über die in den folgenden Rechnungen benützten Induktionskoeffizienten und Streukoeffizienten. Durch Hinzufügung des Index „0" bezeichne ich wie in Gleichung (4) diejenigen Werte, welche die Koeffizienten zu Beginn des Ausgleichsvorganges ($t = 0$) besaßen. Die Berechnung genauer numerischer Werte für bestimmte Ausführungsformen fällt nicht in den Rahmen dieser Arbeit. Da man aber die Ergebnisse der Theorie nicht deuten kann, ohne die verschiedenen Induktionskoeffizienten miteinander vergleichen zu können, werden für alle Induktionskoeffizienten einfache Näherungsgleichungen mitgeteilt. Ihrer Berechnung liegen folgende Annahmen zugrunde:

Konstanter Luftspalt unter den Hauptpolen.

Gleiches Verhältnis zwischen Feld und Amperewindungen unter dem ganzen Hauptpolbogen.

Vernachlässigung des Feldes im Polzwischenraum.

Vernachlässigung des Streufeldes der Ankerwicklungen.

Tabelle I.

Induktionskoeffizienten zur Berechnung der Selbst- und Wechselinduktionsspannungen.

	Gleichstrom		Drehstrom		Erregung u. Dämpfung	
	Längsfeld	Querfeld	Längsfeld	Querfeld	Längsfeld	Querfeld
Gleichstrom Längsfeld	$\bar{L} = L_K = L_2$		K		K_m	
Gleichstrom Querfeld	$L_K = L_K' + L_{K\sigma}$	$L_2 = L'' + L_\sigma$		N''		$\bar{Q}$
Drehstrom Längsfeld	K		$L_1 = L' + L_\sigma$		M	
Drehstrom Querfeld		N''		$L_2 = L'' + L_\sigma$		Q
Erregung u. Dämpfung Längsfeld	K_m		M		$L_m = L_m' + L_{m\sigma}$	
Erregung u. Dämpfung Querfeld		$\bar{Q}$		Q		$Lq = Lq'' + L_{q\sigma}$

Digitized by Google

Tabelle II. Induktionskoeffizienten zur Berechnung der Rotationsspannungen in der Gleichstromankerwicklung.

Gleichstrom (Längsfeld) $\bar{K} = K\frac{\bar{M}}{M} = K\varkappa_m$,

Wechselstrom Längsfeld) $\bar{N}'$,

Erregung u. Dämpfung (Längsfeld) $\bar{M} = M\varkappa_m$.

Tabelle III. Streukoeffizienten und ähnliche Rechengrößen.

	Gleichstrom		Drehstrom		Erregung u. Dämfung	
	Längsfeld	Querfeld	Längsfeld	Querfeld	Längsfeld	Querfeld
Gleichstrom	$\left.\begin{array}{l}\sigma_K' = \frac{L_K\sigma}{L_K'};\ \sigma_K^*\\ \bar{\sigma}_K = 1 - \frac{K_m^2}{L_m} - \frac{K^2\sigma_m^2}{L_1\sigma_{1m}}\end{array}\right\}$	$\left.\begin{array}{l}\\ \sigma'' = \frac{\bar{L}\sigma}{\bar{L}''}\end{array}\right\}\bar{\sigma}^{**}$				
Längsfeld			$\left.\begin{array}{l}\sigma_1 = 1 - \frac{\bar{N}'}{\bar{M}}\frac{M}{\bar{L}_1}\\ \sigma_1 = 1 - \frac{K}{K_m}\cdot\frac{M}{\bar{L}_1}\end{array}\right\}$	$\sigma_2 = 1 - \frac{N''}{\bar{Q}}\frac{Q}{L_2}$	$\bar{\sigma}_{1m} = 1 - \frac{K_m^2}{L_K\bar{L}_m}$	$\bar{\sigma}_{2q} = 1 - \frac{\bar{Q}^2}{\bar{L}_2 L_q}$
Querfeld		$\bar{\sigma}_q = 1 - \frac{\bar{Q}Q}{N''L_q}$	$\sigma' = \frac{L_\sigma}{\bar{L}''}$	$\sigma'' = \frac{L_\sigma}{\bar{L}''}$		
Drehstrom						
Längsfeld			$\sigma' = \frac{L_\sigma}{\bar{L}''}$			
Querfeld		$\bar{\sigma}_q = 1 - \frac{\bar{Q}Q}{N''L_q}$		$\sigma'' = \frac{L_\sigma}{\bar{L}''}$		
Erreg. u. Dämpfg.						
Längsfeld	$\left.\begin{array}{l}\sigma_m = 1 - \frac{\bar{M}}{\bar{N}'}\cdot\frac{M}{L_m}\\ \bar{\sigma}_m = 1 - \frac{K_m M}{\bar{K}\bar{L}_m}\end{array}\right\}$		$\sigma_{1m} = 1 - \frac{M^2}{L_1\bar{L}_m}$		$\bar{\sigma}_m' = \frac{L_{m\sigma}}{\bar{L}_m'}$	
Querfeld				$\sigma_{2q} = 1 - \frac{Q^2}{L_2 L_q}$		$\sigma_q'' = \frac{L_{q\sigma}}{L_q''}$

* $\sigma_K = 1 - \frac{M}{\bar{K}}\frac{K_m}{\bar{L}_m} - \frac{\left(\bar{N}' - \frac{M}{L_m}\right)\left(\bar{K} - \frac{K_m M}{\bar{L}_m}\right)}{\bar{K}L_1\sigma_{1m}}$

$= \frac{\left(1 - \frac{K_m M}{\bar{K}\bar{L}_m}\right)\left(1 - \frac{\bar{N}'}{\bar{M}}\frac{M}{\bar{L}_1}\right)}{\sigma_{1m}}$.

** $\bar{L}\sigma = L - \left(\frac{Q^2}{L_q} + \frac{K_m^2}{L_m}\right) - \left(\frac{\left(N'' - \frac{\bar{Q}Q}{L_q}\right)^2}{L_2\sigma_{2q}} + \frac{\left(K - \frac{K_m M}{L_m}\right)^2}{L_1\sigma_{1m}}\right)$.

Digitized by Google

IV. Näherungsgleichungen für die in Tabelle I bis III angegebenen Konstanten.
(Wechselstromseite 6 Schleifringe.)

Bezeichnungen.

Abmessungen (cm): Polteilung . . . . . τ
Polbogen . . . . . $\alpha\,\tau$
Luftspalt unter dem Polbogen . . . . . δ
Effektiver Luftspalt für Längsfeld . . . . . δ'
Effektiver Luftspalt für Querfeld . . . . . δ''
Anker-Durchmesser . . . . . D
Anker-Länge L
Ankerwicklung: Nutenzahl pro Pol . . . . . q
Leiterzahl pro Nut . . . . . n_s
Anzahl der parallelen Kreise . . . . . $2a$
(= Polzahl) . . . . . $(2p)$
Wicklungsfaktor für die Grundwelle . . . . . $f_1 = \frac{2}{\pi}$
Erregerwicklung: Windungszahl pro Pol . . . . . n_m
Kompoundierungswicklung: Windungszahl pro Pol. . . . . n_K
Querfelddämpferwicklung: Windungszahl pro $^1/_2$ Polteilung . n_q
$\left(\text{gleichmäßig verteilt über } \frac{\alpha\,\tau}{2}\right)$.

1. Induktionskoeffizienten zur Berechnung der Selbst- und Wechselinduktionsspannungen.

Ankerwicklung:

$$\bar{L}'' = 1{,}6\cdot 10^{-8}\,\frac{D\,L}{\delta''}\left(\frac{q\,n_s}{4\,a}f_1\right)^2\cdot\frac{\pi}{6}\left(\frac{\pi\,a}{2}\right)^3, \tag{5}$$

$$L' = 1{,}6\cdot 10^{-8}\cdot\frac{DL}{\delta'}\cdot\left(\frac{q\,n_s}{4\,a}f_1\right)^2\cdot 2\,a\left[1+\frac{\sin\pi\,a}{\pi\,a}\right], \tag{6}$$

$$L'' = 1{,}6\cdot 10^{-8}\,\frac{DL}{\delta''}\left(\frac{q\,n_s}{4\,a}f_1\right)^2\cdot 2\,a\left[1-\frac{\sin\pi\,a}{\pi\,a}\right], \tag{7}$$

$$N'' = 1{,}6\cdot 10^{-8}\,\frac{D\cdot L}{\delta''}\left(\frac{q\,n_s}{4\,a}f_1\right)^2\cdot 2\left[\sin\frac{\pi\,a}{2}-\frac{\pi\,a}{2}\cos\frac{\pi\,a}{2}\right], \tag{8}$$

$$M = 1{,}6\cdot 10^{-8}\,\frac{D\,L}{\delta'}\left(\frac{q\,n_s}{4\,a}f_1\right)\cdot n_m\cdot 2\sin\frac{\pi\,a}{2}, \tag{9}$$

$$\bar{Q} = 1{,}6\cdot 10^{-8}\,\frac{D\,L}{\delta''}\left(\frac{q\,n_s}{4\,a}f_1\right)\cdot\frac{n_q}{a}\cdot\frac{1}{3}\left(\frac{\pi\,a}{2}\right)^3, \tag{10}$$

$$Q = 1{,}6\cdot 10^{-8}\,\frac{D\,L}{\delta''}\left(\frac{q\,n_s}{4\,a}f_1\right)\cdot\frac{n_q}{a}\cdot\frac{4}{\pi}\left[\sin\frac{\pi\,a}{2}-\frac{\pi\,a}{2}\cos\frac{\pi\,a}{2}\right]. \tag{11}$$

Kompoundierungswicklung (Streuung gegen die Erregerwicklung „m" vernachlässigt):

$$L_K' = 1{,}6\cdot 10^{-8}\,\frac{D\,L}{\delta'}\cdot n_K{}^2\cdot\frac{\pi}{2}\left(\frac{\pi\,a}{2}\right), \tag{12}$$

$$K = 1{,}6\cdot 10^{-8}\,\frac{D\,L}{\delta'}\left(\frac{q\,n_s}{4\,a}f_1\right)\cdot n_K\cdot 2\sin\frac{\pi\,a}{2}, \tag{13}$$

$$K_m = 1{,}6\cdot 10^{-8}\,\frac{D\,L}{\delta'}\,n_K\,n_m\cdot\frac{\pi}{2}\left(\frac{\pi\,a}{2}\right). \tag{14}$$

Erregerwicklung:

$$L_m' = 1{,}6\cdot 10^{-8}\,\frac{D\,L}{\delta'}\,n_m{}^2\cdot\frac{\pi}{2}\left(\frac{\pi\,a}{2}\right). \tag{15}$$

Querfelddämpferwicklung:

$$L_q'' = 1{,}6\cdot 10^{-8}\,\frac{D\,L}{\delta''}\cdot\left(\frac{n_q}{a}\right)^2\cdot\frac{2}{3\,\pi}\left(\frac{\pi\,a}{2}\right)^3. \tag{16}$$

Digitized by Google

2. Induktionskoeffizienten zur Berechnung der Rotationsspannungen in der Gleichstromwicklung.

$$\overline{K} = 1{,}6 \cdot 10^{-8} \frac{DL}{\delta'} \cdot \left(\frac{q\, n_s}{4\, a} f_1\right) \cdot n_K \cdot \frac{\pi}{2}\left(\frac{\pi\, \alpha}{2}\right), \tag{17}$$

$$\overline{N'} = 1{,}6 \cdot 10^{-8} \frac{DL}{\delta'} \left(\frac{q\, n_s}{4\, a} f_1\right)^2 \cdot 2 \sin\frac{\pi\, \alpha}{2} = M \cdot \frac{\overline{M}}{L_m'}, \tag{18}$$

$$\overline{M} = 1{,}6 \cdot 10^{-8} \frac{DL}{\delta'} \left(\frac{q\, n_s}{4\, a} f_1\right) n_m \frac{\pi}{2}\left(\frac{\pi\, \alpha}{2}\right). \tag{19}$$

3. Streukoeffizienten und ähnliche Rechengrößen.

(Streuung zwischen Erreger- und Kompoundwicklung vernachlässigt $\frac{K}{K_m} = \frac{\overline{N'}}{\overline{M}}$).

$$\sigma_1 = 1 - \frac{K}{K_m} \cdot \frac{M}{L_1} = 1 - \frac{1}{1+\sigma'} \cdot \frac{\left(\frac{\sin\frac{\pi\,\alpha}{2}}{\frac{\pi\,\alpha}{2}}\right)^2}{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{\sin \pi\, \alpha}{\pi\, \alpha}\right)}, \tag{20}$$

$$\overline{\sigma_1} = 1 - \frac{\overline{N'}}{\overline{M}} \frac{M}{L_1} = \sigma_1, \tag{21}$$

$$\sigma_2 = 1 - \frac{N''}{\overline{Q}} \cdot \frac{Q}{L_2} = 1 - \frac{1}{1+\sigma''} \cdot \frac{6 \cdot \left(\sin\frac{\pi\,\alpha}{2} - \frac{\pi\,\alpha}{2}\cos\frac{\pi\,\alpha}{2}\right)^2}{\left(\frac{\pi\,\alpha}{2}\right)^4 \left(1 - \frac{\sin \pi\, \alpha}{\pi\, \alpha}\right)}, \tag{22}$$

$$\sigma_m = 1 - \frac{K_m \cdot M}{K\, L_m} = \frac{\sigma_m'}{1+\sigma_m'}, \tag{23}$$

$$\overline{\sigma_m} = 1 - \frac{\overline{M}}{\overline{N'}} \cdot \frac{M}{L_m} = \sigma_m, \tag{24}$$

$$\sigma_q = 1 - \frac{\overline{Q}}{\overline{N''}} \cdot \frac{Q}{L_q} = \frac{\sigma_q''}{1+\sigma_q''}, \tag{25}$$

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{1m} &= 1 - \frac{M^2}{L_1 L_m} = 1 - \frac{1}{(1+\sigma')(1+\sigma_m')} \cdot \frac{\left(\frac{\sin\frac{\pi\,\alpha}{2}}{\frac{\pi\,\alpha}{2}}\right)^2}{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{\sin \pi\, \alpha}{\pi\, \alpha}\right)} \\ &= \frac{\overline{\sigma_1} + \sigma_m'}{1+\sigma_m'} \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{2q} &= 1 - \frac{Q^2}{L_2 L_q} = 1 - \frac{1}{(1+\sigma'')(1+\sigma_q'')} \cdot \frac{6\left(\sin\frac{\pi\,\alpha}{2} - \frac{\pi\,\alpha}{2}\cos\frac{\pi\,\alpha}{2}\right)^2}{\left(\frac{\pi\,\alpha}{2}\right)^4 \left(1 - \frac{\sin \pi\, \alpha}{\pi\, \alpha}\right)} \\ &= \frac{\sigma_2 + \sigma_q''}{1+\sigma_q''} \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

$$\sigma_K = \frac{\overline{\sigma_1}\, \sigma_m'}{\overline{\sigma_1} + \sigma_m'} \tag{28}$$

$$\overline{\sigma_{1m}} = 1 - \frac{1}{(1+\sigma_K')(1+\sigma_m')}, \tag{29}$$

$$\overline{\sigma_{2q}} = 1 - \frac{1}{(1+\overline{\sigma''})(1+\sigma_q'')}, \tag{30}$$

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned} L\,\bar{\sigma} &= L_K\left[\bar{\sigma}_{1m} - \frac{K^2}{L_1 L_K}\frac{\sigma_m^2}{\sigma_{1m}}\right] + \bar{L}_2\left[\bar{\sigma}_{2q} - \frac{N''^2}{L_2 \bar{L}_2}\frac{\sigma_q^2}{\sigma_{2q}}\right], \\ &= L_K\left[\bar{\sigma}_{1m} - \frac{1-\sigma_1}{1+\sigma_K'}\cdot\frac{\sigma_m^2}{\sigma_{1m}}\right] + \bar{L}_2\left[\sigma_{2q} - \frac{1-\sigma_2}{1+\sigma''}\frac{\sigma_q^2}{\sigma_{2q}}\right] \end{aligned}\right\} \quad (31)$$

4. Übersetzungsverhältnisse (siehe Bild 2).

$$\varkappa_m = \frac{\bar{M}}{M} = \frac{K}{\bar{K}} = \frac{\pi}{4}\cdot\frac{\frac{\pi\alpha}{2}}{\sin\frac{\pi\alpha}{2}}, \quad (32)$$

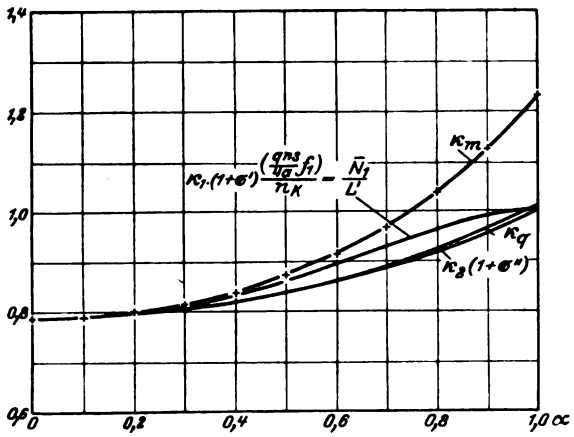


Bild 2. Übersetzungsverhältnisse für Sechsphasenumformer mit konstantem Luftspalt unter dem Hauptpolbogen $\alpha\tau$; Feld im Polzwischenraum vernachlässigt.

$$\varkappa_q = \frac{\bar{Q}}{Q} = \frac{\pi}{4}\cdot\frac{\frac{1}{3}\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)^2}{\frac{\sin\frac{\pi\alpha}{2}}{\frac{\pi\alpha}{2}} - \cos\frac{\pi\alpha}{2}}, \quad (33)$$

$$\varkappa_1 = \frac{K}{L_1} = \frac{\pi}{4}\cdot\frac{\frac{\sin\frac{\pi\alpha}{2}}{\frac{\pi\alpha}{2}}}{\frac{1}{2}\left(1+\frac{\sin\pi\alpha}{\pi\alpha}\right)}\cdot\frac{n_K}{\left(\frac{q\,n_s}{4\,a}f_1\right)\cdot(1+\sigma')}, \quad (34)$$

$$\varkappa_2 = \frac{N''}{L_2} = \frac{\pi}{4}\cdot\frac{\frac{\sin\frac{\pi\alpha}{2}}{\frac{\pi\alpha}{2}} - \cos\frac{\pi\alpha}{2}}{\frac{1}{2}\left(1-\frac{\sin\pi\alpha}{\pi\alpha}\right)}\cdot\frac{1}{1+\sigma''}. \quad (35)$$

B. Die Spannungsgleichungen der vier Stromkreise und ihre Auswertung.

1. Die Spannungsgleichungen der Drehstromseite.

Die Spannungsgleichungen der 3 Wechselstromphasen lauten mit den im vorigen Abschnitt erklärten Bezeichnungen:

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned} e_1 &= E\sin\omega t = \frac{d}{dt}\left\{L_\sigma i_1 + \cos\frac{\pi}{\tau}x\,[L'i' + K\bar{i} + M i_m] + \sin\frac{\pi}{\tau}x[L''i'' + N''\bar{i} + Q i_q]\right\} \\ e_2 &= E\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{d}{dt}\left\{L_\sigma i_2 + \cos\left(\frac{\pi}{\tau}x - \frac{2\pi}{3}\right)[L'i' + K\bar{i} + M i_m] + \right. \\ &\qquad \left. + \sin\left(\frac{\pi}{\tau}x - \frac{2\pi}{3}\right)[L''i'' + N''i + Q i_q]\right\} \\ e_3 &= E\sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) = \frac{d}{dt}\left\{L_\sigma i_3 + \cos\left(\frac{\pi}{\tau}x - \frac{4\pi}{3}\right)[L'i' + K\bar{i} + M i_m] + \right. \\ &\qquad \left. + \sin\left(\frac{\pi}{\tau}x - \frac{4\pi}{3}\right)[L''i'' + N''\bar{i} + Q i_q]\right\} \end{aligned}\right\} \quad (36)$$

Durch Integration folgt [vgl. Gleichung (4, 4a, 4b)]:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{E}{\omega}\cos\omega t &= L_\sigma i_1 + \cos\frac{\pi}{\tau}x\,.[L'i' + K\bar{i} + M i_m] + \sin\frac{\pi}{\tau}x[L''i'' + N''\bar{i} + Q i_q] \\ -\frac{E}{\omega}\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) &= L_\sigma i_2 + \cos\left(\frac{\pi}{\tau}x - \frac{2\pi}{3}\right)\cdot[L'i' + K\bar{i} + M i_m] + \\ &\qquad + \sin\left(\frac{\pi}{\tau}x - \frac{2\pi}{3}\right)[L''i'' + N''\bar{i} + Q i_q] \\ -\frac{E}{\omega}\cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) &= L_\sigma i_3 + \cos\left(\frac{\pi}{\tau}x - \frac{4\pi}{3}\right)[L'i' + K i + M i_m] + \\ &\qquad + \sin\left(\frac{\pi}{\tau}x - \frac{2\pi}{3}\right)[L''i'' + N''\bar{i} + Q i_q] \end{aligned}\right\} \quad (37)$$

Multipliziert man die erste Gleichung mit $\cos\frac{\pi}{\tau}x$, resp. $\sin\frac{\pi}{\tau}x$, die zweite mit $\cos\left(\frac{\pi}{\tau}x - \frac{2\pi}{3}\right)$, resp. $\sin\left(\frac{\pi}{\tau}x - \frac{2\pi}{3}\right)$, die dritte mit $\cos\left(\frac{\pi}{\tau}x - \frac{4\pi}{3}\right)$, respektiv $\sin\left(\frac{\pi}{\tau}x - \frac{4\pi}{3}\right)$ und bezeichnet mit

$$\alpha = 180^0 + \frac{\pi}{\tau}x - \omega t \quad (38)$$

denjenigen Winkel (in elektrischen Graden), um welchen die Hauptfeldrotationsspannung dem Netzspannungsvektor voreilt, so liefert die Addition der 3 Gleichungen:

$$\frac{E}{\omega}\cos\alpha = L_1 i' + K\bar{i} + M i_m, \quad (39)$$

$$\frac{E}{\omega}\sin\alpha = L_2 i'' + N''\bar{i} + Q i_q. \quad (40)$$

Diese beiden einfachen Gleichungen sind den drei Spannungsgleichungen der Drehstromseite [Gleichung (36)] durchaus gleichwertig. Man kann sie kurzweg als die Hauptgleichungen der Drehstromseite bezeichnen.

Aus der zweiten Hauptgleichung können wir eine überaus wichtige Folgerung ziehen: Nehmen wir einmal an, der Kurzschluß erfolge bei Leerlauf mit „richtiger Erregung" ($\cos\varphi = 1$). Wenn wir dann von den Leerlaufverlusten absehen, lauten die Anfangsbedingungen:

$$\alpha_0 = 0, \quad i_0' = 0, \quad i_0'' = 0, \quad \bar{i}_0 = 0.$$

Ist das Trägheitsmoment des Umformers groß, so ändert sich α verhältnismäßig langsam, so daß wir auch während des sehr schnellen Anstieges des Gleichstromes in erster Annäherung $\alpha = 0$ setzen können. Schließlich wollen wir annehmen, der Umformer besäße keine Querfelddämpfung ($Q = 0$). Dann folgt aus Gleichung (40):

$$-\frac{i''}{\bar{i}} = \frac{N''}{L_2} = \varkappa_2. \quad (41)$$

Der Wechselstrom würde also während der ersten Periode des Kurzschlusses ebenso schnell ansteigen wie der Gleichstrom, und er würde zu diesem in demselben Verhältnis stehen, wie der Sekundärstrom zum Primärstrom eines (sekundär) kurzgeschlossenen Transformators. Bekanntlich ist dieses Verhältnis beim Transformator nur durch die Windungszahlen und die sekundäre Streuung bestimmt. Ganz ebenso

Digitized by Google

wird beim gleichstromseitigen Kurzschluß des Umformers ohne Dämpferwicklung das anfängliche Verhältnis zwischen Wechselstrom und Gleichstrom nur durch die Phasenzahl und die Streuung des Wechselstromkreises gegen den Gleichstromkreis bestimmt; für letztere spielt im allgemeinen die Kurzschlußreaktanz des Transformators und die Reaktanz der vorgeschalteten Linie die Hauptrolle.

Wäre das Übersetzungsverhältnis der Ströme gleich dem stationären Übersetzungsverhältnis, für das man den Ausdruck

$$-\frac{i''}{\bar{i}} = \frac{\overline{M}}{M} = \varkappa_m \tag{42}$$

herleiten kann, so würde auf den Anker überhaupt kein Moment ausgeübt werden. Infolge der Streuung und der ausgeprägten Pole ist jedoch $\varkappa_m > \varkappa_2$ (Bild 2). Es ergibt sich daher tatsächlich ein Moment entsprechend dem Differenzstrom

$$\Delta i'' = \bar{i}\left(\frac{\overline{M}}{M} - \frac{N''}{L_2}\right) = \bar{i}(\varkappa_m - \varkappa_2), \tag{43}$$

der zur Ausbalancierung der Amperewindungen fehlt. Doch ist dieses Moment bei kleiner Transformatorstreuung nicht sehr groß.

Dieses verhältnismäßig gute Gleichgewicht der Amperewindungen wird durch die Querfelddämpfung vollkommen zerstört. Beim Umformer mit Querfelddämpfung wird nämlich der primäre Stoß der Gleichstromamperewindungen durch zwei Sekundärkreise, die Wechselstromwicklung und die Dämpferwicklung, aufgefangen, wie dies Gleichung (40) ausdrückt. Für $\alpha = 0$ ist jetzt

$$i'' + \frac{Q}{L_2} i_q = -\frac{N''}{L_2}\bar{i}. \tag{44}$$

Nach den Gesetzen für Transformatoren mit 3 Wicklungen überträgt sich der primäre Stromstoß $\bar{i}$ auf die beiden Sekundärkreise im umgekehrten Verhältnis der Streuungen, welche diese Stromkreise gegeneinander besitzen. Nun liegen die Verhältnisse meist so, daß die Querfelddämpfung eine viel kleinere Streuung gegen die Wechselstromwicklung aufweist, als umgekehrt die Drehstromseite gegen die Querfelddämpfung. Denn in die Streuung der Drehstromseite geht die Kurzschlußreaktanz des Transformators ein, für welche man im allgemeinen mit Rücksicht auf die Regulierbarkeit der Gleichstromspannung einen ziemlich hohen Wert vorschreibt. Die Folge ist, daß der Stromstoß der Gleichstromseite hauptsächlich von der Querfelddämpfung und nur zum geringen Teil von der Drehstromseite aufgefangen wird. Es fließt also viel weniger Leistung aus dem Drehstromnetz nach, als auf der Gleichstromseite vernichtet wird, und die Differenz muß der lebendigen Kraft der rotierenden Massen entnommen werden. Kurz und gut: Das stoßweise Moment, daß beim Kurzschluß den Umformer außer Tritt zu werfen droht, ist zum allergrößten Teil auf das Konto der Querfelddämpfung zu setzen. Es ist merkwürdig, daß man in der Literatur, soweit ich sie kenne, keinen Hinweis auf diese wichtige Tatsache findet.

2. Die Spannungsgleichungen des Erreger- und Dämpferkreises.

Das quantitative Gesetz für die Verteilung des Gleichstromstoßes auf Wechselstrom- und Dämpferwicklung vermitteln uns die Spannungsgleichungen des Erreger- und Dämpferkreises. Aus Gründen, die ich in Abschnitt A auseinandergesetzt habe, vernachlässigen wir die Ohmschen Spannungsabfälle für die schnellen Stromänderungen, die sich zwischen Eintreten und Abschalten des Kurzschlusses abspielen. Für die verhältnismäßig langsamen Pendelungen, die nach Abschalten des Kurzschlusses den Ausgleichvorgang abschließen, ist diese Vernachlässigung zu ungenau, und wir werden im Teil III dieser Arbeit darauf zurückkommen.

Digitized by Google

Für die Längsfelddämpfung, die in Wirklichkeit aus einer magnetischen Parallelschaltung des Dämpfergitters und der Erregerwicklung besteht, ergibt sich bei Vernachlässigung der Widerstände

$$0 = \frac{d}{dt}\left[L_m i_m + M i' + K_m \bar{i}\right]. \tag{45}$$

Dabei ist angenommen, daß die Erregerspannung entweder Null ist (plötzlicher Kurzschluß des selbsterregten Einankerumformers), oder daß sie während des Ausgleichvorganges konstant bleibt (Fremderregung durch Erregeraggregat oder Batterie). Eliminiert man i' mit Hilfe von Gleichung (39), ergibt sich:

$$0 = \frac{d}{dt}\left[L_m \sigma_{1m} i_m + K_m \sigma_1 i + M \frac{E \cos \alpha}{\omega L_1}\right] \tag{46}$$

resp.

$$(L_m \sigma_{1m} i_m - L_{m0} \sigma_{1m0} i_{m0}) = \left(K_m \sigma_{10} i_0 - K_m \sigma_1 \bar{i}\right) + \left(M_0 \frac{E \cos \alpha_0}{\omega L_{10}} - M \frac{E \cos \alpha}{\omega L_1}\right). \tag{47}$$

Eliminiert man statt dessen i_m aus Gleichung (45) mit Hilfe von Gleichung (39), so erhält man:

$$0 = \frac{d}{dt}\left[\frac{L_m}{M}\left(\frac{E \cos \alpha}{\omega} - L_1 \sigma_{1m} i' - K \sigma_m \bar{i}\right)\right] \tag{48}$$

resp.

$$i' = \frac{E \cos \alpha}{\omega L_1 \sigma_{1m}} - \varkappa_1 \frac{\sigma_m}{\sigma_{1m}} \bar{i} - \frac{1}{L_1 \sigma_{1m}} \cdot \frac{\frac{L_{m0}}{M_0}}{\frac{L_m}{M}} \left[\frac{E \cos \alpha_0}{\omega} - L_{10} \sigma_{1m0} i_0' - K_0 \sigma_{m0} \bar{i}_0\right]. \tag{49}$$

Hierin entwickeln wir den Ausdruck in der eckigen Klammer mit Hilfe von Gleichung (39) auf folgende Weise:

$$\begin{aligned}\frac{E \cos \alpha_0}{\omega} - L_{10} \sigma_{1m0} i_0' - K_0 \sigma_{m0} \bar{i}_0 &= \frac{E \cos \alpha_0}{\omega} - \sigma_{1m0}\left(L_{10} i_0' + K_0 i + M_0 i_{m0}\right) + \\ &\quad + M_0 \sigma_{1m0} i_{m0} + K_0 (\sigma_{1m0} - \sigma_{m0}) \bar{i}_0 \\ &= \frac{E \cos \alpha_0}{\omega}(1 - \sigma_{1m0}) + M_0 \sigma_{1m0} i_{m0} + K_0 (1 - \sigma_{m0}) \sigma_{10} \bar{i}_0.\end{aligned}$$

Somit wird endgültig

$$\left.\begin{aligned} i' = &- \varkappa_1 \frac{\sigma_m}{\sigma_{1m}} \bar{i} + \\ &\frac{E}{\omega L_1 \sigma_{1m}}\left[\cos \alpha - \frac{\frac{L_{m0}}{M_0}}{\frac{L_m}{M}} \cos \alpha_0 \left(1 - \sigma_{1m0} + \frac{\omega M i_{m0}}{E \cos \alpha_0} \sigma_{1m0} + \frac{\omega L_{10} \sigma_{10} \bar{i}_0}{E \cos \alpha_0} \varkappa_{10} (1 - \sigma_{m0})\right)\right] \\ &= - \varkappa_1 \frac{\sigma_m}{\sigma_{1m}} \bar{i} + \frac{E}{\omega L_1 \sigma_{1m}} [\cos \alpha - c_0] \end{aligned}\right\} \tag{50}$$

Tritt der Kurzschluß bei Leerlauf mit „richtiger Erregung" ($\cos \varphi = 1$) auf, so ist

$$a_0 = 0, \quad i_0 = 0, \quad \omega M i_{m0} = E$$

und daher

$$c_0 = \frac{L_{m0}}{M_0} \cdot \frac{M}{L_m}. \tag{50a}$$

Auf ganz analoge Weise behandelt man die Spannungsgleichung der Querfelddämpfung:

$$0 = \frac{d}{dt}\left[L_q i_q + Q i'' + \bar{Q} i\right]. \tag{51}$$

Eliminiert man zuerst i'' mit Hilfe der Hauptgleichung (40), so folgt:

$$0 = \frac{d}{dt}\left[L_q \sigma_{2q} i_q + Q \sigma_2 \bar{i} + Q \frac{E \sin \alpha}{\omega L_2}\right] \tag{52}$$

resp.

$$L_q \sigma_{2q} i_q = \left(\bar{Q}_0 \sigma_{20} \bar{i}_0 - \bar{Q} \sigma_2 \bar{i}\right) + \left(Q_0 \frac{E \sin \alpha_0}{\omega L_{20}} - Q \frac{E \sin \alpha}{\omega L_2}\right). \tag{53}$$

Digitized by Google

Eliminiert man statt dessen i_q aus Gleichung (51) mit Hilfe von Gleichung (40), so ergibt sich

$$O = \frac{dt}{d}\left[\frac{Lq}{Q}\left(\frac{E\sin\alpha}{\omega} - L_2\,\sigma_{2q}\,i'' - N''\,\sigma_q\,\bar{i}\right)\right] \tag{54}$$

resp.

$$i'' = \frac{E\sin\alpha}{\omega L_2\,\sigma_{2q}} - \varkappa_2\frac{\sigma_q}{\sigma_{2q}}\,\bar{i} - \frac{1}{L_2\,\sigma_{2q}}\cdot\frac{\frac{L_{q0}}{Q_0}}{\frac{Lq}{Q}}\left[\frac{E\sin\alpha_0}{\omega} - L_{20}\,\sigma_{2q0}\,i_0'' - N_0''\,\sigma_{q0}\,\bar{i}_0\right] \tag{55}$$

Hierin entwickeln wir den Ausdruck in der eckigen Klammer gemäß Gleichung (40) auf folgende Weise:

$$\frac{E\sin\alpha_0}{\omega} - L_{20}\,\sigma_{2q0}\,i'' - N_0''\,\sigma_{q0}\,\bar{i}_0 = \frac{E\sin\alpha_0}{\omega} - \sigma_{2q0}\left(L_{20}\,i'' + N''\,\bar{i}_0\right) + N_0''\left(\sigma_{2q0} - \sigma_{q0}\right)\bar{i}_0$$

$$= \frac{E\sin\alpha_0}{\omega}\left(1 - \sigma_{2q0}\right) + N_0''\left(1 - \sigma_{q0}\right)\sigma_{20}\,\bar{i}_0.$$

Somit wird endgültig:

$$\left.\begin{aligned} i'' &= -\varkappa_2\frac{\sigma_q}{\sigma_{2q}}\,\bar{i} + \frac{E}{\omega L_2\,\sigma_{2q}}\left[\sin\alpha - \frac{\frac{L_{q0}}{Q_0}}{\frac{Lq}{Q}}\sin\alpha_0\left(1 - \sigma_{2q0} + \frac{\omega L_{20}\,\sigma_{20}\,\bar{i}_0}{E\sin\alpha_0}\,\varkappa_2\left(1 - \sigma_{q0}\right)\right)\right] \\ &= -\varkappa_2\frac{\sigma_q}{\sigma_{2q}}\,\bar{i} + \frac{E}{\omega L_2\,\sigma_{2q}}\left[\sin\alpha - s_0\right] \end{aligned}\right\} \tag{56}$$

Für einen Kurzschluß bei Leerlauf mit richtiger Erregung wird $s_0 = 0$.

Gleichung (56) ist insofern besonders wichtig, als sie uns zeigt, in welchem Verhältnis die Queramperewindungen der Drehstromseite durch die Dämpferwicklung herabgesetzt werden. Ohne Querfelddämpfung ergäbe sich für das erste Glied in Gleichung (56):

$$-\varkappa_2\,\bar{i}.$$

Die Dämpferwicklung vermindert diesen Wert auf

$$-\varkappa_2\frac{\sigma_q}{\sigma_{2q}}\,\bar{i} = -\varkappa_2\frac{\sigma_q''}{\sigma_2 + \sigma_q''}\,\bar{i}.$$

Dabei ist σ_q'' die Streuung der Querfelddämpferwicklung gegen die Drehstromwicklung und σ_2 die Streuung der Drehstromseite (inkl. Transformator und Fernleitung) gegen die Querfelddämpfung. Je kleiner als $\frac{\sigma_2}{\sigma_q''}$, desto weniger stört die Dämpfung das in mehrfacher Hinsicht so wichtige Gleichgewicht der Gleichstrom- und Drehstromamperewindungen.

3. Die Spannungsgleichung des Gleichstromkreises.

Auf der Gleichstromseite arbeitet der Einankerumformer über einem Widerstand r, welcher Wendepolwicklung, Kompoundwicklung, Sammelschienen, Leitung usw. enthält, auf eine gewisse Gegenspannung $\bar{E}_g$. Für den stationären Zustand ist:

$$\bar{E}_{g0} + \bar{i}_0\,r_0 = \omega\left(\bar{M}_0\,i_{m0} + \bar{K}_0\,\bar{i}_0 + \bar{N}_0'\,i_0'\right) \tag{57}$$

$$= \omega\left[\frac{\bar{N}_0'}{L_{10}}\left(L_{10}\,i_0' + K_0\,i_0 + M_0\,i_{m0}\right) + \left(1 - \frac{\bar{N}_0'}{\bar{M}_0}\cdot\frac{M_0}{L_{10}}\right)\left(\bar{M}_0\,i_{m0} + \bar{K}\,\bar{i}_0\right)\right]$$

$$= \varkappa_{m0}\,E\cos\alpha_0\left(1 - \bar{\sigma}_{10}\right) + \omega\,\bar{M}_0\,\bar{\sigma}_{10}\,i_{m0} + \omega\,\bar{K}\,\sigma_{10}\,\bar{i}_0$$

oder endgültig

$$\bar{E}_{g0} + \bar{i}_0\left(r_0 - \omega\,\bar{K}\,\bar{\sigma}_{10}\right) = \varkappa_{m0}\,E\cos\alpha_0\left[1 - \bar{\sigma}_{10} + \frac{\omega\,\bar{M}_0\,i_{m0}}{E\cos\alpha_0}\,\bar{\sigma}_{10}\right]. \tag{58}$$

Ich führe diese Gleichung an, weil sie zeigt, in welchem Verhältnis die Kompoundierung die Rotationsspannung erhöht. Bei einem gewöhnlichen Gleichstromgenerator würde die Kompoundwicklung eine scheinbare Verminderung des Ohmschen Widerstandes um $\omega\bar{K}$ bewirken. Beim Einankerumformer beträgt die äquivalente Widerstandsverminderung für den stationären Zustand nur

Digitized by Google

$$r_{K0} = \omega \bar{K}_0 \bar{\sigma}_{10} \tag{59}$$

und noch weniger während eines Kurzschlusses.

Der Belastungsstoß oder Kurzschluß entsteht gewöhnlich dadurch, daß die Gegenspannung $\bar{E}_{g0}$ plötzlich auf $\bar{E}_g$ vermindert oder ganz aufgehoben wird. Bezeichnet man die gesamte Induktivität des Gleichstromkreises (Gleichstromwicklungen + Belastungsstromkreis) mit $\bar{L}$, so lautet die vollständige Spannungsgleichung für den nichtstationären Zustand:

$$\bar{E}_g + \bar{i}\bar{r} + \frac{d}{dt}\left[\overline{L\,i} + N''\,i'' + \bar{Q}\,i_q + \dot{K}\,i' + K_m\,i_m\right] = \left(\omega + \frac{d\alpha}{dt}\right)\left[\overline{M\,i_{m0}} + \overline{K\,i} + \overline{N'\,i'}\right]. \tag{60}$$

Der Ausdruck in der ersten eckigen Klammer läßt sich mit Hilfe von Gleichung (45) und (51) weiter entwickeln. Schreiben wir ihre Integrale in der Form:

$$L_m\,i_m + M\,i' + K_m\,\bar{i} = C_{m0},$$
$$L_q\,i_q + Q\,i'' + \bar{Q}\,\bar{i} = C_{q0},$$

so ergibt sich folgende Umformung:

$$\left[\overline{L\,i} + N''\,i'' + \bar{Q}\,i_q + K\,i' + K_m\,i_m\right] =$$
$$= \left[\overline{L\,i} + N''\,i'' + \bar{Q}\,i_q + K\,i' + K_m\,i_m\right] - \frac{\bar{Q}}{L_q}\left(L_q\,i_q + Q\,i'' + \bar{Q}\,\bar{i}\right) -$$
$$- \frac{K_m}{L_m}\left(L_m\,i_m + M\,i' + K_m\,\bar{i}\right) + C_{q0}\frac{\bar{Q}}{L_q} + C_{m0}\frac{K_m}{L_m},$$
$$= \bar{i}\left[\bar{L} - \frac{\bar{Q}^2}{L_q} - \frac{K_m^2}{L_m}\right] + i''\,N''\left[1 - \frac{\bar{Q}\,Q}{N''\,L_q}\right] + i'\,K\left[1 - \frac{K_m\,M}{K\,L_m}\right] + C_{q0}\frac{\bar{Q}}{L_q} + C_{m0}\frac{K_m}{L_m}.$$

Hierin führen wir i' und i'' aus Gleichung (50) und (56) ein und erhalten:

$$= \bar{i}\left[\bar{L} - \frac{\bar{Q}^2}{L_q} - \frac{K_m^2}{L_m} - \frac{N''^2}{L^2}\frac{\sigma_q^2}{\sigma_{2q}} - \frac{K^2}{L_1}\frac{\sigma_m^2}{\sigma_{1m}}\right] + N''\frac{E}{\omega\,L_2}\frac{\sigma_q}{\sigma_{2q}}\left[\sin\alpha - s_0\right] +$$
$$+ K\frac{E}{\omega\,L_1}\frac{\sigma_m}{\sigma_{1m}}\left(\cos\alpha - c_0\right) + C_{q0}\frac{\bar{Q}}{L_q} + C_{m0}\frac{K_m}{L_m}.$$

Die Glieder mit den Integrationskonstanten s_0, c_0, Cq_0, C_{m0} sind mit der Eisensättigung so wenig veränderlich, daß sie für unsere Zwecke als Konstante angesehen werden können. Mit Rücksicht hierauf erhalten wir endgültig [siehe Gleichung (31)]

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d}{dt}\left[\overline{L\,i} + N''\,i'' + \bar{Q}\,i_q + K\,i' + K_m\,i_m\right] = \\ &= \frac{d}{dt}\left[\overline{i\,L\,\sigma} + \varkappa_2\frac{E\sin\alpha}{\omega}\frac{\sigma_q}{\sigma_{2q}} + \varkappa_1\frac{E\cos\alpha}{\omega}\frac{\sigma_m}{\sigma_{1m}}\right]. \end{aligned}\right\} \tag{61}$$

Wir kommen nun zur Umformung des zweiten Klammerausdruckes in Gleichung (60). Indem wir Gleichung (39) anwenden, ergibt sich zunächst

$$\left.\begin{aligned} &\left[\overline{M\,i_m} + \overline{K\,i} + \overline{N'\,i'}\right] = \\ &= \frac{\overline{M}}{M}\left[\left(M\,i_m + K\,i + L_1\,i'\right) - L_1\,i'\left(1 - \frac{\overline{N'\,M}}{\overline{M}\,L_1}\right)\right], \\ &= \varkappa_m\left[\frac{E\cos\alpha}{\omega} - L_1\,\bar{\sigma}_1\,i'\right]. \end{aligned}\right\} \tag{62}$$

Hierin führen wir für i' den Wert aus Gleichung (50) ein und erhalten:

$$\left.\begin{aligned} \left[\overline{M\,i_m} + \overline{K\,i} + \overline{N'\,i'}\right] &= \varkappa_m\left[\frac{E\cos\alpha}{\omega} - \frac{E}{\omega}\frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_{1m}}\left(\cos\alpha - c_0\right) + K\frac{\sigma_m}{\sigma_{1m}}\overline{\sigma_1\,i}\right] \\ &= \varkappa_m\frac{E}{\omega}\left[\cos\alpha\left(1 - \frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_m}\right) + c_0\frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_m}\right] + \overline{K}\,\sigma_k\,\bar{i} \end{aligned}\right\} \tag{63}$$

Setzen wir schließlich die Ausdrücke 61 und 63 in die Ausgangsgleichung (60) ein, so erhält die Spannungsgleichung des Gleichstromkreises die endgültige Form:

$$\left.\begin{aligned} &\bar{E}_g + \bar{i}\left[\bar{r} - \left(\omega + \frac{d\alpha}{dt}\right)\overline{K}\,\sigma_K\right] + \frac{d}{dt}\left(\overline{L\,\sigma\,i}\right) + \frac{1}{\omega}\frac{d}{dt}\left[E\sin\alpha\,\varkappa_2\frac{\sigma_q}{\sigma_{2q}} + E\cos\alpha\,\varkappa_1\frac{\sigma_m}{\sigma_{1m}}\right. = \\ &= \left(1 + \frac{\frac{d\alpha}{dt}}{\omega}\right)\varkappa_m\,E\left[\cos\alpha\left(1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_m}\right) + c_0\frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_m}\right] \end{aligned}\right\} \tag{64}$$

Digitized by Google

Wennschon diese Gleichung nicht allgemein integriert werden kann, läßt sich ihr doch ein gut Teil bezüglich der Ausbildung und des Verlaufes des gleichstromseitigen Stromstoßes entnehmen. Zu Beginn des Kurzschlusses ist

$$a = a_0, \quad \frac{da}{dt} = 0, \quad \frac{d^2a}{dt^2} = 0.$$

Solange dieser Zustand anhält, d. h. solange a und $\frac{da}{dt}$ genügend klein sind, vereinfacht sich die Spannungsgleichung zu:

$$\left.\begin{aligned} \bar{E}_\varepsilon + \bar{i}\left[r - \left(\omega + \frac{da}{dt}\right)\bar{K}\sigma_K\right] + \frac{d}{dt}(\bar{L}\sigma\bar{i}) &= \varkappa_{m0} E\left[\cos\alpha_0\left(1 - \frac{\bar{\sigma}_{10}}{\sigma_{m0}}\right) + c_0\frac{\bar{\sigma}_{10}}{\sigma_{m0}}\right] \\ &= \bar{E}_{\varepsilon 0} + \bar{i}_0\left[\bar{r}_0 - \omega\bar{K}_0\sigma_{K0}\right] \end{aligned}\right\} \quad (65)$$

Vernachlässigt man die Veränderlichkeit der Induktionskoeffizienten, so läßt sich die Integration ausführen und liefert als Näherungslösung:

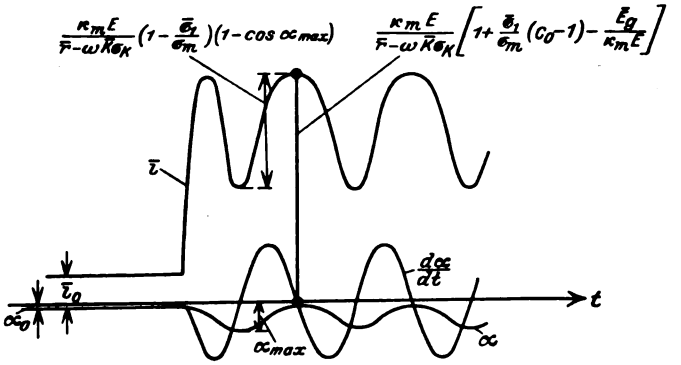


Bild 3. Schwingung des Gleichstromes bei stoßweiser Überlastung.

$$\left.\begin{aligned} \bar{i} - \bar{i}_0 &= \frac{\bar{E}_{\varepsilon 0} - E_\varepsilon + \bar{i}_0(\bar{r}_0 - \omega\bar{K}_0\sigma_{K0})}{\bar{r} - \omega\bar{K}\sigma_K}\cdot\left[1 - e^{-\frac{t}{\bar{T}}}\right] \\ \text{mit} \quad \bar{T} &= \frac{\bar{L}\sigma}{\bar{r} - \omega\bar{K}\sigma_K} \end{aligned}\right\} \quad (66)$$

Die Größenordnung der Zeitkonstante $\bar{T}$ kann im allgemeinen zu $\frac{1}{100}$ sec geschätzt werden. Der Stromanstieg erfolgt somit außerordentlich schnell und der Höchstwert kann erreicht werden, ehe noch eine größere Winkeländerung $\alpha - \alpha_0$ eingetreten ist.

Indessen ist schon während des Stromanstieges und erst recht nach Erreichung des Höchstwertes mit mehreren Einflüssen zu rechnen, welche die Stromamplitude zu verändern streben. Von Anfang an versucht die wachsende Eisensättigung den Höchstwert zu begrenzen. — Ferner wurde in unseren Rechnungen die Zeitkonstante des für Erregerwicklung und Längsfelddämpfung eingeführten Ersatzstromkreises „m" sehr groß vorausgesetzt, da ja der Widerstand r_m vernachlässigt wurde. In Wirklichkeit ist diese Zeitkonstante zwar groß gegen $\frac{1}{100}$ sec, aber nicht sehr groß im Verhältnis zur Dauer der mechanischen Eigenschwingungen, die durch den Kurzschluß ausgelöst werden. Je nach der Stärke der Kompoundwicklung und je nachdem der Umformer Fremderregung oder Eigenerregung besitzt, wird daher der Gleichstrom mit einer durch die Zeitkonstante des Ersatzstromkreises „m" bedingten Geschwindigkeit einem anderen Grenzwerte zustreben.

Digitized by Google

Wichtiger als diese Veränderlichkeit des Höchstwertes ist die übergelagerte Stromschwingung, welche durch die mechanische Pendelung des Umformers erzwungen wird. Da diese Pendelungen eine verhältnismäßig kleine Wechselgeschwindigkeit $\frac{d\alpha}{dt}$ besitzen, ist für sie das 3. und 4. Glied auf der linken Seite von Gleichung (64) von untergeordneter Bedeutung. Es gilt daher mit guter Annäherung

$$\bar{i} = \frac{\left(1 + \frac{\frac{d\alpha}{dt}}{\omega}\right) \varkappa_m E \left[\cos\alpha \left(1 - \frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_m}\right) + c_0 \frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_m}\right] - \bar{E}_g}{r - \left(\omega + \frac{d\alpha}{dt}\right) \bar{K} \sigma_K} \tag{67}$$

Das bedeutet eine Stromschwingung, wie sie Bild 3 darstellt. Ein Schnellschalter würde den Stromstoß auf die schraffierte Fläche begrenzen. Verwendet man aber wie so häufig gewöhnliche Luftschalter, so kann es evtl. zweckmäßig sein, die Unterbrechungszeit ungefähr gleich der halben Eigenschwingungsdauer einzustellen. Denn hierfür fällt die abzuschaltende Leistung am geringsten aus.

Zum Schlusse möchte ich noch ein paar Worte über die Bedeutung der Kompoundierungswicklung für die Ausbildung des Kurzschlußstromes sagen. Wie Gleichung (64) zeigt, macht sich zu Beginn des Kurzschlusses die Rotationsspannung der Kompoundwicklung nicht in ihrer vollen Größe $i\omega \bar{K} \bar{\sigma}_1$* geltend, sondern tritt nur mit dem kleineren Betrage

$$i\omega \bar{K} \sigma_K$$

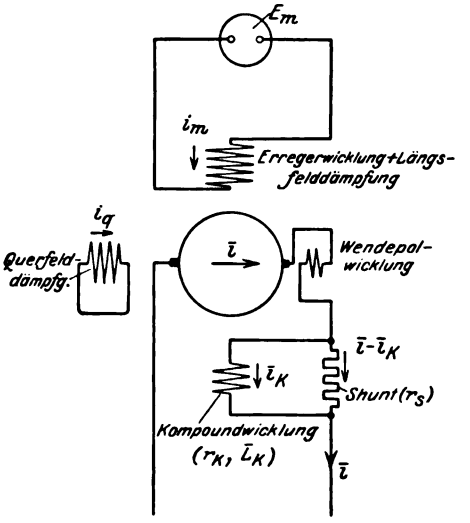


Bild 4. Zur Berechnung der Stromverteilung bei geshunteter Kompoundwicklung.

in die Rechnung ein. Der Wert von σ_K wurde unter der günstigsten Annahme berechnet, daß die magnetische Kopplung zwischen Kompoundwicklung einerseits und Erregerwicklung und Längsfelddämpfung andererseits vollkommen streuungsfrei sei. Trotzdem ist σ_K nicht gleich $\bar{\sigma}_1$, sondern

$$\sigma_K = \frac{\bar{\sigma}_1 \sigma_m'}{\bar{\sigma}_1 + \sigma_m'} = \frac{1}{\frac{1}{\bar{\sigma}_1} + \frac{1}{\sigma_m'}}.$$

Kleine Werte für $\frac{\sigma_K}{\bar{\sigma}_1}$ erhält man, wenn man die Streuung $\bar{\sigma}_1$ der Drehstromseite gegen die Hauptfeldwicklungen viel größer macht als die Streuung σ_m' der Hauptfeldwicklungen gegen die Drehstromwicklung. Kann man dies nicht, oder will man sich nicht dazu verstehen, so treibt die Kompoundwicklung bei direktem Klemmenkurzschluß den Gleichstrom zu stark in die Höhe, und es empfiehlt sich dann, den Kurzschlußstrom durch Anwendung von Schnellschaltern zu begrenzen. Ein anderes Mittel ist die Shuntung der Kompoundwicklung durch einen Widerstand, der beim plötzlichen Anwachsen des Kurzschlußstromes den Hauptteil des Stromstoßes an der Kompoundwicklung vorbeileitet. Ist i_K der Strom in der Kompoundwicklung, $\bar{i} - i_K$ der Strom im Shunt, r_K der Widerstand der Kompoundwicklung und r_S der Shuntwiderstand, so gilt für den aus Kompoundwicklung und Shunt gebildeten Stromkreis (Bild 4)

* Siehe Gleichung (58) und (59).

Digitized by Google

$$\frac{d}{dt}[\bar{L}_K \bar{i}_K + K i' + K_m i_m] + \bar{i}_K (r_K + r_S) = \bar{i} r_S . \tag{68}$$

Außerdem setzen wir wie früher unter Vernachlässigung des Ohmschen Widerstandes des Kreises „m“

$$\frac{d}{dt}[L_m i_m + M i' + K_m \bar{i}_K] = 0 \tag{45}$$

und

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{L_m}{M}\left(\frac{E\cos\alpha}{\omega} - L_1 \sigma_{1m} i' - K \sigma_m \bar{i}_K\right)\right] = 0. \tag{48}$$

Integrieren wir die beiden letzten Gleichungen (Integrationskonstanten C_{m0} und C_0') und kombinieren sie mit der ersten Gleichung, so ergibt sich folgende Entwicklung:

$$\bar{L}_K \bar{i} + K i' + K_m i_m = [\bar{L}_K \bar{i} + K i' + K_m i_m] - \frac{K_m}{L_m}[L_m i_m + M i' + K_m \bar{i}_K] +$$
$$+ \frac{K M}{L_1 L_m}\frac{\sigma_m}{\sigma_{1m}}\left[\frac{L_m}{M}\left(\frac{E\cos\alpha}{\omega} - L_1 \sigma_{1m} i_1' - K \sigma_m \bar{i}_K\right)\right] + C_{m0}\frac{K_m}{L_m} + C_0'\frac{K M}{L_1 L_m}\frac{\sigma_m}{\sigma_{1m}}$$
$$= \left[\bar{L}_K - \frac{K_m^2}{L_m} - \frac{K^2 \sigma_m^2}{L_1 \sigma_{1m}}\right]\bar{i} + \varkappa_1 \frac{\sigma_m}{\sigma_{1m}}\frac{E\cos\alpha}{\omega} + C_{m0}\frac{K_m}{L_m} + C_0'\frac{K M}{L_1 L_m}\frac{\sigma_m}{\sigma_{1m}}$$

oder wenn wir die geringe Veränderlichkeit der 3 letzten Summanden zu Beginn des Kurzschlusses vernachlässigen

$$\bar{L}_K \bar{i} + K i' + K_m i_m = \bar{i} L_K \bar{\sigma}_K + \text{Konst.} \tag{69}$$

Die Differentialgleichung des kompoundierenden Stromes lautet also

$$\frac{d}{dt}[L_K \bar{\sigma}_K i_K] + i_K (r_K + r_S) = i r_S . \tag{70}$$

Setzen wir zur Abkürzung

$$\alpha = \frac{r_K + r_S}{L_K \sigma_K} \tag{71a}$$

$$\beta = \frac{r}{L\sigma} \tag{71b}$$

und zu Beginn des Kurzschlusses

$$\bar{i} = \bar{i}_{max}(1 - e^{-\beta t}), \tag{71c}$$

so ergibt sich die Lösung in der Form

$$\bar{i}_K = \bar{i}_{max} \cdot \frac{r_S}{r_S + r_K}\left[1 + \frac{\beta}{\alpha - \beta} e^{-\alpha t} - \frac{\alpha}{\alpha - \beta} e^{-\beta t}\right] \tag{71}$$

oder für kleine Werte von t angenähert:

$$i_K = \left[i_{max} \cdot \frac{r_S}{r_S + r_K}\right] \cdot \frac{r_S + r_K}{L_K \sigma_K} \cdot \frac{r}{L\sigma} \cdot \frac{t^2}{2}. \tag{72}$$

Hiernach kann man für einen gegebenen Luftschalter leicht beurteilen, ob während der Dauer des Kurzschlusses die Kompoundierung genügend geschwächt wird. Ist dies nicht der Fall, muß die Kompoundwicklung weniger Amperewindungen erhalten oder ganz fortgelassen werden. Manchmal wird sogar statt der Kompoundierung eine den Kurzschluß abschwächende Gegenkompoundierung angewendet.

C. Die mechanischen Eigenschwingungen als Folge stoßweiser Belastung.

1. Die Gleichungen der mechanischen Leistung.

Während des Ausgleichvorganges wird an die rotierenden Massen (Trägheitsmoment Θ) eine gewisse mechanische Leistung P_m abgegeben, welche die Drehzahl erhöht oder erniedrigt, je nachdem P_m positiv oder negativ ausfällt. Wir drücken dies durch die allgemeine Schwingungsgleichung aus:

Digitized by Google

$$\Theta \frac{d^2\left(\frac{\alpha}{p}\right)}{dt^2} = -\frac{P_m}{\omega + \frac{d\alpha}{dt}} \cdot \qquad (73)$$
$$9{,}81 \cdot \frac{}{p}$$

Das erste Integral dieser Differentialgleichung kann auf 2 Arten gebildet werden, nämlich entweder:

$$9{,}81 \cdot \frac{\Theta\,\omega}{p^2} \cdot \int d\left(\frac{d\alpha}{dt}\right) = \int \frac{-P_m}{1 + \frac{\frac{d\alpha}{dt}}{\omega}} \cdot dt \qquad (73a)$$

oder

$$9{,}81 \cdot \frac{\Theta\,\omega}{2p^2} \int d\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 = \int \frac{-P_m}{1 + \frac{\frac{d\alpha}{dt}}{\omega}} d\alpha. \qquad (73b)$$

Die mechanische Leistung P_m hat 3 Komponenten:

Erstens: Die Leistung $\bar{P}_m$ infolge der Rotation der Gleichstromampereleiter (i) im Längsfeld.

Zweitens: die Leistung P_m'' infolge der Rotation der Wechselstromampereleiter (i'') im Längsfeld.

Drittens: die Leistung P_m' infolge der Rotation der Wechselstromampereleiter (i') im Querfeld.

Die erste Komponente kann man als „Gleichstromleistung", die Summe aus der zweiten und dritten Komponente als „Drehstromleistung" bezeichnen. Gleichstromleistung und Drehstromleistung lassen sich auf verschiedene Weise ausdrücken, wie folgende Zusammenstellung zeigt:

Der Ansatz für die Gleichstromleistung lautet:

$$\bar{P}_m = -i\left(\omega + \frac{d\alpha}{dt}\right)\left[\overline{M i_m} + \overline{K i} + \overline{N' i'}\right]. \qquad (74)$$

Daraus entwickeln wir nach Gleichung (62):

$$-\frac{\bar{P}_m}{1 + \frac{\frac{d\alpha}{dt}}{\omega}} = -\bar{i}\,\varkappa_m \left[E\cos\alpha - \omega L_1 \bar{\sigma}_1 i'\right] \qquad (74a)$$

oder nach Gleichung (63):

$$-\frac{\bar{P}_m}{1 + \frac{\frac{d\alpha}{dt}}{\omega}} = -i\,\varkappa_m \left[E\cos\alpha\left(1 - \frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_m}\right) + c_0 \frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_m}\right] - \bar{i}^2 \cdot \omega \bar{K}\,\sigma_K \qquad (74b)$$

oder nach Gleichung (60) und (61):

$$\bar{P}_m = -\bar{E}_g \bar{i} - \bar{i}^2 \bar{r} - \bar{i}\frac{d}{dt}\left[\bar{i}\bar{L}\bar{\sigma} + \frac{E\sin\alpha}{\omega}\varkappa_2 \frac{\sigma_q}{\sigma_{2q}} + \frac{E\cos\alpha}{\omega}\varkappa_1 \frac{\sigma_m}{\sigma_{1m}}\right]. \qquad (74c)$$

Der Ansatz für die beiden Komponenten der Drehstromleistung lautet:

$$\left.\begin{aligned} P_m'' &= -i''\left(\omega + \frac{d\alpha}{dt}\right)\left[M i_m + K\bar{i} + L' i'\right] \\ P_m' &= i'\left(\omega + \frac{d\alpha}{dt}\right)\left[Q i_q + N''\bar{i} + L'' i''\right] \end{aligned}\right\} \qquad (75)$$

Daraus entwickeln wir nach Gleichung (39) und (40):

$$P_m'' = -i''\left(\omega + \frac{d\alpha}{dt}\right)\left[\frac{E\cos\alpha}{\omega} - L\sigma i'\right]$$
$$P_m'' = i'\left(\omega + \frac{d\alpha}{dt}\right)\left[\frac{E\sin\alpha}{\omega} - L\sigma i''\right]$$

und

Digitized by Google

$$\frac{P_m'' + P_m'}{1 + \frac{d\alpha}{dt}} = i' E \sin\alpha - i'' E \cos\alpha \qquad (75a)$$

oder nach Gleichung (50) und (56):

$$\left.\begin{aligned}\frac{P_m'' + P_m'}{1 + \frac{d\alpha}{dt}} = &- E^2 \left[\frac{\sin\alpha - s_0}{\omega L_2 \sigma_{2q}} \cos\alpha + \frac{c_0 - \cos\alpha}{\omega L_1 \sigma_{1m}} \sin\alpha\right] + \\ &+ \bar{i} E \left[\varkappa_2 \frac{\sigma_q}{\sigma_{2q}} \cos\alpha - \varkappa_1 \frac{\sigma_m}{\sigma_{1m}} \sin\alpha\right]\end{aligned}\right\} \qquad (75b)$$

Will man sich an Hand dieser Gleichungen ein Urteil über die Bedeutung der Querfelddämpfung bilden, so kombiniert man am besten die Gleichungen (74b) und (75b). Man kann dabei der Einfachheit halber annehmen, der Umformer arbeite ohne Kompoundierung ($\bar{K} = 0$, $\varkappa_1 = 0$). Ferner erfolge der Belastungsstoß bei Leerlauf ($i_0 = 0$, $\alpha_0 = 0$, $s_0 = 0$). Endlich sei die Maschine „richtig erregt" ($\omega M i_{m0} = E \cos\alpha_0$) und schwach gesättigt ($c_0 = 1$). Solange dann α klein bleibt, kann $c_0 - \cos\alpha$ vernachlässigt werden. Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich für die Summe P_m aus Gleichstrom und Drehstromleistung:

$$\frac{P_m}{1 + \frac{d\alpha}{dt}} = -\bar{i}\varkappa_m E \cos\alpha + \bar{i}\varkappa_2 \frac{\sigma_q}{\sigma_{2q}} E \cos\alpha - E^2 \frac{\sin 2\alpha}{2\omega L_2 \sigma_{2q}}. \qquad (76)$$

Das erste Glied bezeichnet die mechanische Leistung der Gleichstromseite (reduziert auf die synchrone Drehzahl). Sie sucht den Umformer außer Tritt zu werfen, hat aber dabei die mechanische Leistung der Drehstromseite zu überwinden, deren Hauptteil das zweite Glied in Gleichung (76) ausdrückt. Das dritte Glied endlich bezeichnet die sog. „synchronisierende Leistung" der Drehstromseite, welche den resultierenden Stoß mit einer entsprechenden Winkeländerung α auffangen muß. Im Augenblicke des Kurzschlusses ist diese Leistung Null.

Wie Bild 2 zeigt, ist $\varkappa_m$ im allgemeinen nicht viel größer als $\varkappa_2$ $(1 + \sigma'')$; der Unterschied beträgt meist weniger als 0,1 $\varkappa_m$. Ohne Querfelddämpfung betrüge daher der erste mechanische Leistungsstoß im Verhältnis zur vollen Gleichstromleistung $\bar{P}_m$:

$$1 - \frac{\varkappa_2}{\varkappa_m} < 1 - \frac{1}{1{,}1\,(1 + \sigma'')},$$

oder z. B. für $\sigma'' = 0{,}15$ (Transformator mit großer Kurzschlußreaktanz):

$$1 - \frac{\varkappa_2}{\varkappa_m} < 0{,}21.$$

Tritt aber die Querfelddämpfung hinzu, so ergibt sich statt dessen:

$$1 - \frac{\varkappa_2}{\varkappa_m}\frac{\sigma_q}{\sigma_{2q}} < 1 - \frac{1}{1{,}1\,(1 + \sigma'')} \cdot \frac{\sigma_q''}{\sigma_2 + \sigma_q''},$$

oder für

$$\sigma' = 0{,}15, \quad \sigma_2 = \frac{\sigma''}{1 + \sigma''} = 0{,}13, \quad \sigma_q = 0{,}04,$$

$$1 - \frac{\varkappa_2}{\varkappa_m}\frac{\sigma_q}{\sigma_{2q}} < 1 - 0{,}79 \cdot 0{,}235 = 0{,}815.$$

Der mechanische Stoß ist also durch die Querfelddämpfung nahezu vervierfacht worden. Trotzdem wird die Stabilität dadurch nicht vermindert, und zwar aus dem Grunde, weil die Querfelddämpfung gleichzeitig die synchronisierende Leistung erhöht. Nach Gleichung (76) kann diese Erhöhung auf

$$\frac{1}{\sigma_{2q}} = \frac{1 + \sigma_q''}{\sigma_2 + \sigma_q''} = \frac{1{,}04}{0{,}17} = 6{,}1$$

geschätzt werden. Indessen ist diese Schätzung unsicher, weil sie ohne Berücksichtigung des Ohmschen Widerstandes der Dämpferwicklung vorgenommen wurde.

Digitized by Google

2. Die Stabilitätsgrenze im stationären Betrieb.

Ehe ich aus der Schwingungsgleichung (73) weitere Schlüsse ziehe, will ich zuerst die Überlastbarkeit im stationären Zustand näher untersuchen. Im stationären Zustand ist die mechanische Leistung gleich Null, wenn von den unbeträchtlichen Reibungs- und Ventilationsverlusten abgesehen wird. Gleichung (74a) und (75a) liefern hierfür:

$$0 = (i_0'' + \varkappa_{m0}\bar{i}_0) E\cos\alpha_0 - i_0'(E\sin\alpha + \varkappa_{m0}\bar{i}_0 \cdot \omega L_{10}\bar{\sigma}_{10}). \tag{77}$$

Setzen wir hierin gemäß Gleichung (39) und (40)

$$i_0'' = \frac{E\sin\alpha_0}{\omega L_{20}} - \varkappa_{20}\bar{i}_0,$$

$$i_0' = \frac{E(\cos\alpha_0 - \varepsilon_0)}{\omega L_{10}} - \varkappa_{10}\bar{i}_0$$

mit

$$\varepsilon_0 = \frac{\omega M_0 i_{m0}}{E}, \tag{78}$$

so ergibt sich:

$$\left.\begin{aligned} 0 = E^2\sin\alpha_0\left[\frac{\cos\alpha_0}{\omega L_{20}} + \frac{\varepsilon_0 - \cos\alpha_0}{\omega L_{10}}\right] + \bar{i}_0 E[\cos\alpha_0(\varkappa_{m0} - \varkappa_{20}) + \\ + (\varepsilon_0 - \cos\alpha_0)\varkappa_{m0}\sigma_{10} + \sin\alpha_0\varkappa_{10}] + \bar{i}_0^2\varkappa_{m0}\varkappa_{10}\cdot\omega L_{10}\bar{\sigma}_{10} \end{aligned}\right\} \tag{79}$$

Aus dieser Gleichung kann i_0 als Funktion von α_0 berechnet und daraus die Leistungscharakteristik des Umformers abgeleitet werden. Die Stabilitätsgrenze, bei deren Überschreitung der Umformer außer Tritt fallen muß, wird mit

$$\alpha = -\frac{\pi}{2}$$

erreicht. Für diesen Grenzfall liefert Gleichung (79):

$$0 = -E^2\frac{\varepsilon_0}{\omega L_{10}} + \bar{i}_0 E[\varepsilon_0\varkappa_{m0}\bar{\sigma}_{10} - \varkappa_{10}] + \bar{i}_0^2\varkappa_{m0}\varkappa_{10}\omega L_{10}\bar{\sigma}_{10}.$$

Die beiden Wurzeln lauten:

$$\left.\begin{aligned} (\bar{i}_0)_1 &= \frac{E}{\omega L_{10}\bar{\sigma}_{10}} \\ (\bar{i}_0)_2 &= \frac{E}{\omega L_{10}}\cdot\frac{\varepsilon_0}{\varkappa_{10}} = i_{m0}\frac{M_0}{K_0} \end{aligned}\right\} \tag{80}$$

Praktische Bedeutung besitzt nur der kleinere von beiden Werten. Ist also, wie gewöhnlich, $(\bar{i}_0)_1 < (\bar{i}_0)_2$, so wird die Kippgrenze unabhängig von der Kompoundierung durch die Streureaktanz $\omega L_{10}\sigma_{10}$ der Drehstromseite bestimmt. Ist dagegen ausnahmsweise $(\bar{i}_0)_2 < (\bar{i}_0)_1$, so gibt die Stärke der Hauptfelderregung und der Kompoundierung den Ausschlag. Der zugehörige kritische Belastungswiderstand läßt sich leicht aus Gleichung (58) ableiten, und zwar ergibt sich zu $(\bar{i}_0')$:

$$\left.\begin{aligned} (\bar{r}_0)_1 &= \omega\bar{K}\bar{\sigma}_{10} + \omega L_{10}\bar{\sigma}_{10}\left[\varkappa_{m0}(\cos\alpha_0 + (\varepsilon_0 - \cos\alpha_0)\bar{\sigma}_{10}) - \frac{\bar{E}_{\varepsilon 0}}{E}\right] \\ \text{bzw. zu } (\bar{i}_0)_2 \text{ für } \varepsilon_0\frac{\bar{\sigma}_{10}}{\varkappa_{10}} < 1&: \\ (\bar{r}_0)_2 &= \omega\bar{K}\bar{\sigma}_{10} + \omega\bar{K}\frac{1}{\varepsilon_0}\left[(\cos\alpha_0 + (\varepsilon_0 - \cos\alpha)\bar{\sigma}_{10}) - \frac{\bar{E}_{\varepsilon 0}}{\varkappa_{m0}E}\right] \end{aligned}\right\} \tag{81}$$

Es ist vielleicht nicht überflüssig, zu erwähnen, daß die an der Kippgrenze abgegebene Gleichstromleistung im allgemeinen nicht die größte Gleichstromleistung ist, mit welcher der Umformer belastet werden kann.

3. Die Stabilitätsverhältnisse bei stoßweiser Belastung.

Die Untersuchung der Stabilitätsverhältnisse bei stoßweiser Belastung bzw. Kurzschlüssen ist ziemlich verwickelt. Wir müssen dabei 2 Hauptfälle unterscheiden, nämlich:

Digitized by Google

Erstens: die Stabilität ohne Rücksicht auf die automatischen Überstromauslösung, die dabei als nicht vorhanden oder zu hoch eingestellt angesehen wird.

Zweitens: die Stabilität unter Berücksichtigung des selbsttätigen Eingreifens des Überstromschalters.

Von vornherein ist klar, daß die Stabilitätsgrenze ohne Überstromschalter für stoßweise Belastung wesentlich tiefer liegt als bei allmählich gesteigerter Belastung. Denn bei stoßweiser Belastung überschwingt der Umformer die stationäre Gleichgewichtslage.

Für den zweiten Fall hängt natürlich alles davon ab, wie schnell der Überstromschalter den Kurzschluß abschalten kann. Es wird sich daher darum handeln, die notwendige Anschaltezeit als Funktion des Überstromes zu berechnen.

Ich beginne mit dem einfacheren von beiden Problemen, d. i. der Bestimmung der Ausschaltezeit des Überstromschalters bei kräftigen Kurzschlüssen. Hier liegen die Verhältnisse im großen und ganzen folgendermaßen:

Ein sehr kräftiger, aber nur sehr kurze Zeit bestehender Kurzschluß bewirkt, wie durch einen Stoß, eine plötzliche Geschwindigkeitssenkung. Der Umformer hat sich also bei Abschalten des Kurzschlusses nur um einen kleinen Winkel $\alpha_K - \alpha_0$ aus der Gleichgewichtslage (α_0) gerührt, besitzt aber trotzdem schon einen verhältnismäßig großen Geschwindigkeitsverlust $\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)_K$. Diese (negative) Initialgeschwindigkeit vergrößert die Winkelabweichung nach Abschalten des Kurzschlusses, bis das der Winkeländerung sich widersetzende synchronisierende Moment den Stoß aufgefangen hat. Wird der Anker auf mehr als -90^0 zurückgeworfen, so fällt der Umformer außer Tritt. Wird dagegen bei $\alpha = -90^0$ eben wieder die synchrone Geschwindigkeit erreicht $\left(\frac{d\alpha}{dt} = 0\right)$, so kann der Umformer eben noch im Tritt bleiben.

Wie der Ausgleichvorgang zerfällt auch die Lösung des Problemes in zwei Teile. Zuerst berechnen wir die größte Initialgeschwindigkeit, mit welcher der Umformer eben die Stabilitätsgrenze $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ erreicht. Sodann bestimmen wir, wie klein für gegebene Kurzschlußleistung P_K die Ausschaltezeit T_K gemacht werden muß, damit diese Anfangsgeschwindigkeit nicht überschritten wird. Da wir mit dem Widerstand der Dämpferwicklungen auch die dämpfenden Momente vernachlässigen, kann die Rechnung keinen Anspruch auf große Genauigkeit machen.

Für die Untersuchung des Ausgleichvorganges nach Abschalten des Kurzschlusses ist der Umformer als normale Synchronmaschine zu behandeln. Wir setzen daher $P_m = 0$, $i = 0$ und erhalten aus Gleichung (73) und (75b)

$$9{,}81\,\frac{\Theta\,\omega}{2\,p^2}\,\frac{d\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2}{d\alpha} = \frac{P_m' + P_m''}{1 + \frac{dt}{\omega}\,\frac{d\alpha}{d\alpha}} = -E^2\left[\frac{\sin\alpha - s_0}{\omega\,L_2\,\sigma_{2q}}\cos\alpha + \frac{c_0 - \cos\alpha}{\omega\,L_1\,\sigma_{1m}}\sin\alpha\right]. \qquad (82)$$

Bei Abschalten des Kurzschlusses ist der Anker um $\alpha_K{}^0$ aus der Nullage abgelenkt und schlüpft gegen den Synchronismus mit der negativen Winkelgeschwindigkeit $\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)_K$. Wenn α von α_K auf $-\frac{\pi}{2}$ angewachsen ist, soll der Umformer wieder synchron laufen $\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)_{\alpha = -\frac{\pi}{2}} = 0$. Wenn wir daher Gleichung (82) zwischen α_K und $-\frac{\pi}{2}$ integrieren und dabei die Streureaktanzen auf der rechten Seite als Konstante betrachten, so ergibt sich:

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned} -9{,}81\,\frac{\Theta\,\omega}{2\,p^2}\cdot\left(\frac{d\,\alpha}{dt}\right)_K^2 &= \int_{\alpha_K}^{-\frac{\pi}{2}} \frac{P_m' + P_m''}{1+\frac{\frac{d\,\alpha}{dt}}{\omega}}\cdot d\,\alpha \\ &= -E^2\left[\frac{\frac{1+\cos 2\,\alpha_K}{4} + s_0(1+\sin\alpha_K)}{\omega\,L_2\,\sigma_{2q}} + \frac{c_0\cos\alpha_K - \frac{1+\cos 2\,\alpha_K}{4}}{\omega\,L_1\,\sigma_{1m}}\right] \end{aligned}\right\} \quad (83)$$

oder für kleine Werte von α_K genau genug

$$9{,}81\,\frac{\Theta\,\omega}{p^2}\left(\frac{d\,\alpha}{dt}\right)_K^2 = E^2\left[\frac{1+2\,s_0}{2\,\omega\,L_2\,\sigma_{2q}} + \frac{2\,c_0-1}{2\,\omega\,L_1\,\sigma_{1m}}\right]. \quad (83\,a)$$

Einen zweiten Ausdruck für die Initialgeschwindigkeit erhalten wir nach Gleichung (73a) durch Integration der mechanischen Leistung während der Kurzschlußzeit T_K. Da hierbei der Umformer zu Anfang ($t=0$) synchron läuft $\left(\frac{d\,\alpha}{dt}=0\right)$, dagegen nach Abschalten des Kurzschlusses ($t=T_K$) die negative Schlüpfungsgeschwindigkeit $\left(\frac{d\,\alpha}{dt}\right)_K$ besitzt, so liefert die Integration:

$$9{,}81\,\frac{\Theta\,\omega}{p^2}\left(\frac{d\,\alpha}{dt}\right)_K = \int_0^{T_K} \frac{P_m + P_m'' + P_m'}{1+\frac{\frac{d\,\alpha}{dt}}{\omega}}\,dt$$

oder da $\frac{d\,\alpha}{dt}$ gegen ω vernachlässigt werden darf:

$$9{,}81\,\frac{\Theta\,\omega}{p^2}\left(\frac{d\,\alpha}{dt}\right)_K = \int_0^{T_K} (P_m + P_m'' + P_m')\,dt.$$

Hierin berechnen wir P_m nach Gleichung (74c), $P_m'' + P_m'$ nach Gleichung (75b), wobei jedoch die Arbeit des synchronisierenden Momentes [erster Klemmerausdruck in Gleichung (75b)] wegen der Kleinheit des Zeitintervalles und des Winkels α nicht berücksichtigt zu werden braucht. Auf diese Weise ergibt sich

$$\left.\begin{aligned} 9{,}81\,\frac{\Theta\,\omega}{p^2}\left(\frac{d\,\alpha}{dt}\right)_K &= -\int_0^{T_K}\left[E_g\,i + i^2\,r + i\,E\left(\varkappa_1\frac{\sigma_m}{\sigma_{1m}}\sin\alpha - \varkappa_2\frac{\sigma_q}{\sigma_{2q}}\cos\alpha\right)\right]dt + \frac{1}{2}\,L\,\sigma\left(i_K^2 - i_0^2\right) \\ &= -P_K\cdot T_K \end{aligned}\right\} \quad (84)$$

Da hierbei i nach Gleichung (66) oder (67) oder auf Grund oszillographischer Aufnahmen bestimmt und die Veränderlichkeit von α zwischen α_0 und α_K nicht berücksichtigt zu werden braucht, so ist es nicht schwer, die Integration auszuführen und P_K als Funktion von T_K zu bestimmen. Indem wir schließlich noch $\left(\frac{d\,\alpha}{dt}\right)_K$ aus Gleichung (83a) in Gleichung (84) einsetzen, ergibt sich für die größte zulässige Dauer des Kurzschlusses

$$T_K = \sqrt{9{,}81\,\frac{\Theta\,\omega}{p^2}}\cdot\sqrt{\frac{1+2\,s_0}{\omega\,L_2\,\sigma_{2q}} + \frac{2\,c_0-1}{\omega\,L_1\,\sigma_{1m}}}\cdot\frac{E}{P_K}. \quad (85)$$

Ein Zahlenbeispiel möge zeigen, um welche Abschaltzeiten es sich dabei handelt: Für einen 25periodigen 1500 kW-Umformer sei:

$$\Theta = 100 \text{ kg m sec}^2$$
$$\omega = 157$$
$$p = 3$$
$$\frac{E^2}{\omega\,L_2} = 1000\cdot 10^3 \text{ VA}$$

Digitized by Google

$$\frac{E^2}{\omega L_1} = 500 \cdot 10^3 \text{ VA}$$
$$\sigma_{2q} = 0{,}16$$
$$\sigma_{1m} = 0{,}13.$$

Wir vernachlässigen die Eisensättigung und setzen

$$s_0 = 0$$
$$c_0 = 1.$$

endlich schätzen wir für direkten Kurzschluß

$$P_K = 20000 \cdot 10^3 \text{ Watt.}$$

Mit diesen Werten berechnet sich

$$T_K = \sqrt{9{,}81 \cdot \frac{100 \cdot 157}{9}} \cdot \sqrt{\frac{1000 \cdot 10^3}{0{,}16} + \frac{500 \cdot 10^3}{0{,}13}} \cdot \frac{1}{20000 \cdot 10^3} = 0{,}021 \text{ sec}$$

$$\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)_K = 0{,}155\ \omega.$$

Gewöhnliche automatische Luftschalter, die eine Ausschaltezeit von 0,1 bis 0,2 sec besitzen, können also das Außertrittfallen des Umformers nicht verhindern.

Die obigen Rechnungen geben einen guten Einblick in die Stabilitätsverhältnisse des durch Überstromschalter geschützten Umformers. Indessen ist es wünschenswert, den Überstromschalter möglichst hoch einstellen zu können, im Grenzfalle also für denjenigen Belastungsstoß, welcher den ungeschützten Umformer eben außer Tritt werfen würde. Wie hoch liegt diese Stabilitätsgrenze?

Um diese Frage beantworten zu können, müssen wir Gleichung (73b) zwischen den Grenzen α_0 und $-\frac{\pi}{2}$ integrieren oder genau genug zwischen 0 und $-\frac{\pi}{2}$, da α_0 im stationären Betrieb des nicht überlasteten Umformers klein ist. Wenn der Umformer eben die Stabilitätsgrenze erreicht, ist $\frac{d\alpha}{dt}$ für $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ gleich Null und ebenso für $\alpha = \alpha_0$, da der Umformer vor Auftreten des Belastungsstoßes synchron läuft. Bei der Integration verschwindet also die linke Seite von Gleichung (73b) und wir erhalten als Stabilitätsbedingung unabhängig vom Trägheitsmoment:

$$0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\bar{P}_m + P_m'' + P_m'}{1 + \frac{d\alpha}{dt}} d\alpha. \tag{86}$$

Für $\bar{P}_m$ benützen wir Gleichung (74b), für den Gleichstrom die Näherungsgleichung (67) in der folgenden, durch Vernachlässigung von $\frac{d\alpha}{dt}$ gekürzten Form:

$$\left.\begin{aligned} \bar{i} &= \frac{\varkappa_m E}{r - \omega K \sigma_K} \left[\cos\alpha \left(1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_m}\right) + \left(c_0 \frac{\sigma_1}{\sigma_m} - \frac{E_g}{\varkappa_m E}\right)\right] \\ &= \frac{\varkappa_m E}{r - \omega K \sigma_K} \left[\cos\alpha \left(1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_m}\right) + c\right] \end{aligned}\right\} \tag{87}$$

Die Wechselstromleistung ist wie immer nach Gleichung (75b) einzuführen. Auf diese Weise ergibt sich:

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned}
&\int_0^{-\frac{\pi}{2}} \frac{\bar{P}_m}{1+\frac{\frac{d\alpha}{dt}}{\omega}}\, d\alpha \doteqdot -\int_0^{-\frac{\pi}{2}} \left(\bar{i}^2 \bar{r} + \bar{E}_g \bar{i}\right) d\alpha \\
&= -\left(\frac{\varkappa_m E}{\bar{r} - \omega \bar{K} \sigma_K}\right)^2 \bar{r} \int_0^{-\frac{\pi}{2}} \left[\cos\alpha \left(1 - \frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_m}\right) + c\right]^2 d\alpha - \frac{\varkappa_m E \bar{E}_g}{\bar{r} - \omega \bar{K} \sigma_K} \int_0^{-\frac{\pi}{2}} \left[\cos\alpha \left(1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_m}\right) + c\right] d\alpha \\
&= \left(\frac{\varkappa_m E}{\bar{r} - \omega \bar{K} \sigma_K}\right)^2 \bar{r} \left[\left(1 - \frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_m}\right)^2 \frac{\pi}{2} + c^2 \frac{\pi}{2} + 2c \left(1 - \frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_m}\right)\right] \\
&+ \frac{\varkappa_m E E_g}{\bar{r} - \omega K \sigma_K} \left[\left(1 - \frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_m}\right) + c \frac{\pi}{2}\right]
\end{aligned}\right\} \quad (88)$$

Ferner:

$$\left.\begin{aligned}
&\int_0^{-\frac{\pi}{2}} \frac{P_m'' + P_m' \frac{d\alpha}{dt}}{1+\frac{\frac{d\alpha}{dt}}{\omega}}\, d\alpha = -E^2 \int_0^{-\frac{\pi}{2}} \left[\frac{\sin\alpha - s_0}{\omega L_2 \sigma_{2q}} \cos\alpha + \frac{c_0 - \cos\alpha}{\omega L_1 \sigma_{1m}} \sin\alpha\right] d\alpha \\
&+ \frac{\varkappa_m E^2}{\bar{r} - \omega \bar{K} \sigma_K} \int_0^{-\frac{\pi}{2}} \left[\cos\alpha \left(1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_m}\right) + c\right] \left[\varkappa_2 \frac{\sigma_q}{\sigma_{2q}} \cos\alpha - \varkappa_1 \frac{\sigma_1}{\sigma_{1m}} \sin\alpha\right] d\alpha \\
&= -E^2 \left[\frac{1 + 2 s_0}{2 \omega L_2 \sigma_{2q}} + \frac{2 c_0 - 1}{2 \omega L_1 \sigma_{1m}}\right] \\
&- \frac{\varkappa_m^2 E^2}{\bar{r} - \omega \bar{K} \sigma_K} \left[\frac{\varkappa_2}{\varkappa_m} \frac{\sigma_q}{\sigma_{2q}} \left(\left(1 - \frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_m}\right) \frac{\pi}{4} + c\right) + \frac{\varkappa_1}{\varkappa_m} \frac{\sigma_1}{\sigma_{1m}} \left(\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_m}\right) + c\right)\right]
\end{aligned}\right\} \quad (89)$$

Die Ausdrücke 88 und 89 führen wir in Gleichung (86) ein und erhalten:

$$\left.\begin{aligned}
&\left[\frac{1 + 2 s_0}{2 \omega L_2 \sigma_{2q}} + \frac{2 c_0 - 1}{2 \omega L_1 \sigma_{1m}}\right] \frac{\bar{r}^2 - \omega \bar{K} \sigma_K}{\varkappa_m^2} \leqq \frac{\bar{r}}{\bar{r} - \omega \bar{K} \sigma_K} \left[\left(1 - \frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_m}\right)^2 \frac{\pi}{4} + 2c \left(1 - \frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_m}\right) + c^2 \frac{\pi}{2}\right] + \\
&+ \frac{\bar{E}_g}{\varkappa_m \bar{E}} \left[1 - \frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_m} + c \frac{\pi}{2}\right] - \frac{\varkappa_2}{\varkappa_m} \frac{\sigma_q}{\sigma_{2q}} \left[\left(1 - \frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_m}\right) \frac{\pi}{4} - c\right] - \frac{\varkappa_1}{\varkappa_m} \frac{\sigma_1}{\sigma_{1m}} \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_m}\right) + c\right]
\end{aligned}\right\} \quad (90)$$

Die ist die gesuchte Stabilitätsbedingung des Einankerumformers ohne Überstromschutz, aus welcher der zulässige Mindestwert des Belastungswiderstandes $\bar{r}$ zu berechnen ist. Eine Diskussion der Gleichung kann unterbleiben, da die wichtigsten Gesichtspunkte bereits im Anschluß an Gleichung (76) zur Sprache gebracht wurden.

Digitized by Google

Pendelerscheinungen bei Einankerumformern.

Von

Claudius Schenfer.

Mitteilung aus dem Staatlichen Elektrotechnischen Experimental-Institut Moskau.

1. Es ist bekannt, daß Einankerumformern bei heftigen Belastungsänderungen und besonders bei Kurzschlüssen von der Gleichstromseite unter Umständen zu pendeln beginnen. Das Pendeln kann, wie bekannt, große Schwierigkeiten in dem Umformer verursachen, weshalb ein experimentales Studium dieser Erscheinungen sehr wünschenswert ist.

2. Versuchsanordnung. Um die Pendelerscheinung zu untersuchen, hat der Verfasser die folgende Anordnung (Bild 1) benutzt.

Darin bezeichnen:

A Umformeranker,
K dessen Kommutator,
S_0 Ausschalter,
L Drosselspule [1],

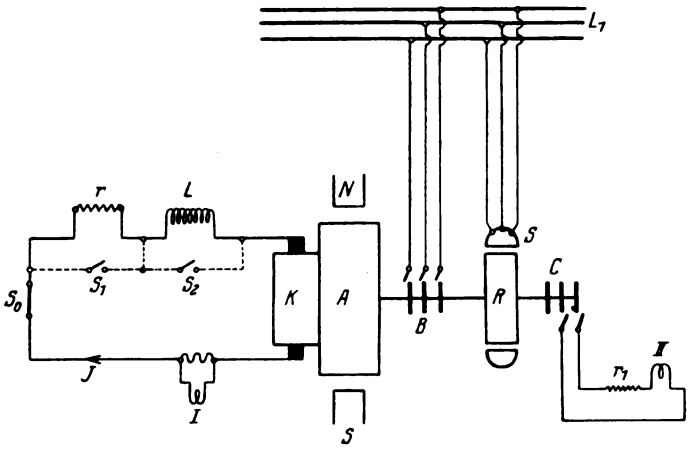


Bild 1. Versuchsanordnung.

r ein Ohmscher Zusatzwiderstand, dessen Wert dem Ohmschen Widerstand der Spule L ungefähr gleich ist [2],
S_1, S_2 die Ausschalter, mit deren Hilfe man evtl. r oder L kurzschließen kann,
B die Schleifringe des Umformers,
I, II die Oszillographenschleife,
S, R Stator und Rotor Asynchronmotors,
C die Schleifringe Asynchronmotors,
L_1 Drehstromnetz.

[1] Die von dem Verfasser angegebene Drosselspule L dient, wie unten erläutert wird, zur Begrenzung der Pendlungen, die bei Kurzschließen des Umformers auftreten.

[2] Der Widerstand r, dessen Ohmscher Widerstand dem Ohmschen Widerstande der Spule L gleich ist, wurde in den Kollektorkreis nur bei der kurzgeschlossenen Spule L eingeschaltet zum Zweck, einen unveränderlichen Wert des Ohmschen Widerstandes des Kollektorkreises zu erhalten (Bild 1).

Digitized by Google

Die drei Schleifringe B des Einankerumformers sind, wie aus Bild 1 zu ersehen, an das Drehstromnetz L_1 geschaltet; der Stator S des Asynchronmotors ist an dasselbe Netz angeschlossen und die Schleifringe C des Rotors dieses Asynchronmotors sind mit der Oszyllographenschleife II geschaltet. Die Polzahl des Asynchronmotors soll gleich der Polzahl des Umformers sein.

Der Asynchronmotor dient zur Aufnahme der Pendeldiagramme. Die Wirkung dieses Motors ist folgende:

Da der Stator S des obenerwähnten Asynchronmotors an das Drehstromnetz geschaltet ist, so entsteht darin ein Drehfeld. Bei streng synchronen Lauf des Umformers lauft auch der Rotor R des Asynchronmotors mit gleicher Geschwindigkeit, wie das durch seine Statorwicklung S erzeugte Drehfeld. In diesem Falle wird in der

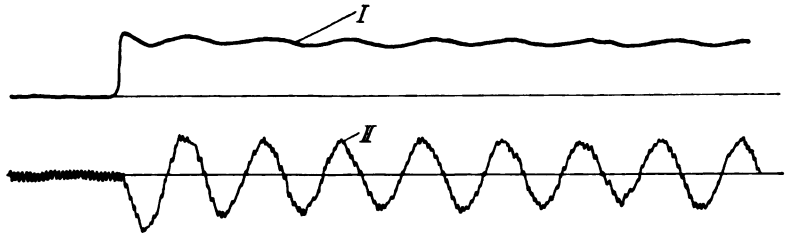


Bild 2.
I. Strom im Kommutatorkreise;
II. Pendelnkurve; (Selbstinduktionsspule L in Bild 1 ist kurzgeschlossen).

Rotorwicklung R keine EMK erzeugt (abgesehen von den höheren Harmonischen, die überhaupt einen relativ geringen Wert haben) und deshalb befindet sich die an die Rotorwicklung angeschlossene Oszillographenschleife II in Ruhe. Tritt jetzt ein plötzlicher Belastungsstoß auf, so wird dieser zunächst von den Schwungmassen des Umformers A aufgenommen, und es vermindert sich also die Drehgeschwindigkeit

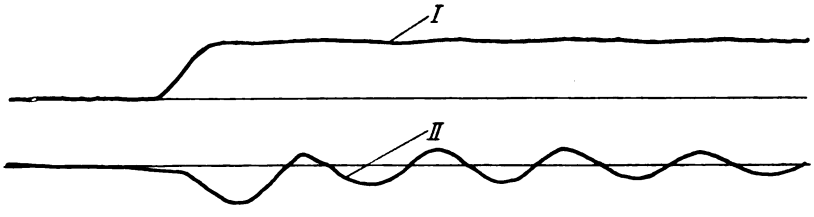


Bild 3.
I. Strom im Kommutatorkreise;
II. Pendelnkurve (Selbstinduktionsspule L in Bild 1 ist eingeschaltet).

des Ankers A; auf seine Synchrongeschwindigkeit wird dabei noch eine vorübergehende Geschwindigkeit aufgelagert, deren Zeichen sich periodisch ändert, und es treten die sog. „Pendelungen" auf. Dabei wird in Rotorwicklung R des Asynchronmotors eine EMK induziert, deren Frequenz mit der Pendelfrequenz übereinstimmt. Die Pendelungen kann man also mit Hilfe der Oszillographenschleife II registrieren.

3. Experimente[1]. In Bild 2 und 3 sind die Oszillogramme, die durch das Experiment erhalten wurden, dargestellt.

Die Oszillogramme in Bild 2 wurden bei kurzgeschlossener Induktionsspule L aufgenommen, in dem Kollektorkreise wurde dabei ein Ohmscher Widerstand r,

[1] Herrn Dipl.-Ing. W. Bogojawlensky, der mir bei der Ausführung der Versuche Hilfe leistete, spreche ich hier meinen besten Dank aus.

Digitized by Google

dessen Wert den Ohmschen Widerständen der Induktionspule L gleich ist, eingeschaltet [Bild 1 (der Ausschalter dabei S_1 wurde geöffnet)]. In Bild 2 gibt das obere Oszillogramm I den zeitlichen Verlauf des in den Kollektorkreise fließenden Gleichstromes und das untere Oszillogramm (II) die Pendelkurve des Einankerumformers, die mit Hilfe der Schleife II registriert wurde.

Diese Oszillogramme (Bild 2) zeigen deutlich, daß bei dem plötzlichen Kurzschlusse des Einankerumformers der letzte zu pendeln beginnt und daß sich die Pendelungen nur sehr langsam dämpfen. Durch dieses Pendeln des Umformers kann man auch die wellenartige Form der Gleichstromkurve I (Bild 2) erklären.

4. Methode des Verfassers (Einschalten der Drosselspule in Kollektorstromkreis). In Bild 3 sind die bei anderen Bedingungen aufgenommenen Oszillogramme des Stromes in dem Kollektorkreise (I) und der Pendelungsgeschwindigkeit (II) dargestellt; es wurde dabei in den Kollektorkreis die Induktionspule L eingeschaltet, der Ohmsche Widerstand r mit Hilfe des Ausschalters S_1 kurzgeschlossen und der Schalter S_2 geöffnet (s. Bild 1).

Aus dem Oszillogramme (Bild 3) sehen wir, welch einen großen Einfluß auf das Verhalten des Einankerumformers bei dem Kurzschlusse die von dem Verfasser angegebene Anordnung (die Einschaltung der Induktionspule L in den Kollektorkreis) ausübt. Infolge des verzögernden Einflusses der Induktionspule L wächst der Strom in dem Kollektorkreise (I) nicht sofort nach Auftreten des Kurzschlusses, wie in vorigem Falle (Bild 2), sondern ganz allmählich. Deshalb wird der erste Stromstoß gemäßigt und das Pendeln des Einankerumformers (wie die Vergleichung der Kurven II in Bild 2 und 3 zeigt) entsprechend vermindert. Wenn wir die Amplituden des ersten Pendelns nach dem Kurzschlusse bei ein- und ausgeschalteter Drosselspule L (Kurve II in Bild 2 und 3) vergleichen, so sehen wir, daß die Drosselspule die Amplitude des ersten Pendelns um etwa 30% herabsetzt. Es ist merkwürdig, daß bei Einankerumformern, welche Kompounderregung haben, die Serienerregerwicklung bis zu einem gewissen Grade die Rolle der oben beschriebenen Drosselspule L spielt. Doch ist der Wert dieser Selbstinduktion meistenteils nicht hinreichend groß; der zweite Mangel der Serienerregerwicklung besteht darin, daß die Wirbelströme in den massiven Teilen der Magnetkerne die Selbstinduktion der Serienerregerwicklung herabsetzen.

Digitized by Google

Experimentelle Untersuchung des Abschaltvorganges unter Öl bei 6000 Volt.

Von

P. Altbürger.

I. Einleitung und Ziel der Arbeit.

Die zahlreichen Untersuchungen des Abschaltvorganges bei Ölschaltern beschränken sich darauf, durch oszillographische Aufnahme der elektrischen Größen und Beobachtung der äußeren Erscheinungen den Einfluß konstruktiver Anordnungen und der Höhe der Abschaltleistung auf die Abschaltdauer und die Heftigkeit der Abschaltung festzustellen. Die Erscheinungen im Innern des Schalters, die durch das Brennen des Lichtbogens unter Öl hervorgerufen werden, werden hierbei nicht erfaßt. Nachstehende Arbeit hat sich daher zum Ziel gesetzt, den Abschaltvorgang im Ölschalter bei verschiedenen Kontaktarten und Versuchsbedingungen sowohl seinem Verlauf nach als auch zahlenmäßig in allen Einzelheiten zu erfassen, um so ein klares Bild zu vermitteln von den an sich recht komplizierten Erscheinungen, die bei der Abschaltung im Innern des Ölschalters auftreten. Außerdem soll der Zusammenhang zwischen den einzelnen maßgebenden Größen untersucht werden, um auf Grund dieser Gesetzmäßigkeiten die bei der Abschaltung auftretenden Erscheinungen vorausberechnen zu können. Die Untersuchungen werden so durchgeführt, daß mit einem Modellölschalter bei 6 kV Leistungen von 1000—2500 kVA abgeschaltet und hierbei alle Hauptbestimmungsgrößen, soweit sie der Messung zugänglich sind, ermittelt werden. Die elektrischen Größen werden durch den Oszillographen, die Lichtbogenbildung, Gaserzeugung und Ölbewegung durch Aufnahme des Schalterinnern mit Zeitlupe und Kinematograph, und die Druckerscheinungen mit einem neuentwickelten optischen Druckregistrierinstrument erfaßt. Die Auswertung dieser Versuche ergibt gewisse Zusammenhänge zwischen den elektrischen Größen und den chemischen und thermodynamischen Wirkungen des Lichtbogens unter Öl.

II. Experimenteller Teil.

A. Versuchsanordnung.

1. Versuchsschalter. Die experimentelle Untersuchung des Abschaltvorganges wurde mit dem in Bild 1 wiedergegebenen Modell-Ölschalter ausgeführt, dessen Hauptabmessungen eingetragen sind. Die Abmessungen wurden so gewählt, daß sie in bezug auf Abschaltweg, Ölhöhe über den Kontakten und Schlagweite unter Öl den in den VDE-Richtlinien für Ölschalter Reihe 6 angegebenen Mindestmaßen entsprechen. Der Ölkessel war jedoch so dimensioniert, daß Ölinhalt und Luftpolster nur etwa $^1/_6$ des Volumens betrugen, wie es die praktisch Verwendung findenden Schalter aufweisen. Hierdurch wurde erreicht, daß der Abschaltvorgang bei der zur Verfügung stehenden maximalen Abschaltleistung, die etwa 10% der Grenzleistung normaler Reihen-Ölschalter betrug, mit der gleichen Heftigkeit verlief wie bei Abschaltung einer etwa zehnmal höheren Leistung in Schaltern mit sechsmal größerem Ölinhalt.

Um das Schalterinnere während der Abschaltung mit der „Zeitlupe" aufnehmen zu können, hatte der Ölkessel Wände aus 10 mm starken Spiegelglasscheiben. Mit dem Deckel war der Kessel gasdicht verschraubt; auch die Traverse war durch eine gasdichte Stopfbüchse eingeführt. Zum Gasabzug befand sich im Deckel ein Abzug-

[1] Gekürzte Dissertation, Danzig Februar 1928.

Digitized by Google

rohr von 25 mm ∅ (a), das in einem Gefäß mündete, dessen Inhalt etwa doppelt so groß wie das Luftvolumen des Schalters war (b). Von diesem Gefäß führte ein dünnes Rohr (c) nach einem Meßglas, in dem das erzeugte Gas bestimmt werden konnte. Bild 2 zeigt die heute im Ölschalterbau am häufigsten Verwendung findenden Kontaktarten: 2-fach-Unterbrechung, 6-fach-Unterbrechung und 2-fach-Unterbrechung mit Löschkammer. Diese konnten je nach Bedarf in den Schalter eingebaut werden. Um die Vorgänge im Innern der Löschkammer verfolgen zu können, waren die Löschkammern ebenfalls aus etwa 10 mm starkem Glas angefertigt. Es wurden Lösch-

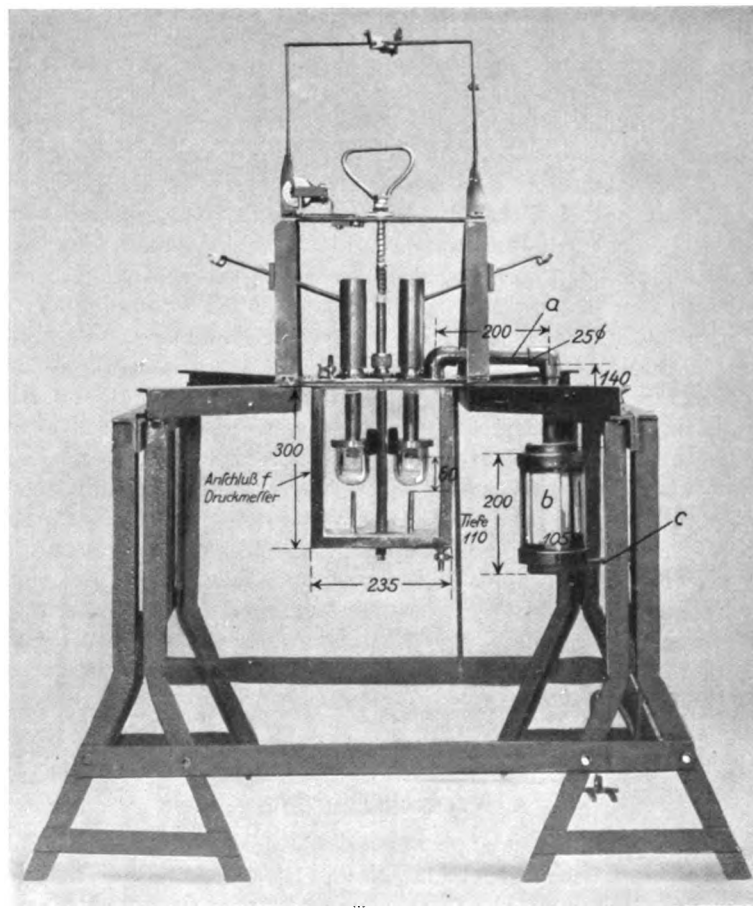


Bild 1.

kammern mit 10 mm und 35 mm starken Böden verwendet, um den Einfluß der Bodenstärke auf den Abschaltvorgang zu untersuchen. Eine auf der Traversenstange sitzende Feder bewirkte in einfacher Weise die Ausschaltung des Ölschalters. Durch Änderung der Federstärke konnte die Schaltgeschwindigkeit von 0,5 bis 3 m/s geändert werden. Die Auslösung des Ölschalters erfolgt durch magnetische Lösung der Traversen-Verklinkung.

Aus Bild 3 geht die gesamte Versuchsanordnung mit aufgebauter „Zeitlupe" hervor. Diese war in geringer Entfernung vom Schalter aufgestellt und hatte bei den Versuchen zum Schutz einen Bretterverschlag erhalten. Während der Aufnahmen mußte der Schalter durch mehrere Bogenlampen intensiv beleuchtet werden. Diese starke Beleuchtung war der kurzen Belichtungszeiten wegen erforderlich, anderer-

Digitized by Google

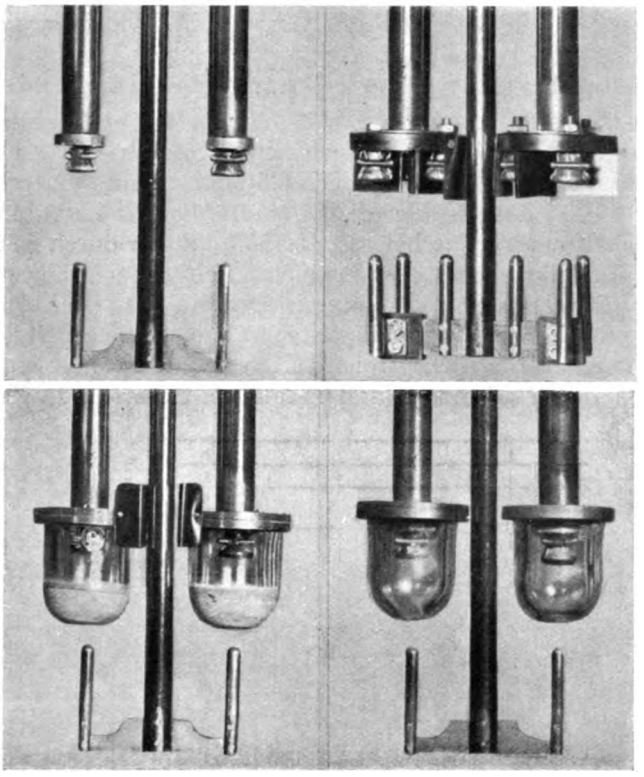


Bild 2.

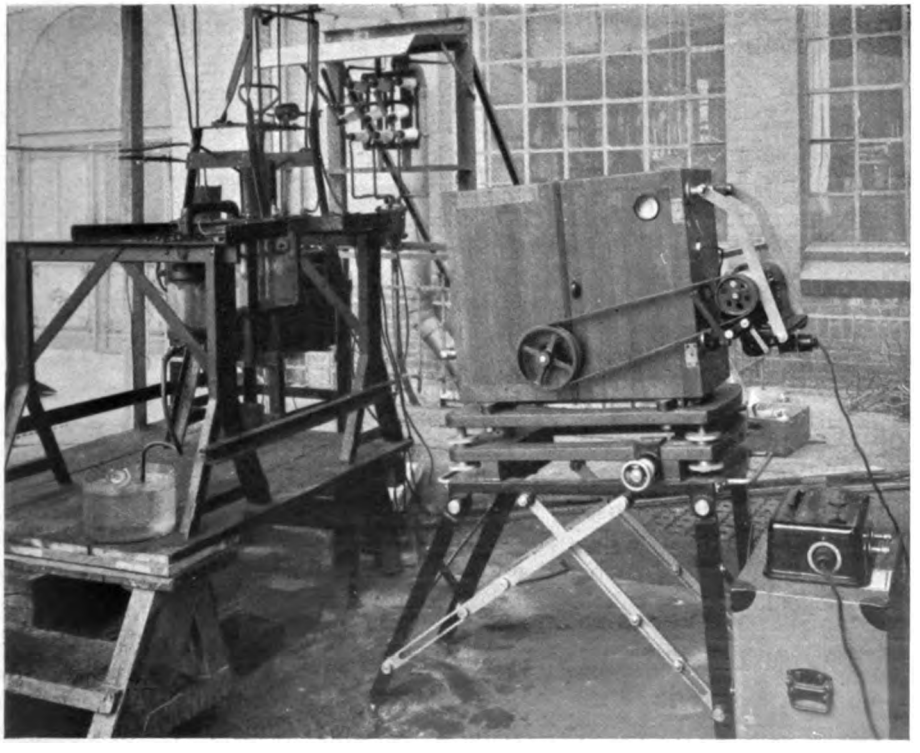


Bild 3.

Digitized by Google

seits aber auch, weil das gelbe Öl des Schalters wie ein Lichtfilter wirkte und dadurch die photochemische Wirksamkeit der Lichtstrahlen stark herabsetzte. Die Beleuchtungsfrage bereitete überhaupt einige Schwierigkeiten, konnte aber schließlich zur Zufriedenheit gelöst werden.

2. Schaltung. Die bei den Versuchen verwendete Schaltung geht aus dem Schaltschema Bild 4 hervor. Der Versuchsschalter war hinter einem normalen Serienschalter an die 6-kV-Sammelschienen des städtischen Hochspannungsnetzes angeschlossen. Die Schaltung war hierbei so getroffen, daß der durch den Hauptölschalter eingeschaltete Kurzschluß durch den Versuchsschalter nach längstens $^1/_{10}$ s wieder abgeschaltet wurde. Dies wurde dadurch erreicht, daß der Auslösemagnet des Versuchsschalters durch Signalkontakte gesteuert wurde, die auf der Welle des Hauptölschalters angebracht waren. Die Höhe des Kurzschlußstromes und die Phasenverschiebung wurden durch Ohmsche und induktive Widerstände geändert.

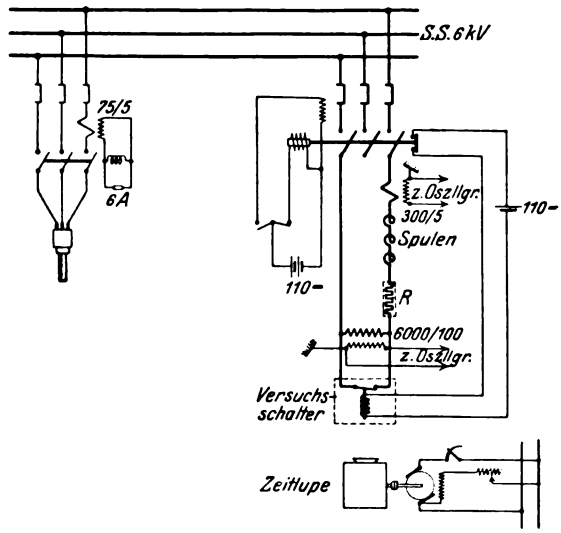


Bild 4.

Bei den Versuchen kam es sehr darauf an, daß „Zeitlupe" und Oszillograph gleichzeitig den sehr kurzen Moment der Abschaltung erfaßten. Um hier ein einwandfreies Zusammenarbeiten zu erzielen, wurde bei den Versuchen der Hauptölschalter von dem Oszillographen aus durch Fernantrieb eingeschaltet, nachdem von der „Zeitlupe" aus das Signal zur Aufnahmebereitschaft gegeben war.

B. Meßeinrichtungen und ihre Eigenschaften.

1. „Zeitlupe". Die Zeitlupen-Aufnahmen wurden mit der „Zeitlupe" der Ernemann-Werke ausgeführt, mit der eine Bildzahl von 450/s erreicht werden konnte. Wenn der Abschaltvorgang 3 Halbperioden dauert, erhält man also vom Lichtbogen etwa 13 Bilder. Durch die besondere Konstruktion dieser Zeitlupe ist es möglich, trotz der hohen Filmgeschwindigkeit scharfe Bilder vom Aufnahmeobjekt zu erhalten.

Zur Zeitmessung wurde neben dem Schalter eine mit 50-periodigem Wechselstrom gespeiste Bogenlampe mitphotographiert. Die periodisch auftretenden Maxima und Minima der Helligkeit sind in den Filmbildern deutlich erkennbar und geben so einen genauen Zeitmaßstab für die Zeitlupen-Aufnahmen.

2. Auswertung der Filme. Die aufgenommenen Zeitlupen-Filme ließen auch in der Vergrößerung die Vorgänge im Ölschalter scharf erkennen, sie eigneten sich daher gut zur Auswertung. Zu diesem Zweck wurden die Filme mit einem Projektions-

Digitized by Google

apparat im Maßstab 1 : 1 oder, wenn es erforderlich war, 2 : 1, bezogen auf die natürliche Größe des Schalters, auf ein Reißbrett projiziert und die Größe der Gasblasen, Ölbewegung, Traversenstand und sonstige wichtige Größen Bild für Bild aufgezeichnet. Um bei der Bestimmung des Maßstabes den Einfluß der Lichtbrechung in Öl auszuschalten, wurde hierbei der Maßstab auf Grund bekannter Abmessungen in Öl liegender Konstruktionsteile bestimmt. Eine Verzerrung der Bilder durch die Glaswände des Ölschalters war nicht zu befürchten, da die Spiegelglasscheiben parallele Begrenzungsflächen haben.

3. Oszillograph. Zur Aufnahme der elektrischen Größen wurde ein Siemens-Dreischleifen-Oszillograph verwendet mit ablaufendem Papierstreifen. Gemessen wurden:

1. Der abgeschaltete Kurzschlußstrom,
2. die Lichtbogen-Spannung der in Reihe liegenden Unterbrechungsstellen.

Die Strombelastung der Schleife zur Messung der Lichtbogenspannung wurde bei den Aufnahmen soweit als möglich gesteigert, um auch schon bei den kleinen Lichtbogenspannungen im Anfang der Abschaltung einen genügenden Ausschlag zu bekommen.

4. Druckmesser. Für die Messung des Druckverlaufs beim Abschaltvorgang wurden zunächst Konstruktionen benutzt, bei denen mechanische Schwingungen in elektrische umgewandelt werden. Dies wird dadurch erreicht, daß parallel zur Meßschleife ein mit dem Druck veränderlicher Widerstand gelegt wurde, so daß die Ausschläge der Meßschleife der Druckänderung proportional sind, der Druckverlauf also vom Oszillograph aufgezeichnet werden kann. Durch Eichung konnte der Schleifenausschlag als Funktion des Druckes bestimmt werden. Es mußten Konstruktionen gefunden werden, die eine Widerstandsänderung mit dem Druck ermöglichen. Bei den Versuchen fanden nun die folgenden Ausführungen Verwendung:

a) Veränderlicher Kohlewiderstand. Es wurde die Eigenschaft von Kohleplättchen benutzt, ihren Übergangswiderstand mit dem Druck zu ändern, wenn eine Reihe von ihnen aufeinandergeschichtet ist, und ein Druck in axialer Richtung auf die Kohlensäule wirkt. Eine Säule von 40 Kohleplättchen von 0,5 mm Stärke und 20 mm Durchmesser wurde in einem Pertinaxrohr durch eine Schraube mit beliebig starkem Anfangsdruck gegen eine Membrane gepreßt. Bei Druck auf die Membran verringert sich der Übergangswiderstand der einzelnen Plättchen und damit der Gesamtwiderstand. Die Eichung dieses Druckmessers in Verbindung mit einer Meßschleife ergab bei statischem Druck zufriedenstellende Werte. Zur Aufzeichnung von Druckschwingungen war der Kohledruckmesser jedoch nicht geeignet, da seine Trägheit zu groß war, und außerdem beim Auftreffen der Druckwellen durch Erschütterung der Kohlensäule unkontrollierbare Widerstandsänderungen eintraten. Die Aufzeichnungen der Schleife gaben daher den wirklichen Druck weder seiner Größenanordnung noch seinem Verlauf nach richtig wieder.

b) Veränderlicher Drahtwiderstand. Da die Veränderung des Kohlewiderstandes mit dem Druck einmal zu träge war und außerdem nicht mit der nötigen Präzision erfolgte, wurde eine Konstruktion geschaffen, bei der ein genau bekannter Drahtwiderstand durch eine sehr leicht ausgeführte Hebelübertragung bei Durchbiegung einer Membran stetig zu- und abgeschaltet wurde. Diese Konstruktion war sehr vielversprechend, mußte jedoch auch wieder verlassen werden, da der Übergangswiderstand von Schleifbürste und Draht bei zulässigen Werten für die Reibung in der Größenordnung der überhaupt möglichen Widerstandsänderung lag.

c) Druckmesser mit Lichtschreiber. Die Versuche, Konstruktionen zu schaffen, durch die mechanische Druckschwingungen in elektrische Schwingungen umgewandelt werden, führten also nicht zum Ziel. Es wurde daher ein anderer Weg beschritten und ein Apparat entwickelt, der die mechanischen Schwingungen

Digitized by Google

unmittelbar registriert, indem die von den Druckstößen hervorgerufenen Durchbiegungen einer Membran durch einen Lichtschreiber auf Bromsilberpapier aufgeschrieben werden. Die konstruktive Ausführung dieses Apparates zeigt Bild 5. Das Ende eines kurzen Rohrstückes (a), das zum Anschluß an den Ölschalter diente, war durch eine Membran abgeschlossen. Die Änderung des Winkels an der Einspannstelle ist der Durchbiegung der Membran proportional. Es wurde daher ganz in der Nähe des Randes ein Spiegel von etwa 2 mm² auf die Membran geklebt. Durch diese einfache Anordnung konnte jegliche Hebelübertragung vermieden werden, die die

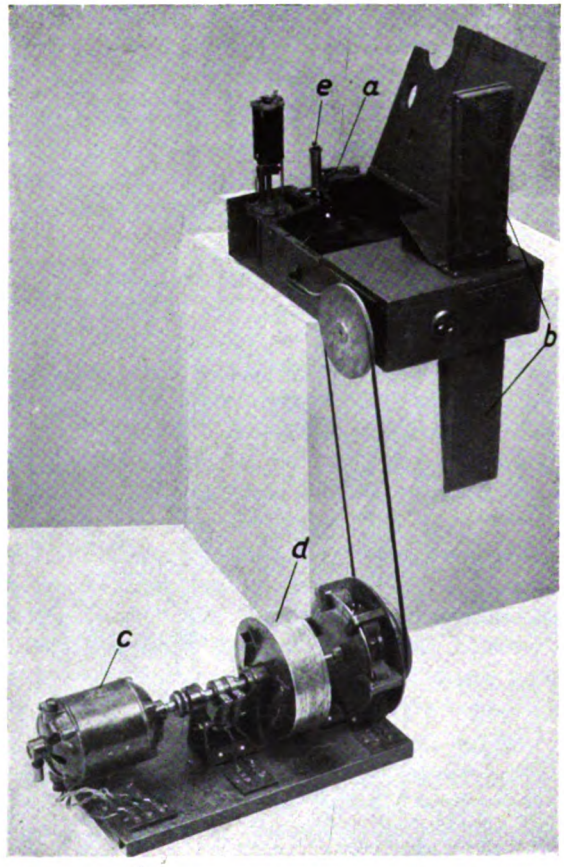


Bild 5.

Masse vergrößert und damit die Eigenschwingung der Membran ungünstig beeinflußt hätte; außerdem ist so eine große Einstellgenauigkeit erreicht.

Die von einer Bogenlampe durch Linse und Spalt auf diesen Spiegel fallenden Strahlen werden nun entsprechend der Durchbiegung der Membrane auf einen Streifen Bromsilberpapier reflektiert, auf dem die Membranschwingungen registriert werden.

Zur Aufnahme des Bromsilberpapiers dienten Kassetten (b) von 25 cm Länge, die durch einen Motor (c) zum Ablaufen gebracht wurden. Um die Kassette im richtigen Moment in Bewegung zu setzen, wurde der Motorantrieb durch eine magnetische Kupplung (d) eingerückt, die ihren Strom erhielt über die Signalkontakte des Hauptölschalters, mit dem der Kurzschluß eingeschaltet wurde. So wurde also die Kassette zwangläufig im Moment der Abschaltung zum Ablaufen gebracht.

Um nun noch die auf dem lichtempfindlichen Papier registrierten Druckschwingungen dem Abschaltvorgang genau zeitlich zuordnen zu können, wurde der

Digitized by Google

abgeschaltete Kurzschlußstrom durch eine in dem Kasten eingebaute Oszillographenschleife (e) mitoszillographiert. Der Anschluß des Druckmessers bei den Versuchen erfolgte in Höhe der Kontakte an die Kesselwand des Versuchsschalters (s. Bild 1).

Die Eichung des Druckmessers wurde bei statischem Druck vorgenommen. Die so gewonnene Eichkurve einer Stahlmembrane von 0,5 mm Stärke und 60 mm ∅ gibt Bild 19 wieder. Diese Eichkurve wurde vor und nach den Versuchen aufgenommen, es ergaben sich hierbei vollkommen übereinstimmende Werte, ein Beweis für die große Einstellgenauigkeit. Der Druckmesser wurde ferner auf seine schwingungstechnischen Eigenschaften hin untersucht. Für die richtige Widergabe schneller Druckschwingungen der Größe und Phase nach ist vor allem die Eigenschwingungszahl und die Dämpfung des Druckmessers maßgebend. Zur Feststellung der Eigenschwingungszahl wurde die Membrane aus ihrer Ruhelage abgelenkt und dann plötzlich freigegeben. Der Druckmesser wurde so zu Eigenschwingungen angeregt und ein

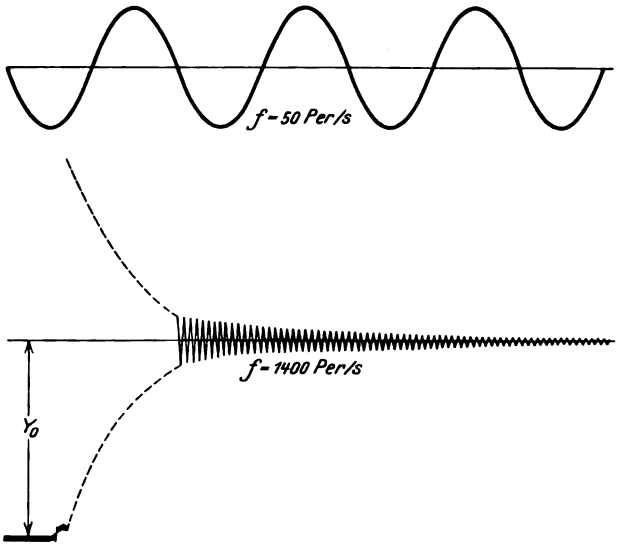


Bild 6.

Oszillogramm dieser Schwingungen aufgenommen. Bild 6, welches dieses Oszillogramm in vergrößertem Maßstabe wiedergibt, läßt die Eigenschwingungszahl von 1400 Per/s erkennen. Die ersten großen Ausschläge wurden wegen der großen Schreibgeschwindigkeit nicht aufgezeichnet; die Amplitudenkurve ist jedoch entsprechend den späteren Ausschlägen in Bild 6 punktiert eingezeichnet. Wie die ausgeführten Druckmessungen ergeben, besitzen die Druckschwingungen während der Abschaltung eine Frequenz von 50 Hz. Ihre Schwingungszahl beträgt somit nur 3% der Eigenschwingungszahl des Druckmessers. Bei so großer Entfernung von der Resonanzlage tritt praktisch kein Amplitudenfehler in der Wiedergabe auf; der Einfluß der Dämpfung auf die Amplitudenhöhe kann aus dem gleichen Grunde unberücksichtigt bleiben.

Es können ferner beim Registrieren von Schwingungen noch Fehler in der Phasenlage auftreten, die ihren Grund in einer zu großen Dämpfung haben. Ein merklicher Einfluß ist aber nur festzustellen, wenn die Dämpfung der aperiodischen Dämpfung nahekommt, was bei der vorliegenden, geringen Dämpfung nicht der Fall ist.

Obwohl nach diesen Untersuchungen die schwingungstechnischen Eigenschaften genügen, wurde doch noch experimentell das Verhalten des Druckmessers untersucht, wenn Schwingungen von bekannter, hoher Frequenz auftreffen. Solche Schwingungen wurden durch die Durchbiegung einer Membran erzeugt, die durch einen auf einem hochtourigen Motor sitzenden Exzenter in Schwingung versetzt wurde. Durch

Digitized by Google

Öl erfolgte die Übertragung dieser Schwingung auf die Membran des Druckmessers. Die so aufgenommenen Oszillogramme (Bild 7) zeigen, daß die aufgedrückten Schwingungen, deren Frequenz aus der Tourenzahl des Motors bestimmt wurde, einwandfrei wiedergegeben werden. Damit ist der experimentelle Beweis erbracht für die Eignung des Druckmessers zur Registrierung von Druckschwingungen, wie sie bei der Abschaltung in Frage kommen.

5. Gasmessung. Da der Kessel allseitig gut abgedichtet war, konnte das bei der Abschaltung entwickelte Gas nur durch ein im Deckel angebrachtes Abzugrohr von 25 mm ∅ entweichen. Dieses stand in Verbindung mit einem Meßglas (Bild 3), in dem durch die verdrängte Wassermenge das Volumen des erzeugten Gases bestimmt werden konnte. Zwischen Meßglas und Ölschalter mußte ein Ausgleich-

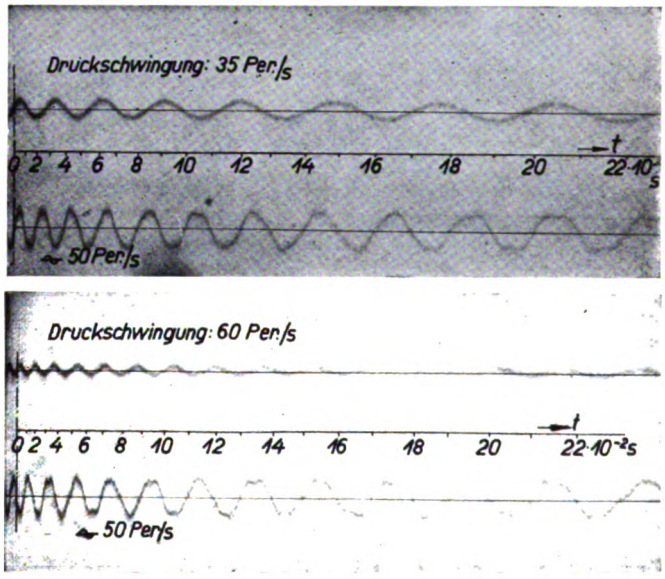


Bild 7.

gefäß (Bild 1) eingeschaltet werden, und zwar aus folgenden Gründen: Bei unmittelbarer Verbindung des Luftpolsters mit dem Meßglas wäre nämlich durch den hochschießenden Ölkolben die über dem Ölspiegel befindliche Luft zu stark komprimiert worden; durch den hohen Druck wäre so aus dem Meßglas eine Wassermenge verdrängt worden, die nicht dem entwickelten Gasvolumen entsprochen hätte. Das Volumen des zwischengeschalteten Ausgleichgefäßes (b) wurde so groß gewählt, daß auch bei Verdrängung des gesamten, über dem Ölspiegel befindlichen Luftvolumens nur eine geringe Druckerhöhung von etwa 0,5 kg/cm² auftreten konnte. Der Querschnitt des vom Ausgleichgefäß nach dem Meßglas führenden Rohres (c) wurde so klein bemessen, daß bei der ersten schlagartigen Kompression nur wenig Luft ausfließen konnte, wodurch eine Fälschung des gemessenen Gasvolumens durch diese Luftmenge verhindert wurde. Nachdem der Ölkolben wieder in sich zusammengefallen ist, entsteht im Luftpolster ein der erzeugten Gasmenge entsprechender Überdruck, durch den aus dem Meßglas so viel Wasser verdrängt wird, wie der erzeugten Gasmenge entspricht. Das Gasvolumen ist daher im Meßglas direkt ablesbar.

C. Konstanten für Öl, Schaltergas und Schaltarbeit.

Im folgenden soll eine Zusammenstellung der benutzten Konstanten für Öl, Schaltergas usw. gegeben werden, die zum Teil früheren Versuchen entnommen, zum Teil durch eigene Versuche gefunden wurden.

Digitized by Google

1. Öl. Bei den Versuchen wurde ein leichtflüssiges, hellgelbes, amerikanisches Transformatorenöl mit den nachstehenden Eigenschaften verwendet:
Dielektrische Festigkeit: 110 kV/cm (bei neuem Öl)
Spezifisches Gewicht bei 15° C: 0,885 g/cm³.
Viskosität: 5,15 Englergrade, bei 20° C, bezogen auf Wasser von 20° C.
Flammpunkt: 145° im Pensky-Martens-Apparat, bei geschlossenem Tiegel bestimmt.

2. Schaltergas. Eine Analyse der bei der Abschaltung erzeugten Gase wurde nicht vorgenommen. Im folgenden wird daher die Zusammensetzung angegeben, wie sie sich bei den Versuchen des S.E.V [1] ergab. Die Analyse des Gases, das bei

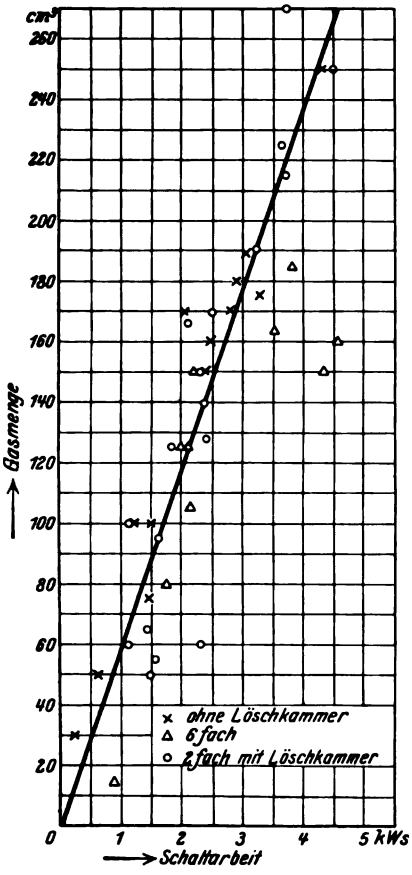


Bild 8.

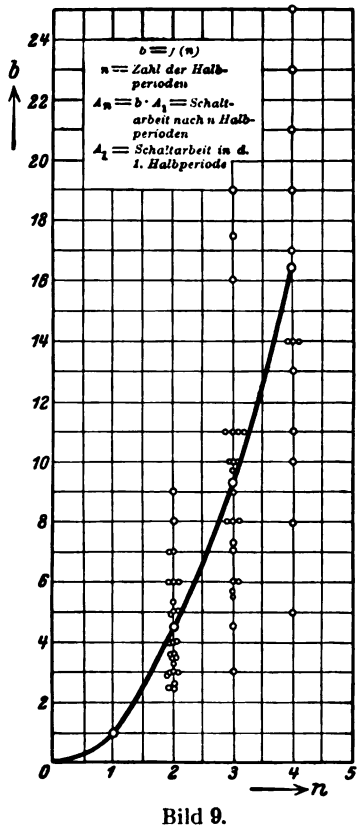


Bild 9.

einer Wechselstromabschaltung von 200 A bei 8000 V entstand, zeigte folgende Zusammensetzung in Volumenprozenten:

Wasserstoff: 77,3%, Methan: 18,9%, Äthylen: 3,8%.

Somit wird die Gaskonstante für diese Zusammensetzung:

$$R = 150 \text{ m/}^0\text{C}$$

und

das spezifische Gewicht $\gamma = 0{,}252 \cdot 10^{-3}$ g/cm³ bei $T = 273^0$ $p = 760$ mm.

3. Gaserzeugung als Funktion der Schaltarbeit. Bei einer großen Zahl von Versuchen wurde aus den Oszillogrammen durch graphische Integration die Schaltarbeit bestimmt. Da gleichzeitig die erzeugte Gasmenge gemessen wurde,

[1] Bulletin 1917, S. 232.

Digitized by Google

war es möglich, die pro kWs Schaltarbeit erzeugte Gasmenge zu bestimmen (Tabellen I—III). In Abb. 8 sind die Gasmengen als Funktion der Schaltarbeit aufgetragen, und zwar bei verschiedenen Kontaktarten, wie aus der Markierung der Meßpunkte hervorgeht. Die Meßpunkte streuen naturgemäß etwas, jedoch bleibt die Abweichung der Meßpunkte von der Mittellinie in zulässigen Grenzen. Hiernach ergibt sich pro kWsec-Schaltarbeit eine Gasmenge von 60 cm^3 bei $P = 760$ mm und $T = 288^0$ absoluter Temperatur. Die Gasmengen für 6-fach-Unterbrechung liegen bei größeren Werten der Schaltarbeit etwas tiefer.

Von anderer Seite sind Werte für den Zusammenhang von Schaltarbeit und Gasvolumen gefunden worden, die von den hier angegebenen wenig abweichen. In der Literatur finden sich folgende Angaben: Bauer[1] 46 cm^3/kWs; Schrottke[2] 222 l/kWh oder 61 cm^3/kWs.

4. Koeffizient der Schaltarbeit. Für den Verlauf des Abschaltvorganges ist die im Lichtbogen in Wärme umgesetzte Energie, die als Schaltarbeit bezeichnet werden soll, maßgebend. Kennt man die während einer Abschaltung freiwerdende Schaltarbeit, so besitzt man damit eine Grundlage für die Vorausberechnung der im Schalter entwickelten Gasmengen. Bei den Ölschalteruntersuchungen des SEV[3] war bereits gefunden worden, daß die Schaltarbeit mit der Abschaltleistung durch einen Koeffizienten verknüpft ist, dessen Größe von $0{,}02 \div 0{,}07$ schwankt. Diese Werte werden durch Untersuchungen von BBC bestätigt; außerdem wurde eine Tendenz zum Steigen bis auf 0,2 bei großen Abschaltleistungen festgestellt. Die Schaltarbeit wird danach $A = k \cdot U \cdot I \cdot t_a$ kWs, worin $U \cdot I$ Abschaltleistung in KVA und t_a Lichtbogendauer in s bedeuten.

Bei der Berechnung der Schaltarbeit nach dieser Formel wird der Koeffizient k für eine Abschaltung als konstant angesehen, er nimmt nur bei größerer Abschaltleistung höhere Werte an. Somit müßte also die Schaltarbeit proportional mit der Abschaltzeit wachsen. An Hand von zahlreichen Abschaltoszillogrammen wurde nun die Zunahme der Schaltarbeit in den einzelnen Halbperioden der Lichtbogendauer, wobei auch große Leistungen von 40000 bis 80000 kVA einbezogen wurden, bestimmt. In Bild 9 sind die Zahlen eingetragen, mit denen man den Wert der in der 1. Halbperiode freiwerdenden Schaltarbeit multiplizieren muß, um die Schaltarbeit nach den dort angegebenen Abschaltzeiten zu erhalten. Naturgemäß streuen die einzelnen Versuchspunkte etwas, es läßt sich jedoch unschwer erkennen, daß die Schaltarbeit stärker als proportional mit der Zeit anwächst, und zwar bei 2-fach-Unterbrechung quadratisch, bei 6-fach-Unterbrechung mit der 3. Potenz der Zeit; dies gilt, solange die Traverse in Bewegung ist, bei einer Schaltgeschwindigkeit von etwa 2 m/s.

Die Abschaltleistung bleibt während der Abschaltdauer konstant, während die Schaltarbeit mit der 2. oder 3. Potenz der Zeit wächst. Der Koeffizient k, der das Verhältnis von Schaltarbeit und Abschaltleistung mal Abschaltdauer darstellt, muß daher in den einzelnen Halbperioden verschiedene Werte annehmen. Bestimmt man k für die 1. Halbperiode

$$k_1 = \frac{A_1}{N \cdot t_1},$$

so wird

$$k_n = \frac{A_1 \left[\frac{t_n}{t_1}\right]^x}{N \cdot t_n} = k_1 \cdot \left[\frac{t_n}{t_1}\right]^{x-1}.$$

x gibt die Potenz an, mit der die Schaltarbeit mit der Zeit zunimmt. Bei einer Traversengeschwindigkeit von 2 m/s wird bei 2-facher Unterbrechung $x = 2$, bei 6-fach-

[1] Bulletin 1917, S. 230.
[2] ETZ 1919.
[3] Bulletin 1915.

Digitized by Google

Unterbrechung $x = 3$. Bei kurzen Abschaltzeiten nimmt danach k_n kleinere Werte an als bei langen Abschaltzeiten. Dies steht im Einklang mit den von BBC gemachten Beobachtungen, daß der Koeffizient k bei großen Leistungen, bei denen im allgemeinen längere Abschaltzeiten auftreten, höhere Werte annimmt.

In den Tabellen I—III sind die Werte des Koeffizienten k getrennt nach den einzelnen Kontaktarten, wie sie aus den Oszillogrammen ermittelt wurden, eingetragen. Es ist zunächst der Koeffizient für die gesamte Schaltarbeit ermittelt und daraus die Konstante k_1 entsprechend den früheren Überlegungen für die 1. Halbperiode berechnet. Die Mittelwerte von k_1 für 2-fach-Unterbrechung mit und ohne Löschkammer weisen weitgehende Übereinstimmung auf, während der Wert k_1 für 6-fach-Unterbrechung 50% höher liegt. Eine Erklärung hierfür ist wohl in der größeren Gesamtlänge des Lichtbogens zu suchen.

Tabelle I.

Zweifach-Unterbrechung.

Vers.-Nr.	N kVA	cos · φ	v_m m/s	$t_a \cdot 10^{-2}$ s	A kWs	Gas cm³	Gas/kWs cm³	$k_n \cdot 10^{-2}$	$k_1 = k_n \cdot \frac{t_1}{t_n}$
35	2610	0,08	0,89	4,6	7,76	—	—	6,4	1,4
123	1410	0,1	2	4,5	4,32	250	58	6,8	1,5
122	565	0,1	2	3	1,19	100	84	7,0	2,3
105	1450	0,1	2	3,5	2,02	170	84	4	1,2
106	1430	0,1	2	2,5	1,47	100	68	4,1	1,7
107	1470	0,1	2	4,0	2,48	160	65	4,2	1,1
26	940	0,12	2,6	4	3,7	—	—	10	2,5
27	1350	0,12	2,6	2,5	1,35	—	—	5,5	2,2
28	900	0,12	2,6	5	3,17	—	—	7,0	1,4
34	1236	0,12	0,89	4	2,8	—	—	5,6	1,4
53	1260	0,12	2,3	3,5	3,48	—	—	7,9	2,2
41	1160	0,21	2,3	3	2,9	180	62	8,3	2,8
24	1160	0,21	2,6	4	5,3	—	—	11	2,8
25	1080	0,21	2,6	4	3,7	—	—	8,5	2,1
119	1330	0,26	2	4	3,28	175	53,4	6,2	1,6
116	1250	0,26	2	3	1,65	80	48,5	4,4	1,5
121	625	0,26	2	2,5	0,63	50	79	4	1,6
120	1330	0,26	2	4	2,78	—	—	5,2	1,3
40	1230	0,38	2,3	3	2,8	170	61	7,6	2,5
32	1085	0,38	2,3	2,4	0,96	—	—	3,7	1,5
33	1130	0,38	0,89	4,0	3,0	—	—	6,7	1,7
39	1230	0,38	2,3	3,0	3,1	—	—	8,4	2,8
54	960	0,38	2,6	2,5	2,67	—	—	11	4,4
52	1060	0,61	2,3	2,5	1,14	—	—	4,3	1,7
22	1080	0,62	2,6	2,2	1,67	—	—	7	3,2
23	1130	0,62	2,6	2,3	1,74	—		6,7	2,9
30	1085	0,62	2,6	2,1	1,45	—	—	6,6	3,1
31	1085	0,62	2,3	3	1,86	—	—	6,2	2
124	1410	0,66	2	3	1,44	75	52	3,4	1,1
102	1430	0,66	2	3,5	3,06	190	62	6,1	1,7
117	1350	0,66	2	4	2,36	150	63,6	4,4	1,1
21	1240	0,79	2,6	2	2,1	—	—	8,5	4,2
38	1160	0,79	2,3	1,5	0,9	—		5,2	3,5
118	1520	1	2	1,0	0,27	—	—	1,8	1,8
103	1560	1	2	1,0	0,19	—	—	1,2	1,2
					Mittelwert:		64,5	$6{,}15 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$

Digitized by Google

Tabelle II.
Sechsfach-Unterbrechung.

Vers.-Nr.	N kVA	cos · φ	v_m m/s	$t_a \cdot 10^{-2}$ s	A kWs	Gas cm³	Gas/kWs cm³	$k_n \cdot 10^{-2}$	$k_1 = k_n \cdot \left[\frac{t_1}{t_n}\right]^2$
44	1520	0,08	2,3	2	3,5	164	47	12	3
20	1010	0,12	2,6	1,5	1,64	—	—	11	4,9
48	1190	0,21	2,6	2	2,1	105	50	8,8	2,2
19	1080	0,21	2,6	2	3,42	—	—	15,8	4
114	1250	0,26	2	3,2	4,55	160	35,3	11,4	1,2
115	1250	0,26	2	3,5	4,3	150	35	9,8	0,8
108	1340	0,26	2	1,5	1,71	80	47	8,5	3,8
109	1295	0,26	2	2	2,01	125	61	7,8	1,9
110	1250	0,26	2	2	2,19	150	68,5	8,8	2,2
112	1340	0,26	2	2	1,95	125	64	7,3	1,8
111	1320	0,26	2	2,5	3,79	185	48	11,5	1,8
18	1275	0,38	2,6	1,3	1,35	—	—	8	4,7
17	1230	0,62	2,6	1,5	1,5	—	—	8	3,5
45	1130	0,79	2,6	2	2,31	—	—	10	2,5
46	1530	1	2,6	1	1,19	—	—	7,8	7,8
					Mittelwert:		50,6	$9{,}78 \cdot 10^{-2}$	$3{,}1 \cdot 10^{-2}$

Tabelle III.
Zweifach-Unterbrechung mit Löschkammern.

Vers.-Nr.	N kVA	cos · φ	v_m m/s	$t_a \cdot 10^{-2}$ s	A kWs	Gas cm³	Gas/kWs cm³	$k_n \cdot 10^{-2}$	$k_1 = k_n \cdot \frac{t_1}{t_n}$
126	1870	0,08	2	3	3,78	270	72	6,7	2,2
65	2620	0,08	2,3	2,5	4,03	250	62	6,2	2,5
43	1520	0,08	2,3	2,5	2,1	166	79	5,5	2,2
131	1500	0,1	2	3	2,26	150	66	5	1,7
136	1500	0,1	2	2,5	1,6	95	59,5	4,3	1,7
137	1500	0,1	2	3,5	2,5	170	68	4,8	1,4
138	1500	0,1	2	3	2,35	140	60	5,2	1,7
139	1560	0,1	2	3,5	3,2	190	60	5,8	1,7
140	1500	0,1	2	2,5	1,2	100	79	3,2	1,3
60	1260	0,12	2,3	2	1,47	50	35	5,8	2,9
42	1080	0,21	2,3	3	2,4	128	53,4	7,4	2 5
25	1360	0,26	2	3	1,76	125	71	4,3	1,4
50	1190	0,38	2,3	2	1,06	60	56,6	4,5	2,2
62	1620	0,61	2,3	2	1,53	55	36	5	2,5
51	1130	0,61	2,3	3	2,33	60	25,8	6,9	2,3
49	1130	0,79	2,3	2	1,43	65	45,5	6,5	3,2
					Mittelwert:		58,5	$5{,}45 \cdot 10^{-2}$	$2{,}1 \cdot 10^{-2}$

Die Schaltarbeit für die einzelnen Halbperioden der Abschaltdauer kann somit aus der Abschaltleistung nach nachstehender Formel bestimmt werden:

$$A_n = k_n \cdot N \cdot t_n = k_1 \cdot \left[\frac{t_n}{t_1}\right]^{x-1} \cdot N \cdot t_n \text{ kWs},$$

A_n = Gesamtschaltarbeit in kWs für eine Lichtbogendauer von n Halbperioden,
N = Abschaltleistung in kVA,
k_1 = Koeffizient der Schaltarbeit,
t_n = Zeitdauer für n Halbperioden in s,
t_1 = Zeitdauer für 1 Halbperiode in s,
x = Potenz, mit der die Schaltarbeit bei der betreffenden Kontaktart mit der Abschaltzeit wächst.

Digitized by Google

D. Ausgeführte Versuche.

In der früher beschriebenen Versuchsanlage wurden mit dem Modell-Ölschalter eine große Zahl von Abschaltungen durchgeführt, bei denen sich die Abschaltleistung zwischen 1000 und 2500 kVA bewegte. Durch Veränderung der Abschaltleistung, der Phasenverschiebung, der Kontaktart und Zahl der Unterbrechungsstellen, der Schaltgeschwindigkeit, sowie der Höhe des Luftpolsters konnte so in mehreren Versuchsreihen der Einfluß der einzelnen Größen auf die Abschaltdauer und die Schwere der Abschaltung untersucht werden. Durch die angestellten Gasmessungen und die oszillographische Aufnahme von Strom und Lichtbogenspannung wurde der Zusammenhang Schaltarbeit-Gasmenge und die Größe des Koeffizienten für die Schaltarbeit ermittelt, worüber im vorigen Kapitel berichtet ist.

Wenn auch diese Versuche über den Einfluß elektrischer und konstruktiver Daten auf den Abschaltvorgang Aufschluß gaben, so war es jedoch auf Grund der Versuche noch nicht möglich, eine genaue Vorstellung von dem zeitlichen Verlauf und der Größenordnung der beim Abschaltvorgang im Innern des Schalters auftretenden Erscheinungen zu gewinnen.

Bei einer Reihe von Versuchen wurde daher die „Zeitlupe" noch mit herangezogen und das Innere des Schalters während der Abschaltung in kurzen Zeitabständen bildlich festgehalten.

Die Auswertung dieser Versuche, bei denen unter Verwendung der 3 gebräuchlichsten Kontaktarten neben den „Zeitlupen"-Aufnahmen gleichzeitig Strom und Lichtbogenspannung oszillographiert, sowie Gas- und Druckmessungen ausgeführt wurden, ist Gegenstand des nachstehenden Kapitels.

1. Abschaltung mit Zweifach-Unterbrechung.

a) Versuchsdaten. Zunächst wurde bei 2-fach-Unterbrechung der Abschaltvorgang mit der Zeitlupe aufgenommen. Es kamen 4 Versuche zur Ausführung, bei denen die Phasenverschiebung weitgehend verändert wurde. Die einzelnen Versuchsdaten sind in der Tabelle angegeben.

Luftpolsterhöhe $h = 45$ mm, Schaltgeschwindigkeit $v_m = 2$ m/sec.

Vers.-Nr.	R Ω	ωL Ω	cos · φ	U V	J A	N kVA	t_a s	A Ws Schaltarbeit	Bilder/s
1	20	—	1	5900	285	1680	0,01	470	450
2	12,84	14,8	0,66	5900	275	1620	0,04	4377	450
3	5,42	19,8	0,26	5950	254	1510	0,027	2604	450
4	1,2	12,3	0,098	5900	425	2500	0,049	15740	450

Aus den Oszillogrammen (Bild 10) lassen sich Abschaltleistung, Verlauf der Lichtbogenspannung und Abschaltdauer entnehmen. In den Oszillogrammen Nr. 3 und Nr. 4 sind außerdem die den entsprechenden Strom- und Spannungswerten zugeordneten Zeitlupenbilder eingetragen; die Zahlen entsprechen den Bildern der Zeitlupenfilme. In Bild 11 ist die Zeitlupen-Aufnahme des Lichtbogens von Versuch 3, bei dem der Abschaltvorgang normal verlief, d. h. der Lichtbogen vor Beendigung der Traversenbewegung erloschen war, wiedergegeben.

b) Entstehung und Form der Gasblase. Die Zeitlupenaufnahmen des Abschaltlichtbogens (Bild 11) lassen die einzelnen Phasen des Lichtbogens während der Abschaltdauer gut erkennen. Zunächst entsteht bei Trennung der Kontakte ein anfangs kleiner Lichtbogen, der mit wachsendem Öffnungsweg größere Länge annimmt. Der Lichtbogen verdampft und vergast das umgebende Öl, so daß er vollständig in einer Gasblase brennt. Die Gase nehmen bis zu einer bestimmten Licht.

Digitized by Google

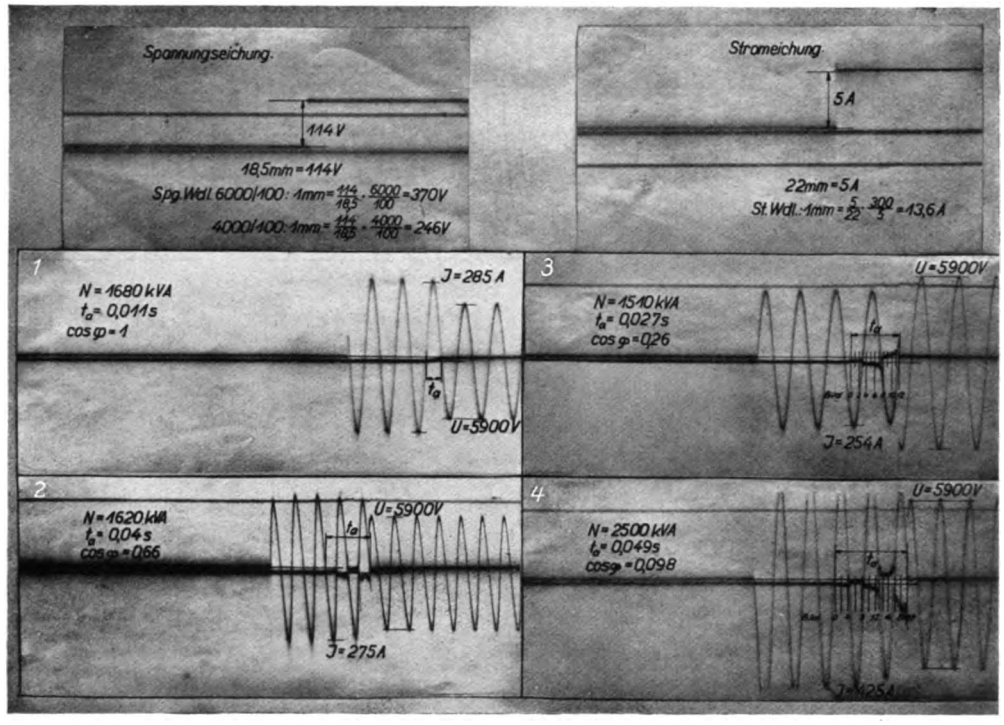


Bild 10.

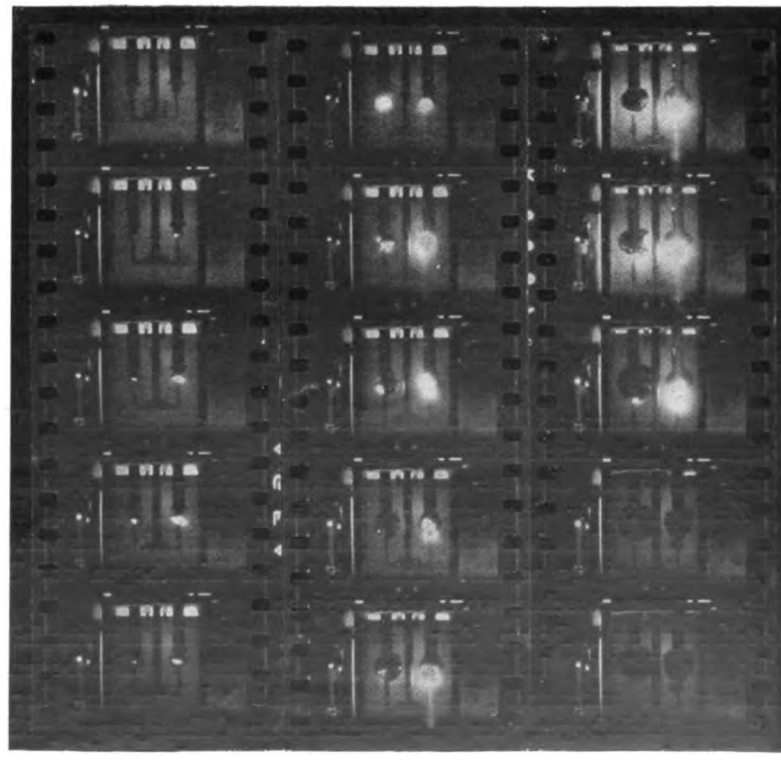


Bild 11.

Digitized by Google

bogenlänge annähernd Kugelform an. Bei größerer Lichtbogenlänge bleibt dann meist die zuerst entstandene Gaskugel in gleicher Höhe schweben, und es entsteht darunter eine 2. Kugel, die jedoch mit der oberen in Verbindung bleibt. Außerdem geht dann die Kugelform mit den neuentwickelten Gasen mehr in einen Zylinder über, der von Halbkugeln begrenzt ist und dessen Achse der Lichtbogen bildet. Da so die Gasblasen in allen Fällen als Rotationskörper aufgefaßt werden können, ist eine Volumenermittlung der Gase aus den Filmen mit hinreichender Genauigkeit möglich.

In Bild 12 ist die Größe der Gasblasen nach einem Zeitlupenfilm für die Dauer einer Halbperiode eingetragen. Die Größe der Gasblase läßt sich in Abständen von

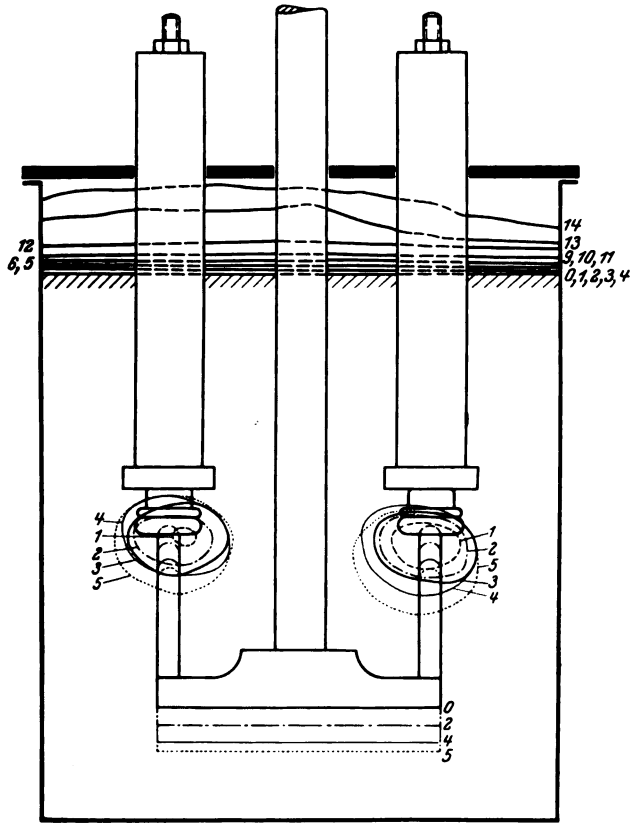


Bild 12.

etwa $^1/_5$ Halbperiode verfolgen und ihr Volumen ermitteln. Außerdem wurde in der Abb. 12 auch der Stand der Schalttraverse und die Ölspiegelhöhe eingezeichnet. Die angegebenen Zahlen entsprechen den Zeitlupenbildern.

c) Wachsen des Gasvolumens. Die Größe der Gasblasen wurde für sämtliche Versuche über die Dauer des gesamten Abschaltvorganges in der Art, wie in Bild 12 für eine Halbperiode dargestellt, aufgezeichnet und das Volumen der Gasblase von Bild zu Bild ermittelt. So konnte festgestellt werden, nach welchem Gesetz die Gasmenge mit der Zeit anwächst. In Bild 13 sind die aus 4 Versuchen ermittelten Gasvolumina als Funktion der Abschaltzeit aufgetragen. Die dünn ausgezogene Mittellinie ergibt, daß das Anwachsen des Gasvolumens mit der zweiten Potenz der Zeit erfolgt.

Betrachtet man den Verlauf der Gasentwicklung bei den einzelnen Versuchen, so erkennt man, daß die Zunahme des Gasvolumens nicht stetig erfolgt, sondern daß

Digitized by Google

in Abständen von 1 Halbperiode eine geringere Volumenzunahme erfolgt, entsprechend dem Verlauf der Schaltarbeit.

Für Versuch 2 wurde nun der Verlauf der Schaltarbeit in den einzelnen Halbperioden aus dem Oszillogramm ermittelt und neben dem Gasvolumen in Bild 14 aufgetragen. Die Kurven für Schaltarbeit (A) und Gasvolumen zeigen große Ähn-

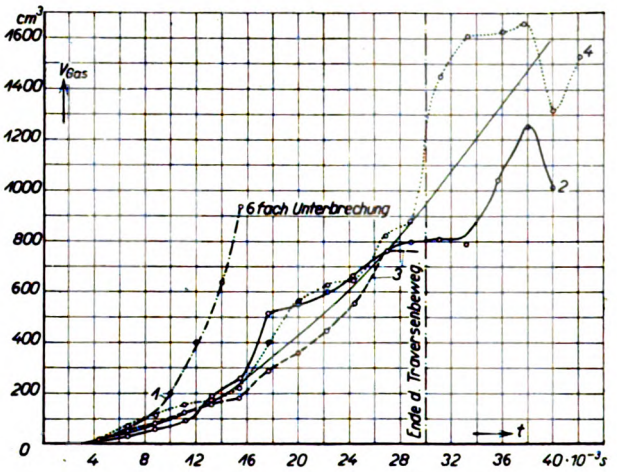


Bild 13.

lichkeit in ihrem Verlauf, da die Zeiten der geringen und maximalen Zunahme fast zusammenfallen. Es war daher anzunehmen, daß ein gewisser Zusammenhang zwischen Schaltarbeit und Gasvolumen bestehen muß.

d) Gasvolumen und Schaltarbeit. Zur genaueren Untersuchung des Zusammenhangs zwischen Gasvolumen und Schaltarbeit wurden die aus 4 Versuchen

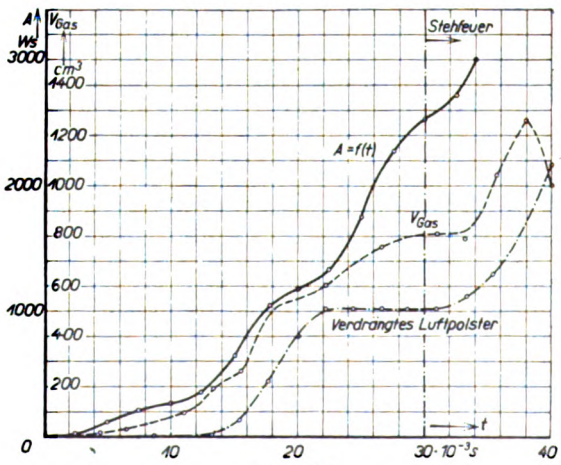


Bild 14.

gewonnenen Mittelwerte dieser beiden Größen als Funktion der Zeit in Bild 15 aufgetragen, und zwar ist hier zum unmittelbaren Vergleich beider Kurven die prozentuale Zunahme bestimmt, wobei die Werte im Zeitpunkt der beendeten Traversenbewegung gleich $100/^0_0$ gesetzt sind. Beide Kurven kommen fast zur Deckung, sie zeigen also gleiche Abhängigkeit von der Zeit. Wie aus dem Vergleich mit der eingetragenen gestrichelten Kurve $y = k \cdot t^2$ hervorgeht, erfolgt die Zunahme mit der zweiten Potenz

Digitized by Google

der Zeit. Diese gleiche Abhängigkeit beider Größen von der Zeit läßt auf einen linearen Zusammenhang zwischen Schaltarbeit und Gasvolumen schließen.

In dem Bild 16 ist nun das heiße Gasvolumen als Funktion der Schaltarbeit aufgetragen. Die Mittelwertslinie zeigt, daß bis zu etwa 4 kWs eine lineare Abhängigkeit zwischen Gas und Schaltarbeit besteht. Bei dieser Schaltarbeit ist dann schon so viel Gas erzeugt, daß nunmehr das ganze Luftpolster verdrängt ist und bei weiterer Gasentwicklung eine dauernde Druckerhöhung im Schalter auftreten muß. Das Gasvolumen steht daher nunmehr unter einem höheren Druck, so daß sein Volumen nicht mehr weiter linear mit der Schaltarbeit anwachsen kann.

Die Untersuchung des Zusammenhanges zwischen Schaltarbeit und Gasvolumen hat demnach ergeben, daß auch bei den schnellen Vorgängen im Ölschalter das Volumen der heißen Gase im Schalter in einem bestimmten Verhältnis zur Schaltarbeit steht. Dies gilt allerdings nur, solange keine dauernden Druckerhöhungen im Schalter auftreten. Bei den ausgeführten Versuchen 1—3 war die entwickelte

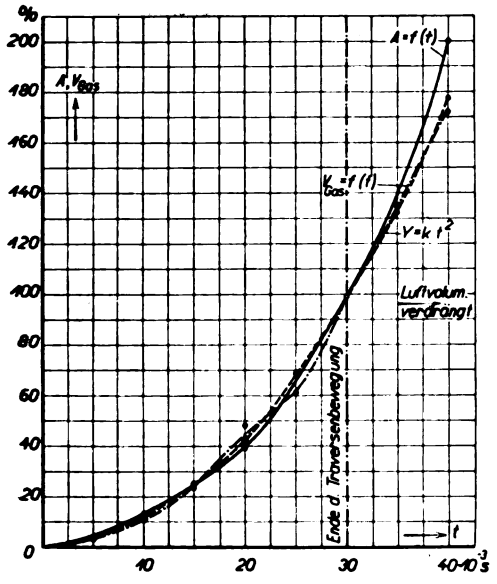


Bild 15.

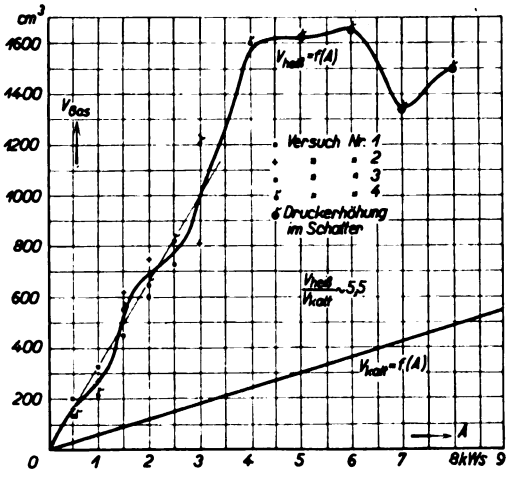


Bild 16.

Gasmenge nicht so groß, daß durch Verdrängen des ganzen Luftpolsters eine dauernde Druckerhöhung auftrat, nur bei Versuch 4 vergrößerte sich durch die dauernde Druckerhöhung das Gasvolumen nicht weiter, wie aus Bild 13 hervorgeht.

Interessant ist das Verhältnis zwischen dem Volumen des aufgefangenen Gases im kalten Zustand und dem Volumen der heißen Gase im Innern des Schalters, weil man bei Kenntnis dieser Verhältniszahl aus dem aufgefangenen Gasvolumen auf den Raumbedarf der heißen Gase im Schalter schließen kann. Wie in Kap. II. C. angegeben, wurde aus zahlreichen Versuchen gefunden, daß pro kWs etwa 60 cm³ Gas bei $T_{abs.} = 288^0$ C und $P = 760$ mm erzeugt wird. (Bild 8.) $V_{Gas\ kalt} = (f\ A)$ ist in Bild 16 eingetragen. Bildet man nun das Verhältnis $\frac{V_{Gas\ heiß}}{V_{Gas\ kalt}}$, so ergibt sich, daß das aufgefangene Gas im heißen Zustand im Schalter einen etwa 5,5 mal größeren Raum einnimmt. Hierbei ist allerdings zu berücksichtigen, daß das aus den Zeitlupenfilmen ermittelte heiße Gasvolumen außer heißem Ölgas auch Öldampf enthält, dessen prozentualer Anteil nicht ermittelt werden kann. Für den Ölschalterbau ist es jedoch auch in der Hauptsache nur von Interesse, zu wissen, wie groß der gesamte Raumbedarf der Gasblase im Innern des Schalters ist, um zur Vermeidung von Stehlicht-

Digitized by Google

bogen die erforderlichen Abstände von spannungführenden nach geerdeten Teilen bemessen zu können.

e) Ölbewegung. Um für die entwickelte Gasmenge Raum zu schaffen, muß das Öl im Schalter unter Verdrängen des über dem Ölspiegel befindlichen Luftpolsters nach oben ausweichen. Wie die Zeitlupenaufnahmen erkennen lassen, hebt sich nach etwa 1 Halbperiode die Ölmasse über den Kontakten in ihrer ganzen Breite und wird wie ein Kolben nach oben geschleudert. Der Stand des Ölspiegels läßt sich in den Filmen genau verfolgen, so daß es möglich war, die Erhebung des Ölspiegels über den normalen Stand von Bild zu Bild zu ermitteln (Bild 12) und daraus die Zeit-Wegkurve der hochschießenden Ölmasse aufzuzeichnen. Für Versuch 3 ist in Bild 17 die Zeit-Wegkurve des Ölspiegels wiedergegeben. Aus dieser Kurve geht hervor, daß die Ölbewegung nicht stetig verläuft, sondern daß in Abständen von einer Halbperiode

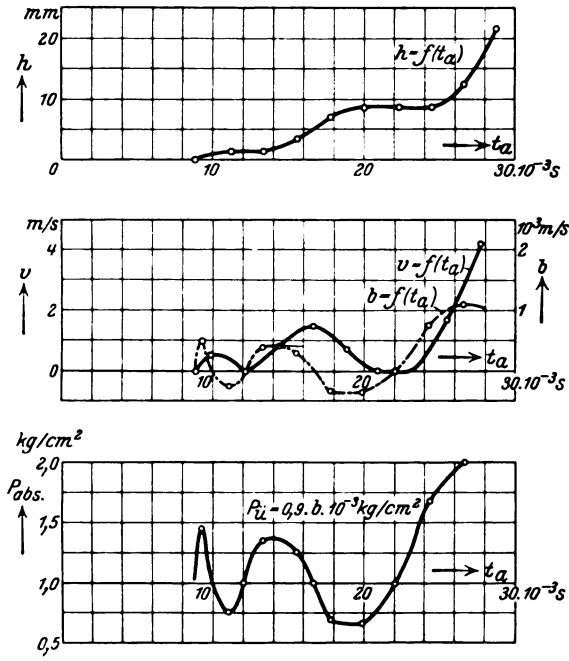


Bild 17.

ein geringeres Steigen des Ölspiegels zu bemerken ist. Dies ist zurückzuführen auf die durch den Verlauf der Schaltarbeit bedingte Gasentwicklung.

Der Zusammenhang zwischen Gasentwicklung und Ölbewegung ist aus Bild 14 ersichtlich, in der das entwickelte Gasvolumen (V_{Gas}) und gleichzeitig das durch Hochsteigen des Ölspiegels verdrängte Luftvolumen als Funktion der Abschaltzeit aufgetragen ist. Man erkennt aus beiden Kurven, daß das Luftvolumen mit der Entwicklungsgeschwindigkeit des Gases verdrängt wird. Zwischen den heißen Lichtbogengasen und dem Luftpolster liegt also immer eine Ölmasse, die wie ein Kolben durch die neu entstehenden Gase vorgeschoben wird und damit die darüber befindliche Luft aus dem Schalter preßt.

Aus der Zeit-Wegkurve der Ölspiegelbewegung ist in Bild 17 die Geschwindigkeitskurve durch graphische Differentiation ermittelt, die Aufschluß über den Verlauf und die Größe der Geschwindigkeit gibt, mit der der Ölkolben hochschießt. Hiernach wird eine maximale Geschwindigkeit *(v)* von 4 m/s erreicht.

Nach Verdrängen des gesamten Luftpolsters schlägt der Ölkolben auf den Deckel auf, was sich nach außen hin als dumpfer Schlag und durch Hochspringen des Schalters

Digitized by Google

bemerkbar macht. Das Öl wird hierbei in wilde Bewegung gesetzt, wie dies an einem mit einer Aufnahmefrequenz von 20 Bildern/sec aufgenommenen Film (Bild 18) sehr schön zu ersehen ist

Mit der Abkühlung und dem Aufsteigen der Gase fällt dann der Ölspiegel allmählich immer mehr zurück, bis er nach Aufsteigen aller Gase seine normale Höhe erreicht hat.

f) Druckverlauf im Schalter. Die explosionsartige Gasbildung verursacht starke Druckstöße im Schalter. Größe und Verlauf dieser Druckkräfte wurde aus der nach dem Zeitlupenfilm festgestellten Ölbewegung durch Anwendung der allgemeinen Bewegungsgleichung $P = m \cdot \frac{d^2 s}{dt^2}$ ermittelt. In Bild 17 ist die durch zeichnerische Differentiation der Geschwindigkeitskurve gewonnene Beschleunigungkurve eingezeichnet. Zur Bestimmung der Beschleunigungskraft P wurden die Beschleunigungs-

Bild 18.

werte mit der Masse eines Ölprismas von 1 cm² Grundfläche und einer Höhe, die gleich der Ölhöhe über den Kontakten ist, multipliziert. Die so erhaltenen Werte geben den Druck/cm² an und sind in Bild 17 als Funktion der Abschaltzeit eingetragen. Der Druck verläuft danach oszillatorisch und erreicht Werte von 1,5 ÷ 2 kg/cm².

Diese Methode der Druckermittlung hat nur orientierenden Charakter und ist nur anwendbar, solange die Ölkolbenbewegung verfolgt werden kann. Eine genaue Bestimmung des Druckverlaufs im Schalter ermöglichte der früher beschriebene, neuentwickelte, optische Druckmesser, mit dem bei der Abschaltung von Leistungen bis 2600 kVA und Phasenverschiebungen von $\cos \varphi = 0{,}1 \div 1$ eine große Zahl von Druckoszillogrammen aufgenommen wurde, in Bild 19 sind einige wiedergegeben. Aus diesen Aufnahmen kann man feststellen, daß der Druck oszillatorisch verläuft mit der Frequenz des abgeschalteten Stromes und Werte bis zu 2,6 kg/cm² erreicht; die frühere Druckermittlung aus der Ölbewegung steht in gutem Einklang mit dieser direkten Messung des Druckverlaufes.

Es soll nun untersucht werden, welche Rückschlüsse der gemessene Druckverlauf auf die Vorgänge im Innern des Ölschalters ermöglicht, und wie dieser Druckverlauf im Zusammenhang mit den elektrischen Größen zu erklären ist. Der Ver-

Digitized by Google

such 23 in Bild 19 eignet sich wegen seiner längeren Abschaltdauer besonders gut zur kritischen Betrachtung des Druckverlaufs.

In Bild 20 ist das Oszillogramm von Versuch 23 für Strom und Lichtbogenspannung vergrößert gezeichnet, darunter in genauer zeitlicher Übereinstimmung die Schaltleistung, die Schaltarbeit und der Druckverlauf.

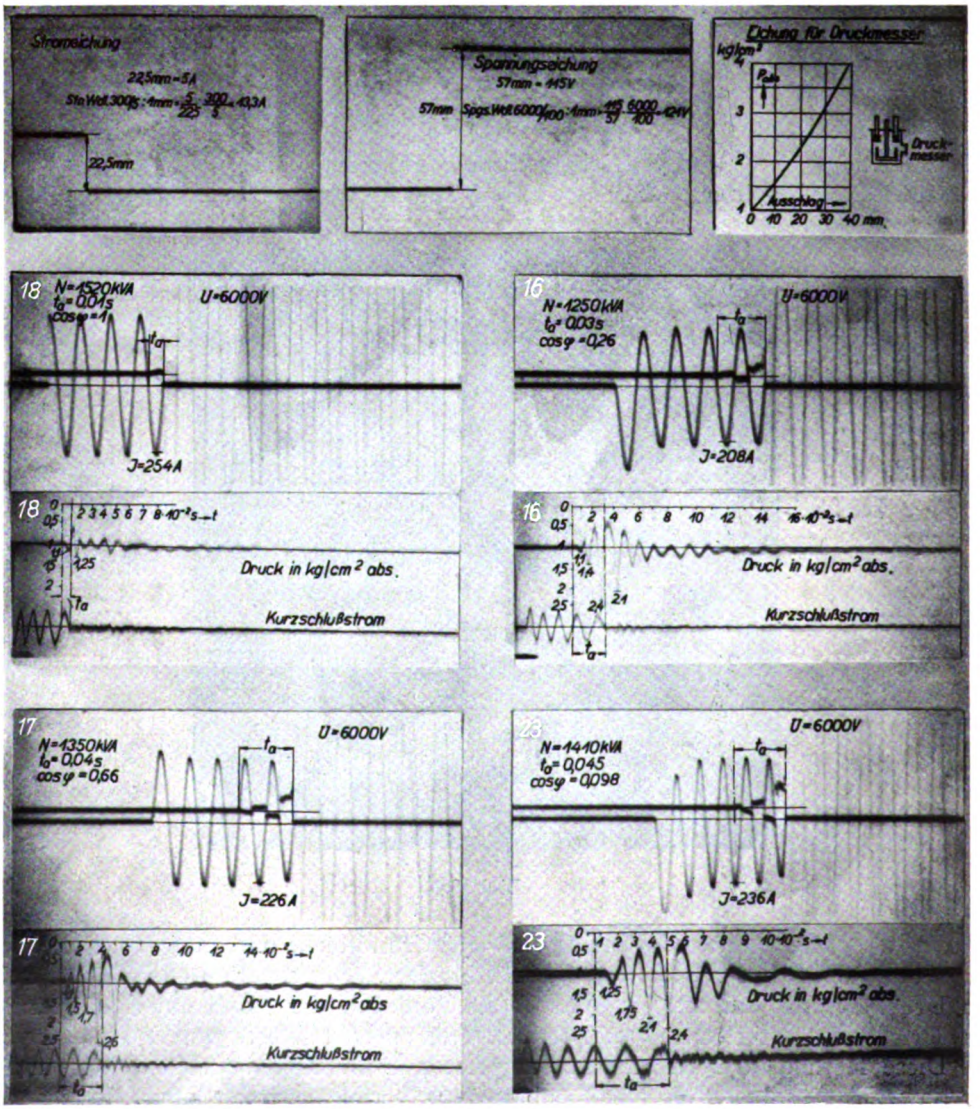


Bild 19.

Bestimmend für die Größe und den Verlauf des Druckes im Schalter ist die entwickelte Gasmenge, die von der im Lichtbogen freiwerdenden Energie erzeugt wird. Der Druckverlauf muß daher letzten Endes in engem Zusammenhang mit der Schaltleistung und Schaltarbeit stehen; dies soll an Hand des Versuches 23 näher untersucht werden.

Die Abschaltung beginnt im Strommaximum; bis zum Nulldurchgang des Stromes ist daher die Schaltleistung wegen des abnehmenden Stromes und der nur geringen Lichtbogenspannung sehr klein. Es werden also keine nennenswerten Gasmengen

Digitized by Google

erzeugt; die Druckerhöhung ist daher auch nur ganz gering. In der zweiten Halbperiode wird die entwickelte Gasmenge wegen der größeren, im Lichtbogen freiwerdenden Energie größer. Durch den zeitlichen Verlauf der Schaltarbeit ist es begründet, daß die Gasmenge, wie wir schon früher aus dem Film feststellen konnten, zunächst weniger wächst, und daß erst zur Zeit des Strommaximums beim Ansteigen der Schaltarbeit eine starke Gasproduktion einsetzt. In diesem Augenblick müssen von den entwickelten Gasmengen große Beschleunigungskräfte zum Verdrängen des Öles aufgebracht werden. In der Tat zeigt auch die aufgenommene Druckkurve, daß der Druck gleich-

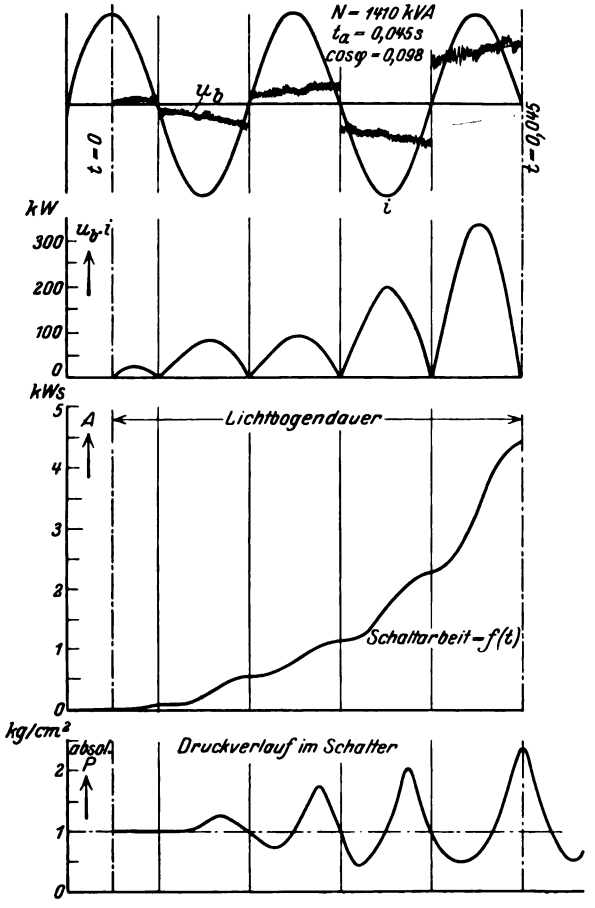


Bild 20.

zeitig mit dem stärkeren Ansteigen der Schaltarbeit anwächst. Der Druck steigt bis zu einem Höchstwert von 1,25 kg/cm² absolut und geht dann wieder zurück. Die Druckabnahme erfolgt nun aus folgenden Gründen: Nach dem Überschreiten des Strommaximums nimmt die Temperatur im Lichtbogen ab, die Intensität der Gasentwicklung läßt daher auch nach. Außerdem ermöglicht das durch seine Massenträgheit weiter hochsteigende Öl der Gasmasse eine Expansion auf größeres Volumen. Der Druck geht nun nicht nur auf 1 Atm. zurück, sondern sinkt sogar unter Atmosphärendruck. Dieser Unterdruck ist so zu erklären, daß der Ölkolben auf Grund der ihm erteilten lebendigen Energie weiter steigt und dadurch einen Unterdruck in der Gasblase erzeugt. Der Druck steigt wieder an in dem Moment, in dem in der nächsten Halbperiode Schaltarbeit und Gasentwicklung von neuem stärker zunehmen. So wiederholt sich der Druckverlauf entsprechend der periodisch freiwerdenden Schaltarbeit von Halbperiode zu Halbperiode. Die auftretenden Druckspitzen erreichen

Digitized by Google

dabei entsprechend der mit größerer Lichtbogenlänge steigenden Wärme- und Gasentwicklung immer höhere Werte bis zum Abreißen des Lichtbogens. Bei dem betrachteten Versuch 23 steigen die Druckspitzen von 1,25 in der ersten Halbperiode über 1,75, 2,1 auf 2,4 kg/cm² absolut in der 4. Halbperiode der Abschaltung.

Mit Beendigung der Gasentwicklung verschwindet der Überdruck im Schalter der Abkühlung und dem Aufsteigen der Gase entsprechend in kurzer Zeit.

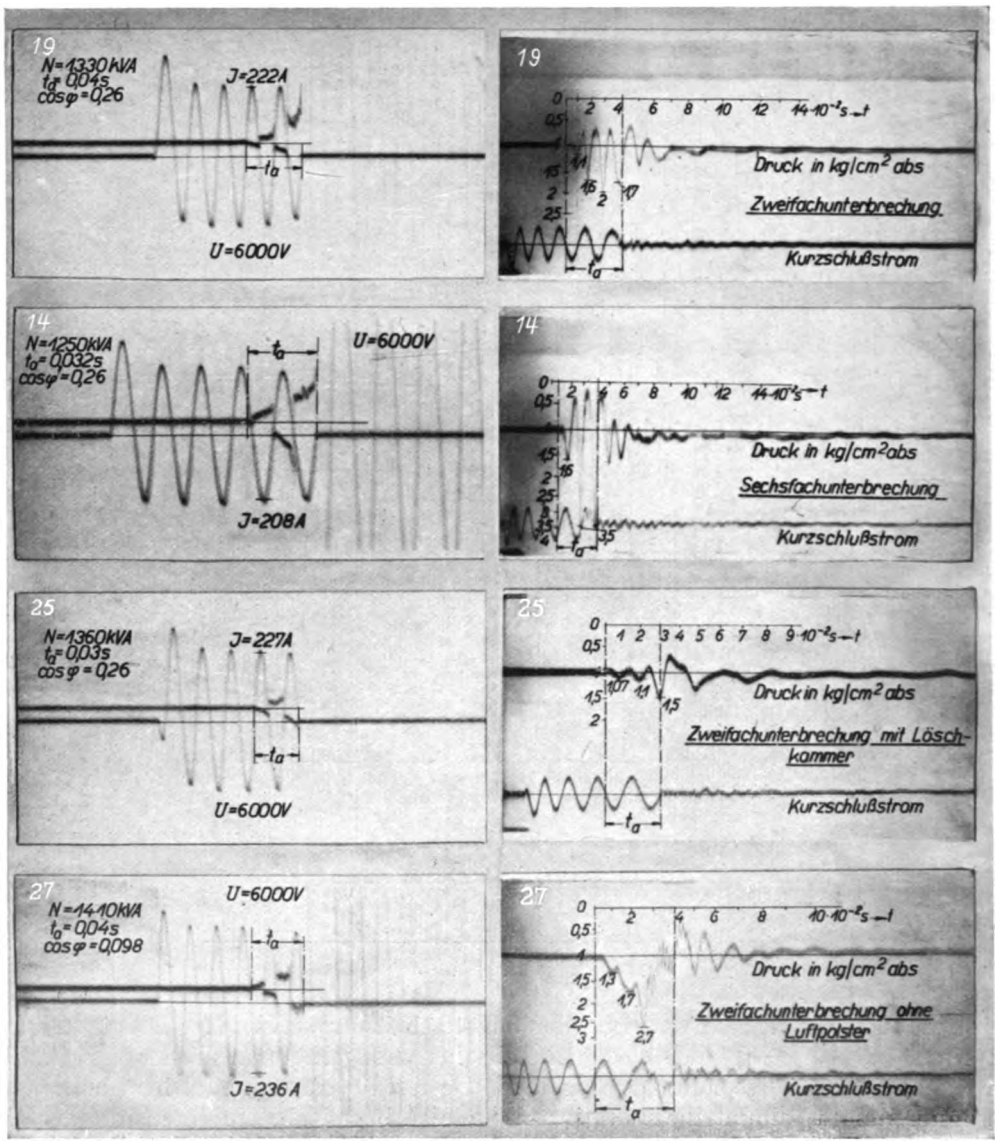


Bild **21.**

Bei allen diesen Versuchen befand sich über dem Öl ein Luftpolster, das so groß bemessen war, daß sich eine dauernde Druckerhöhung nicht ausbilden konnte; die Luft wurde hierbei mit der Entwicklungsgeschwindigkeit des Gases aus dem Ölkessel gepreßt (Bild **14**). Die Druckoszillogramme zeigen nur kurzdauernde Druckstöße, die der ausweichenden Ölmasse die nötige Beschleunigung erteilen.

Um den Einfluß des über dem Öl befindlichen Luftpolsters auf den Druckverlauf festzustellen, wurde auch bei einer Abschaltung ohne Luftpolster der Druck auf-

Digitized by Google

genommen. Das Druckoszillogramm 27 in Bild 21 ergibt nun zunächst, daß der Druck im Gegensatz zu den Versuchen mit Luftpolster keinen oszillatorischen Verlauf aufweist, sondern daß er stetig ansteigt mit kleinen Drucksenkungen beim Nulldurchgang des Stromes. Wie ist dieser Druckverlauf zu erklären? Beim Fehlen des Luftpolsters muß durch die entwickelten Gase nicht Luft, sondern Öl durch das Abzugrohr verdrängt werden. Das Öl kann jedoch wegen seiner größeren Masse nicht mit Gasentwicklungsgeschwindigkeit ausströmen, es muß daher im Schalter eine Druckerhöhung entstehen, die mit der Gasmenge wächst. Nur zur Zeit des Stromnullwertes geht der Druck etwas zurück, weil dann das Gasvolumen wegen der Temperaturerniedrigung kleiner wird. Im vorliegenden Oszillogramm 27 stieg der Druck von Halbperiode zu Halbperiode von 1,3 über 1,7 auf 2,7 kg/cm² absolut. Beim Erreichen des letzten Druckwertes geht der Druck plötzlich sprunghaft zurück, weil nämlich der Ölkessel in diesem Zeitpunkt der Druckbeanspruchung nicht mehr standhalten konnte und gesprengt wurde. Der Lichtbogen brennt noch eine Halbperiode weiter und kommt dann zum Erlöschen.

An Hand der zahlreichen, gleichzeitig mit den Druckoszillogrammen aufgenommenen Oszillogrammen von Strom und Lichtbogenspannung wurde auch untersucht, welchen Einfluß der Druck auf die Lichtbogenspannung hat. Es konnte jedoch hierbei in keinem Falle eine Rückwirkung des Druckes auf die Größe der Lichtbogenspannung und damit auf die Schaltarbeit festgestellt werden. In dem Buch Rüdenberg „Elektrische Schaltvorgänge" ist aus dem Einfluß des Druckes im Sinne einer Vergrößerung der Lichtbogenspannung auf die Möglichkeit des Auftretens von mechanischen Eigenschwingungen mit großer Amplitude und hoher Frequenz hingewiesen worden. Die vorliegenden Druckmessungen weisen jedoch derartige Schwingungen hoher Frequenz nicht auf.

g) Temperatur der Gasblase. Die durch die experimentelle Ermittlung gewonnene Erkenntnis des Druckverlaufs im Schalter ermöglicht es, über die ungefähre Höhe der Temperatur der Schaltergase Näheres auszusagen, über die bisher wenig bekannt ist, da Temperaturmessungen wegen der Kürze der Abschaltzeit schwer ausführbar sind. Man weiß nur, daß die Temperatur des Kupferlichtbogens an den Fußpunkten mindestens 2300 C betragen muß, weil bei der Abschaltung Kupfer verdampft. Unter Benutzung der ausgeführten Gas- und Druckmessungen sollen nun die Temperaturverhältnisse der Gase, die den Lichtbogen umgeben, näher untersucht werden.

Aus dem periodischen Verlauf des Stromes kann man schließen, daß die mittlere Temperatur der Gasblase nicht konstant ist, sondern daß sie sich mit dem periodischen Verlauf des Stromes ändert. Der Temperaturverlauf wird annähernd dem Verlauf der Schaltleistung $u_b \cdot i$ folgen. Im Zeitpunkt der höchsten Schaltleistung, in dem also die größte Energie im Lichtbogen frei wird, wird die Temperatur und damit die Gasentwicklung am größten sein. Zur Zeit der höchsten Druckspitze soll nun durch Anwendung der allgemeinen Gasgleichung die mittlere Temperatur der Gasblase ermittelt werden; diese wird

$$T = \frac{P \cdot V}{G \cdot R} \frac{\text{kg/m}^2 \cdot \text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{m/}^0\text{C}} = {}^0\text{C}.$$

Darin bedeutet:

P = Druck in kg/cm² absolut, V = Volumen des Gases in m³

G = Gewicht des Gases in kg, R = Gaskonstante m/°C, T = absolute Temperatur °C.

Es müssen also 4 Größen bekannt sein, um T zu bestimmen. Wie können die einzelnen Größen ermittelt werden?

P aus dem Druckoszillogramm, V aus den Zeitlupenfilmen, R aus den Analysen des Schaltergases, G muß indirekt bestimmt werden, und zwar in folgender Weise:

Digitized by Google

Aus den Oszillogrammen wird die Schaltarbeit für den Zeitpunkt bestimmt, in dem V entnommen wird (Bild 14). Der Schaltarbeit entspricht auf Grund der früher gefundenen Beziehungen (1 kWs $\sim$ 60 cm³ Gas bei 760 mm/15° C) eine bestimmte Gasmenge; das spezifische Gewicht wird mit 0,252 kg/m³ eingesetzt. Das Gewicht G der in V enthaltenen Gasmenge ist somit bekannt: $G = A \cdot 60 \cdot 0{,}252 \cdot 10^{-6}$ kg.

Soll die Temperatur zur Zeit der Druckspitze in jeder Halbperiode ermittelt werden, dann muß V bestimmt werden zu dem Zeitpunkt, in dem die höchste Druckspitze auftritt, was nach den Druckoszillogrammen immer nach 0,007 s in jeder Halbperiode der Fall war; aus den Kurven für die Gasentwicklung muß daher V_{Gas} in diesem Zeitpunkte entnommen werden.

Da die Druckoszillogramme nicht gleichzeitig mit den Zeitlupen-Aufnahmen, aus denen die Gasmenge ermittelt wurde, aufgenommen sind, besteht noch eine Schwierigkeit in der Zuordnung von P und V. Die Druckaufnahmen sind jedoch bei gleicher Abschaltleistung und auch sonst gleichen Verhältnissen, wie sie bei den Zeitlupenaufnahmen vorlagen, gemacht. Die so erhaltenen Druckwerte weisen außerdem bei verschiedenen Versuchen in den einzelnen Halbperioden weitgehende Übereinstimmung auf; die einzelnen Druckwerte weichen von dem für jede Halbperiode bestimmten Mittelwert um höchstens 8% ab, dieser Mittelwert wurde in die Gasgleichung eingesetzt.

Für die Versuche 1—4 ist nach der allgemeinen Gasgleichung die Temperatur zur Zeit der Druckspitze ermittelt. Die Werte der einzelnen Bestimmungsgrößen, sowie die ermittelten Temperaturen gehen aus der Tabelle hervor.

Vers.-Nr.	Halbperiode	V 10^{-6} m³	R m/° C	$P_{abs.}$ 10^4 kg/m²	A kWs	G 10^{-6} kg	T ° C abs.
1	1	120	150	1,12	0,415	6,3	1420
2	1	60	150	1,12	0,25	3,78	1180
	2	400	150	1,59	0,92	13,8	3100
	3	770	150	2,1	2,24	33,6	3200
	4	1140	150	2,46	3,7	55,5	3360
3	1	30	150	1,12	0,1	1,5	1490
	2	160	150	1,59	0,5	7,5	2270
	3	500	150	2,1	2	29,8	2350
4	1	80	150	1,12	0,3	4,5	1320
	2	340	150	1,59	1,2	18	1990
	3	830	150	2,1	2,7	40,5	2860
	4	1640	150	2,46	5,8	87,5	3100

Die so gefundenen Temperaturwerte geben durch die Art ihrer Ermittlung die mittlere Temperatur der Gasblase zur Zeit der Druckspitze während der Abschaltung an. Bei kritischer Betrachtung der Temperaturen ist zu berücksichtigen, daß die einzelnen Bestimmungsgrößen der benutzten Gasgleichung nicht mit der Präzision ermittelt werden können, die sonst in der Meßtechnik allgemein erreichbar ist. Durch die Unvollkommenheit der anwendbaren Meßmethoden ist es also begründet, daß die gefundenen Temperaturwerte nicht absolut genaue Werte darstellen; sie sind daher nur der Größenordnung nach als richtig anzusehen.

Den größten Einfluß auf das Resultat hat die Bestimmung des Gasvolumens, da dieses einschließlich der in der Gasblase enthaltenen Öldämpfe aus dem Zeitlupenfilm ermittelt wird. Über den prozentualen Anteil des Öldampfes bei verschiedenen Druck- und Temperaturverhältnissen ist jedoch noch nichts bekannt, so daß man hier auf Schätzung angewiesen ist. Macht man z. B. die rohe Annahme, daß 25% Öldampf

Digitized by Google

in der Gasblase enthalten ist, so würden die in der Tabelle angegebenen Temperaturwerte um 25% zu erniedrigen sein.

Die übrigen Bestimmungsgrößen der Gasgleichung fälschen die erhaltenen Temperaturwerte weniger. So ist der Druck, wie früher ausgeführt wurde, mit großer Genauigkeit ermittelt. Der Unterschied in der quantitativen Zusammensetzung des Gases, der sich in den Größen R und G ausdrückt, hat keinen Einfluß auf das Resultat, und zwar aus folgenden Gründen.

Wie die Gasanalysen des SEV zeigten, ist die qualitative Zusammensetzung des Schaltergases stets die gleiche. Lediglich die quantitative Zusammensetzung schwankt, so daß die Gaskonstante R und das spezifische Gewicht γ verschiedene Werte annehmen können. Da jedoch Gaskonstante und spezifisches Gewicht umgekehrt proportional sind, bleibt das Produkt beider Größen annähernd konstant. Da jedoch das Produkt aus R und γ in die Gleichung für die Temperatur eingeht, kann also die quantitative Zusammensetzung des Schaltergases keinen wesentlichen Einfluß auf das Resultat ausüben.

Aus den in der Tabelle angegebenen Temperaturwerten geht hervor, daß die mittlere Temperatur der Gasblase von Halbperiode zu Halbperiode steigt, und zwar von etwa 1200° bis auf 3300° C absoluter Temperatur. Mit längerer Lichtbogendauer nimmt die Temperatur des Lichtbogens entsprechend der mit wachsender Lichtbogenlänge größer werdenden Schaltarbeit zu. Die höhere Temperatur macht sich in einer stärkeren Zersetzung des Öles bemerkbar, wie dies auch bei den Versuchen bei längerer Abschaltdauer durch eine intensivere Schwärzung des Öles festgestellt werden konnte.

h) Abkühlung und Aufsteigen der Gase. An Hand der Zeitlupenfilme lassen sich die Gase auch nach dem Abreißen des Lichtbogens verfolgen, es konnten daher die Abkühlungszeiten der heißen Gase und ihre Aufsteiggeschwindigkeit festgestellt werden. Bei den meisten Filmen lassen sich allerdings durch die starken Rußabscheidungen die Umrisse der Gasblasen nicht so genau erkennen, daß eine direkte Volumenermittlung möglich wäre. Bei Versuch 1 jedoch ist das Gasvolumen noch einige Zeit zu erfassen. Die Volumenermittlung ergab, daß durch die Kühlwirkung des Öles die Gasblasen in 1 Halbperiode auf ein Volumen abkühlen, das dem des aufgefangenen Gases entspricht; das Gas muß damit nach dieser Zeit auf Öltemperatur abgekühlt sein.

Bei den anderen Versuchen wurde das Gasvolumen nach Erlöschen des Lichtbogens aus dem Stand des Ölspiegels ermittelt. Wenn kein Überdruck im Schalter besteht, muß Höhe des Ölspiegels über der normalen Höhe mal freier Öloberfläche gleich dem im Schalter enthaltenen Gasvolumen sein. Auf diese Weise wurde für die Versuche 2 und 3 in Bild 22 das Gasvolumen verfolgt. Hieraus geht hervor, daß nach Abreißen des Lichtbogens eine starke Volumenverminderung einsetzt; auf Öltemperatur war das Gas bereits nach 14 ÷ 16 Halbperioden abgekühlt.

Über die Zeiten, die die Gasblasen zum Aufsteigen brauchen, geben die Zeitlupenfilme ebenfalls Aufschluß. Der mit einer Frequenz von 20 Bildern/s aufgenommene Film (Bild 18) gibt die Öl- und Gasbewegung nach Abreißen des Lichtbogens über einen längeren Zeitraum wieder. Danach setzen sich die mit Ruß gefüllten Gasblasen zunächst zum Boden des Ölkessels. Nach kurzer Zeit lösen sich dann aus dieser Gaswolke einzelne Blasen von verschiedener Größe ab und steigen auf. Aus den Zeitlupenfilmen wurde gefunden, daß die ersten Gasblasen bei Versuch 1 15 Halbperioden nach Beendigung des Abschaltvorganges, bei Versuch 3 nach 10 Halbperioden aufsteigen.

Für die Geschwindigkeit, mit der die Gasblasen aufsteigen, wurde aus vielen Ermittlungen als Mittelwert gefunden, daß die größten Gasblasen (Volumeninhalt $\sim$ 100 cm³) mit einer Geschwindigkeit von 0,7 m/s, die kleinsten ($\sim$ 30 cm³) mit 0,25 m/s aufsteigen.

Digitized by Google

Diese Untersuchungen über die Abkühlungs- und Aufsteigzeiten der Gasblasen lassen erkennen, daß bei den vorliegenden Versuchen die Gase nicht heiß in den Luftraum gelangen konnten. Diese waren vielmehr durch die intensive Kühlwirkung des Öls in sehr kurzer Zeit fast auf Öltemperatur abgekühlt, noch bevor sie bis in den Luftraum aufgestiegen waren.

i) Zusammenfassung. Die vorliegenden experimentellen Untersuchungen haben ergeben, daß durch ihre Auswertung eine klare Vorstellung von dem durch die verschiedenen, gleichzeitig auftretenden Wirkungen des Lichtbogens etwas komplizierten Verlauf des Abschaltvorganges gewonnen werden kann. Im folgenden sollen die gefundenen Erkenntnisse und Gesetzmäßigkeiten für die im Ölschalter auftretenden Erscheinungen kurz zusammengefaßt werden.

Die um den Lichtbogen entstehenden Gase besitzen Kugelform, bei größerer Lichtbogenlänge bilden sie Rotationskörper mit dem Lichtbogen als Achse. Das

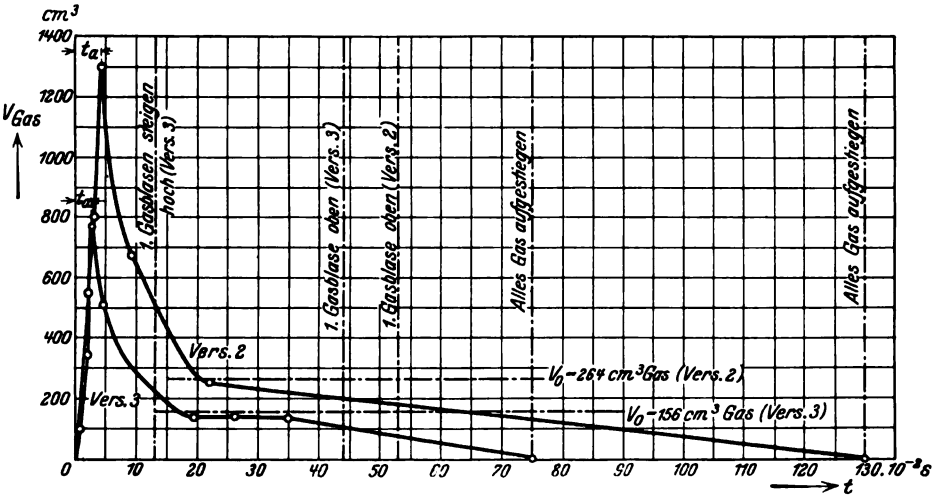


Bild 22.

Gasvolumen wächst mit der 2. Potenz der Zeit, solange keine dauernden Druckerhöhungen auftreten. Die Gasentwicklung folgt dem Verlauf der Schaltarbeit; im Nullwert des Stromes ist sie gering und erfährt ihre größte Zunahme zur Zeit des Strommaximums.

Für den Zusammenhang zwischen Schaltarbeit und Gasvolumen wurde gefunden 1 kWs $\sim$ 60 cm³ Gas (p = 760 mm, t = 15° C). Das aufgefangene Gas nimmt in heißem Zustande im Innern des Schalters das 5,5-fache Volumen ein. Die Temperatur der Gase folgt dem Verlauf der im Lichtbogen freiwerdenden Schaltleistung. Die mittlere Temperatur zur Zeit des höchsten Druckes liegt zwischen 1200° und 3300° C absoluter Temperatur und steigt mit der Abschaltzeit.

Die über den Kontakten liegende Ölmasse wird wie ein Kolben hochgeschleudert mit einer maximalen Geschwindigkeit von 4 m/s. Das Luftpolster wird hierbei mit Gasentwicklungsgeschwindigkeit verdrängt, so daß keine dauernden Druckerhöhungen auftreten können, solange ein Luftpolster vorhanden ist.

Der Druck im Schalter verläuft oszillatorisch mit der doppelten Frequenz des abgeschalteten Stromes. In jeder Halbperiode treten ausgeprägte Druckspitzen zur Zeit der höchsten Schaltleistung auf, sie nehmen mit längerer Abschaltzeit in jeder Halbperiode höhere Werte an, entsprechend der pro Halbperiode freiwerdenden größeren Schaltleistung. Beim Fehlen eines Luftpolsters steigt der Druck im Schalter mit der Menge des entwickelten Gases stetig an mit kleiner Druckabsenkung im Nullwert des Stromes.

Digitized by Google

Nach Erlöschen des Lichtbogens kühlen die Gase nach etwa 15 Halbperioden auf Öltemperatur ab. Die Gase steigen etwa 13 Halbperioden nach Beendigung des Abschaltvorganges je nach der Größe mit einer Geschwindigkeit von 0,25 bis 0,7 m/s auf, gelangen also bei den vorliegenden Versuchen abgekühlt in das Luftpolster. Die Phasenverschiebung hat auf die Abschaltdauer einen großen Einfluß. Für die gleiche Abschaltleistung beträgt die Abschaltdauer bei $\cos \varphi = 1$ nur 1 Halbperiode, bei $\cos \varphi = 0{,}14$ 5 Halbperioden und mehr.

2. Abschaltung mit Sechsfach-Unterbrechung.

a) Versuchsdaten. Die Kontakte des Versuchsschalters wurden gegen solche für 6-fach-Unterbrechung (Bild 2, b) ausgewechselt, sonst blieb der Schalter unverändert, und die Untersuchungen wurden in gleicher Weise, wie bei der 2-fach-Unterbrechung, durchgeführt.

Luftpolsterhöhe $h = 45$ mm, Schaltgeschwindigkeit $v_m = 1{,}9$ m/s.

Vers.-Nr.	R Ω	ω L Ω	U V	J A	N kVA	t_a s	A W_s	Gas cm^3	cos · φ	Bilder/s
5	5,42	19,8	5900	250	1470	0,011	2497	125	0,26	450
6	5,42	19,8	5900	250	1470	0,016	2530	126	0,26	450

Die Oszillogramme von Versuch 5 und 6 sind in Bild 23, die Zeitlupenbilder von Versuch 6 in Bild 24 wiedergegeben.

b) Form der Gasblasen. Da die Gasbildung sich auf sechs Unterbrechungsstellen verteilt, nehmen die um die einzelnen Lichtbogen entstehenden Gasblasen kleineres Volumen an als bei der 2-fach-Unterbrechung. Der Form nach bilden sich um die Lichtbögen zunächst 6 Kugeln, die bei größerer Lichtbogenlänge mehr Eiform annehmen und sich bis zum Abreißen des Lichtbogens getrennt erhalten. Dann vereinigen sich die Gasblasen zu einer einzigen großen Gasmasse, die sich über die ganze Schalterbreite erstreckt.

c) Wachsen des Gasvolumens. Aus dem Zeitlupenfilm wurde für Versuch 6 das Volumen der heißen Gase ermittelt und in Bild 13 als Funktion der Abschaltzeit aufgetragen. Die Volumenzunahme erfolgt mit der 3. Potenz der Zeit.

d) Gasvolumen und Schaltarbeit. Die aus Oszillogramm 6 ihrem zeitlichen Verlauf nach ermittelte Schaltarbeit wächst ebenfalls mit der 3. Potenz der Abschaltzeit; es muß also ein linearer Zusammenhang zwischen Schaltarbeit und heißem Gasvolumen bestehen, wie dies auch Bild 25 zeigt. Das heiße Gasvolumen nimmt danach im Schalter einen etwa viermal so großen Raum ein als das aufgefangene Gas im kalten Zustande.

e) Ölbewegung. Die in der Zeiteinheit entwickelte Gasmenge ist bei der 6-fach-Unterbrechung sehr groß; das Öl im Schalter muß daher mit großer Geschwindigkeit verdrängt werden.

Die Zeit-Wegkurven des Ölkolbens ergeben auch sehr hohe Geschwindigkeiten. So beträgt die maximale Geschwindigkeit 9 m/s bei Versuch 5, bei Versuch 6 sogar 13 m/s (Bild 26).

f) Druckverlauf im Schalter. Mit dem Druckmesser wurde der Druck im Schalter während der ganzen Abschaltzeit sowohl dem Verlauf als auch der Größe nach genau ermittelt. Da die Druckoszillogramme in ihren charakteristischen Werten nur wenig voneinander abweichen, ist das Oszillogramm einer Abschaltung von 1250 kVA bei $\cos \varphi = 0{,}26$ herausgegriffen und in Bild 21 wiedergegeben.

Nach dem Druckoszillogramm 14 in Bild 21 weist der Druck wieder oszillatorischen Charakter auf, in Übereinstimmung mit dem periodischen Verlauf des Kurzschluß-

Digitized by Google

stromes. In Abständen von einer Halbperiode treten Druckspitzen auf, die hier beträchtliche Werte erreichen. Die stürmische Gasentwicklung läßt schon in der ersten Halbperiode den Druck auf 1,6 kg/cm² absolut ansteigen. Nach Überschreiten des Strommaximums geht der Druck mit abnehmendem Strom sehr schnell zurück und sinkt wieder, wie bei der 2-fach-Unterbrechung, unter atmosphärischen Druck. Der

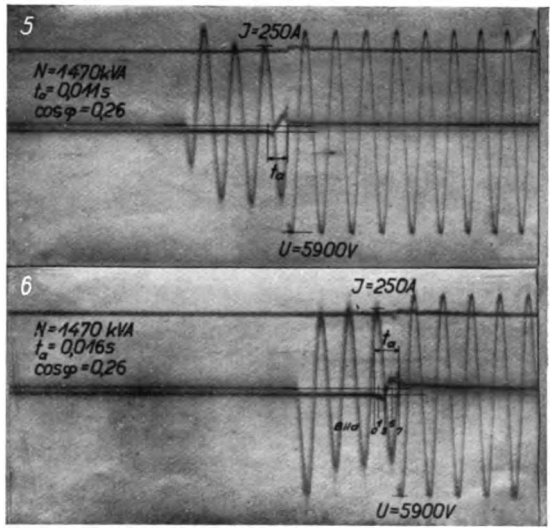


Bild 23.

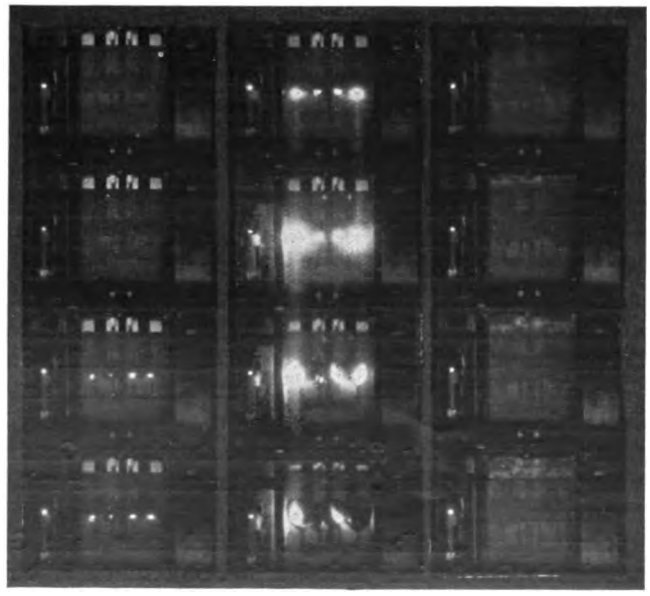


Bild 24.

Unterdruck erklärt sich wieder durch die Saugwirkung des hochschießenden Ölkolbens. In der zweiten Halbperiode wird die entwickelte Gasmenge sehr viel größer. Daher steigt der Druck hier bis auf 3,5 kg/cm². Der gleiche Druckwert wird auch in der nächsten Halbperiode erreicht. In Übereinstimmung mit der 2-fach-Unterbrechung tritt auch hier immer der höchste Druck kurz nach Überschreiten des Strommaximmus auf, also zu einem Zeitpunkt, in dem die im Lichtbogen freiwerdende Leistung etwa ihren Höchstwert erreicht.

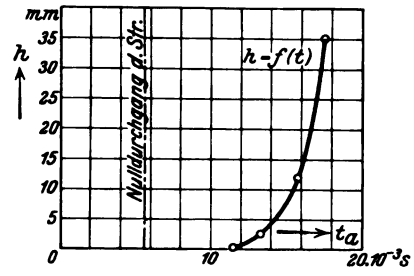
Digitized by Google

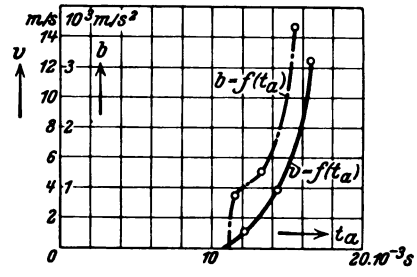
g) Temperatur der Gasblasen. Für Versuch 6 wurde die Temperatur der heißen Gase zur Zeit der Druckspitze nach der allgemeinen Gasgleichung bestimmt. Für die 1. Halbperiode wird dann in gleicher Weise wie bei der 2-fach-Unterbrechung

$$T = \frac{V \cdot P}{G \cdot R} = \frac{430 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{4}}{(1{,}72 \cdot 60 \cdot 0{,}252 \cdot 10^{6}) \cdot 150} = 1780^{0}\,\mathrm{C}$$

abs. Temp.

Dieser Temperaturwert kann selbstverständlich nur zur Orientierung über die ungefähre Höhe der mittleren Gastemperatur benutzt werden. Auf absolute Genauigkeit kann er aus den bei der 2-fach-Unterbrechung bereits angeführten Gründen keinen Anspruch machen.





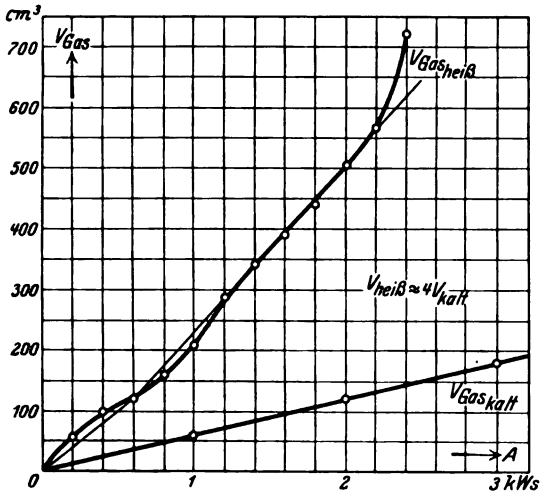


Bild 25.

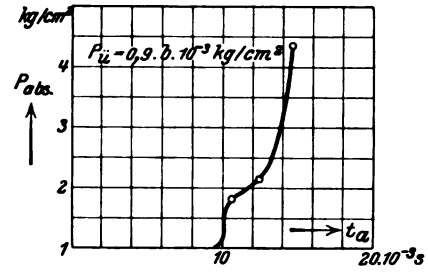


Bild 26.

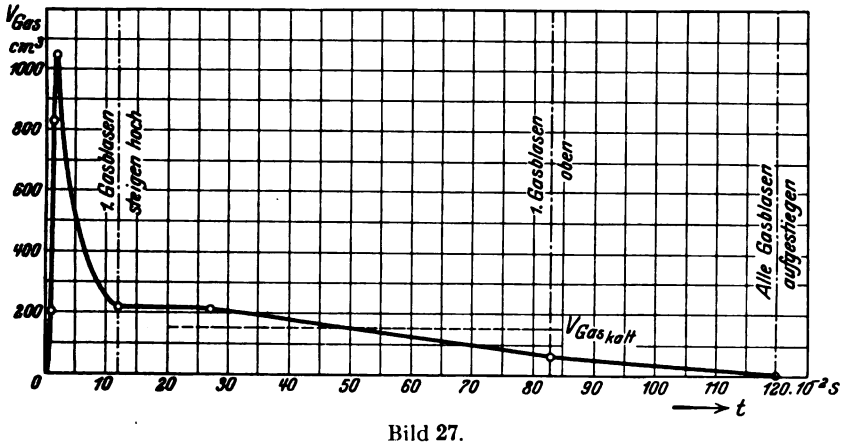


Bild 27.

h) Abkühlung und Aufsteigen der Gase. Das Gasvolumen nach Erlöschen des Lichtbogens wurde wieder aus dem Stand des Ölspiegels ermittelt. Die Abkühlungskurve (Bild 27) ergibt ungefähr gleiche Zeiten für die Abkühlung der Gase, wie sie bei der 2-fach-Unterbrechung festgestellt wurden. Aus dem mit 20 Bildern/s

Digitized by Google

aufgenommenen Film (Bild 28) geht hervor, daß nach der Abschaltung die aus den einzelnen Gasblasen entstehende zusammenhängende Gasmasse zunächst in Höhe der Kontakte schweben bleibt, so daß die Stiftkontakte vollständig aus dem Gas und dem durch Ruß verunreinigten Öl in frisches Öl gezogen werden. Hierdurch werden

Bild 28.

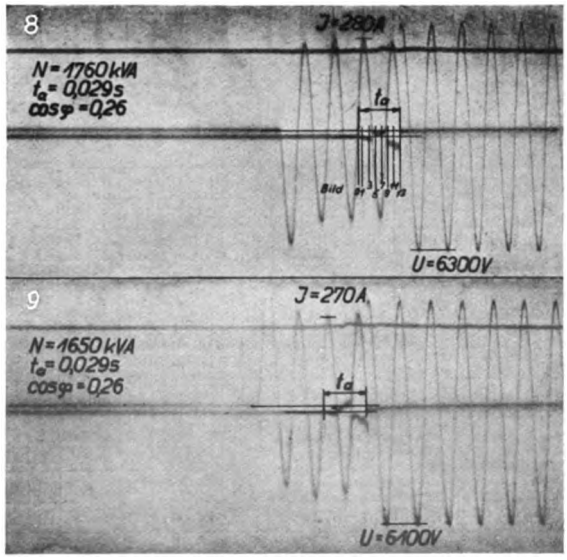


Bild 29.

die Lichtbogenfußpunkte besser gekühlt, so daß die Lichtbogenspannung durch die geringere Ionenemission schnell ansteigt. Nach einiger Zeit setzt sich das Gas zum Boden, und es steigen einzelne Gasblasen je nach ihrer Größe mit verschiedener Geschwindigkeit auf. Die mittlere Aufsteiggeschwindigkeit wurde zu 0,36 m/s ermittelt.

Digitized by Google

i) Zusammenfassung. Die vorliegenden Untersuchungen ergeben demnach folgendes Bild von dem Verlauf des Abschaltvorganges bei 6-fach-Unterbrechung.

Die Gasblasen um den Lichtbogen haben Kugelform, die später mehr in Eiform übergeht.

Schaltarbeit und Gasvolumen wachsen mit der 3. Potenz der Zeit. Die heißen Gase nehmen im Schalter das 4-fache Volumen der kalten Gase ein. Die Temperatur zur Zeit der Druckspitze wurde zu 1780° C absoluter Temperatur gefunden.

Die Ölbewegung ist sehr heftig, so daß der Ölkolben mit einer maximalen Geschwindigkeit von 13 m/s steigt. Die Druckspitzen sind entsprechend der starken Ölbewegung ebenfalls größer als bei 2-fach-Unterbrechung; die höchsten Werte lagen bei 3,5 kg/cm² abs.

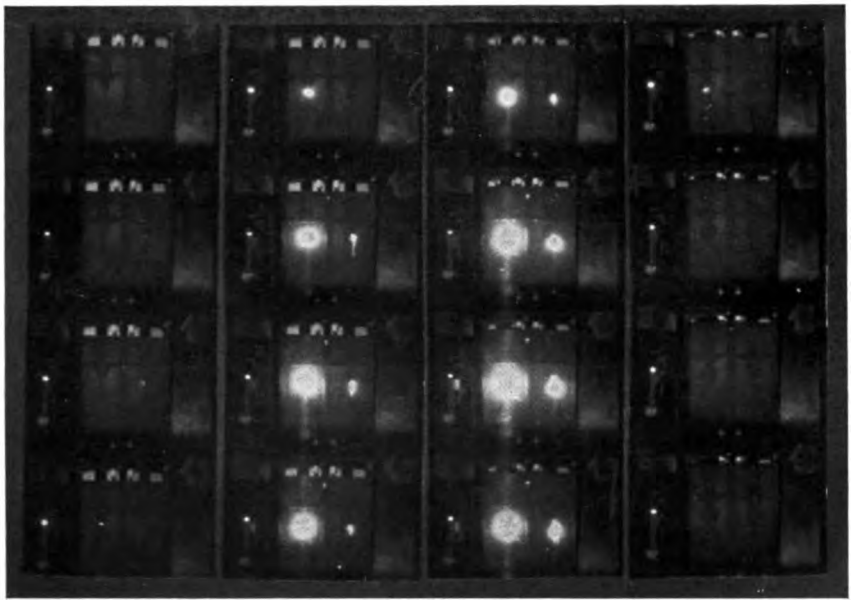


Bild 30.

Die Abkühlungszeit und Aufsteiggeschwindigkeit der Gase bewegen sich in der gleichen Größe wie bei der 2-fach-Unterbrechung.

Die Abschaltdauer ist durch das schnelle Ansteigen der Zündspannung und durch die gute Kühlung der Lichtbogenfußpunkte, da die beweglichen Kontakte bei der Abschaltung in frisches Öl gezogen werden, kürzer als bei 2-fach-Unterbrechung.

3. Abschaltung mit Zweifach-Unterbrechung und Löschkammer.

a) Versuchsdaten. Es wurden 3 Versuche ausgeführt, deren Daten aus der Tabelle ersichtlich sind.

Luftpolsterhöhe $h = 45$ mm, Schaltgeschwindigkeit $v_m = 2$ m/sec.

Vers.-Nr.	R Ω	ω L Ω	cos · φ	U V	I A	N kVA	t_a s	A Ws	Gas cm³	Bilder/s
7	5,42	19,8	0,26	kein Oszillogramm		1500	0,02	—	130	450
8	5,42	19,8	0,26	6300	280	1760	0,029	2790	160	450
9	5,42	19,8	0,26	6100	270	1650	0,029	2870	120	450

Digitized by Google

Bei Versuch 7 wurde eine Löschkammer mit dickem (Bild 2c), bei Versuch 8 und 9 mit dünnem Boden verwendet (Bild 2d). Die Oszillogramme für Versuch 8 und 9 sind in Bild 29 wiedergegeben, von Versuch 7 wurde kein Oszillogramm aufgenommen. In dem Oszillogramm 8 sind die zugehörigen Zeitlupenbilder eingetragen; den Zeitlupenfilm dieses Versuches zeigt Abb. 30.

b) Gasentwicklung. An Hand der Zeitlupenfilme läßt sich die Entstehung und Ausbildung der Gasblase im Innern der Löschkammer gut verfolgen. Bei Trennung der Kontakte bildet sich in der Löschkammer zunächst eine kugelförmige Gasblase um den Lichtbogen. Diese Gasblase kann sich wegen der allseitig geschlossenen Löschkammer nur in geringem Maße vergrößern, da für die entwickelte Gasmenge nur der durch den austretenden Kontaktstift freiwerdende Raum zur Verfügung steht. Da jedoch die entwickelte Gasmenge sehr viel größer ist, muß mit zunehmender Gasmenge der Druck stetig in der Kammer ansteigen. Dieser Druck wird schließlich so

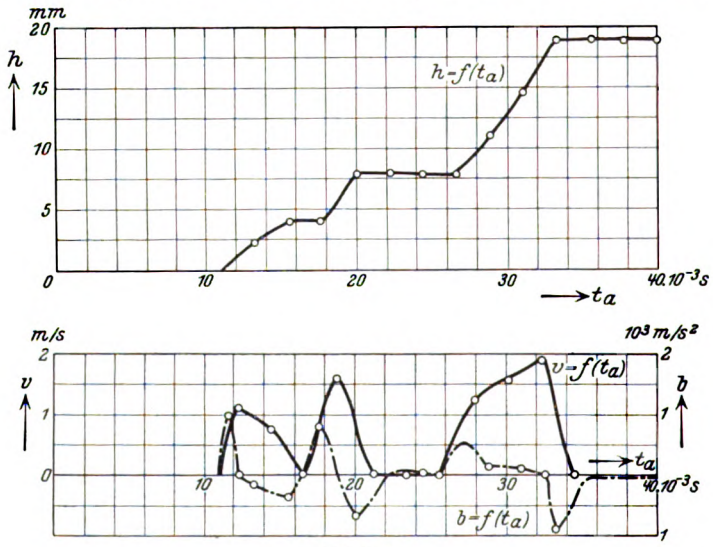


Bild 31.

groß, daß durch den zwischen Kontaktstift und Löschkammerboden befindlichen geringen Zwischenraum zunächst Öl und dann auch etwas Gas aus der Löschkammer in den Schalter gedrückt wird. Ferner wird auch etwas Öl durch die im Deckel der Löschkammer zum Ölausgleich angebrachten Löcher mit großer Kraft ausgepreßt, sodaß am Ölspiegel über den Löschkammern kleine Ölfontänen entstehen. Diese Ölmenge ist jedoch nur gering, da der Querschnitt der Ausgleichlöcher sehr klein ist. Das meiste Öl weicht also durch den Boden der Löschkammer aus, daher vergrößert sich die Gasblase auch hauptsächlich in dieser Richtung nach dem Boden hin und füllt schließlich nach etwa 1 Halbperiode die ganze Löschkammer bis auf den über den festen Kontakten liegenden Raum aus. Dieser Raum bleibt noch mit Öl angefüllt, das unter hohem Druck steht. Da die Gasbildung in der Richtung nach dem Boden der Löschkammer erfolgt, entsteht also in der Kammer eine Ölströmung, die ebenfalls nach dem im Boden befindlichen Austrittsloch gerichtet ist. Der herausgehende Kontaktstift wird so während der Abschaltung ständig von Öl umspült und dadurch gut gekühlt.

c) Ölbewegung. Die Ölbewegung im Schalter ist sehr gering, der Ölspiegel steigt nur wenig. Wie die Zeit-Wegkurven erkennen lassen (Bild 31), tritt die größte Ölbewegung beim Herausgehen des Kontaktstiftes aus der Löschkammer auf, hier steigt die Geschwindigkeit des Ölkolbens auf 2 m/sec. Ein Bild der Ölbewegung gibt der mit 20 Bildern/s aufgenommene Film (Bild 32).

Digitized by Google

d) Druckverlauf im Schalter. Der Druckverlauf im Schalter wurde experimentell mit Hilfe des Druckmessers ermittelt.

Bei Betrachtung des Druckoszillogrammes 25 in Bild 21, das bei einer Abschaltleistung von 1360 kVA unter Verwendung einer Löschkammer mit dickem Boden (Bild 2c) aufgenommen wurde, erkennt man, daß der Druck im Ölkessel nur sehr geringe Werte erreicht.

In der ersten Halbperiode, in der nur geringe Gasmengen erzeugt werden, entsteht im Schalter nur eine kleine Druckerhöhung auf 1,07 kg/cm² absolut. In der zweiten Halbperiode sind in der Druckkurve überlagerte Druckschwankungen höherer Frequenz von geringer Amplitude bemerkbar. Diese werden verursacht durch die zwischen Kontaktstift und Löschkammerboden durch Änderung dieses Zwischenraumes stoßweise in den Schalter gelangenden Gase. Der Druck erreicht einen Wert von 1,1 kg/cm².

Durch den hohen Druck in der Löschkammer wird die Traversengeschwindigkeit von 2 m/s auf 2,9 m/s gesteigert.

Mit dem Austritt des Kontaktstiftes aus der Löschkammer entsteht im Schalter ein höherer Druckstoß, der in Oszillogramm 25 1,5 kg/cm² betrug. Das in der Löschkammer befindliche Gas strömt nämlich in diesem Moment unter hohem Druck durch die nun frei gewordene Bodenöffnung und erzeugt so diesen Druckstoß. Da der Lichtbogen nun durch die gute Ölkühlung der Fußpunkte abreißt, geht der Druck sofort wieder zurück.

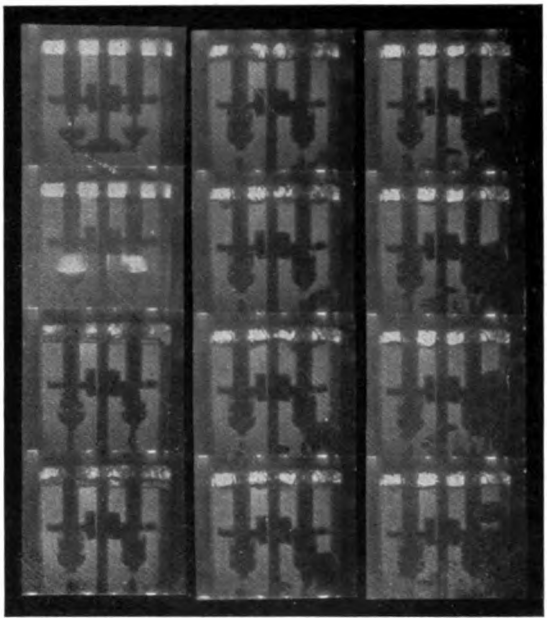


Bild 32.

Im Gegensatz zu den geringen Druckwerten im Ölkessel erreicht der Druck in der Löschkammer beträchtlichere Werte; die Größenordnung ergibt folgende Überlegung. Bei der Abschaltung wurden 130 cm³ Gas von $t = 15^0$ C und $p = 760$ mm aufgefangen. In heißem Zustande wird das etwa 5,5 mal so große Volumen bei 1 Atmosphäre 715 cm³. Da der Gesamtinhalt der beiden Löschkammern 140 cm³ beträgt, wird der Enddruck in der Löschkammer $\frac{715}{140} = 5{,}1$ kg/cm². Dieser Druck wird fast vollständig von der Löschkammer aufgenommen, wie die geringen, im Schalter gemessenen Druckwerte erkennen lassen. Die übrigen Konstruktionsteile und der Kessel sind fast vollständig vom Druck entlastet, der ganze Abschaltvorgang spielt sich daher im Innern der Löschkammer ab.

e) Abkühlung und Aufsteigen der Gase. Die aus der Löschkammer unter hohem Druck gegen den Boden des Schalters ausgestoßenen Gase werden in dem frischen Öl gut gekühlt. Die Abkühlungskurve von Versuch 8 (Bild 33) zeigt, daß die Gase schon 2 bis 5 Halbperioden nach Beendigung der Abschaltung auf konstantes Volumen abgekühlt sind. Das Aufsteigen der Gase beginnt erst später mit einer Austeiggeschwindigkeit von 0,3 bis 0,6 m/s.

f) Zusammenfassung. Nach den vorstehenden Untersuchungen ergibt sich folgender Verlauf des Abschaltvorganges. Die anfangs kugelförmigen Gasblasen bewirken bei ihrer Vergrößerung eine stetige Druckerhöhung in der Löschkammer. Die Gasblasen breiten sich nach der Öffnung im Boden der Löschkammer aus; die

Digitized by Google

Ölbewegung ist ebenfalls nach dort gerichtet, so daß die Lichtbogenfußpunkte dauernd umspült werden und durch die geringere Ionenemission die Neuzündung des Bogens im Nullwert des Stromes erschwert wird.

Der Druck in der Löschkammer nimmt beträchtliche Werte an; hierdurch wird die Traversengeschwindigkeit erhöht. Die Druckbeanspruchung des Schalters ist gering, da der Druckverlust in der engen Löschkammeröffnung sehr groß ist. Entsprechend gering ist auch die Ölbewegung.

Das in der Kammer befindliche Öl schießt beim Heraustreten des beweglichen Kontaktes aus der Bodenöffnung mit großer Geschwindigkeit in den Lichtbogen und kühlt die Fußpunkte stark. In dem Boden der Löschkammer bildet sich ein Ölpfropfen, der die Zündspannung so groß macht, daß in diesem Moment eine Neuzündung des Lichtbogens ausbleibt. Von den beiden untersuchten Löschkammerarten ergaben die Löschkammern mit geringerem Volumeninhalt und dickem Boden (Bild 2c) die kürzeste Lichtbogendauer. Die Löschkammer wird also am zweckmäßigsten so dimensioniert, daß sich ein größerer Druck in ihr ausbilden kann, damit

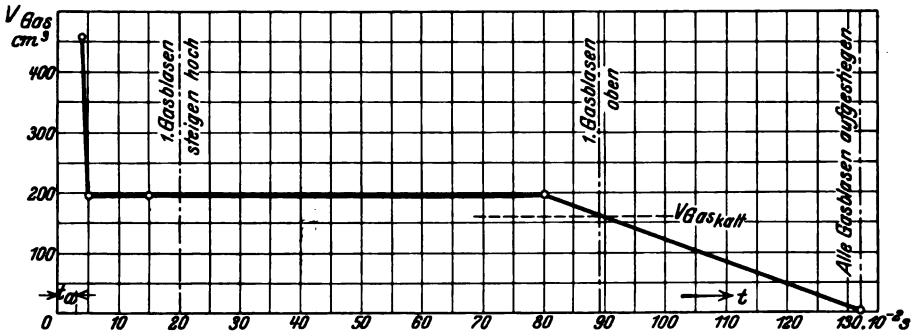


Bild 33.

eine heftige Ölströmung um den heraustretenden Kontaktstift erzielt wird. Außerdem muß der Boden so dick gemacht werden, daß der beim Heraustreten des Kontaktstiftes im Löschkammerboden entstehende Ölpfropfen lang genug ist, um die Zündspannung weit genug heraufzusetzen. Bei den ausgeführten Versuchen wurden bei Verwendung von Löschkammern die höchsten in der Versuchseinrichtung erreichbaren Leistungen abgeschaltet.

Schlußbetrachtung.

Die in den vorstehenden Untersuchungen gefundenen Gesetzmäßigkeiten und Erkenntnisse von dem Verlauf des Abschaltvorganges sollen nun bei einem praktischen Beispiel Anwendung finden, und zwar soll die Leistungsfähigkeit eines normalen Reihenölschalters für 6 kV bei Unterbrechung einer 3-phasigen Kurzschlußleistung von 60000 kVA untersucht werden.

Die Abmessungen des Schalters gibt Bild 34, seine elektrischen Daten sind folgende: Nennspannung 6000 V, Nennstrom 200 A, Nennfrequenz 50 Hz, Polzahl 3, 2-fach-Unterbrechung, mittlere Schaltgeschwindigkeit in Öl $v_m = 1{,}2$ m/s, Schaltweg der Traverse $s = 60$ mm

Maßgebend für die Gasentwicklung ist die Größe der Schaltarbeit, die nach II. C. 4 aus der Abschaltleistung bestimmt werden kann nach der Formel $A_n = k_1 \cdot \left[\frac{t_n}{t_1}\right]^{x-1} \cdot N \cdot t_n$ kWs. Bei 2-fach-Unterbrechung ist hier $x = 2$, $k_1 = 2 \cdot 10^{-2}$ und N = 60000 kVA zu setzen. In der Tabelle ist die so berechnete Schaltarbeit am Ende der einzelnen Halbperioden eingetragen, die Abschaltzeit ist praktischen Werten entsprechend zu 5 Halbperioden angenommen.

Digitized by Google

t_m 10^{-2} s	An kWs	V_{Gas} $T = 288^0$ $P = 1$ kg/cm² cm³	$V_{Gas\ heiß}$ $P = 1$ kg/cm² cm³	$P = \frac{V_{Gas\ heiß}}{V_{Luftpolster}} \cdot 1$ kg/cm² abs.	$V_{Luftpolster}$ cm³
1	12	720	3950	1	23500
2	48	2880	15800	1	
3	108	6500	35700	1,55	
4	192	11500	63000	2,74	
5	300	18000	99000	4,3	

Aus dem Zusammenhang zwischen Schaltarbeit und Gasvolumen II. C. 3 lassen sich die Gasvolumina bei Raumtemperatur und Atmosphärendruck ermitteln (s. Tabelle). Diese schon beträchtlichen Gasmengen nehmen im Schalter nach den Versuchen den etwa 5,5-fachen Raum ein. Das Öl steigt der entwickelten Gasmenge entsprechend

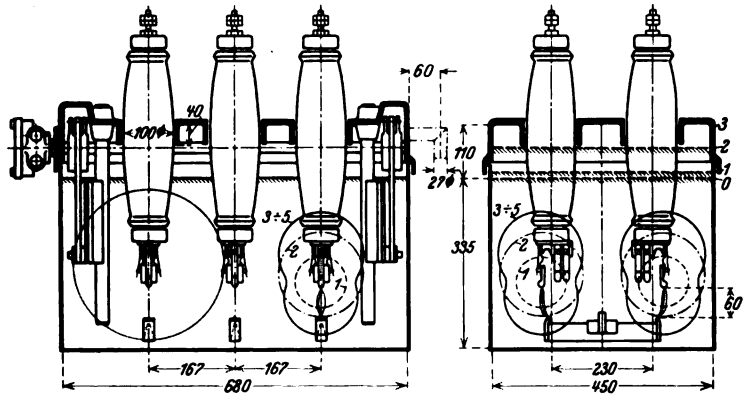


Bild 34.

und verdrängt das Luftpolster; der Ölspiegelstand am Ende der einzelnen Halbperioden ist in dem Bild 34 eingetragen. Das Luftpolster des Schalters wird zu 30 Liter bestimmt, von dem die im Luftraum liegenden Durchführungen und Konstruktionsteile in Höhe von 6,5 Liter abzuziehen sind, so daß 23,5 Liter als reines Luftvolumen übrigbleiben. Beim Vergleich dieses Volumens mit dem entwickelten Gasvolumen ergibt sich, daß die Luft im Laufe der 3. Halbperiode aus dem Schalter verdrängt sein muß. Die mittlere Geschwindigkeit des Ölkolbens beträgt danach bei einer Luftpolsterhöhe von 110 mm $v_m = \frac{11 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 10^{-2}} = 3{,}7$ m/s.

Nach Verdrängen des gesamten Luftpolsters entsteht im Schalter eine Druckerhöhung, die nach dem Mariotteschen Gesetz berechnet und in der Tabelle eingetragen ist. Der Enddruck wird danach 4,3 kg/cm² absolut, das bedeutet, daß die Seilentlastung, die den Ölkessel mit dem Schalterdeckel verbindet, mit einer Kraft von $2100 \cdot 3{,}3 = 7000$ kg beansprucht wird. In gleicher Weise werden durch den Überdruck natürlich auch die Kesselwände und der Deckel beansprucht, so daß das oft beobachtete Ausbauchen von Kesselwänden und Aufreißen von Schweißnähten seine Erklärung durch die Größe der auftretenden Kräfte findet.

Um die Möglichkeit der Bildung von Stehlichtbögen im Schalter zu untersuchen, muß das Volumen der Gasblasen näher betrachtet werden. Das in der Tabelle angegebene Volumen der heißen Gase entspricht bis zum vollständigen Verdrängen des Luftpolsters dem tatsächlichen Raumbedarf der Gase im Schalter, da bis dahin keine dauernden Druckerhöhungen auftreten. Dann aber, im vorliegenden Falle am Ende der 3. Halbperiode, behält das gesamte Gasvolumen die Größe des Luftpolsters. Nimmt

Digitized by Google

man eine einigermaßen gleiche Verteilung der Gasmengen auf die einzelnen Kontakte an, so läßt sich unter Berücksichtigung der in den Zeitlupenaufnahmen sichtbaren Formen der Gasblasen die Größe der Gasblasen in Bild 34 eintragen. Die mit 1, 2, 3 bis 5 bezeichneten Kugeln stellen das Gasvolumen am Ende der entsprechenden Halbperioden dar; vom Ende der 3. Halbperiode an kann also die Gasblase ihr Volumen nicht mehr merklich vergrößern. Die Gasblasen kommen danach noch nicht mit geerdeten Teilen oder Nachbarphasen in Berührung, so daß eine Gefahr zur Bildung von Stehlichtbogen nicht besteht, es zeigt sich jedoch, daß eine Auskleidung des Kessels sehr zweckmäßig ist. Der Einfluß des Druckes auf die Kleinhaltung des Gasvolumens ist für einen Pol drastisch vor Augen geführt. Dort ist die Größe der Gasblase eingezeichnet, wenn das Luftpolster so groß wäre, daß sich keine Druckerhöhung ausbilden kann. Durch die Bemessung des Luftpolsters ist somit die Endgröße des Gasvolumens bestimmt, seine Größe ist jedoch so zu wählen, daß die mechanische Festigkeit des Schalters der entstehenden Druckerhöhung genügt.

Aus den Abkühlungszeiten der Gase, die aus den Filmen ermittelt wurden, kann auch bestimmt werden, wie lange nach Abreißen des Lichtbogens der Überdruck im Schalter bestehen bleibt. Da die Abkühlungszeiten in der Größenordnung von einigen Zehntelsekunden liegen, wird der Überdruck und damit der Ölauswurf ebensolange andauern.

Die bei einem praktisch Verwendung findenden Schalter durchgeführte Vorausberechnung der beim Abschaltvorgang auftretenden Erscheinungen aus den elektrischen Daten hat ein Bild ergeben von dem Ausmaß der entwickelten Gasmenge, dem Verlauf der Ölbewegung, der Höhe der Druckbeanspruchungen, sowie anderer Größen, die entscheidenden Einfluß auf den Verlauf des Abschaltvorganges ausüben.

Nach den angestellten Vorausberechnungen sind die auf Grund von Erfahrungen mit anderen Schaltern festgelegten Dimensionen des vorstehenden Serienschalters für die Abschaltung einer Leistung von 60000 kVA als ausreichend anzusehen; der Schalter ist danach grundsätzlich bei genügender mechanischer Festigkeit imstande, die geforderte Leistung ohne Komplikationen zu unterbrechen. Praktisch vorgenommene Abschaltversuche mit einem Schalter vorstehender Type haben auch erwiesen, daß eine Kurzschlußleistung von 60000 kVA einwandfrei bewältigt werden kann. Hieraus geht hervor, daß man bei sinngemäßer Übertragung der bei Abschaltung kleinerer Abschaltleistungen gefundenen Zusammenhänge auf größere Abschaltleistungen Aufschluß über die hierbei zu erwartenden Beanspruchungen gewinnen kann. Die Abschaltleistungen bei den Modellversuchen müssen allerdings in angemessenem Verhältnis zu der Abschaltleistung stehen, die betrachtet werden soll, außerdem muß der Versuchsschalter so dimensioniert werden, daß er bei den Versuchen annähernd mit seiner Grenzleistung beansprucht wird, um einen ähnlichen Verlauf des Unterbrechungsvorganges zu erhalten.

Die vorstehenden Untersuchungen wurden im Versuchslaboratorium der Dr. Paul Meyer A.-G. ausgeführt.

Zum Schluß möchte ich des inzwischen verstorbenen Herrn Geheimrats Prof. Dr. Roessler in Dankbarkeit gedenken, der durch seine rege Anteilnahme die Arbeit sehr gefördert hat.

Es sei mir ferner gestattet, auch Herrn Prof. Roth meinen verbindlichsten Dank auszusprechen.

Abgeschlossen am 4. Oktober 1928.

Digitized by Google

Voranzeige.

In den nächsten Heften des Archivs für Elektrotechnik werden voraussichtlich folgende Arbeiten erscheinen:

W. Grösser, Über einige elektrostatische Probleme des Hochspannungstransformators.
W. Grösser und **H. Eckstein,** Methode zur absoluten Spannungsmessung von hochgespanntem Gleichstrom und von Scheitelwerten hochgespannten Wechselstromes.
L. Dreyfus, Beiträge zur Theorie des synchronen Einankerumformers unter besonderer Berücksichtigung der Ausgleichsvorgänge bei gleichstromseitigen Kurzschlüssen. Teil III: Moderne Hilfspol-Konstruktionen.
F. Punga, Die maximale Temperatur von Feldspulen.
H. Buchholz, Untersuchungen über die Wärmeverluste, die magnetische Energie und das Induktionsgesetz bei Mehrfachleitersystemen unter Berücksichtigung des Einflusses der Erde.
J. Krutsch, Eine neue Methode zur Messung der maximalen Wanderwellensteilheit.
E. Espermüller, Untersuchungen über die Elektrizitätsleitungen durch sehr dünne Schichten fester Dielektrika.
R. Naeher, Über die Durchschlagsfestigkeit einiger flüssiger Isolierstoffe bei Beanspruchungen von langer bis zu kurzer Dauer.
A. Brüser, Die Stromgleichungen des Dreiphasen-Doppelkäfigmotors mit beliebigen Leiterzahlen der Wicklungen.
W. Geyger, Messungen an eisengeschlossenen, elektrodynamischen Wechselstrom-Leistungsmessern nach der Kompensationsmethode.
A. Thomälen, Zur Theorie des Drehstrommotors mit Doppelkäfiganker.
E. Kübler, Das magnetische Gesamtfeld bei Drehstrommotoren in Kurzschluß und Betrieb.
J. Vorhoeve, Ein für praktische Verwendung geeignetes Verfahren für Spannungsregelung an Generatoren mit Hilfe von Hochvakuumröhren.
K. Inge und **A. Walther,** Durchschlag von festen Isolatoren bei Hochfrequenz.
M. W. Tomaschevsky, Die isolierende Fähigkeit des Hochvakuums.
S. Franck, Anfangspannung und Gasdichte bei verschiedenen Elektrodenformen.
L. Kneissler-Maixdorf, Energieumwandlung und Energiefluß im elektromagnetischen Feld.
J. Labus, Der Potential- und Feldverlauf längs einer Transformatorwicklung.
R. Wideroe, Über ein neues Prinzip zur Herstellung hoher Spannung.
G. Güllner, Zum Durchschlag fester Isolatoren.
G. Rasch, Weiteres über das kreisförmige Drehfeld.
L. Fleischmann, Kraftfluß-Durchsetzung und Kraftlinienverkettung.
F. Haas, Über den maximalen Spannungsradienten in normal verseilten Dreileiterkabeln.
K. May, Unabhängigkeit der Funkenkonstante vom Luftdruck.
F. Kirschstein, Über Kippvorgänge bei Funkenentladungen.
K. Halbach, Untersuchungen über den Durchschlag und die Verluste einiger fester Isolierstoffe.
G. Frühauf, Eine neue Schaltung von Schwingungen mit linearem Spannungsverlauf.
A. Ph. Walther und **G. A. Dmitriew,** Durchschlag von öldurchtränkter Papierisolation.
M. Toepler, Elektrodenkapazität und Wanderwellengestalt.
L. und **P. Lombardi,** Messung des lokalen Leistungsverlustes in einem beschränkten Teil des magnetischen Kreises.
K. Matthies und **Gauswindt,** Über die Frequenzabhängigkeit von Verstärkertransformatoren.
W. Geyger, Eine einfache Kompensationsschaltung zur Messung der Kapazität und des dielektrischen Verlustwinkels von Kondensatoren und Kabeln.
H. Rukop, Diagramm für die Parallelschaltung beliebiger Scheinwiderstände.
Lange, Untersuchungen am Differential-Eisenprüfer nach van Lonkhuyze.
E. A. Ter-Markarjanz, Theoretische und experimentelle Untersuchung des synchronen Reaktionsmotors.
E. Wirz, Der Kaskadentransformator mit ungleichmäßig verteilten Wicklungen als Spannungswandler.

VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN BERLIN W 9

Grundzüge der Starkstromtechnik

Für Unterricht und Praxis von Dr.-Ing. **K. Hoerner.** Zweite, durchgesehene und erweiterte Auflage. Mit 347 Textabbildungen und zahlreichen Beispielen. V, 209 Seiten. 1928. RM 7.—; gebunden RM 8.20

Das elementar geschriebene Buch bringt dem Leser die physikalischen Vorgänge in den Teilen der elektrischen Starkstromanlagen nahe, entwickelt aus der Anschauung die wichtigsten Gleichungen und deren Zusammenhang, erläutert die technischen Eigenschaften der Maschinen und Geräte. Klare Abbildungen begleiten die Darstellung, sorgfältig gewählte Rechnungsbeispiele fördern das Verständnis und weisen den Weg zu den im Betrieb der Anlagen wichtigen Berechnungen. Der Stoff ist trotz aller Kürze gründlich, übersichtlich und mit wissenschaftlicher Strenge behandelt.

Das Buch eignet sich für Studierende als Einführung sowie als Lehrbuch, ferner als Handbuch für alle diejenigen, welche sich in der Praxis mit dem Wesen der Starkstromtechnik vertraut machen wollen.

Vorlesungen über die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik

Von Dr.-techn. **Milan Vidmar,** o. Professor an der jugoslavischen Universität Ljubljana. Mit 352 Textabbildungen. X, 451 Seiten. 1928. RM 15.—; gebunden RM 16.50

Kurzes Lehrbuch der Elektrotechnik

Von Prof. Dr. **A. Thomälen**-Karlsruhe. Neunte, verbesserte Auflage. Mit 555 Textabbildungen. VIII, 396 Seiten. 1922. Gebunden RM 9.—

Digitized by Google

Der verbrannte Motor überzeugt Sie, daß die Abschmelzsicherung keine Sicherung des Motors ist, sondern nur eine Sicherung der Leitungsanlage. Bei geringer Überlastung des Motors spricht sie nicht an, obgleich er Schaden leidet. Eine vollkommene Sicherung des Motors ist nur der **Klöckner-Motorschutzschalter, er schützt** gegen Überlastung, gegen die Folgen starken Spannungsrückganges und Ausbleiben einer Phase **und spart** Abschmelzsicherung, Stromkosten durch bessere Ausnutzung des Motors, sowie Arbeitszeit, Betriebsstörungen, Ärger und Verdruß. Mit RWE-(Heinisch-Riedl)-Schutzschaltung gegen gefährliche Berührungsspannung (DRP. 277370) versehen, ist der Klöckner-Motorschutz **der vollkommenste Wächter.**

F. KLOCKNER · KÖLN-BAYENTHAL

VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN BERLIN W 9

Vorlesungen über Differential- und Integralrechnung

Von **R. Courant**
o. Professor an der Universität Göttingen

In 2 Bänden

I. Band: **Funktionen einer Veränderlichen**

Mit 127 Textfiguren. XIV, 410 Seiten. 1927. Gebunden RM 18.60.

Der zweite Band wird die „Funktionen mehrerer Veränderlicher" behandeln und Ende des Jahres erscheinen.

Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen

mit besonderer Berücksichtigung der Anwendungsgebiete.

Gemeinsam mit **W. Blaschke,** Hamburg, **M. Born,** Göttingen, **C. Runge †,** Göttingen,

herausgegeben von

R. Courant,
o. Professor der Mathematik an der Universität Göttingen.

Die neuesten Bände:

Band V: **Die Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung.** Mit Anwendungen auf algebraische Zahlen und Gleichungen sowie auf die Kristallographie. Von **Andreas Speiser,** ord. Professor der Mathematik an der Universität Zürich. Zweite Auflage. Mit 38 Textabbildungen. IX, 251 Seiten. 1927. RM 15.—; gebunden RM 16.50.

Band XXIV, XXV: **Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert.** Von **Felix Klein.**

Teil I. Für den Druck bearbeitet von **R. Courant** und **O. Neugebauer.** Mit 48 Figuren. XIII, 385 Seiten. 1926. RM 21.—; gebunden 22.50.

Teil II: **Die Grundbegriffe der Invariantentheorie und ihr Eindringen in die mathematische Physik.** Für den Druck bearbeitet von **R. Courant** und **St. Cohn-Vossen.** Mit 7 Figuren. X, 208 Seiten. 1927. RM 12.—; gebunden RM 13.50.

Band XXVI: **Vorlesungen über nicht-euklidische Geometrie.** Von **Felix Klein.** Für den Druck neubearbeitet von **W. Rosemann.** Mit 237 Abbildungen. XII, 326 Seiten. 1928. RM 18.—; gebunden RM 19.50.

Band XXVII: **Grundzüge der theoretischen Logik.** Von **D. Hilbert,** Geh. Regierungsrat, Professor an der Universität Göttingen und **W. Ackermann,** Göttingen. VIII, 120 Seiten. 1928. RM 7.60; gebunden RM 8.80.

Band XXVIII: **Der absolute Differentialkalkül und seine Anwendungen in Geometrie und Physik.** Von **Tullio Levi-Civita,** Professor der Mechanik an der Universität Rom. Autorisierte deutsche Ausgabe von **Adalbert Duschek,** Privatdozent der Mathematik an der Technischen Hochschule in Wien. Mit 6 Abbildungen. XI, 310 Seiten. 1928. RM 19.60; gebunden RM 21.—.

Hierzu als Beilage der Katalog „Mathematik / Physik / Chemie".

Druck der Universitätsdruckerei H. Stürtz A. G., Würzburg.

Digitized by Google

CORNELL UNIVERSITY LIBRARY
NOV 30 1928
ITHACA, N.Y.

Archiv für Elektrotechnik

Herausgegeben unter Beteiligung
des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins
von
Prof. Dr.-Ing. W. Rogowski, Aachen
Verlag von Julius Springer in Berlin

XXI. Band | 1. November 1928 | 2. Heft

Inhaltsverzeichnis.

Seite

F. Punga, Die maximale Temperatur von Feldspulen 97

H. Buchholz, Untersuchungen über die Wärmeverluste, die magnetische Energie und das Induktionsgesetz bei Mehrfachleitersystemen unter Berücksichtigung des Einflusses der Erde 106

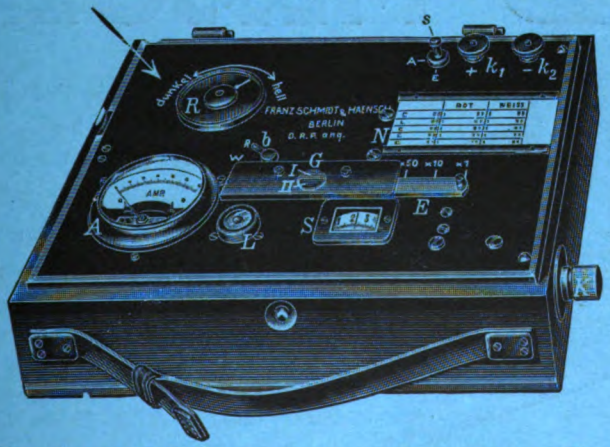
J. Krutzsch, Eine neue Methode zur Messung der maximalen Wanderwellensteilheit 140

E. Espermüller, Untersuchungen über die Elektrizitätsleitung durch sehr dünne Schichten fester Dielektrika 148

R. Naeher, Über die Durchschlagsfestigkeit einiger flüssiger Isolierstoffe bei Beanspruchungen von langer bis zu kurzer Dauer 169

Franz Schmidt & Haensch
Optisch-Mechanische Werkstätten
Prinzessinnenstr. 16 ▫ BERLIN S 42 ▫ Prinzessinnenstr. 16

Photometer für wissenschaftliche und technische Zwecke



Neuer Beleuchtungsmesser (Luxmeter)
nach Bechstein,
auch in Verbindung mit Schattenwerfeinrichtung nach Norden
zur Kontrolle von Beleuchtungsanlagen

Digitized by Google

Preis RM 10.20

Das **Archiv für Elektrotechnik**

sieht seine Hauptaufgabe darin, allen in der Elektrotechnik wissenschaftlich arbeitenden Ingenieuren ein Sammelpunkt zu sein. Seine Arbeiten werden vorwiegend auf einem Gebiet liegen, in dem technische und physikalische Fragen ineinander übergehen. Das Archiv wird daher auch für alle auf dem Grenzgebiet zwischen Physik und Elektrotechnik tätigen Physiker von Interesse sein.

Das Archiv soll eine Ergänzung der „Elektrotechnischen Zeitschrift" nach der wissenschaftlichen Seite hin bilden, zumal die „Elektrotechnische Zeitschrift" infolge der Zusammensetzung ihres Leserkreises wirtschaftliche Fragen und beschreibende Aufsätze mehr als früher in den Vordergrund rücken muß.

Beiträge sowie sonstige für den Herausgeber bestimmte Mitteilungen werden erbeten unter der Adresse: Professor Dr.-Ing. W. Rogowski, Aachen, Elektrotechnisches Institut der Technischen Hochschule.

Die Herren Verfasser werden infolge der gewaltig gestiegenen Unkosten gebeten, durch kurze und klare Fassung ihrer Mitteilungen und durch Beschränkung auf das Wesentliche an einer Herabminderung der Druckkosten mitzuwirken.

Nach einem Vorschlag des Elektrotechnischen Vereins sollen künftig von allen Archivarbeiten kurze Eigenberichte in der Elektrotechnischen Zeitschrift veröffentlicht werden. Die Herren Mitarbeiter werden gebeten, solche Eigenberichte, deren Umfang mit Rücksicht auf die heutigen Druckkosten $^1/_{10}$ der Archivarbeit nicht überschreiten soll, spätestens bei der Korrektur einzusenden, damit sie gleichzeitig mit der Archivarbeit in der Elektrotechnischen Zeitschrift erscheinen können.

Es ist erwünscht, daß sich die Verfasser bei ihren Bezeichnungen an die Vorschläge des A. E. F. halten.

Das **„Archiv für Elektrotechnik"** erscheint vom Jahrgang 1923 (Band XII) ab in einzeln berechneten Heften. Der Preis eines Heftes wird sich nach dem Umfang desselben und den entstandenen Herstellungskosten richten.

Abonnenten, die mehrere Exemplare des „Archiv für Elektrotechnik" beziehen, erhalten das erste Stück zum Ladenpreis, jedes weitere im Abonnement bezogene Stück mit einem Nachlaß von 40 %.

Die Mitglieder des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins, sowie die Bezieher der „Elektrotechnischen Zeitschrift" erhalten auf den Bezugspreis einen Nachlaß von 25 % für das erste, einen Nachlaß von 40 % für jedes weitere von ihnen im Abonnement bezogene Exemplar.

Der Bezug kann durch jede Buchhandlung, sowie durch Julius Springer, Sortimentsbuchhandlung, Berlin W 9, Postschließfach, erfolgen.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer in Berlin W 9, Linkstr. 23/24.

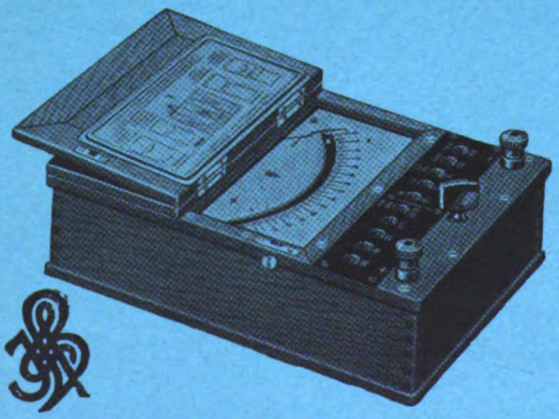
Bank- und Postscheckkonten:

für Anzeigen, Beilagen, Sonderdrucke: Reichsbank-Girokonto, Deutsche Bank, Depositenkasse C, Berlin W 9, Postscheckkonto Berlin Nr. 118935 Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9

für Bezug von Büchern, Zeitschriften u. einzelnen Heften: Disconto-Gesellschaft, Depositen-Kasse, Berlin W 9, Potsdamer Str. 129/30, Postscheckkonto Berlin Nr. 14385 Julius Springer, Sortimentsbuchhandlung, Berlin W 9

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050, 6053. — **Drahtanschrift:** Springerbuch Berlin.

H&B DREHSPUL-MESSGERÄTE



5 Spannungs- und 6 Strom-Meßbereiche vereint dieses leichte handliche Gerät. Ein einziger Stöpsel genügt zur Umschaltung.

Kleinste Meßbereiche: 30 m A 150 m V
Größte Meßbereiche: 30 A 300 V

Unabhängig von der Temperatur ist die Anzeige / die Zeigereinstellung rasch und gut gedämpft. Sicheres Ablesen, weil Fadenzeiger und Spiegelbogen das Auge nicht ermüden

HARTMANN & BRAUN A-G FRANKFURT AM

Digitized by Google

Archiv für Elektrotechnik

XXI. Band. 2. Heft. 1928.

Die maximale Temperatur von Feldspulen.

Von

Franklin Punga.

Vom theoretischen Standpunkt aus sind die Temperaturverhältnisse im Innern von Feldspulen durch die Arbeiten von Ott [1] und Humburg [2] erschöpfend behandelt worden, während wir den Arbeiten von Rayner [3], Neu, Levine und Havill [4] und Binder [5] die Anpassung der Theorie an die Praxis verdanken [6].

In E. u. M. 1918, S. 49, schlägt Vidmar vor, die Erwärmungsvorschriften derart abzuändern, daß die maximale Temperatur t_{max} aus der mittleren Temperatur t_m und der Temperatur der Außenfläche t_a durch die Gleichung

$$t_{max} = (1 + \lambda)\, t_m - \lambda\, t_a$$

berechnet werde, wo λ zwischen den Grenzen 1,5 und 0,5 schwanke und im Mittel den Wert 1 erhalten möge. Diese Formel, die unter dem Namen Vidmarsche Formel öfters in der Literatur wiederkehrt, sollte wohl besser Ottsche Formel lauten, da sie in der obigen Arbeit von Ott ausführlich behandelt wird. Wir finden aber in der Arbeit Ott den Hinweis, daß Goldschmidt schon früher diese Gleichung benutzt hat und bei $\lambda = 0{,}5$ Übereinstimmung mit den Versuchen von Rayner gefunden hatte. Auch Humburg leitet die gleiche Formel ab. Rogowski weist nach, daß λ in praktischen Fällen nur zwischen 0,5 und 1 schwanken könne, und Richter schlägt in seinem Buche „Die Gleichstrommaschinen" den Wert $\lambda = 0{,}8$ vor.

Zu einer Änderung der Erwärmungsvorschriften und Benutzung dieser Formel ist es aber nicht gekommen. Lubowsky [7] und Jacob [8] wiesen nach, daß die Messung der Außenoberfläche mittels Thermometer nicht zulässig ist, weil beispielsweise in einer bandagierten Spule die Benutzung der Temperatur an der Oberfläche der Bandage zu groben Fehlern führen kann, und andererseits selbst bei nicht bandagierten Spulen die Messung der Oberflächentemperatur mittels Thermometer sehr vorsichtig ausgeführt werden müsse.

Dazu kommt aber noch ein zweiter Nachteil. Die Ableitung geht davon aus, daß die Temperatur der inneren Mantelfläche genau so groß sei wie die der äußeren Oberfläche, und hier war es offenbar notwendig, dies durch Messungen an Feldspulen in Gleichstrommaschinen zu bestätigen.

Um nun einen besseren Einblick in die Temperaturverhältnisse der Feldspulen von listenmäßig ausgeführten Gleichstrommaschinen zu erhalten, habe ich vorgeschlagen, bei dem Wickeln einer Feldspule pro Maschine am Ende der ersten Lage und zu Beginn der letzten Lage eine Anzapfung mit beliebig kleinem Drahtquerschnitt nach außen zu führen, so daß also sowohl der Widerstand der äußersten Lage, als auch der Widerstand der innersten Lage und damit auch die mittleren Temperaturerhöhungen der äußersten, innersten Lage und der ganzen Spule gemessen werden

[1] Forschungsarbeiten 1906, Heft 35 und 36.
[2] E. u. M. 1909, S. 677.
[3] Rayner, Electrician Bd. 72, S. 702.
[4] Neu, Levine u. Havill. Electrical World, 1901, S. 57.
[5] Binder, Arch. f. Elektrot. 1913, S. 131.
[6] Nach Abschluß dieses Artikels erschien noch die wertvolle Arbeit von E. Roth: Indroduction à l'Etude Analytique de l'échauffement des Machines Electriques, Verl. Chiron, Paris.
[7] ETZ 1920, S. 646.
[8] Arch. f. Elektrot. Bd. VIII, S. 127.

Digitized by Google

können, und zwar, was das wichtigste ist, mit ein und demselben Apparate gemessen werden können. Aus den 3 obigen Werten, die man t_a, t_b und t_m nennen wolle, lassen sich mit einer für die Praxis genügenden Genauigkeit wichtige Schlüsse ziehen auf die mittlere Temperatur der heißesten Lage und deren Ort, auf die Wärmeleitfähigkeit im Innern der Spule und die Wärmeabgabezahlen nach dem Pol und nach außen.

1. Bestimmung der maximalen Temperatur einer als Platte gedachten Feldspule, bei welcher nur Wärme senkrecht zu den Begrenzungsflächen F_1 und F_2 fließend angenommen wird[1].

Es sei: h_1 resp. h_2 der Wärmeleitungskoeffizient zwischen F_1 resp. F_2 und Luft pro cm² und pro °C, k der Wärmeleitungskoeffizient pro cm², pro cm Länge und pro °C im Innern der Spule. Dabei soll bei der Berechnung der Weglänge nur die Isolation berücksichtigt, das Kupfer vernachlässigt werden und bei der Berechnung des Querschnittes auf die durch die runden Drähte entstehenden Lücken keine Rücksicht genommen, der Querschnitt also so berechnet werden, als ob rechteckiger Draht vorhanden wäre.

W seien die in der Spule erzeugten Watt.

$T_1 = \frac{W}{h_1 F_1}$ und $T_2 = \frac{W}{h_2 F_2}$ seien die Temperaturdifferenzen, die an F_1 und F_2 entstehen würden, wenn die gesamte Wärme an F_1 (resp. F_2) austreten würde.

$2\,T_0 = \frac{W}{k\,F} \cdot l_i$ sei die Temperaturdifferenz, die zwischen F_1 und F_2 auftreten würde, wenn die Wärme W die Spule durchqueren müßte.

Die maximale Temperatur möge in der Entfernung s von F_1 auftreten, wo $\frac{s}{d} = \alpha$.

Dann ergibt sich, ausgehend von dem parabolischen Verlauf der Temperatur im Innern der Spule:

1. $t_{max} = \alpha\,T_1 + \alpha^2\,T_0$,
2. $t_{max} = (1-\alpha)\,T_2 + (1-\alpha)^2\,T_0$

und aus diesen beiden Gleichungen findet man:

$$\alpha = \frac{T_0 + T_2}{T_1 + T_2 + 2\,T_0} = \frac{t_2}{t_1 + t_2},$$

wenn $t_1 = T_0 + T_1$ und $t_2 = T_0 + T_2$ gesetzt wird[2].

Führt man noch ein: $t_0 = T_0 + T_1 + T_2$ und $\gamma = \frac{t_1}{t_2}$, so erhält man für die maximale Temperatur die einfache Formel:

$$t_{max} = \frac{t_0}{2 + \gamma + \frac{1}{\gamma}}. \qquad (1)$$

t_0 würde die Temperaturdifferenz sein, die nötig ist, um die Wärme W von der Luft auf F_2 überzuführen, dann durch die auf die Hälfte reduzierte Spulendicke zu treiben und dann durch F_1 wieder an die Luft abzugeben.

2. Bestimmung der maximalen Temperaturerhöhung einer als Platte gedachten Feldspule, wenn die Temperaturerhöhungen t_a und t_b in den Endflächen F_1 und F_2 und die mittlere Temperaturerhöhung t_m bekannt ist.

[1] Unter der Voraussetzung, daß wir eine ebene Platte vor uns haben, deren Querschnitt ein Rechteck sei, würde $F_1 = F_2$ sein.

[2] Durch die Koeffizienten h_1, h_2 und k ausgedrückt ergibt dies:

$$\alpha = \frac{\frac{1}{h} + \frac{l_i}{2k}}{\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} + \frac{l_i}{k}}.$$

Digitized by Google

Es werde wiederum angenommen, daß die Wärme nur senkrecht zu F_1 resp. F_2 fließe. Der Ort größter Temperatur habe von F_1 den Abstand $s = \alpha d$.

Wir erhalten für t_{max} die beiden Gleichungen:

$$t_{max} = t_a + \alpha^2 T_0$$
$$t_{max} = t_b + (1 - \alpha)^2 T_0.$$

Hieraus:

$$T_0 = \frac{t_a - t_b}{1 - 2\alpha}$$

und

$$t_{max} = t_a + \frac{\alpha^2}{1 - 2\alpha}(t_a - t_b). \quad (2)$$

Nun ist die mittlere Temperatur im Rechteck $A\,B\,C\,D$ (Bild 1)

$$t_m' = \frac{2}{3} t_{max} + \frac{1}{3} t_a$$

und im Rechteck $B\,C\,F\,E$

$$t_m'' = \frac{2}{3} t_{max} + \frac{1}{3} t_b,$$

woraus sich für die mittlere Temperatur der ganzen Spule ergibt:

$$t_m = \alpha t_m' + (1 - \alpha) t_m'' = \frac{2}{3} t_{max} + \frac{1}{3}(\alpha t_a + (1 - \alpha) t_b). \quad (3)$$

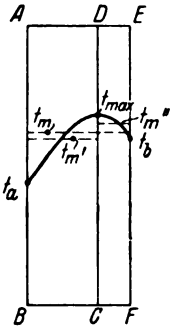


Bild 1.

Führt man jetzt t_{max} aus Gleichung (2) ein, so erhält man nach einigen Umformungen:

$$\alpha = \frac{z - t_a}{3y}, \quad (3a)$$

wo

$$\left.\begin{aligned} z &= 3t_m - t_a - t_b \\ y &= 2t_m - t_a - t_b \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

und:

$$t_{max} = \frac{z - t_a \cdot t_b}{3y}. \quad (5)$$

3. Berücksichtigung der Krümmung.

Für die Aufgabe 1 findet man schon in Otts Arbeit die Krümmung berücksichtigt in der Formel:

$$\alpha = \frac{\frac{1}{h} + \frac{l_i}{2k}}{\frac{1}{h_2} + \frac{l_i}{2k} + \left(\frac{1}{h_1} + \frac{l_i}{2k}\right)\sqrt[b]{m}},$$

wo $m = \frac{R_2}{R_1}$ das Höhlungsverhältnis genannt wird und b in einer Tabelle in Abhängigkeit von $\frac{h_2}{h_1}$ und $\frac{h_1 l_i}{2k}$ angegeben ist.

In praktischen Fällen kann man mit genügender Genauigkeit $b = 3$ setzen.

Die Berücksichtigung der Krümmung in Aufgabe 2 geschieht wie folgt:

Die heißeste Stelle habe jetzt wiederum die Entfernung $s = \alpha d$ von F_1.

Die gesamte durch F_1 austretende Wärme ist aber jetzt nicht αW, sondern $\alpha' W$, wo $\alpha' = \frac{U_1}{U_m}$ und U_1 gleich der mittleren Windungslänge des zum Rechteck $A\,B\,C\,D$ gehörigen Teiles der Spule und U_m die mittlere Windungslänge der ganzen Spule ist. Offenbar wird es genügen, wenn wir α' anstatt α in die Gleichung (3) einführen, während für Gleichung (2) α mit genügender Genauigkeit beibehalten werden kann, also

$$t_m = \frac{2}{3} t_a + \frac{2}{3}\alpha^2 \frac{t_a - t_b}{1 - 2\alpha} + \frac{1}{3}(\alpha' t_a + (1 - \alpha') t_b).$$

Digitized by Google

Führen wir anstatt t_m den Ausdruck

$$t_m' = t_m - \frac{1}{3}(\alpha' - \alpha)\ (t_a - t_b)$$

ein, so bleiben die Gleichungen (3) bis (5) bestehen.

Wir brauchen also nur den Einfluß von $t_m - t_m' = \frac{1}{3}(\alpha' - \alpha)\ (t_a - t_b)$ zu untersuchen.

In den praktischen Beispielen, die im nächsten Abschnitte folgen, variiert dieser Wert zwischen 0,2° C und 0,35°, ist also für praktische Fälle vernachlässigbar gegenüber t_m.

4. Berücksichtigung der Stirnflächen.

Für längliche Spulen, wie sie bei mittleren und größeren Maschinen gebräuchlich sind, wird der durch die Stirnfläche austretende Teil der gesamten Wärme nur ein kleiner Bruchteil der gesamten Wärme sein. Wenn es darauf ankommt, absolute Werte für h_1, h_2 und k zu erhalten, so wird es dann im allgemeinen genügen, diesen Bruchteil abzuschätzen, indem man den Koeffizient der Wärmeabgabe an Hand der Zeichnung vergleicht mit demjenigen der inneren und äußeren Fläche. Die an den Stirnflächen auftretende Temperatur kann etwa gleich $\frac{t_a + t_b}{2}$ gesetzt werden. Man kann die wirklichen Werte von h_1, h_2 und k mit genügender Genauigkeit abschätzen, indem man für die früher durchgeführte Berechnung anstatt der Gesamtwärme W nur die durch F_1 und F_2 austretende Wärme einsetzt. Die Kenntnisse von h_1, h_2 und k haben mit der vorliegenden Aufgabe, die maximale Temperatur der Feldspule zu finden, gar nichts zu tun. Ihre Kenntnis ist aber für die fabrizierende Firma von großer Bedeutung, weil hierdurch Möglichkeiten für die Verbesserung der Fabrikation von Feldspulen erkannt werden können. Eine wild gewickelte oder schlecht getränkte Spule wird sich durch einen kleinen Wert von k erkennen lassen, eine schlechte Ventilation der Außenfläche resp. Innenfläche durch einen kleinen Wert von h_1 resp. h_2.

Aus diesem Grunde soll bei den folgenden Beispielen auch auf die Schätzung von h_1, h_2 und k näher eingegangen werden. Was nun die Bestimmung der maximalen Temperatur anbetrifft, so können wir die vorausgehenden Formeln beibehalten, wenn wir an Stelle der maximalen Temperatur t_{max} die mittlere Temperatur t' der heißesten Lage einführen.

Für Spulen, die eine verhältnismäßig kleine Dicke und große Länge besitzen, wird man die Richtigkeit dieser Behauptung ohne weiteres als zulässig erklären. Für Querschnitte, die sich dem Quadrate nähern, ist aber noch ein Beweis notwendig.

5. Versuche der Herren Kissinger und Schäfer.

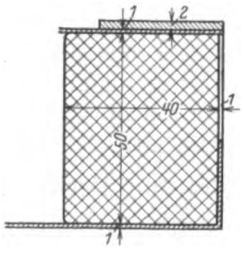


Bild 2.

Auf meine Veranlassung wurde von den Herren Kissinger und Schäfer eine Feldspule, deren Querschnitt in Bild 2 angegeben ist, experimentell untersucht, um die Richtigkeit der Formel

$$t' = \frac{z - t_a \cdot t_b}{3\,y}$$

für eine Feldspule mit nahezu quadratischem Querschnitt zu beweisen. Die Spulen gehörten einer 1,9-kW-Gleichstrom-Dynamo an, deren Spannung 115/160 Volt und Strom 16,5/11,5 Amp. war; die Tourenzahl war etwa 2000. Die Spule hatte einen Querschnitt von 4×5 cm². Die Lagenzahl betrug 40. Jede Lage hatte 50 Windungen, so daß insgesamt 2000 Windungen aufgebracht waren. Drahtdurchmesser 0,7 mm, 2mal baumwollumsponnen. Um nun die Formeln prüfen zu können, wurden

Digitized by Google

in dieser Spule nicht nur die Enden der ersten und der letzten Lage durch Anzapfungen herausgeführt, sondern auch noch eine große Anzahl zwischenliegender Lagen, so daß es also möglich war, die mittlere Temperatur einer jeden Lage zu bestimmen. Die ganze Spule war mit Baumwollband umbändelt (halbe Überlappung) und lackiert. Bild 3 gibt die beobachtete mittlere Temperatur einer jeden Lage wieder. Die verschiedenen Kurven gehören zu verschiedenen Geschwindigkeiten der Maschine,

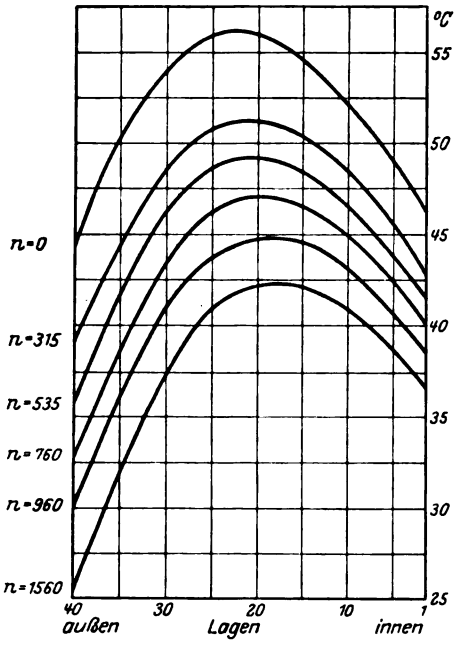


Bild 3.

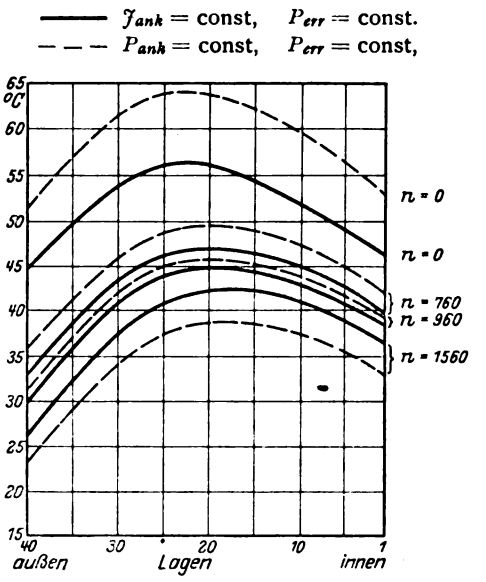


Bild 4.

und zwar wurden diese Messungen ausgeführt sowohl beim Stillstand des Ankers, als auch bei verschiedenen Geschwindigkeiten. Die Erregerverluste und der Ankerstrom wurden für jede Geschwindigkeit konstant gehalten. Eine zweite Serie von Versuchen wurde ausgeführt, indem für jede Geschwindigkeit die Erregerverluste für sich und die Ankerverluste für sich konstant gehalten wurden. (Bild 4 gestrichelte Kurven.)

Zunächst ist es interessant, den Einfluß der Geschwindigkeit auf die Form der Kurve und auf die Lage der heißesten Stelle zu betrachten. Bei Stillstand befindet sich die heißeste Lage etwas außerhalb der Mitte, und zwar nach außen zu verschoben. Sobald aber der Anker läuft, verschiebt sich dieses Maximum nach innen, weil jetzt die Außenfläche der Spule besser gekühlt wird. Der Vergleich mit der Formel gab nun eine überraschend gute Übereinstimmung. Die Abweichungen betrugen im Maximum nur $0{,}4^0$, lagen also innerhalb der Fehlergrenzen der Messung.

6. Versuche der Firma Garbe, Lahmeyer & Co.

Auf meine Anregung wurden Versuche in der Prüfstation der Firma Garbe, Lahmeyer & Co. ausgeführt, denn es wurde Wert darauf gelegt, die Erwärmung von Spulen an einem größeren Bereich von Maschinen zu beobachten.

Bild 5 gibt die Form und die Abmessungen der zu den Maschinen I und II gehörigen Feldspulen, Bild 6 und 7 von Maschine II und IV.

Die Wicklungsdaten und die bei Erreichung der stationären Temperatur der Spule verbrauchten Watt sind in Tabelle I gegeben.

Digitized by Google

Tabelle I.

Maschine	I	1050	Windungen	$\varnothing = 1{,}1$	$\varnothing = 1{,}25$	77,3 Watt
„	II	850	„	„ $= 1{,}2$	„ $= 1{,}35$	86,8 „
„	III	925	„	„ $= 0{,}9$	„ $= 1{,}05$	63,6 „
„	IV	1500	„	„ $= 1{,}7$	„ $= 2{,}0$	275 „

In der Tabelle II sind die Meßresultate an diesen Maschinen enthalten:

Tabelle II.

	t_a	t_b	t_m	t_{Raum}
	in °C absolut			
Maschine I	56	70	70	20,5
„ II	48,7	72	72	19
„ III	67	82	82	20,5
„ IV	54,5	76,5	74,5	24,5

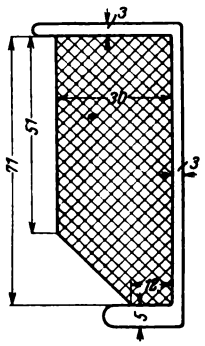


Bild 5.

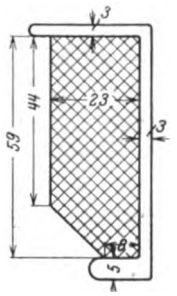


Bild 6.

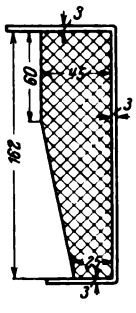


Bild 7.

Die Auswertung der beobachteten Temperatur ergab folgendes Resultat:

Maschine I.

$t_a = 56 - 20{,}5 = 35{,}5$; $t_b = 70 - 20{,}5 = 49{,}5$; $t_m = 49{,}5$

$z = 3 \cdot 49{,}5 - 35{,}5 - 49{,}5 = 63{,}5$

$y = 2 \cdot 49{,}5 - 35{,}5 - 49{,}5 = 14$

$$t' = \frac{63{,}5^2 - 35{,}5 \cdot 49{,}5}{3 \cdot 14} = 54{,}5^0$$

$$a = \frac{z - t_a}{3y} = \frac{63{,}5 - 35{,}5}{42} = \frac{2}{3}.$$

Aus der Zeichnung ergibt sich:

innerer Umfang der Spule $= 36{,}2$ cm
äußerer „ „ „ $= 55$ „
mittlerer „ „ „ $= 45{,}6$ „

Für $a = \frac{2}{3}$ ist $U_1 = 48{,}7$,

$U_2 = 39{,}3$

mithin

$$a' = \frac{2}{3} \cdot \frac{48{,}7}{45{,}6} = 0{,}71.$$

Wenn man die an den Stirnflächen abgeführte Wärme vernachlässigt, so erhält man folgende Werte für die Wärmeabführungskonstanten an der äußeren und inneren Oberfläche und für die Wärmeleitfähigkeit des Innern der Spule:

Digitized by Google

$$h_1 = \frac{0{,}71 \cdot 77{,}3}{7{,}1 \cdot 55 \cdot 35{,}5} = 3{,}96 \cdot 10^{-3},$$

$$h_2 = \frac{0{,}29 \cdot 77{,}3}{7{,}1 \cdot 36{,}2 \cdot 49{,}5} = 1{,}76 \cdot 10^{-3}.$$

k erhält man aus der Gleichung:

$$T_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{k} \cdot \frac{W}{F_m} \cdot l_i.$$

Hierbei ist $T_0 = 3 \cdot y = 42$.

$$\frac{W}{F_m} = \frac{77{,}3}{7{,}1 \cdot 45{,}6} = 0{,}239.$$

l_i die gesamte Stärke der Isolation in radialer Richtung.

Wir können 22 Lagen à 0,15 annehmen und erhalten also:

$$l_i = (22 - 1)\, 0{,}015 = 0{,}315,$$

also:

$$k = \frac{1}{2} \frac{0{,}239 \cdot 0{,}315}{42} = 0{,}9 \cdot 10^{-3}.$$

Maschine II.

$t_a = 29{,}7$; $t_b = 53$; $t_m = 53$.

$z = 76{,}3$; $y = 23{,}3$.

$t' = 60{,}5$; $\alpha = \frac{2}{3}$.

Aus der Zeichnung: $U_i = 47{,}2$, $U_a = 66$, $U_m = 56{,}6$ und für $\alpha = \frac{2}{3}$, $U_. = 59{,}7$, $U_2 = 50{,}3$, mithin $\alpha' = \frac{2}{3} \cdot \frac{59{,}7}{56{,}6} = 0{,}702$.

Ohne Berücksichtigung der Stirnflächen:

$$h_1 = \frac{0{,}702 \cdot 86{,}8}{7{,}1 \cdot 66 \cdot 29{,}7} = 4{,}4 \cdot 10^{-3},$$

$$h_2 = \frac{0{,}3 \cdot 86{,}8}{7{,}1 \cdot 47{,}2 \cdot 53} = 1{,}46 \cdot 10^{-3},$$

$$k = \frac{1}{2} \cdot \frac{86{,}8 \cdot 19 \cdot 0{,}015}{7{,}1 \cdot 56{,}6 \cdot 69{,}9} = 0{,}44 \cdot 10^{-3}.$$

Maschine III.

$t_a = 46{,}5$ $t_b = 61{,}5$ $t_m = 61{,}5$,

$z = 76{,}5$ $y = 15$,

$t' = 65{,}8$ $\alpha = \frac{2}{3}$.

Aus der Zeichnung: $U_1 = 26{,}4$, $U_a = 40{,}2$, $U_m = 33{,}3$ und für $\alpha = \frac{2}{3}$, $U_1 = 35{,}6$, $U_2 = 28{,}7$,
mithin

$$\alpha' = \frac{2}{3} \cdot \frac{35{,}6}{33{,}3} = 0{,}712.$$

Ohne Berücksichtigung der Stirnflächen:

$$h_1 = \frac{0{,}71 \cdot 63{,}6}{5{,}9 \cdot 40{,}2 \cdot 46{,}5} = 4{,}1 \cdot 10^{-3},$$

$$h_2 = \frac{0{,}29 \cdot 63{,}6}{5{,}9 \cdot 26{,}4 \cdot 61{,}5} = 1{,}9 \cdot 10^{-3},$$

$$k = \frac{1}{2} \cdot \frac{63{,}6 \cdot 18 \cdot 0{,}015}{5{,}9 \cdot 33{,}3 \cdot 45} = 0{,}97 \cdot 10^{-3}.$$

Digitized by Google

Maschine IV.

$t_a = 30_0$ $t_b = 52^0$ $t_m = 50^0$,
$z = 68^0$ $y = 18^0$,
$t' = 56{,}5^0$ $\alpha = 0{,}702$.

Aus der Zeichnung: $U_1 = 83{,}8$, $U_a = 112$, $U_m = 96$ und für $\alpha = 0{,}702$, $U_1 = 102$, $U_2 = 88$, mithin $\alpha' = 0{,}702 \cdot \frac{102}{96} = 0{,}75$.

Ohne Berücksichtigung der Stirnflächen:

$$h_1 = \frac{0{,}75 \cdot 275}{16{,}2 \cdot 112 \cdot 30} = 3{,}8 \cdot 10^{-3},$$

$$h_2 = \frac{0{,}25 \cdot 275}{16{,}2 \cdot 83{,}8 \cdot 52} = 0{,}97 \cdot 10^{-3},$$

$$k = \frac{1}{2} \cdot \frac{275}{16{,}2 \cdot 96} \cdot \frac{20 \cdot 0{,}03}{54} = 0{,}98 \cdot 10^{-3}.$$

Da durch die Stirnflächen ein Teil der Wärme an die Luft abgegeben wird, so ist die durch die äußere und innere Fläche abgegebene Wärme kleiner und folglich sind die absoluten Werte von h_1, h_2 und k_2 im gleichen Verhältnis zu verkleinern. Die Verkleinerung beträgt bei den angegebenen Querschnittsformen 20—30%, wenn man die plausible Annahme macht, daß ein Quadratzentimeter der Stirnfläche annähernd ebensoviel Wärme an die umgebende Luft abgibt wie ein Quadratzentimeter der inneren und äußeren Fläche. Man kann also erwarten, auf obige Werte die Werte h_1, h_2 und k_2 mit einer Genauigkeit von $\pm 5\%$ bestimmen zu können.

Interessant ist es, zu bemerken, daß in allen diesen Versuchen die Temperatur der inneren Lage wesentlich verschieden ist von der Temperatur der äußeren Lage, so daß also die Voraussetzungen für die einfache Formel $t_{max} = (1 + \lambda)\ t_m - \lambda\, t_a$ nicht vorliegen, wenngleich man auch hier, rückwärts schließend, einen bestimmten Wert λ finden könnte, der die Versuche mit der Formel in Einklang bringt.

7. Vorschlag zur Bestimmung von t_{max}.

Es liegt nun nahe, den Versuch zu machen, aus der mittleren Temperatur der heißesten Lage einen Schluß zu ziehen auf die maximale Temperatur in der gleichen Lage. Das wäre möglich, wenn wir als Temperaturverlauf wiederum eine Parabel annehmen könnten und wenn wir die Temperaturen an den Enden der heißesten Lage, also da, wo die heißeste Lage in die Stirnfläche ausmündet, kennen. Letztere Temperaturen sind aber nicht bekannt. Mehr Messungen als h_a, h_b und t_m auszuführen, würde nicht praktisch sein.

Es wurde nun versucht, t_{max} aus t' dadurch zu bestimmen, daß wiederum Parabeln für den Temperaturverlauf angenommen wurden, und die gemessenen Werte h_a und h_b auch für die neue Kurve angenommen wurden. Man kann sich ja die dem Anker zugewandte Stirnfläche als eine Fortsetzung der äußeren Fläche, die dem Joch zugewandte Stirnfläche als eine Fortsetzung der inneren Fläche ansehen.

Wie sich also t' aus der Formel

$$t' = f(t_m, t_a, t_b) = \frac{z^2 - t_a \cdot t_b}{3\,y}$$

bestimmt, so würde dann folgen

$$t_{max} = f(t',\ t_a \cdot t_b).$$

Diese Methode wurde noch nicht experimentell nachgeprüft, wohl aber auf veröffentlichte Werte des Temperaturverlaufs in Feldspulen angewandt. Ein Beispiel möge hierfür angegeben werden. In E. u. M. 1909, S. 677 zeigt Humburg den inneren Temperaturverlauf einer Feldspule, wenn die Wärmeableitungskoeffizienten für jede der 4 Seiten verschieden sind. Unsere Messung an einer solchen Spule würde ergeben: $t_a = 29{,}6$, $t_b = 40{,}3$, $t_m = 45{,}6^0$. Hieraus $t' = f(45{,}6;\ 29{,}6;\ 40{,}3) = 50{,}5$. Aus den Kurven Humburgs ergibt sich $t' = 51^0$.

Digitized by Google

Ferner wird sich ergeben

$$t_{max} = f(50{,}5;\ 29{,}6;\ 40{,}3) = 58{,}4.$$

Die wirkliche maximale Temperatur war zufällig genau so groß. Die Übereinstimmung hat sich trotz der falschen Annahmen dadurch ergeben, daß die Fehler sich gegenseitig aufgehoben haben. Immerhin habe ich die Überzeugung, daß die Genauigkeit der Formel $t_{max} = f(t', t_a, t_b)$ praktisch genügend ist.

Auf Grund dieser Versuche, die oben beschrieben worden sind, und auf Grund der theoretischen Ableitung möchte ich vorschlagen, daß eine Spule einer jeden Gleichstrommaschine mit 2 zusätzlichen Anzapfungen versehen wird (also am Ende der ersten Lage und am Anfang der letzten Lage), denn die Mehrkosten sind vollständig vernachlässigbar, während jetzt die Maschine einer wesentlich schärferen Kontrolle zugänglich ist.

Die Hauptvorteile sind die folgenden:

1. Die Abführung von Wärme von der Außenfläche an die Luft und von der Innenfläche an die Pole kann bestimmt werden.
2. Das Wärmeleitvermögen des inneren Teiles der Spule kann gemessen werden.
3. Die mittlere Temperatur der heißesten Lage kann mittels der Formel

$$t' = f(t_m, t_a, t_b) = \frac{z - t_a \cdot t_b}{3\,y}$$

genau bestimmt werden.

4. Die maximale Temperatur der Spule kann mit Hilfe der Formel

$$t_{max} = f(t', t_a, t_b)$$

annähernd bestimmt werden.

Digitized by Google

Untersuchungen über die Wärmeverluste, die magnetische Energie und das Induktionsgesetz bei Mehrfachleitersystemen unter Berücksichtigung des Einflusses der Erde[1].

Von

Herbert Buchholz.

I. Allgemeiner Teil.

A. Veranlassung und Ziel der Arbeit. In einer im Jahre 1925 erschienenen Arbeit von Professor Rüdenberg (III)[2] werden die Stromausbreitung im Erdreich und das magnetische Feld bei einem Leitersystem untersucht, das aus einem einzelnen, von Wechselstrom durchflossenen Leiter in Luft mit Rückleitung durch die Erde besteht. An dieser Arbeit läßt jedoch der Umstand unbefriedigt, daß darin die Lösung des Problems der Stromausbreitung nur näherungsweise erfolgt, indem für einen besonderen Fall von einem zwar naheliegenden, aber in einem gewissen Sinne willkürlichen Verlauf der magnetischen Feldlinien ausgegangen wird.

Die vorliegende Arbeit setzt sich daher zunächst zum Ziel, mit unmittelbarer Anlehnung an die Grundgleichungen des elektromagnetischen Feldes die strenge Lösung des Problems zu finden. In rein formaler Erweiterung werden dabei von vornherein mehrere stromdurchflossene Leiter in Betracht gezogen, die teils in Luft, teils als Kabel im Erdreich liegend angenommen werden. Mit dieser Ausdehnung der Lösung auf mehrere Leiter wird der Zweck verfolgt, den allgemeinen Ausdruck für die Wärmeverluste und die magnetische Energie solcher Leitersysteme aufstellen zu können. Die Arbeit hat daher weiterhin hauptsächlich die Entwicklung allgemeiner Gesetzmäßigkeiten für diese beiden Größen zum Gegenstand. Die Verteilung der Ströme im Erdreich wird dagegen nicht näher untersucht.

B. Die bisherigen Arbeiten. Die Gestalt des Erdkörpers. Die strenge Lösung des Problems der Ausbreitung von Wechselströmen im Erdreich ist in dem Falle eines einzelnen, in Luft liegenden Leiters inzwischen schon in einigen anderen Aufsätzen angegeben worden. Die Resultate dieser verschiedenen Untersuchungen werden noch in einem späteren Abschnitt zusammengestellt werden. In rein mathematischer Hinsicht unterscheiden sich diese Arbeiten und die vorliegende Arbeit voneinander teils durch die Methode, mit deren Hilfe die vollständige Lösung gewonnen wird, teils durch die Art, wie die lösenden Integralfunktionen weiter ausgewertet werden. Es sind aber auch noch in anderer Hinsicht zwischen einzelnen Arbeiten Unterschiede vorhanden. Sie kommen in der besonderen Annahme über die Gestalt des Erdkörpers zum Ausdruck. Während in den meisten Untersuchungen die Erde als ein unendlich ausgedehnter Halbraum aufgefaßt wird, ersetzt O. Mayr (II) die Erde durch eine sehr dünne planparallele Schicht, wie sie etwa durch das Grundwasser dargestellt wird. G. Haberland (I) behandelt die Aufgabe allgemeiner und nimmt an, daß die Erde zwar als unendlicher Halbraum betrachtet werden kann, daß aber an der Erdoberfläche noch eine dünne Schicht besonders guter Leitfähigkeit vorhanden ist.

In der vorliegenden Arbeit wird der Erdkörper als unendlicher Halbraum aufgefaßt.

---

[1] Auszug aus der gleichnamigen Doktordissertation, eingereicht der Technischen Hochschule Charlottenburg Anfang April 1927.

[2] Die im Textteil vorkommenden, eingeklammerten, römischen Zahlen beziehen sich auf die im Anhang zusammengestellte Literatur.

Digitized by Google

C. Die speziellen Voraussetzungen der Arbeit. Wie in allen übrigen Untersuchungen dieser Art wird auch in der vorliegenden Arbeit das Problem der Stromausbreitung im Erdreich lediglich als ebenes Problem behandelt. Von dem Einfluß der Elektroden auf die Stromverteilung wird also abgesehen. Es leuchtet ohne weiteres ein, daß in genügendem Abstand von den Stromzuführungsstellen diese Auffassung zulässig sein muß.

Außerdem wird in der Arbeit von vornherein der Einfluß der Verschiebungsströme vernachlässigt. Selbstverständlich wird strenggenommen durch die auf der freien Erdoberfläche endenden Ladeströme die Stromverteilung im Erdreich gestört. Diese Störung des Strömungsfeldes wird aber nur dann ins Gewicht fallen, wenn es sich entweder um hohe Frequenzen oder um hohe Spannungen des metallischen Leiters gegen Erde handelt. Andernfalls wird es erlaubt sein, sie zu vernachlässigen.

Eine weitere Vereinfachung wird dadurch erzielt, daß die Stromverteilung im Innern der metallischen Leiter unberücksichtigt bleibt. In der Tat kann es unter praktischen Verhältnissen, wo fast immer die Leitungsquerschnitte gegen die gegenseitigen Abstände verschiedener Leiter und gegen ihre Abstände von der Erdoberfläche sehr klein sind, nur einen vernachlässigbaren Fehler bedeuten, wenn bei der Rechnung von dem Einfluß der Stromverteilung im Innern der metallischen Leiter auf die äußeren Felder in der Luft und im Erdboden abgesehen wird. Der Einfachheit halber wird vielmehr vorausgesetzt werden, daß die Stromverteilung im Innern der metallischen Leiter gleichmäßig ist.

II. Mathematischer Teil.

D. Die Differentialgleichungen des Problems und die Grenzbedingungen. Für die allgemeinen Rechnungen wird im folgenden das elektromagnetische Maßsystem zugrunde gelegt.

Die zeitliche Änderung der Feldgrößen erfolge nach einem einfachen Sinusgesetz. Die Feldgrößen sollen dann in der bekannten Weise durch komplexe Ortsvektoren dargestellt werden. Bedeutet z. B. nach dieser Bezeichnungsweise $\mathfrak{H}$ den ortsabhängigen komplexen Vektor der magnetischen Feldstärke, dessen drei Komponenten nach den drei Richtungen des Raumes im allgemeinen auch komplexe Größen sind, so ist der wirkliche Wert der magnetischen Feldstärke in seiner zeitlichen Abhängigkeit gleich dem reellen oder imaginären Teil der drei Komponenten von $\mathfrak{H} \cdot e^{j\omega t}$ mit $j = \sqrt{-1}$.

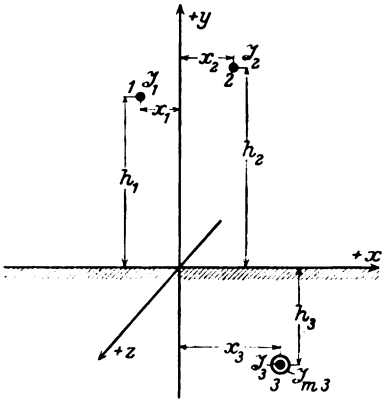


Bild 1. Das Bezugssystem für die Feld- und Strömungsverteilung um die drei Stromleiter.

Bezeichnet $\mathfrak{H}$ den komplexen Vektor der magnetischen Feldstärke, $\mathfrak{E}$ den komplexen Vektor der elektrischen Feldstärke, $\mathfrak{i}$ den komplexen Vektor der Stromdichte, ω die Kreisfrequenz des verwendeten Wechselstromes, $\varkappa_e$ die elektrische Leitfähigkeit des Erdbodens, μ die magnetische Permeabilität, so lauten die Grundgleichungen des Problems:

$$\text{rot}\,\mathfrak{H} = 4\pi\mathfrak{i}, \qquad \text{rot}\,\mathfrak{i} = -j\omega\mu\varkappa_e \cdot \mathfrak{H}, \qquad \mathfrak{i} = \varkappa_e \cdot \mathfrak{E}, \qquad (1), (2), (3)$$

$$\text{div}\,\mathfrak{i} = 0, \qquad \text{div}\,\mathfrak{B} = \mu \cdot \text{div}\,\mathfrak{H} = 0. \qquad (4\,a, b)$$

Als Bezugssystem werde nach Bild 1 ein gewöhnliches dreiachsiges, rechtwinkliges und rechtshändiges Koordinatensystem benutzt, dessen z-Achse in die Längsrichtung der drei Leiter fällt. Die Leiter 1 und 2 seien in Luft liegende Leiter mit den Strömen $\mathfrak{J}_1$ und $\mathfrak{J}_2$. Der Leiter 3 soll ein Kabel sein, das unter der Erdoberfläche liegt. Die Kabelader führe den Strom $\mathfrak{J}_3$, der Kabelmantel, der durch eine dünne

Digitized by Google

Asphaltbewehrung vom Erdreich isoliert zu denken ist, den Strom $\mathfrak{J}_{m3}$. Die Richtung, in der die Ströme positiv zählen, soll ein für allemal die positive Richtung der z-Achse sein. Die senkrechten Abstände h_1, h_2, h_3 der drei Leiter von der Erdoberfläche mögen immer positiv gerechnet werden, gleichgültig ob die Leiter über oder unter der Erdoberfläche liegen. Außerdem werde die Festsetzung getroffen, daß im folgenden alle Größen durch den Index 0 auf den Luftraum mit $y > 0$, durch den Index e auf das Erdreich mit $y < 0$ bezogen werden. Der Absolutbetrag aller zeitlich veränderlichen Größen sei ferner stets so gewählt, daß er unmittelbar den zeitlichen Effektivwert dieser Größen angibt. Bei der angenommenen Lage des Bezugsystems und wegen der vorausgesetzten parallelebenen Beschaffenheit des Feldes ist bei der Zerlegung der Gleichungen (1 . . . 4) nach den drei Achsenrichtungen des Raumes zu beachten, daß $\mathfrak{i}_x$ und $\mathfrak{i}_y$ verschwinden und stets $\partial/\partial z = 0$ ist. Es ist dann auch $\mathfrak{H}_{0z} = \mathfrak{H}_{ez} = 0$. Für die Lösung werde in bekannter Weise ein Vektorpotential $\mathfrak{A}$ definiert durch

$$\mathfrak{H}_0 = c \cdot \operatorname{rot} \mathfrak{A}_0 \qquad \mathfrak{H}_e = c \cdot \operatorname{rot} \mathfrak{A}_e, \tag{5}$$

worin c eine vorläufig noch unbestimmte Konstante bedeutet. Durch den Ansatz (5) ist die Gleichung (4b) identisch erfüllt, ebenso wegen $\mathfrak{i}_x = \mathfrak{i}_y = \partial/\partial z = 0$ auch die Gleichung (4a). Da die Stromdichte $\mathfrak{i}_e$ nur eine z-Komponente hat, so gilt das gleiche auch von $\mathfrak{A}$. Wird noch der Einfachheit halber für den Luftraum $\mathfrak{A}_z = u$ und für das Erdreich $\mathfrak{A}_z = v$ gesetzt, so wird auf Grund von (5)

$$\mathfrak{H}_{0x} = c \cdot \frac{\partial u}{\partial y}, \qquad \mathfrak{H}_{0y} = -c \cdot \frac{\partial u}{\partial x}, \tag{6a, b}$$

$$\mathfrak{H}_{ex} = c \cdot \frac{\partial v}{\partial y}, \qquad \mathfrak{H}_{ey} = -c \cdot \frac{\partial v}{\partial x}. \tag{6c, d}$$

Wegen (2) und (5) kann mit $\mu = 1$ gesetzt werden

$$\mathfrak{i}_{ez} = -j\omega \varkappa_e \cdot c \cdot v. \tag{7}$$

Unter Berücksichtigung von (6a) wird dann nach Gleichung (1) wegen $\mathfrak{i}_0 = 0$ im Luftraum

$$\Delta u \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \qquad (y > 0) \tag{8}$$

und im Erdreich

$$\Delta v \equiv \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 4\pi j \omega \varkappa_e \cdot v \qquad (y < 0). \tag{9}$$

Außer den Differentialgleichungen (8) und (9) müssen aber die beiden Funktionen u, v noch gewisse Grenzbedingungen erfüllen:

1. Die erste Grenzbedingung bezieht sich auf das Verhalten dieser beiden Funktionen im Unendlichen. Da für jeden Querschnitt div $\mathfrak{i} = 0$ ist, so müssen die beiden Funktionen u und v im Unendlichen verschwinden.

2. Die zweite Grenzbedingung ergibt sich aus der Forderung, daß an der Grenzfläche Erde-Luft sowohl die normale wie die tangentiale Komponente der magnetischen Feldstärke stetig bleiben muß. Beachtet man außerdem, daß diese Vorschrift für die tangentiale Komponente an jeder Stelle der Trennfläche gilt und u und v im Unendlichen in derselben Ordnung verschwinden, so erhält man als einfachste Form dieser Grenzbedingungen

$$u = v, \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \text{für } y = 0 \tag{10a, b}$$

3. Die dritte Grenzbedingung betrifft das Verhalten der Funktionen u und v an den Berandungen der drei Leiter. Wegen der Vernachlässigung der Stromverteilung im Innern der Leiter genügt es, in die Grenzbedingung nur eine Aussage über den Gesamtstrom des einzelnen Leiters aufzunehmen. Zu einer solchen Aussage verhilft der erste Maxwellsche Satz. Nach ihm muß für den Querschnittsrand gelten

$$\int_{L_p} \mathfrak{H}_0 \, d\mathfrak{s}_p = 4\pi \cdot \mathfrak{J}_p \, (p = 1,2) \qquad \int_{L_3} \mathfrak{H}_e \, d\mathfrak{s}_3 = 4\pi (\mathfrak{J}_3 + \mathfrak{J}_{m3}). \tag{11}$$

Digitized by Google

Die Umläufe in den drei Randintegralen sind dabei für den Beschauer des Bildes 1 in einem der Uhrzeigerbewegung entgegengesetzten Sinne auszuführen.

E. Die vollständige Lösung der Differentialgleichungen. Die Entwicklung der vollständigen Lösung kann am einfachsten nach der Methode der Partikularlösungen erfolgen. Es muß aus Raummangel unterbleiben, Schritt für Schritt den Gang der Herstellung dieser Lösung zu beschreiben. Er soll nur in großen Zügen angegeben werden.

Es ist zunächst verhältnismäßig leicht, eine Partikularlösung für u und v anzuschreiben, die die Grenzbedingung 3 erfüllt. Setzt man nämlich

$$\varrho_p = \sqrt{(x-x_p)^2 + (y-h_p)^2} \quad \text{mit} \quad y>0 \quad \text{für} \quad p=1,2$$

und

$$\varrho_3 = \sqrt{(x-x_3)^2 + (y+h_3)^2} \quad \text{mit} \quad y<0,$$

worin die x_p, h_p die Koordinaten der drei Leiterachsen in der Querschnittsebene sind, so liegt in

$$\left.\begin{aligned} u &= -2\cdot\frac{\mathfrak{J}_1}{c}\cdot ln\,\varrho_1 - 2\cdot\frac{\mathfrak{J}_2}{c}\cdot ln\,\varrho_2 + f(x\,y) \quad \text{mit} \quad \Delta f(x\,y) = 0 \\ v &= -2\cdot\frac{\mathfrak{J}_3+\mathfrak{J}_{m3}}{c}\cdot ln\,\varrho_3 + g(x\,y) \quad \text{mit} \quad \Delta g(x\,y) = 4\pi j\omega\varkappa_e\cdot v \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

eine Lösung vor, die die Bedingung (11) erfüllt, wenn $f(x\,y)$, $g(x\,y)$ am Orte der drei Leiter stetige Funktionen sind. In den ϱ_p erkennt man die Abstände des Aufpunktes von den Achsen der metallischen Leiter innerhalb derselben Querschnittsebene.

Um die der Grenzbedingung 1 widersprechende Eigenschaft von (12), im Unendlichen logarithmisch unendlich zu werden, wieder aufzuheben, hat man nur nötig, zu u und v noch weitere logarithmische Glieder hinzuzufügen. In der Tat, setzt man

$$\varrho_p' = \sqrt{(x-x_p)^2 + (y+h_p)^2} \quad \text{mit} \quad y>0 \quad \text{für} \quad p=1,2,$$

$$\varrho_3' = \sqrt{(x-x_3)^2 + (y-h_3)^2} \quad \text{mit} \quad y<0,$$

so stellt

$$\left.\begin{aligned} u &= -2\cdot\frac{\mathfrak{J}_1}{c}\cdot ln\,\frac{\varrho_1}{\varrho_1'} - 2\cdot\frac{\mathfrak{J}_2}{c}\cdot ln\,\frac{\varrho_2}{\varrho_2'} + F(x\,y) \equiv u_I + F(x\,y) \quad \text{mit} \quad \Delta F(x\,y) = 0 \\ v &= -2\cdot\frac{\mathfrak{J}_3+\mathfrak{J}_{m3}}{c}\cdot ln\,\frac{\varrho_3}{\varrho_3'} + G(x\,y) \equiv v_I + G(x\,y) \quad \text{mit} \quad \Delta G(x\,y) = 4\pi j\omega\varkappa_e\cdot v \end{aligned}\right\} \qquad (12\,a)$$

eine Lösung dar, für die die Grenzbedingungen 1 und 3 erfüllt sind, wenn $F(xy)$ und $G(xy)$ wiederum am Orte der drei Leiter stetig sind und im Unendlichen verschwinden. Die ϱ'_p sind jetzt die Abstände des Aufpunktes von den Achsen der Spiegelbilder der drei Leiter zur Erdoberfläche innerhalb der gleichen Normalebene.

Um auch noch die Grenzbedingung 2 zu erfüllen, gehe man von der Partikularlösung[1] aus

$$u^* = A\cdot e^{-\alpha y + \beta x}.$$

Sie befriedigt die Gleichung (8), wie man durch Einsetzen findet, wenn

$$\alpha^2 + \beta^2 = 0 \quad \text{oder} \quad \beta = \pm\alpha j$$

gemacht wird. Damit ist auch

$$u^* = A_1\cdot e^{-\alpha(y+jx)} + A_2\cdot e^{-\alpha(y-jx)}$$

eine Lösung von (8), und dies bleibt auch noch richtig, wenn hierin A_1 und A_2 nicht Konstanten, sondern Funktionen von α sind. Es liegt daher nahe, zu versuchen, ob sich nicht die vollständige Lösung des Problems hinsichtlich u in der Form darstellen läßt:

$$u = u_I + \int_0^\infty A_1(\alpha)\,e^{-\alpha(y+jx)}\,d\alpha + \int_0^\infty A_2(\alpha)\,e^{-\alpha(y-jx)}\,d\alpha.$$

[1] S. Riemann-Weber, Bd. II, S. 319.

Digitized by Google

Ganz entsprechend wird man für v als Partikularlösung wählen:

$$v^* = B \cdot e^{\gamma y \pm j \alpha x}.$$

Die besondere Form des Exponenten mit $j\alpha x$ wird dabei durch den Aufbau des Ausdrucks für u nahegelegt. Man kommt so unter Berücksichtigung von (9) auf ähnliche Weise für v zu dem Ansatz

$$v = v_I + \int_0^\infty B_1(\alpha)\, e^{\gamma y - j\alpha x}\, d\alpha + \int_0^\infty B_2(\alpha)\, e^{\gamma y + j\alpha x}\, d\alpha,$$

worin γ mit der Festsetzung $\Re(\gamma) > 0$ definiert ist durch die Gleichung

$$\gamma^2 = \alpha^2 + j k^2 \qquad \text{mit} \qquad k^2 = 4\pi\omega\varkappa_e. \qquad (13), (14)$$

Man bilde nun aus diesen Lösungsansätzen für u und v gemäß der zweiten Grenzbedingung die Gleichung (10) für $y = 0$. Dabei ist es zweckmäßig, die bei der Differentiation von u_I oder v_I auftretenden Brüche gleichfalls in der Form uneigentlicher Integrale zu schreiben. Die Gegenüberstellung von u und v, $\partial u/\partial y$ und $\partial v/\partial y$ gibt dann ohne weitere Schwierigkeiten die spezielle Form der unbekannten Funktionen $A_1(\alpha) = B_1(\alpha)$ und $A_2(\alpha) = B_2(\alpha)$.

Verfügt man noch über die Konstante c in der Weise, daß

$$c = -\frac{4j}{k^2}, \qquad \frac{1}{c} = \frac{1}{4} j k^2 \qquad \text{oder} \qquad \frac{4}{c(\gamma + \alpha)} = \gamma - \alpha$$

gesetzt wird, so erhält man endgültig

für das Vektorpotential u im Luftraum

$$u = -\frac{1}{2} j k^2 \cdot \left(\mathfrak{F}_1 \cdot ln \frac{\varrho_1}{\varrho_1'} + \mathfrak{F}_2 \cdot ln \frac{\varrho_2}{\varrho_2'}\right) + \\ + \mathfrak{F}_1 \cdot \int_0^\infty (\gamma - \alpha)\, e^{-\alpha(h_1 + y)} \cos\alpha(x - x_1)\, d\alpha + \mathfrak{F}_2 \cdot \int_0^\infty (\gamma - \alpha) \cdot e^{-\alpha(h_2 + y)} \cdot \cos\alpha(x - x_2)\, d\alpha + \\ + (\mathfrak{F}_3 + \mathfrak{F}_{m3}) \cdot \int_0^\infty (\gamma - \alpha)\, e^{-\alpha(h_3 + y)} \cos\alpha(x - x_3) \cdot d\alpha \qquad (15)$$

für das Vektorpotential v im Erdreich

$$v = -\frac{1}{2} j k^2 \cdot (\mathfrak{F}_3 + \mathfrak{F}_{m3}) \cdot ln \frac{\varrho_3}{\varrho_3'} + \\ + \mathfrak{F}_1 \cdot \int_0^\infty (\gamma - \alpha)\, e^{\gamma y - h_1 \alpha} \cdot \cos\alpha(x - x_1) \cdot d\alpha + \mathfrak{F}_2 \cdot \int_0^\infty (\gamma - \alpha) \cdot e^{\gamma y - h_2 \alpha} \cdot \cos\alpha(x - x_2) \cdot d\alpha + \\ + (\mathfrak{F}_3 + \mathfrak{F}_{m3}) \cdot \int_0^\infty (\gamma - \alpha)\, e^{\gamma y - h_3 \alpha} \cdot \cos\alpha(x - x_3) \cdot d\alpha \qquad (16)$$

An den Gleichungen (15) und (16) ist besonders bemerkenswert, daß der Aufbau der Integrale sowohl für u als auch für v stets derselbe ist, gleichgültig ob der Leiter, auf den sie sich beziehen, in der Luft oder in der Erde liegt.

Die in den Gleichungen (15) und (16) angeschriebenen Ausdrücke für die beiden Potentialfunktionen u und v sind tatsächlich die gesuchten Lösungen der vorliegenden Aufgabe, denn sie erfüllen die Differentialgleichungen (8) und (9), wie man für jedes einzelne der sie zusammensetzenden Glieder feststellen kann, überdies aber auch alle Grenzbedingungen, die für u und v bestehen. Für die Grenzbedingung 2 kann man sich ohne weiteres davon überzeugen. Für die Grenzbedingung 3 folgt es daraus, daß die Integralfunktionen, die in der vollständigen Lösung noch zu den logarithmischen Gliedern hinzugetreten sind, tatsächlich in der Umgebung der Punkte, die die Lage der Leiterachsen angeben, stetige Funktionen sind. u und v verschwinden aber auch im Unendlichen. Für unendlich wachsendes y ist das wegen $\Re(\gamma) > 0$ ohne weiteres einzusehen. Für unendlich zunehmendes x wird es aus den späteren Betrachtungen hervorgehen. Dabei wird sich noch genauer zeigen, daß u und v mindestens wie $1 : R$ verschwinden.

Die beiden Vektorpotentiale u und v sind aber mit diesen Eigenschaften auch die einzigen Lösungen des Problems. Dies kann man in der bekannten Weise dadurch

Digitized by Google

zeigen, daß, wenn es noch zwei andere, von u und v verschiedene Lösungen, u' und v', von (8) und (9) für die gleichen Grenzbedingungen gäbe, die Differenzen $u - u'$ und $v - v'$ überall verschwänden. Mit Hilfe des Satzes vom Fourierschen Doppelintegral läßt sich auch zur Kontrolle der Beweis erbringen, daß für jeden Querschnitt senkrecht zur z-Achse die Summe aller ihn durchfließenden Ströme Null ist.

Aus den vollständigen Lösungen für u und v ist ohne weiteres zu ersehen, in welcher Weise diese Gleichungen zu verallgemeinern wären, wenn noch mehr Luftleiter oder Kabelleiter vorhanden sind als angenommen. In der angeschriebenen Form sind sie aber für die Auswertung wenig geeignet. In dem nächsten Abschnitt soll gezeigt werden, daß sich wenigstens für die Potentialfunktion u die in den Lösungsgleichungen auftretenden bestimmten Integrale auf bereits untersuchte Funktionen aus der Theorie der Zylinderfunktionen zurückführen lassen.

F. Die Umformung der bestimmten Integrale. Die Umformungen sollen für die beiden Funktionen u und v getrennt vorgenommen werden.

1. Die Umformung der Potentialfunktion u für den Luftraum.

Wird zur Abkürzung $h + y = s$ und $x - x_1 = t$ gesetzt, so sind die bestimmten Integrale der Gleichung (15) von dem allgemeinen Typus

$$A_u = \int_0^\infty (\gamma - \alpha)\, e^{-s\alpha} \cos \alpha t \cdot d\alpha . \tag{17}$$

Hierin sind α, s und t reelle Zahlen. s ist stets größer als Null, t kann sowohl positiv als auch negativ sein. γ ist dagegen eine komplexe Zahl und mit α verknüpft durch die Beziehung $\gamma = \sqrt{\alpha^2 + jk^2}$ mit der Bestimmung, daß $\Re(\gamma) > 0$ ist.

Setzt man

$$A_{u1}(t) = \int_0^\infty \gamma \cdot e^{-(s+jt)\alpha} \cdot d\alpha , \qquad A_{u2}(t) = \int_0^\infty \alpha\, e^{-(s+jt)\alpha} \cdot d\alpha , \tag{18), (19}$$

so ist das Integral der Gleichung (17) in Rücksicht auf die bekannte Darstellung des cos durch Exponentialfunktionen darstellbar durch

$$A_u = \frac{1}{2}[A_{u1}(+t) + A_{u1}(-t) - A_{u2}(+t) - A_{u2}(-t)] . \tag{20}$$

Der Wert von $A_{u2}(t)$ läßt sich sofort angeben. Man findet durch partielle Integration

$$A_{u2}(t) = \frac{1}{(s+jt)^2} . \tag{21}$$

Schwieriger ist die Umformung des Integrals $A_{u1}(t)$. Führt man in dieses Integral mittels der Gleichung

$$\alpha = k\sqrt{j} \cdot \mathfrak{Sin}\, z \quad \text{mit} \quad \sqrt{j} = \pm \frac{1+j}{\sqrt{2}} \tag{22}$$

eine neue Veränderliche ein, wobei von der Wurzel nur das positive Vorzeichen genommen werden soll, und setzt zur Abkürzung

$$w_0 = (s + jt) \cdot \sqrt{j}\, k , \tag{22a}$$

so erhält man für $Au_1(t)$ die neue Darstellung

$$A_{u1}(t) = jk^2 \cdot \int_0^\infty \mathfrak{Cos}^2 z \cdot e^{-w_0 \mathfrak{Sin} z} \cdot dz . \tag{23}$$

In diesem Integral verläuft der Integrationsweg von Null bis unendlich nicht mehr wie in dem Integral (18) längs der Achse der reellen Zahlen, sondern er geht vom Nullpunkt auf einem gekrümmten Wege ins Unendliche. Das Bild 2 stellt diesen Integrationsweg dar. Er läßt sich leicht aus der Substitutionsgleichung (22) ableiten.

Mit Rücksicht auf den Integralsatz von Cauchy kann man jedoch in dem Integral (23) ohne Änderung des Integralwertes den Integrationsweg wiederum längs

Digitized by Google

der Achse der positiven reellen Zahlen verlaufen lassen. Die genauere Betrachtung zeigt, daß dieser nachträgliche Übergang zu dem geradlinigen Integrationsweg zulässig ist, solange $\Re(w_0) = 0{,}5\sqrt{2}\,k(s-t) > 0$ ist. Es läßt sich daher mit der neuen reellen Integrationsvariablen Θ unter Berücksichtigung der Beziehung $2\,\mathfrak{Co}\mathfrak{f}^2\Theta = 1 + \mathfrak{Co}\mathfrak{f}\,2\Theta$ das Integral (23) auch so schreiben:

$$A_{u1}(t) = \frac{1}{2}\,j\,k^2 \cdot \int_0^\infty e^{-w_0 \,\mathfrak{Sin}\,\Theta} \cdot d\Theta + \frac{1}{2}\,j\,k^2 \cdot \int_0^\infty \mathfrak{Co}\mathfrak{f}\,2\Theta \cdot e^{-w_0 \,\mathfrak{Sin}\,\Theta} \cdot d\Theta\,. \tag{24}$$

Nun ist nach Schläfli[1] mit der Bedingung $\Re(z) > 0$

$$N_n(z) = \Omega_n(z) - \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^\infty e^{-z \cdot \mathfrak{Sin}\,\Theta} \cdot (e^{n\Theta} + \cos n\pi \cdot e^{-n\Theta}) \cdot d\Theta. \tag{25}$$

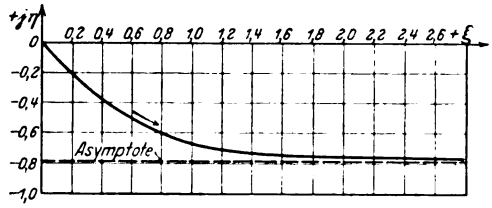


Bild 2. Bild des Integrationsweges des Integrals (23) in der $z = \xi + j\eta$-Ebene.

Hierin bedeuten $N_n(z)$ die Neumannsche Zylinderfunktion in der gleichen Definition, wie sie die Funktionentafeln von Jahnke-Emde angeben, und $\Omega_n(z)$ eine ganze transzendente Funktion[2], die definiert ist durch die Potenzreihenentwicklung

$$\left.\begin{aligned} \Omega_{2n}(z) &= (-1)^n \cdot \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-1)^\nu \cdot \left(\frac{z}{2}\right)^{2\nu+1}}{\Pi\left(n+\nu+\frac{1}{2}\right) \cdot \Pi\left(\nu-n+\frac{1}{2}\right)} \\ \Omega_{2n+1}(z) &= (-1)^{n+1} \cdot \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-1)^\nu \cdot \left(\frac{z}{2}\right)^{2\nu}}{\Pi\left(\nu+n+\frac{1}{2}\right) \cdot \Pi\left(\nu-n-\frac{1}{2}\right)} \end{aligned}\right\}. \tag{26}$$

Man findet so mit Hilfe der Gleichung (25) für $n = 0$ und $n = 2$ unter Berücksichtigung der bekannten Funktionalgleichung für die Neumannsche Zylinderfunktion und der Funktionalgleichung (27) für die Ω-Funktion

$$\Omega_{n-1}(z) + \Omega_{n+1}(z) = \frac{2n}{z} \cdot \Omega_n(z) + 4 \cdot \frac{\sin^2 n\frac{\pi}{2}}{\pi z} \tag{27}$$

hinsichtlich $A_{u1}(t)$ die Darstellung

$$A_{u1}(t) = \frac{1}{2}\,j\,k^2 \cdot \frac{\pi}{w_0} \cdot \left[\Omega_1(w_0) - N_1(w_0) + \frac{2}{\pi}\right]. \tag{28}$$

Voraussetzung für die Umgestaltung des Ausdrucks für $A_{u1}(t)$ in die Gleichung (24) und für die Definition der Funktionen Ω_n und N_n durch das bestimmte Integral (25) war die Bedingung $\Re(w_0) = 0{,}5\sqrt{2}\,k(s - t) > 0$.

Demnach gilt zunächst die Transformation des bestimmten Integrals nur solange, wie $s > t$ ist. Das Resultat der Gleichung (28) ist aber an diese Bedingung nicht mehr gebunden. Das folgt unmittelbar aus dem Prinzip der analytischen Fort-

[1] S. N. Nielsen, Handbuch der Theorie der Zylinderfunktionen, S. 127.

[2] Die hier benutzte Ω-Funktion kommt auch bereits in älteren mathematisch-physikalischen Arbeiten vor. So z. B. in dem Buch von Lord Rayleigh über die Theorie des Schalls und in einer Arbeit von Struwe über die Diffraktion bei Fernrohren in den Wiedemann-Annalen Bd. 17, 1882.

Digitized by Google

setzung der Funktionentheorie, indem man das Integral der Gleichung (23) auffaßt als eine Funktion der komplexen Veränderlichen w_0. Diesem Prinzip zufolge bleibt dann die Gleichung (28) wegen der Regularität der Differenz $\Omega_1(w_0) - N_1(w_0)$, die in der ganzen Zahlenebene der w_0 mit Ausnahme von $w_0 = 0$ besteht, für alle in Betracht kommenden Werte von w_0 gültig.

Mit Hilfe der für die Ω_1- und N_1-Funktion und für ihre Differenz bekannten konvergenten und asymptotischen Reihenentwicklungen lassen sich für die beiden Grenzfälle eines kleinen und eines großen $|w_0|$ sehr leicht Näherungsausdrücke für das Integral A_u der Gleichung (17) herleiten. Interessieren nur die Werte der Feldgrößen in der Nähe der Leiterorte, so entspricht einem großen $|w_0| = k \cdot \sqrt{s^2 + t^2}$ wegen $s \ll t$ ein großer seitlicher Abstand zwischen Aufpunkt und Leiterort.

Bei kleinen Absolutbeträgen von w_0 findet man nach einigen Zwischenrechnungen mit Hilfe der für Ω_1 und N_1 geltenden Potenzreihen für

$$A_{u1}(t) - A_{u2}(t) = \frac{1}{4} j k^2 \cdot \left[1 + \frac{4}{3} w_0 - \frac{5}{16} w_0^2 - \left(1 - \frac{w_0^2}{8}\right) \cdot 2 \cdot ln \frac{\gamma_0 w_0}{2}\right]. \qquad (29)$$

$ln\,\gamma_0$ ist hierin die bekannte Eulersche Konstante mit dem Zahlenwert 0,57722.

Die Genauigkeit, mit der sich $A_{u1}(t) - A_{u2}(t)$ nach Gleichung (29) bei Berücksichtigung nur weniger Glieder in der Reihenentwicklung berechnen läßt, wird um so schlechter, je mehr sich $|w_0|$ der Einheit nähert. In der eckigen Klammer von (29) kann man für $|w_0| < 1$ die folgenden Glieder verschiedener Größenordnung unterscheiden:

Das Hauptglied $\quad \Delta_0 w_0 = 1 + 2 \cdot ln \frac{2}{\gamma_0 w_0}$,

das Glied erster Ordnung $\quad \Delta_1 w_0 = \frac{4}{3} w_0$,

das Glied zweiter Ordnung $\Delta_2 w_0 = -\frac{5}{16} w_0^2 - \frac{w_0^2}{4} ln \frac{2}{\gamma_0 w_0}$.

Bei Berücksichtigung einer noch höheren Gliederzahl in den Reihenentwicklungen kämen in dieser Aufstellung noch die folgenden Glieder hinzu:

Das Glied dritter Ordnung $\quad \Delta_3 w_0 = -\frac{4}{45} w_0^3$,

das Glied vierter Ordnung $\quad \Delta_4 w_0 = \frac{5}{9 \cdot 32} w_0^4 + \frac{w_0^4}{96} \cdot ln \frac{2}{\gamma_0 w_0}$.

Um beurteilen zu können, mit welcher Genauigkeit der Wert von $A_{u1}(t) - A_{u2}(t)$ und damit auch der Wert von A_u und den später eingeführten Hilfsfunktionen durch (29) wiedergegeben werden kann je nachdem, wie weit man in der Entwicklung geht, sind in der untenstehenden Tabelle die Absolutwerte von $|\Delta_2 w_0|$ usw. in Prozenten des Absolutwertes des Hauptgliedes $|\Delta_0 w_0|$ für verschiedene Werte von $|w_0|$

Tabelle
der prozentualen Einflüsse der Glieder höherer Ordnung auf das Hauptglied.
(Gültig für 50 Hz und $\varkappa_s = 10^{-13}$ s cm^{-1}).

Seitl. Abstand t in m	$\lvert w_0 \rvert \approx kt$	$\frac{\lvert \Delta_2 w_0 \rvert}{\lvert \Delta_0 w_0 \rvert}$	$\frac{\lvert \Delta_3 w_0 \rvert}{\lvert \Delta_0 w_0 \rvert}$	$\frac{\lvert \Delta_4 w_0 \rvert}{\lvert \Delta_0 w_0 \rvert}$
100	0,2	0,65 %	0,02 %	—
150	0,3	1,52 %	0,06 %	0,01 %
200	0,4	2,81 %	0,17 %	0,02 %
250	0,5	4,51 %	0,36 %	0,06 %
300	0,6	6,66 %	0,70 %	0,12 %
350	0,7	9,28 %	1,22 %	0,23 %
400	0,8	12,35 %	2,22 %	0,40 %
450	0,9	15,81 %	3,08 %	0,66 %
500	1,0	19,70 %	4,45 %	1,02 %

Digitized by Google

$= k\sqrt{s^2+t^2} \approx k\,t$ entsprechend verschiedenen seitlichen Abständen zusammengestellt. In der Tabelle ist absichtlich die Spalte für das Verhältnis $|\Delta_1 w_0| : |\Delta_0 w_0|$ fortgelassen worden, weil bei der später erforderlichen Differenzbildung von $A_{u1}'(+t)$ und $A_{u1}(-t)$ die noch in $4w_0/3$ steckende Abhängigkeit von t heraufällt. Bei den üblichen Leiterhöhen beträgt übrigens das Glied $4w_0/3$ etwa $1{,}5\%$ des kleinsten bei $t = 500$ m auftretenden Absolutwertes des Hauptgliedes.

Man ersieht aus der Tabelle, daß, wenn man in der Entwicklung von (29) nur bis zu dem in erster Ordnung kleinen Gliede $|4w_0/3|$ geht, das damit errechnete Resultat bei einer seitlichen Entfernung von 250 m durch das zweite Glied einen prozentualen Fehler von maximal rund 5% erhält. Geht man dagegen für das gleiche t bis zu dem Gliede zweiter Ordnung, so beträgt der prozentuale Einfluß des dritten Gliedes nur $0{,}4\%$. Betrachtet man noch eine Beeinflussung des Hauptgliedes durch das erste der nicht mehr berücksichtigten Glieder in der Höhe von 5% als zulässig, so muß man bei seitlichen Entfernungen von $t \leqq 250$ m bis zum Gliede erster Ordnung, $t \leqq 500$ m bis zum Gliede zweiter Ordnung einschließlich gehen.

Um zu einer endgültigen Darstellung von A_u zu kommen, braucht man jetzt nur noch in (29) für w_0 den Wert nach (22) einzusetzen und den Ausdruck für A_u nach (20) zu bilden. Zur bequemeren Darstellung von A_u mögen die folgenden beiden Hilfsfunktionen mit $y > 0$ eingeführt werden:

$$\vartheta_0(h\,y;t) = 1 + 2\cdot ln\frac{2}{k\,\gamma_0\sqrt{(h+y)^2+t^2}} + \frac{2}{3}\sqrt{2}\,k\,(h+y) - \frac{\pi\,k^2}{16}\left((h+y)^2 - t^2\right), \tag{30a}$$

$$\left.\begin{aligned}\chi_0(h\,y;t) = {} & \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}\sqrt{2}\,k\,(h+y) + \frac{5}{16}k^2\left((h+y)^2 - t^2\right) + \\ & + \frac{1}{2}k^2(h+y)\cdot t\cdot \operatorname{arctg}\frac{t}{h+y} + \frac{1}{4}k^2\left((h+y)^2 - t^2\right)\cdot ln\frac{2}{\sqrt{(h+y)^2+t^2}}\end{aligned}\right\} \tag{30b}$$

Mit diesen beiden Hilfsfunktionen schreibt sich dann A_u für kleine Werte von w in der Form

$$A_u = \int_0^\infty (\gamma - \alpha)\,e^{-(h+y)\alpha}\cos\alpha t\cdot d\alpha = \frac{1}{4}\,j\,k^2\cdot\vartheta_0(h\,y;t) + \frac{1}{4}\,k^2\cdot\chi_0(h\,y;t). \tag{31}$$

Für große Absolutwerte von $|w_0|$ kann man ohne weiteres die asymptotische Reihenentwicklung für die Differenz der beiden Funktionen $\Omega_1(z) - N_1(z)$ benutzen. Es ist nämlich[1]

$$\Omega_1(z) - N_1(z) \sim \frac{2}{\pi}\cdot\left[\frac{1}{z^2} + \sum_{\lambda=1}^{n}\frac{1\cdot(1-2^2)\cdot\ldots\cdot(1-4\,\lambda^2)}{z^{2\lambda+2}}\right]. \tag{32}$$

Berücksichtigt man in dieser halbkonvergenten Entwicklung lediglich das erste Glied — der absolute Fehler ist dann auf jeden Fall kleiner als das nächstfolgende Glied $3 : z^4$ —, so wird mit Rücksicht auf (21)

$$A_{u1}(t) - A_{u2}(t) = j\,k^2\cdot\left[\frac{1}{w_0} - \frac{1}{w_0^2} + \frac{1}{w_0^3}\right].$$

Nach Einführung der beiden Hilfsfunktionen

$$\vartheta_0'(h\,y;t) = \frac{2\sqrt{2}\cdot k\,(h+y)}{(k\,t)^2}\cdot\left(1 + \frac{3}{(k\,t)^2}\right) \approx 0, \tag{33a}$$

$$\chi_0'(h\,y;t) = \frac{4}{(k\,t)^2} \qquad (h+y \ll t) \tag{33b}$$

läßt sich dann A_u wieder in der Gestalt der Gleichung (31) angeben, indem man in dieser Gleichung nur für ϑ_0 und χ_0 die gestrichelten Funktionszeichen einsetzt. Da in (33a) im Zähler des Bruchs der sehr kleine Faktor k vorkommt, so ist bei den üblichen Leiterhöhen, wenn sich y auf den Ort eines Leiters bezieht, der Wert von (33a)

[1] S. N. Nielsen, a. a. O. S. 229.

Digitized by Google

wesentlich kleiner als der von (33b) und praktisch nahezu gleich Null. Es kann daher das ganz ähnlich wie (33a) aufgebaute Glied, das eigentlich zu der rechten Seite von (33b) noch hinzutritt, fortgelassen werden, solange y in der Größenordnung von h liegt.

Die Genauigkeit, mit der die Hilfsfunktionen ϑ_0' und χ_0' durch (33) berechenbar sind, hängt im Falle der Gleichung (33a) hauptsächlich davon ab, wieviel Glieder in der halbkonvergenten Entwicklung von (32) in Betracht gezogen werden. Im vorliegenden Falle, wo nur das erste Glied dieser Entwicklung berücksichtigt wurde, ist der Fehler bis herab zu einer Entfernung von 1400 m kleiner als 5%. Bei der Gleichung (33b) wird der Fehler auf Grund der obigen Bemerkung wesentlich nur durch das Verhältnis der numerischen Werte von (33a und b) bestimmt, so daß er bei den üblichen Leiterhöhen noch unter 5% bleibt.

Aus dem allgemeinen Aufbau der beiden Hilfsfunktionen ϑ_0 und χ_0 in den Gleichungen (30) und (33) lassen sich leicht zwei für die späteren Betrachtungen wichtige Eigenschaften beider Funktionen ablesen. Es sind nämlich beide Hilfsgrößen in bezug auf das Argument t gerade Funktionen, in bezug auf die beiden ersten Argumente h und y sind sie symmetrische Funktionen, d. h. sie ändern ihren Wert nicht, wenn diese beiden Argumente miteinander vertauscht werden.

2. Die Umformung der Potentialfunktion v für das Erdreich.

Die Umformung der Integrale dieser Funktion ist erheblich schwieriger als die der Integrale für die Potentialfunktion u, und sie führt auf keine bekannten und schon untersuchten Funktionen. Die Integrale der Gleichung (16) für v sind von dem allgemeinen Typus

$$A_v = \int_0^\infty (\gamma - \alpha)\, e^{+\gamma y - h\alpha} \cdot \cos \alpha t \cdot d\alpha. \tag{34}$$

Hierin sind α, h, y und t reelle Zahlen. h ist stets größer als Null, y jedenfalls nicht positiv. γ und α sind wiederum verknüpft durch die Gleichung

$$\gamma = \sqrt{\alpha^2 + j k^2} \quad \text{mit} \quad \Re(\gamma) > 0.$$

Man kann in (34), nachdem vorher noch der cos durch Exponentialfunktionen ersetzt worden ist, für α dieselben Substitutionen einführen wie früher in A_u. Wird außerdem noch gesetzt

$$(h + j t)\, k \sqrt{j} = w_e, \quad y\, k \sqrt{j} = -w, \tag{35a, b}$$

so erhält man mit den neuen Bezeichnungen

$$A_{vp}(t) = \int_0^\infty e^{-pz} \cdot e^{-w_e \operatorname{Sin} z - w \operatorname{Cof} z} \cdot dz \qquad (p = 0,2) \tag{36}$$

für A_v die Darstellung

$$A_v = \frac{1}{4} j k^2 \cdot [A_{v0}(+t) + A_{v0}(-t) + A_{v2}(+t) + A_{v2}(-t)]. \tag{37}$$

In (36) ist der Integrationsweg zunächst wieder die gekrümmte Linie des Bildes 2. Solange aber die Bedingung $\Re(w_e + w) > 0$ erfüllt ist, läßt sich auch jetzt mit Rücksicht auf den Integralsatz von Cauchy in (36) statt des gekrümmten der geradlinige Integrationsweg längs der Achse der positiven reellen Zahlen nehmen. Die weitere Behandlung der Integrale (36) kann man von vornherein dadurch erleichtern, daß in Rücksicht auf die spätere Anwendung nur der Fall kleiner Absolutwerte von w in Betracht gezogen wird. Tatsächlich ist für alle praktisch vorkommenden Leiteranordnungen w eine sehr kleine Zahl. Trotzdem bleibt die Rechnung noch schwierig und umständlich genug. Da die rein formale Natur dieser Rechnungen hier wenig Interesse bietet und auch gegenüber dem früheren Abschnitt, der der Umformung der Potentialfunktion u gewidmet war, keine neuen Gesichtspunkte bei der Auswertung in Frage kommen, so soll an dieser Stelle nur das endgültige Resultat für die beiden Grenzfälle eines kleinen und großen w_e angegeben werden.

Digitized by Google

Bei kleinen Absolutwerten von w_e definiert man zweckmäßig die beiden Hilfsfunktionen mit $y < 0$

$$\left.\begin{aligned}\vartheta_e(h\,y;t) = 1 + 2\cdot ln\frac{2}{k\,j\gamma_0\sqrt{(h-y)^2+t^2}} + \frac{2}{3}\sqrt{2}\,k\,(h+y) - \\ -\frac{1}{16}\pi k^2(h^2 - t^2 - 3y^2 + 2yh)\end{aligned}\right\} \quad (38a)$$

$$\left.\begin{aligned}\chi_e(h\,y;t) = \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}\sqrt{2}\,k\,(h+y) + \frac{1}{4}k^2(h^2 - t^2 - 3y^2 + 2yh)\cdot ln\frac{2}{k\gamma_0\sqrt{(h-y)^2+t^2}} + \\ + \frac{5}{16}k^2\left(h^2 - t^2 + \frac{2}{5}yh + \frac{19}{5}y^2\right) + \frac{1}{2}k^2 t\,(h+y)\cdot \operatorname{arctg}\frac{t}{h-y}\end{aligned}\right\} \quad (38b)$$

Mittels dieser Funktionen läßt sich dann A_v in der Form darstellen

$$A_v = \int_0^\infty (\gamma - \alpha)\cdot e^{-h\alpha + \gamma y}\cdot\cos\alpha t\cdot d\alpha = \frac{1}{4}j\,k^2\cdot\vartheta_e(h\,y;t) + \frac{1}{4}k^2\cdot\chi_e(h\,y;t). \quad (39)$$

Die Genauigkeit dieser Darstellung für A_v entspricht dem, was früher über die Genauigkeit der Darstellung von A_u auf S. **114** gesagt wurde.

Für große Absolutwerte von $|w_e|$ kann man ganz analog die beiden folgenden Hilfsfunktionen einführen:

$$\vartheta_e'(h\,y;t) = \frac{2\sqrt{2}\,h\,k}{(k\,t)^2}\cdot\left[1 + \frac{y}{h} + \frac{3}{(k\,t)^2}\right] \qquad (y<0) \qquad (40a)$$

$$\chi_e'(h\,y;t) = \frac{4}{(k\,t)^2} \qquad (|h+y| \ll t) \qquad (40b)$$

Auch bei diesen Gleichungen gilt über die Genauigkeit das früher Gesagte (S. **114**), und die Darstellung (39) für A_v bleibt auch für große Werte von w_e bestehen, wenn an Stelle von ϑ_e und χ_e wieder die gestrichelten Funktionszeichen eingesetzt werden.

Wie es sein muß, stimmen für $y = 0$ die Werte von ϑ_e und χ_e nach (38) und (40) mit denen von ϑ_0 und χ_0 nach (30) und (33) überein. Als besondere Eigenschaften von ϑ_e und χ_e sind hervorzuheben, daß beide Funktionen in bezug auf das Argument t gerade Funktionen sind. In bezug auf die ersten beiden Argumente h und $y < 0$ sind aber ϑ_e und χ_e im Gegensatz zu den Hilfsfunktionen ϑ_0 und χ_0 nicht mehr symmetrische Funktionen, d. h. es ändert sich ihr Wert, wenn man h und $y < 0$ miteinander vertauscht.

Für die weiteren Rechnungen im physikalischen Teil empfiehlt es sich, die beiden Lösungsgleichungen (15) und (16) für das Vektorpotential in der Luft und im Erdreich noch einmal mit Hilfe der durch die Umformungen erhaltenen Gleichungsgruppen (30), (33), (38) und (40) zusammenfassend darzustellen. Dabei ergibt sich die Möglichkeit in den beiden Fällen, die soeben als Grenzfälle kleiner Absolutwerte von w_0 bzw. w_e betrachtet wurden, die in den Gleichungen (15) und (16) außer den bestimmten Integralen auftretenden logarithmischen Glieder in die Hilfsfunktionen ϑ mit hinein zu nehmen. Denn es ist z. B. die in dem Ausdruck von ϑ_0 unter dem Logarithmus vorkommende Wurzel identisch mit der früher als ϱ_1' bezeichneten Entfernung des Aufpunktes vom Spiegelbild des Leiters 1.

Im Falle kleiner Absolutwerte von w_0 bzw. w_e mögen deshalb an Stelle der Hilfsfunktionen ϑ_0 und ϑ_e der Gleichungen (30a) und (38a) die neuen Hilfsfunktionen $\Theta_0\,(y>0)$ und $\Theta_e\,(y<0)$ eingeführt werden durch die Bestimmungsgleichungen

$$\Theta_0(h\,y;t) = 1 + 2\cdot ln\frac{2}{k\,\gamma_0\cdot\sqrt{(h-y)^2+t^2}} + \frac{2}{3}\sqrt{2}\,k\,(h+y) - \frac{1}{16}\pi k^2((h+y)^2 - t^2), \quad (30A)$$

$$\left.\begin{aligned}\Theta_e(h\,y;t) = 1 + 2\cdot ln\frac{2}{k\,\gamma_0\cdot\sqrt{(h+y^2+t^2}} + \\ + \frac{2}{3}\sqrt{2}\,k\,(h+y) - \frac{1}{16}\pi k^2(h^2 - t^2 - 3y^2 + 2yh)\end{aligned}\right\} \quad (38A)$$

Digitized by Google

Die früheren Abschätzungen über die Genauigkeit, mit der die Hilfsfunktionen ϑ_0 und ϑ_e durch (30) und (38) dargestellt sind, übertragen sich ohne weiteres auch auf die neuen Hilfsfunktionen, da für große Werte von t schon damals an Stelle der Wurzel näherungsweise t selbst gesetzt wurde.

Im Falle großer Absolutwerte von w_0 bzw. w_e verschwinden die logarithmischen Glieder in den Gleichungen (15) und (16), sobald auch hier die Beschränkung auf Werte von y in der Größenordnung der üblichen Leiterabstände von der Erdoberfläche erfolgt. Werden trotzdem auch in diesem Falle aus rein formalen Gründen zwei neue Hilfsfunktionen Θ_0' und Θ_e' eingeführt, so gilt für sie:

$$\Theta_0'(h\,y;t) \equiv \vartheta_0'(h\,y;t)\,, \tag{33A}$$

$$\Theta_e'(h\,y;t) \equiv \vartheta_e'(h\,y;t)\,. \tag{40A}$$

Danach lautet jetzt für kleine, seitliche Abstände bis zu 500 m bei 50 Perioden der Ausdruck für

das Vektorpotential u in Luft: $y>0$

$$\left.\begin{aligned} u = {} & \tfrac{1}{4}\, j\,k^2\cdot[\mathfrak{J}_1\cdot\Theta_0(h_1,y;x-x_1)+\mathfrak{J}_2\cdot\Theta_0(h_2,y;x-x_2)+(\mathfrak{J}_3+\mathfrak{J}_{m3})\cdot\vartheta_0(h_3,y;x-x_3)]+ \\ & +\tfrac{1}{4}\,k^2\cdot[\mathfrak{J}_1\cdot\chi_0(h_1,y;x-x_1)+\mathfrak{J}_2\cdot\chi_0(h_2,y;x-x_2)+(\mathfrak{J}_3+\mathfrak{J}_{m3})\cdot\chi_0(h_3,y;x-x_3)] \end{aligned}\right\} \tag{41}$$

das Vektorpotential v im Erdreich: $y<0$

$$\left.\begin{aligned} v = {} & \tfrac{1}{4}\, j\,k^2\cdot[\mathfrak{J}_1\cdot\vartheta_e(h_1,y;x-x_1)+\mathfrak{J}_2\cdot\vartheta_e(h_2,y;x-x_2)+(\mathfrak{J}_3+\mathfrak{J}_{m3})\cdot\Theta_e(h_3,y;x-x_3)]+ \\ & +\tfrac{1}{4}\,k^2\cdot[\mathfrak{J}_1\cdot\chi_e(h_1,y;x-x_1)+\mathfrak{J}_2\cdot\chi_e(h_2,y;x-x_2)+(\mathfrak{J}_3+\mathfrak{J}_{m3})\cdot\chi_e(h_3,y;x-x_3)] \end{aligned}\right\} \tag{42}$$

Für große, seitliche Abstände bis herunter zu 1400 m bei 50 Perioden gelten für u und v dieselben Gleichungen (41) und (42), indem darin lediglich für ϑ, Θ und χ die gestrichelten Funktionszeichen eingesetzt werden.

III. Physikalischer Teil.

G. Die Wärmeverluste und die mittlere magnetische Energie. Da von vornherein schon bei Aufstellung der Grenzbedingungen darauf verzichtet worden ist, die Strömungs- und Feldverteilung auch im Innern der metallischen Leiter zu erfassen, so werden selbstverständlich die obigen Gleichungen für das Vektorpotential über die Wärmeverluste und über die magnetische Energie innerhalb dieser Leiter keinen Aufschluß geben können.

Dieser Mangel hat aber nur eine untergeordnete Bedeutung. Da jedenfalls bei den praktisch vorkommenden Leiterabmessungen und Leiteranordnungen das magnetische Feld außerhalb dieser Leiter und das Strömungsfeld im Erdreich von der Stromverteilung im Innern der metallischen Leiter merklich unabhängig ist, so kann man in erster Annäherung eine gleichmäßige Verteilung des Stromes über den Querschnitt annehmen. Eine etwaige Verfeinerung dieser Annahme könnte nachträglich jederzeit vorgenommen werden. Um nicht unnötig weitschweifig zu werden, soll aber im folgenden im Innern der Leiter unter den Bedingungen der Strömungs- und Feldverteilung bei Gleichstrom gerechnet werden. Dabei soll sogar nur die innere magnetische Energie der Leiter in Betracht gezogen werden, während von den Wärmeverlusten der Leiter aus Gründen einer größeren Symmetrie der Gleichungen vorerst ganz abgesehen wird.

Für einen einzelnen zylindrischen Leiter, der den rein sinusförmigen Wechselstrom $\mathfrak{J}$ mit dem Effektivwert I führt, ist unter dieser Voraussetzung die innere und mittlere magnetische Energie pro Längeneinheit gegeben durch

$$W_i = \tfrac{1}{4}\, I^2. \tag{43}$$

Digitized by Google

Für einen einadrigen Kabelleiter, dessen Ader den Strom $\mathfrak{J}_\alpha = I_\alpha e^{j\varphi_\alpha}$ führt und dessen Mantel von dem Strom $\mathfrak{J}_{m\alpha} = I_{m\alpha} \cdot e^{j\varphi_{m\alpha}}$ durchflossen wird, ist dagegen die mittlere und innere magnetische Energie bei gleichmäßiger Stromverteilung bestimmt durch

$$\left.\begin{aligned}\overline{W_{i\alpha}} = \left(\frac{1}{4} + ln\,\frac{r_a}{a_\alpha}\right)\cdot I_\alpha^2 + \left(\frac{r_i^4}{(r_a^2 - r_i^2)^2}\, ln\,\frac{r_a}{r_i} - \frac{3r_i^2 - r_a^2}{4(r_a^2 - r_i^2)}\right)\cdot I_{m\alpha}^2 + \\ + 2 I_\alpha I_{m\alpha}\cdot\cos(\varphi_\alpha - \varphi_{m\alpha})\cdot\left(\frac{1}{2} - \frac{r_i^2}{r_a^2 - r_i^2}\cdot ln\,\frac{r_a}{r_i}\right)\end{aligned}\right\} \quad (44)$$

Dabei bedeutet in dieser Gleichung: a_α den Radius der Kabelader, r_i, r_a den inneren oder äußeren Radius des Kabelmantels, der vom Erdreich durch eine dünne Asphaltbewehrung isoliert zu denken ist.

Die Bestimmung der mittleren Wärmeverluste und der mittleren magnetischen Energie außerhalb der metallischen Leiter gelingt am einfachsten durch Einführung konjugiert komplexer Werte für die Feldgrößen. Das dabei einzuschlagende Verfahren hat eine gewisse Ähnlichkeit mit den Untersuchungen von F. Emde am komplexen Poyntingschen Vektor[1].

Man denke sich senkrecht zur z-Achse (Bild 1) aus dem Erdboden und dem Luftraum eine unendlich ausgedehnte planparallele Schicht von der Dicke 1 cm herausgeschnitten. Ist dV ein Volumenelement dieser Schicht, so ist der zeitliche Mittelwert der Wärmeverluste, da nach der eingangs getroffenen Festsetzung $|\mathfrak{i}_e|$ direkt den Effektivwert angeben sollte, gegeben durch

$$\overline{Q} = \frac{1}{\varkappa_e}\cdot\int_v |\mathfrak{i}_e|^2 \cdot dV, \quad (45)$$

denn außerhalb des Erdbodens ist jedenfalls $\mathfrak{i} = 0$. Das Volumenintegral ist dabei über die ganze Schicht V zu erstrecken.

Ebenso ist die mittlere magnetische Energie $\overline{W_a}$ im Raum V außerhalb der metallischen Leiter gegeben durch

$$\overline{W_a} = \frac{1}{8\pi}\cdot\int_v |\mathfrak{H}|^2 \cdot dV. \quad (46)$$

Bei der Berechnung der Volumenintegrale (45) und (46) darf aber keineswegs z. B. der Wert von $\mathfrak{i}_e = -v : \pi$ einfach mit $\mathfrak{i}_e$ multipliziert werden, denn es ist $\mathfrak{i}_e = |\mathfrak{i}_e| \cdot e^{j\varphi(xy)}$ und daher $\mathfrak{i}_e^2 = |\mathfrak{i}_e|^2 \cdot e^{2j\varphi(xy)}$. Man erhält aber das gewünschte $|\mathfrak{i}_e|^2$ tatsächlich, wenn mit der zu $\mathfrak{i}_e$ konjugiert komplexen Zahl $\mathfrak{i}_{ek}$ multipliziert wird. Es mögen daher neben $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{i}$ und $\mathfrak{A}$ drei zu diesen Größen konjugiert komplexe Vektoren $\mathfrak{H}_k$, $\mathfrak{i}_k$ und $\mathfrak{A}_k$ eingeführt werden. Für $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{i}$ und $\mathfrak{A}$ galten die Gleichungen

$$\text{rot}\,\mathfrak{H} = 4\pi\mathfrak{i} \qquad \text{rot}\,\mathfrak{A} = \frac{1}{4} j k^2 \cdot \mathfrak{H}. \quad (1)$$

Für $\mathfrak{H}_k$, $\mathfrak{i}_k$ und $\mathfrak{A}_k$ werden dann die Gleichungen bestehen

$$\text{rot}\,\mathfrak{H}_k = 4\pi\mathfrak{i}_k \qquad \text{rot}\,\mathfrak{A}_k = -\frac{1}{4} j k^2 \cdot \mathfrak{H}_k. \quad (47)$$

Mit diesen Bezeichnungen wird

$$\mathfrak{A}\cdot\text{rot}\,\mathfrak{H}_k - \mathfrak{H}_k\cdot\text{rot}\,\mathfrak{A} = \text{div}[\mathfrak{H}_k\mathfrak{A}] = 4\pi\mathfrak{i}_k\cdot\mathfrak{A} - \frac{1}{4} j k^2 \cdot \mathfrak{H}_k\mathfrak{H}.$$

Durch Integration über die ganze Schicht vom Volumen V erhält man dann

$$\int_V \text{div}[\mathfrak{H}_k\mathfrak{A}]\,.\,dV = 4\pi\cdot\int_V \mathfrak{i}_k\mathfrak{A}\cdot dV - \frac{1}{4} j k^2\cdot\int_V \mathfrak{H}_k\mathfrak{H}\,dV. \quad (48)$$

Es ist aber $\mathfrak{A} = -\pi\mathfrak{i}$ und daher unter Berücksichtigung von (45) und (46)

$$\int_V \text{div}[\mathfrak{H}_k\mathfrak{A}]\cdot dV = -4\pi^2\varkappa_e\cdot\overline{Q} - 2\pi j k^2\cdot\overline{W_a}. \quad (49)$$

[1] S. Abraham-Föppl, Theorie der Elektrizität, 5. Aufl., Bd. I, S. 313 ff.

Digitized by Google

Das linkstehende Integral über das Volumen V läßt sich nach dem Integralsatz von Gauß in ein Oberflächenintegral verwandeln. Für diese Transformation ist aber Bedingung, daß innerhalb der Schicht V die Funktionen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{H}_k$ überall stetige Funktionen des Ortes sind. Das ist im allgemeinen auch tatsächlich der Fall, auch an der Trennfläche Erde-Luft. Es trifft aber im besonderen nicht mehr an den Orten zu, wo die metallischen Leiter liegen. Um trotzdem die Transformation durchführen zu können, müssen die Volumina der drei Leiter aus dem Volumen V der Schicht ausgeschlossen werden oder mit anderen Worten: Zu der die Schicht V begrenzenden Oberfläche, zu der bis dahin nur die beiden senkrecht zur z-Achse stehenden Ebenen und die zwischen ihnen liegende unendlich ferne Begrenzungsebene zählten, müssen auch noch die Oberflächen der drei Leiter hinzugenommen werden. Bedeutet dann n die nach dem Innern der Schicht gerichtete Normale aller ihrer Begrenzungsflächen F_b, so wird nach dem Satz von Gauß

$$-\int_v \operatorname{div}\,[\mathfrak{H}_k\,\mathfrak{A}]\cdot dv = \sum_i \int_{F_{bi}} [\mathfrak{H}_k\,\mathfrak{A}]_n \cdot dF_{bi} = 4\pi^2 \varkappa_t \cdot \bar{Q} + 2\pi j k^2 \cdot \overline{W_a}. \qquad (49\,a)$$

Es hat aber $\mathfrak{A}$ die Richtung der z-Achse. $\mathfrak{H}_k$ ist ein Vektor, der ganz in einer zur z-Achse senkrechten Ebene liegt. Infolgedessen liegt auch $[\mathfrak{H}_k\,\mathfrak{A}]$ ganz in einer solchen Ebene, und es ist $[\mathfrak{H}_k\,\mathfrak{A}]_n = 0$ für die ebenen Begrenzungsflächen. Ebenso ist $[\mathfrak{H}_k\,\mathfrak{A}] = 0$ an der unendlich fernen Begrenzungsebene der Schicht V, weil sowohl $\mathfrak{H}_k$ als auch $\mathfrak{A}$ im Unendlichen verschwinden. Es bleibt daher von F_b für die Bildung des Oberflächenintegrales nur die Oberfläche der drei Leiter übrig. An der Oberfläche z. B. des Leiters 2 ist, wenn $\mathfrak{k}$ vorübergehend einen Einheitsvektor in Richtung der positiven z-Achse bedeutet, nach bekannten Sätzen der Vektoralgebra und unter Beachtung des positiven Umlaufsinnes in Bild 3

$$\int_{F_2} [\mathfrak{H}_k\,\mathfrak{A}]_n \cdot dF_2 = \int_{F_2} d\mathfrak{f}_2 \cdot [\mathfrak{H}_k\,\mathfrak{A}] = \int_{F_2} [d\mathfrak{s}\,\mathfrak{k}]\,[\mathfrak{H}_k\,\mathfrak{A}] = \int_{F_2} d\mathfrak{s}\,\mathfrak{H}_k \cdot u = \int_{F_2} u \cdot ds\,\mathfrak{H}_{kt}. \qquad (49\,b)$$

Der Wert von u an der Oberfläche des Leiters 2 ist nach Gleichung (41) bekannt. Die in ihr vorkommenden Funktionen Θ, ϑ und χ sind, soweit sie mit den Strömen der anderen Leiter multipliziert auftreten, in der Umgebung des Leiters 2 durchweg stetig, und wegen der großen Abstände der Leiter voneinander ist es zulässig, diesen Funktionen für die verschiedenen Punkte der Oberfläche des Leiters 2 denjenigen Wert zu geben, den sie im Mittelpunkt dieses Leiters haben. Damit wird dieser Teil des Vektorpotentials u konstant mit der Festsetzung, daß sich sein Wert für den Ort des Mittelpunktes des Leiters 2 berechnet.

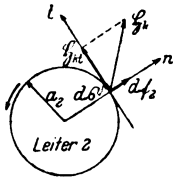


Bild 3. Die positive Zählrichtung des Stromes $\mathfrak{J}_2$ führt nach vorne aus dem Leiter heraus.

Die in der Gleichung für u vorkommenden Funktionen Θ und χ, die mit dem Strom des betrachteten Leiters selbst multipliziert sind, werden aber wegen des logarithmischen Gliedes im Mittelpunkt dieses Leiters unstetig. Für dieses Glied muß also der tatsächliche Wert an der Oberfläche genommen werden. Für die übrigen Bestandteile kann wieder der Wert für den Mittelpunkt des Leiters zugrunde gelegt werden. Bei dem Aufbau des logarithmischen Gliedes bleiben dann aber diese Funktionen Θ und χ an der Oberfläche des Leiters 2 ebenfalls konstant, so daß u in dem letzten Integral auf jeden Fall vor das Integralzeichen gezogen werden kann. Da aber für den Leiter 2 unter Beachtung des Umlaufsinnes

$$\oint_{L_2} ds\,\mathfrak{H}_{kt} = 4\pi \cdot \mathfrak{J}_{2k}$$

ist, so wird demnach z. B. der Anteil der Oberfläche des Leiters 2 an dem Flächenintegral der Gleichung (49a) gleich

Digitized by Google

$$4\pi\mathfrak{J}_{k_2}\cdot\frac{1}{4}\,j\,k^2\cdot[\mathfrak{J}_1\cdot\Theta_0(h_1h_2;x_1-x_2)+\mathfrak{J}_2\cdot\Theta_0(h_2h_2;0)+(\mathfrak{J}_\alpha+\mathfrak{J}_{m\alpha})\cdot\vartheta_0(h_\alpha,h_2;x_\alpha-x_2)]+$$
$$+4\pi\mathfrak{J}_{k_2}\cdot\frac{1}{4}\,k^2\cdot[\mathfrak{J}_1\cdot\chi_0(h_1h_2;x_1-x_2)+\mathfrak{J}_2\cdot\chi_0(h_2h_2;0)+(\mathfrak{J}_\alpha+\mathfrak{J}_{m\alpha})\cdot\chi_0(h_\alpha h_2;x_\alpha-x_2)] \quad (50)$$

wobei an Stelle von 3 als Index α gewählt worden ist.

Ähnliche Ausdrücke gelten auch für den Wert des Oberflächenintegrals an den beiden anderen Leitern nur mit dem Unterschied, daß bei der Bildung des Flächenintegrals am Kabelleiter für das Vektorpotential $\mathfrak{A}$ in Gleichung (49a) v zu setzen ist und in dem Ausdruck für v nach Gleichung (42) $-h_\alpha$ statt y.

Für die weiteren Betrachtungen empfiehlt es sich zunächst, den einfacheren Fall zu untersuchen, daß sämtliche stromdurchflossenen Leiter im Luftraum liegen und überhaupt kein Kabel vorhanden ist.

a) Es sind nur im Luftraum Leiter vorhanden.

Führt man unter dieser Annahme in Gleichung (49a) für die auf der linken Seite stehenden Summe der Oberflächenintegrale die ihr gleichwertigen Ausdrücke nach (50) ein, berücksichtigt dabei, daß, wenn $\mathfrak{J}_p=I_p\,e^{i\varphi_p}$ gesetzt wird, $\mathfrak{J}_{p\,k}=I_p\,e^{-i\varphi_p}$ und auf Grund der Gleichung (43) $\vartheta_0(h_1h_2;\ t)=\vartheta_0(h_2h_1;\ t)$ ist mit der gleichen Beziehung für die Hilfsfunktionen Θ und χ, so erhält man nach Trennung in den reellen und imaginären Teil für die mittleren Wärmeverluste im Erdreich, speziell bei zwei Leitern, den Ausdruck:

$$\frac{1}{\omega}\cdot\bar{Q}=I_1^2\cdot\chi_0(h_1h_1;0)+I_2^2\cdot\chi_0(h_2h_2;0)+2\,I_1\,I_2\cos(\varphi_1-\varphi_2)\cdot\chi_0(h_1h_2;x_1-x_2).$$

Auf Grund der Ableitung hat diese Gleichung für die Wärmeverluste für jedes Stromsystem Gültigkeit. Sie gilt z. B. auch dann noch, wenn die Erde selbst nicht direkt Strom führt und z. B. drei Luftleiter von einem Drehstrom durchflossen werden.

Um unter Berücksichtigung des Einflusses der Erde die Wärmeverluste richtig darstellen zu können, muß man demnach zwei Arten von Widerständen einführen: den Selbstwiderstand einer Erdschleife und den Gegenwiderstand zweier verschiedener Erdschleifen. Werden in den folgenden Definitionsgleichungen der kürzeren Schreibweise wegen die mit k^2 behafteten Glieder fortgelassen, so läßt sich schreiben für den

Selbstwiderstand einer Erdschleife

$$r_{pp}=\omega\cdot\chi_0(h_p\,h_p;0)=\omega\cdot\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2}{3}\sqrt{2\,k\,(h_p+h_p)}\right). \quad (51)$$

Gegenwiderstand zweier verschiedener Erdschleifen bei kleinen Abständen bis zu 250 m bei 50 *Hz*

$$r_{pq}=\omega\cdot\chi_0(h_p\,h_q;x_p-x_q)=\omega\cdot\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2}{3}\sqrt{2\,k\,(h_p+h_q)}\right) \quad (52a)$$

bei großen Abständen bis herunter zu 1400 m ($t=|x_p-x_q|\approx d_{pq}$)

$$r_{pq}=\omega\cdot\chi_0'(h_p\,h_q;x_p-x_q)=\frac{4\,\omega}{k^2\,d_{pq}^2}. \quad (52b)$$

Mit den so definierten Widerständen lassen sich dann die mittleren Wärmeverluste bei drei Leitern darstellen durch die Gleichung:

$$\bar{Q}=I_1^2r_{11}+I_2^2r_{22}+I_3^2r_{33}+2\,I_1\,I_2\cos(\varphi_1-\varphi_2)\cdot r_{12}+$$
$$+2\,I_1\,I_3\cos(\varphi_1-\varphi_3)\cdot r_{13}+2\,I_2\,I_3\cos(\varphi_2-\varphi_3)\cdot r_{23} \quad (53)$$

Wird $i_p=\sqrt{2}\,I_p\cdot\sin(\omega t+\varphi_p)$ gesetzt, so folgt aus Gleichung (53) für den Momentanwert der Wärmeverluste der Ausdruck:

$$Q=i_1^2r_{11}+i_2^2r_{22}+i_3^2r_{33}+2\,i_1i_2r_{12}+2\,i_1i_3r_{13}+2\,i_2i_3r_{23}. \quad (53a)$$

Die hier eingeführten beiden Arten von Widerständen werden später bei der Bestimmung der in einer Erdschleife induzierten EMK wiederum auftreten.

Digitized by Google

Werden in Gleichung (49a) an Stelle der reellen die imaginären Teile berücksichtigt, so erhält man für die mittlere magnetische Energie bei zwei metallischen Leitern außerhalb dieser Leiter die Gleichung:

$$2\,\overline{W_a} = I_1^2 \cdot \Theta_0(h_1 h_1; 0) + I_2^2 \cdot \Theta_0(h_2 h_2; 0) + 2\,I_1 I_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \Theta_0(h_1 h_2; x_1 - x_2).$$

Entsprechend den vorher getroffenen Festsetzungen bedeutet hierin unter Fortlassung der mit k^2 behafteten Glieder:

$$\Theta_0(h_1 h_1; 0) = 1 + 2 \cdot ln \frac{2}{k \gamma_0 \cdot a_1} + \frac{2}{3} \sqrt{2}\, k \cdot 2 h_1.$$

Um die gesamte mittlere magnetische Energie $\overline{W_i}$ zu erhalten, muß zu der obigen Gleichung entsprechend der Gleichung (43) noch der Ausdruck $2\,\overline{W_i} = (I_1^2 + I_2^2) : 2$ hinzugefügt werden. Setzt man willkürlich $ln\, g_0 = -1/4$, so wird $I_1^2/2 = -2\, ln\, g_0 \cdot I_1^2$, und man kann in dem Ausdruck für $2\,\overline{W_i} = 2\,\overline{W_i} + 2\,\overline{W_a}$ das Glied $I_1^2/2$ mit dem in $\Theta_0(h_1 h_1; 0)$ vorkommenden Logarithmus vereinigen.

Es bezeichne dann

$$d_{pp} = a_p \cdot g_0 \tag{54a}$$

den mittleren geometrischen Abstand eines kreisförmigen Querschnittes vom Radius a_p von sich selbst,

$$d_{pq} = \sqrt{(h_p - h_q)^2 + (x_p - x_q)^2} \tag{54b}$$

den Achsenabstand zweier Leiter p und q voneinander. Er ist identisch mit dem mittleren geometrischen Abstand zweier getrennt liegender kreisförmiger Querschnitte. Dann läßt sich jetzt die gesamte mittlere magnetische Energie für drei Leiter in der Form darstellen

$$\left.\begin{aligned} \overline{W_i} = \frac{1}{2} l_{11} I_1^2 + \frac{1}{2} l_{22} I_2^2 + \frac{1}{2} l_{33} I_3^2 + I_1 I_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \cdot l_{12} + \\ + I_1 I_3 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) \cdot l_{13} + I_2 I_3 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) \cdot l_{23} \end{aligned}\right\} \tag{55}$$

Hierin sind die l_{pp} und l_{pq} die Selbst- und Gegeninduktivitäten, die in dieser Bedeutung schon bei rein metallischen Leiterschleifen auftreten. Nur ist ihre Definition hier eine andere. Es ist, wenn die mit k^2 behafteten Glieder fortgelassen werden, die Selbstinduktivität einer Erdschleife

$$l_{pp} = \frac{1}{2} + \Theta_0(h_p h_p; 0) = 1 + 2 \cdot ln \frac{2}{k \gamma_0 d_{pp}} + \frac{2}{3} \sqrt{2}\, k (h_p + h_p), \tag{56}$$

die Gegeninduktivität zweier verschiedener Erdschleifen für kleine Abstände bis zu 250 m bei 50 Hz

$$l_{pq} = \Theta_0(h_p h_q; x_p - x_q) = 1 + 2 \cdot ln \frac{2}{k \gamma_0 d_{pq}} + \frac{2}{3} \sqrt{2}\, k (h_p + h_q), \tag{57a}$$

für große Abstände bis herunter zu 1400 m ($t = |x_p - x_q| \approx d_{pq}$)

$$l_{pq} = \Theta_0'(h_p h_q; x_p - x_q) = \frac{2\sqrt{2} \cdot k (h_p + h_q)}{(k d_{pq})^2} \cdot \left(1 + \frac{3}{(k d_{pq})^2}\right) \approx 0. \tag{57b}$$

Stellt man der letzten Gleichung die Gleichung (52b) gegenüber, so ergibt sich die bemerkenswerte Tatsache, daß für große Entfernungen bei der Einwirkung zweier Erdschleifen aufeinander der Einfluß der galvanischen Kopplung bei weitem überwiegt.

Wegen $i_p = \sqrt{2}\, I_p \sin(w t + \varphi_p)$ folgt aus (55) für den Momentanwert der gesamten magnetischen Energie sofort der bekannte Ausdruck

$$W_i = \frac{1}{2} l_{11} i_1^2 + \frac{1}{2} l_{22} i_2^2 + \frac{1}{2} l_{33} i_3^2 + l_{12} i_1 i_2 + l_{23} i_2 i_3 + l_{13} \cdot i_1 i_3. \tag{55a}$$

Aus den Gleichungen (53) und (55) geht hervor:

Ebenso wie bei rein metallischen Leiterschleifen lassen sich auch bei Stromschleifen, die aus metallischen, in Luft liegenden Leitern mit Rückleitung durch die Erde bestehen, stets solche von der Größe und der Phasenlage der Ströme unabhängige

Digitized by Google

Widerstands- und Induktionskoeffizienten definieren, daß durch sie die Wärmeverluste und die magnetische Energie des Stromsystems als eine quadratische homogene Form der Ströme ausgedrückt werden können. Es treten aber im Gegensatz zu rein metallischen Stromschleifen unter den Widerstandskoeffizienten durch den Einfluß des Erdfeldes auch solche auf, die sich auf die gegenseitige Lage der Schleifen beziehen. Beide Arten der Koeffizienten sind abhängig von der geometrischen Lage der Luftleiter, der Frequenz des Wechselstromes und der Leitfähigkeit des Erdreiches.

b) Es sind Luftleiter und Kabelleiter vorhanden.

Der Einfachheit halber werde nur je ein Luftleiter und ein Kabelleiter in Betracht gezogen. Außerdem genügt es, um die grundsätzliche Verschiedenheit dieses Falles gegenüber dem vorher behandelten hervortreten zu lassen, wenn zunächst nur die Kabelader als stromdurchflossen angenommen wird. Zur besseren Unterscheidung mögen alle auf den Luftleiter bezüglichen Größen den Index p bekommen, die auf den Kabelleiter bezüglichen Größen den Index α. Bei besonderer Beachtung der Vorzeichen und der Stellung der Argumente in den Funktionszeichen ergibt sich dann nach Trennung der reellen und imaginären Bestandteile der Gleichung (49a) für die mittleren Wärmeverluste der Ausdruck:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{\omega}\cdot\bar{Q} = {} & I_p^2\cdot\chi_0(h_p\,h_p;\,0) + I_\alpha^2\cdot\chi_e(h_\alpha,\,-h_\alpha;\,0) + \\ & + I_p\,I_\alpha\cos(\varphi_p-\varphi_\alpha)\cdot(\chi_0(h_\alpha\,h_p;\,x_\alpha-x_p) + \chi_e(h_p,\,-h_\alpha;\,x_p-x_\alpha)) - \\ & - I_p\,I_\alpha\sin(\varphi_\alpha-\varphi_p)\cdot(\vartheta_0(h_\alpha\,h_p;\,x_\alpha-x_p) - \vartheta_e(h_p,\,-h_\alpha;\,x_p-x_\alpha)) \end{aligned}\right\} \quad (58)$$

und für die mittlere magnetische Energie außerhalb der metallischen Leiter der Ausdruck:

$$\left.\begin{aligned} 2\,\overline{W_a} = {} & I_p^2\cdot\Theta_0(h_p\,h_p;\,0) + I_\alpha^2\cdot\Theta_e(h_\alpha,\,-h_\alpha;\,0) + \\ & + I_p\,I_\alpha\cos(\varphi_p-\varphi_\alpha)\cdot(\vartheta_0(h_\alpha\,h_p;\,x_\alpha-x_p) + \vartheta_e(h_p,\,-h_\alpha;\,x_p-x_\alpha)) + \\ & + I_p\,I_\alpha\sin(\varphi_\alpha-\varphi_p)\cdot(\chi_0(h_\alpha\,h_p;\,x_\alpha-x_p) - \chi_e(h_p,\,-h_\alpha;\,x_p-x_\alpha)) \end{aligned}\right\} \quad (59)$$

In den Gleichungen (58) und (59) fällt auf, daß außer solchen Gliedern, die mit dem cos der Phasendifferenz der Ströme multipliziert sind, auch Glieder vorkommen, die den sin der Phasendifferenz enthalten. Mathematisch hat dies seinen Grund darin, daß diejenigen ϑ und χ-Funktionen, die mit den sin-Gliedern im Produkt auftreten, nicht einander gleich sind und damit ihre Differenz nicht verschwindet.

Nach den Gleichungen (51) und (52) sind die χ-Funktionen ein Maß für die gegenseitige Beeinflussung zweier Erdschleifen durch die galvanische Kopplung im Erdboden. Speziell $\chi_0(h_\alpha\,h_p;\,x_\alpha-x_p)$ ist die Wirkung, die vom Kabelleiter α auf den Luftleiter p ausgeübt wird. $\chi_e(h_p,\,-h_\alpha;\,x_p-x_\alpha)$ ist umgekehrt die Wirkung, die vom Luftleiter p auf den Kabelleiter ausgeübt wird. Die diesen beiden χ-Funktionen nach der Gleichung (52) entsprechenden Gegenwiderstände sind also im Falle eines Luftleiters und eines Kabelleiters nicht mehr einander gleich. Dasselbe gilt hinsichtlich der ϑ-Funktionen, die ein Maß für die magnetische Kopplung sind. Dabei muß allerdings hervorgehoben werden, daß der Unterschied der in Frage kommenden ϑ- und χ-Funktionen nur klein ist, da die großen, von k freien Glieder der die Differenz bildenden Funktionen noch miteinander übereinstimmen.

Um an Stelle von $\overline{W_a}$ in (59) wiederum den Ausdruck für die gesamte mittlere magnetische Energie $\overline{W_t}$ unter Berücksichtigung des magnetischen Feldes im Innern der metallischen Leiter zu erhalten, muß in dem allgemeinen Falle, wenn Kabelader und Kabelmantel stromdurchflossen sind, unter Berücksichtigung von (44) zu $\overline{W_a}$ noch addiert werden: $I_p^2/4 + \overline{W_{i\alpha}}$.

Der Zahlenfaktor 1/4 von I_p^2 läßt sich hierin wiederum durch Einführung der Hilfsgröße $ln\,g_0 = -1/4$ mit dem in $\Theta_0(h_p\,h_p;\,0)$ vorkommenden Logarithmus vereinigen. Das gleiche gilt von dem Faktor von I_α^2 in Gleichung (44), der sich wegen

Digitized by Google

$\frac{1}{4} + ln\frac{r_a}{a_\alpha} = ln\frac{r_a}{g_0 a_\alpha}$ mit dem in $\Theta_e(h_\alpha, -h_\alpha; 0)$ auftretenden Logarithmus zusammenfassen läßt. Auch in dem letzteren Fall hat dann

$$d_{\alpha\alpha} = a_\alpha \cdot g_0 = a_\alpha \cdot e^{-\frac{1}{4}} \tag{54a}$$

die Bedeutung des mittleren geometrischen Abstandes des kreisförmigen Querschnitts der Kabelader von sich selbst. Aus Zweckmäßigkeitsgründen wird es sich dann empfehlen, mit den Faktoren von $I_\alpha I_{m\alpha}\cos(\varphi_\alpha - \varphi_{m\alpha})$ und $I_{m\alpha}^2$ ebenso zu verfahren. Es werde daher gesetzt

$$-ln\, g_{m\alpha} = \frac{1}{2} - \frac{r_i^2}{r_a^2 - r_i^2}\cdot ln\frac{r_a}{r_i}, \qquad -ln\, g_m = \frac{r_i^4}{(r_a^2 - r_i^2)^2}\cdot ln\frac{r_a}{r_i} - \frac{3r_i^2 - r_a^2}{4(r_a^2 - r_i^2)}. \tag{60), (61}$$

Unter dem in $\Theta_e(h_\alpha, -h_\alpha; 0)$ vorkommenden Logarithmus treten dann nach Zusammenfassung die Produkte $r_a g_m$ und $r_a g_{m\alpha}$ auf, und es bedeutet

$$d_{mm} = r_a \cdot g_m \tag{61a}$$

den mittleren geometrischen Abstand des kreisringförmigen Querschnitts des Kabelmantels von sich selbst und

$$d_{m\alpha} = r_a \cdot g_{m\alpha} \tag{60a}$$

den mittleren geometrischen Abstand des kreisförmigen Querschnitts der Kabelader und des kreisringförmigen Querschnitts des Kabelmantels voneinander.

Entsprechend den früheren Gleichungen gilt jetzt wieder unter Fortlassung der mit k^2 behafteten Glieder

für den Selbstwiderstand einer Erdschleife, deren metallischer Leiter als Kabel im Erdboden liegt, sowohl für die Kabelader als auch für den Kabelmantel:

$$r_{\alpha\alpha} = \omega\cdot\chi_e(h_\alpha, -h_\alpha; 0) = \omega\cdot\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}\sqrt{2}\,k\,(h_\alpha - h_\alpha)\right) \equiv \omega\cdot\frac{\pi}{2} \tag{62}$$

für den Gegenwiderstand zweier Erdschleifen[1], deren metallische Leiter ein Luftleiter und ein Kabel sind, wobei es gleichgültig ist, ob es sich um die Kabelader oder um den Kabelmantel handelt,

für kleine Entfernungen bis zu 250 m bei 50 Hz

$$\left.\begin{aligned} r_{p\alpha} &= \omega\cdot\chi_e(h_p, -h_\alpha; x_p - x_\alpha) = \omega\cdot\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}\sqrt{2}\,k\,(h_p - h_\alpha)\right)\\ r_{\alpha p} &= \omega\cdot\chi_0(h_\alpha\, h_p; x_\alpha - x_p) = \omega\cdot\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}\sqrt{2}\,k\,(h_p + h_\alpha)\right)\end{aligned}\right\} \tag{63a}$$

für große Entfernungen bis herunter zu 1400 m ($t = |x_p - x_\alpha| \approx d_{p\alpha}$)

$$r_{p\alpha} = r_{\alpha p} = \frac{4\omega}{(k\,d_{p\alpha})^2}. \tag{63b}$$

Dabei soll sich in $r_{p\alpha}$ der erste der beiden Indizes immer auf den Leiter beziehen, von dem die Wirkung ausgeht, der zweite Index auf den Leiter, der die Wirkung empfängt.

Entsprechend soll geschrieben werden

für die Selbstinduktivität einer Erdschleife, deren metallischer Leiter als Kabel verlegt ist,

für die Kabelader

$$l_{\alpha\alpha} = \frac{1}{2} + 2\cdot ln\frac{r_a}{a_\alpha} + \Theta_e(h_\alpha, -h_\alpha; 0) = 1 + 2\cdot ln\frac{2}{k\,\gamma_0\cdot d_{\alpha\alpha}}, \tag{64a}$$

für den Kabelmantel

$$l_{mm} = -2\cdot ln\, g_m + \Theta_e(h_\alpha, -h_\alpha; 0) = 1 + 2\cdot ln\frac{2}{k\,\gamma_0\, d_{mm}}, \tag{64b}$$

[1] Der Gegenwiderstand zweier Erdschleifen, deren metallische Leiter die Kabelader und der Kabelmantel desselben Kabels bilden, ist, wie man leicht erkennt, identisch mit $r_{\alpha\alpha}$ nach Gleichung (62).

Digitized by Google

für die Gegeninduktivität zweier Erdschleifen, deren metallische Leiter einmal die Kabelader, das andere Mal der zugehörige Kabelmantel ist,

$$l_{m\alpha} = -2 \cdot ln\, g_{m\alpha} + \Theta_e(h_\alpha, -h_\alpha; 0) = 1 + 2 \cdot ln \frac{2}{k \gamma_0 d_{m\alpha}} \tag{65a}$$

für die Gegeninduktivität zweier Erdschleifen, deren metallische Leiter einmal der Luftleiter, das andere Mal die Kabelader oder der Kabelmantel ist, für kleine seitliche Abstände bis zu 250 m bei 50 Hz

$$\left.\begin{aligned} l_{p\alpha} &= \vartheta_e(h_p, -h_\alpha; x_p - x_\alpha) = 1 + 2\, ln \frac{2}{k \gamma_0 d_{p\alpha}} + \frac{2}{3}\sqrt{2}\, k\,(h_p - h_\alpha) \\ l_{\alpha p} &= \vartheta_0(h_p\, h_\alpha; x_p - x_\alpha) = 1 + 2\, ln \frac{2}{k \gamma_0 d_{p\alpha}} + \frac{2}{3}\sqrt{2}\, k\,(h_p + h_\alpha) \end{aligned}\right\} \tag{65b}$$

für große seitliche Abstände bis herunter zu 1400 m ($t = |x_p - x_\alpha| \approx d_{p\alpha}$)

$$\left.\begin{aligned} l_{p\alpha} &= \vartheta_e'(h_p, -h_\alpha; x_p - x_\alpha) = \frac{2\sqrt{2}\, k\, h_p}{(k\, d_{p\alpha})^2} \cdot \left[1 - \frac{h_\alpha}{h_p} + \frac{3}{(k\, d_{p\alpha})^2}\right] \approx 0 \\ l_{\alpha p} &= \vartheta_0'(h_p\, h_\alpha; x_p - x_\alpha) = \frac{2\sqrt{2}\, k\,(h_p + h_\alpha)}{(k\, d_{p\alpha})^2} \cdot \left(1 + \frac{3}{(k\, d_{p\alpha})^2}\right) \approx 0 \end{aligned}\right\} \tag{65c}$$

Über die Bedeutung der Stellung der beiden Indizes gilt dasselbe wie vorher. In den Gleichungen (64a, b und 65a) fallen die mit k behafteten Glieder heraus.

Mit Hilfe dieser Widerstands- und Induktionskoeffizienten schreiben sich dann, wenn wieder der Kürze halber $I_{m\alpha} = 0$ angenommen wird, die mittleren Wärmeverluste

$$\left.\begin{aligned} \overline{Q} = I_p^2 \cdot r_{pp} + I_\alpha^2 \cdot r_{\alpha\alpha} + I_p\, I_\alpha \cos(\varphi_p - \varphi_\alpha) \cdot (r_{\alpha p} + r_{p\alpha}) - \\ - I_p\, I_\alpha \sin(\varphi_p - \varphi_\alpha) \cdot \omega\,(l_{p\alpha} - l_{\alpha p}) \end{aligned}\right\} \tag{66a}$$

und die gesamte mittlere magnetische Energie

$$\left.\begin{aligned} \overline{Wt} = \frac{1}{2} l_{pp} I_p^2 + \frac{1}{2} l_{\alpha\alpha} I_\alpha^2 + I_p\, I_\alpha \cos(\varphi_p - \varphi_\alpha) \cdot \frac{l_{\alpha p} + l_{p\alpha}}{2} + \\ + I_p\, I_\alpha \sin(\varphi_p - \varphi_\alpha) \cdot \frac{r_{p\alpha} - r_{\alpha p}}{2} \end{aligned}\right\} \tag{66b}$$

Wie vorher kann man aus diesen Gleichungen auch wieder die Ausdrücke für die Momentanwerte beider Energien ableiten. Wird $i_p = \sqrt{2} \cdot I_p \sin(\omega t + \varphi_p)$ gesetzt mit einer entsprechenden Gleichung für den Strom in der Kabelader und

$$i_p' = \sqrt{2}\, I_p \cos(\omega t + \varphi_p) = \sqrt{2\, I_p^2 - i_p^2}$$

mit einem analogen Ausdruck für i_α', so folgt

für den Momentanwert der Wärmeverluste

$$Q = i_p^2 \cdot r_{pp} + i_\alpha^2 \cdot r_{\alpha\alpha} + 2\, i_p\, i_\alpha \cdot \frac{r_{\alpha p} + r_{p\alpha}}{2} - i_\alpha\, i_p' \cdot \omega\, l_{\alpha p} - i_p\, i_\alpha' \cdot \omega\, l_{p\alpha}$$

und für den Momentanwert der magnetischen Energie

$$W_t = \frac{1}{2} l_{pp} i_p^2 + \frac{1}{2} l_{\alpha\alpha} i_\alpha^2 + i_p\, i_\alpha \cdot \frac{l_{\alpha p} + l_{p\alpha}}{2} + \frac{1}{2} i_\alpha\, i_p' \cdot r_{\alpha p} + \frac{1}{2} i_p\, i_\alpha' \cdot r_{p\alpha}.$$

Bei dem gleichzeitigen Vorhandensein von Luftleitern und Kabelleitern gelten also für die Wärmeverluste und die magnetische Energie nicht mehr die einfachen, übersichtlich aufgebauten Ausdrücke (53) und (55), sondern es treten in diesem Falle die komplizierteren Ausdrücke (66a) und (66b) an ihre Stelle.

Die vorstehenden Ergebnisse können dahin zusammengefaßt werden: Bestehen die metallischen Leiter mehrerer Erdschleifen sowohl aus Luftleitern als auch aus Kabelleitern, so lassen sich zwar auch noch in diesem Fall stets solche von der Größe und der Phasenlage der Ströme unabhängige Widerstands- und Induktionskoeffizienten definieren, daß durch sie die Wärmeverluste und die gesamte magnetische Energie dargestellt werden können. Bei beiden Arten von Koeffizienten sind aber streng genommen diejenigen unter ihnen, die sich auf die gegenseitige Wirkung von Luftleitern und Kabelleitern beziehen, voneinander verschieden, und es lassen sich

Digitized by Google

daher durch sie die Wärmeverluste und die magnetische Energie nicht mehr durch eine einfache quadratische homogene Form der Ströme darstellen.

Das gleiche gilt auch, wenn es sich um zwei oder mehrere Erdschleifen handelt, deren metallische Leiter durchweg aus Kabelleitern bestehen. Auch in diesem Fall sind die gegenseitigen Koeffizienten zweier solcher Erdschleifen streng genommen nicht mehr einander gleich.

H. Das Induktionsgesetz unter Berücksichtigung des Erdfeldes.

Außer den im vorhergehenden Abschnitt durchgeführten energetischen Betrachtungen interessiert noch die Frage nach der Größe der von irgendwelchen stromdurchflossenen Erd- oder metallischen Leiterschleifen in einer benachbarten Schleife induzierten Umlaufspannung unter Berücksichtigung des Erdfeldes. Die Schleifen sollen dabei alle parallel verlaufen. Diese Aufgabe kann als gelöst betrachtet werden, sobald der magnetische Fluß bekannt ist, der eine solche Schleife im Felde der anderen Schleifen durchsetzt. Zunächst werde angenommen, die induzierte Schleife bestehe aus einem linearen, parallel zur Erdoberfläche verlaufenden Leiter, der entweder über oder unter der Erdoberfläche liegt, in diesem Falle aber isoliert zu denken ist, während der zweite, zu dem ersten parallele Schleifenleiter sehr weit entfernt gedacht werden soll. Für eine solche Schleife möge der Fluß berechnet werden, der sie pro Längeneinheit durchflutet. Von den Querverbindungen der Schleifen soll dabei ein für allemal gelten, daß sie ganz in Querschnittsebenen verlaufen. Als positiver Umlaufsinn werde diejenige Umlaufsrichtung gewählt (s. Bild 4), die an dem im Endlichen gelegenen Leiter q bzw. α im Sinne der positiven z-Richtung entlang führt. Dann ist der Fluß pro Zentimeter Schleifenlänge nach dem Satz von Stokes unter Benutzung der Gleichung (5)

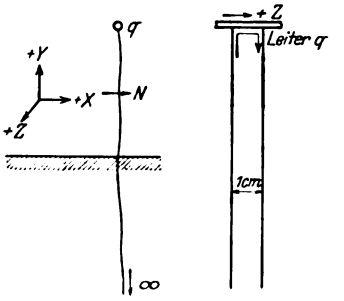


Bild 4. Positive Flußrichtung und positiver Umlaufssinn in der Schleife: Leiter p — unendlich ferner Leiter.

$$\Phi_{q\infty} = \int \mathfrak{H}_N \, dF = c \cdot \int \mathrm{rot}_N \mathfrak{A} \cdot dF = c \cdot \oint \mathfrak{A} \, d\mathfrak{s} \, .$$

Der Vektor $\mathfrak{A}$ hat im vorliegenden Falle nur eine z-Komponente. Das skalare Produkt $\mathfrak{A}\, d\mathfrak{s}$ verschwindet also an der langen Seite des durchfluteten Rechtecks. Es verschwindet aber auch für die untere kurze Seite, da das Vektorpotential im Unendlichen gegen Null geht. Es bleibt demnach nur der Wert von $\mathfrak{A}$ längs der kurzen Rechteckseite übrig, die am metallischen Leiter anliegt, und es wird daher

$$\Phi_{q\infty} = c \cdot \mathfrak{A}(q) = c \cdot u(q) \quad \text{bzw.} \quad c \cdot v(q) \, .$$

Für u bzw. v lassen sich die Werte aus den Gleichungen (41) oder (42) einsetzen. Sind beispielsweise zwei induzierende Luftleiter vorhanden, die die Ströme $\mathfrak{J}_1$ und $\mathfrak{J}_2$ führen, so wird Φ für einen gleichfalls in Luft verlegten Leiter

$$\Phi_{q\infty} = \mathfrak{J}_1 \cdot \Theta_0(h_1 h_q; x_q - x_1) + \mathfrak{J}_2 \cdot \Theta_0(h_2 h_q; x_q - x_2) - \\ - j \cdot [\mathfrak{J}_1 \cdot \chi_0(h_1 h_q; x_q - x_1) + \mathfrak{J}_2 \cdot \chi_0(h_2 h_q; x_q - x_2)] \, .$$

Bei dem angegebenen Wert des Flusses wird die pro Längeneinheit zwischen dem Leiter q und dem unendlich fernen Leiter induzierte Umlaufspannung $\delta \mathfrak{U}_{iq\infty} = -j\omega \Phi_{q\infty}$, und wenn in bezug auf die in dem Ausdruck für $\Phi_{q\infty}$ auftretenden Θ- und χ-Funktionen die Gleichungen (52) und (57) beachtet werden, so folgt

$$\delta \mathfrak{U}_{iq\infty} = -\mathfrak{J}_1 \cdot (r_{1q} + j\omega l_{1q}) - \mathfrak{J}_2 \cdot (r_{2q} + j\omega l_{2,}) \, . \qquad (67)$$

Ist der induzierte Leiter als Kabel (Index α) in den Erdboden verlegt, so ist in der letzten Gleichung überall α an Stelle von q zu setzen, und es muß streng genommen auf die Reihenfolge der Indizes von l und r geachtet werden.

Führt der Leiter q der induzierten Schleife selbst einen Strom $\mathfrak{J}_q$, so ist offenbar nach Gleichung (41), wenn das Feld im Innern des jetzt nicht mehr linearen Leiters

Digitized by Google

mitberücksichtigt wird, der Ausdruck für $\delta \mathfrak{U}_{iq\infty}$, um das Glied $-\mathfrak{J}_q \cdot (r_{qq} + j\omega l_{qq})$ zu erweitern.

Die pro Längeneinheit der Schleife: Leiter p oder α unendlich ferner Leiter induzierte Umlaufspannung setzt sich also zusammen aus einer induktiven Komponente, die vom Magnetfeld herrührt und dem erzeugenden Strom um 90° nacheilt, und einer Wirkkomponente, die von dem Strömungsfelde herrührt und in Gegenphase mit dem erzeugenden Strom ist.

Um die Umlaufspannung zu bekommen, die beispielsweise wieder von den beiden Luftleitern mit den Strömen $\mathfrak{J}_1$ und $\mathfrak{J}_2$ in einer ganz im Endlichen gelegenen metallischen Leiterschleife mit den Leitern p und q induziert wird, ist es nur nötig, die beiden EMKe, die in den beiden Schleifen $p\,\infty$ und $q\,\infty$ erzeugt werden, voneinander zu subtrahieren. Liegt z. B. dieser zweite Leiter auf der Erdoberfläche, von der aber isoliert zu denken ist, und wird er durch den Index e charakterisiert, so berechnet sich die in der Schleife der Leiter q und e pro Längeneinheit induzierte Umlaufspannung

$$\left.\begin{aligned}\delta \mathfrak{U}_{iqe} &= -\mathfrak{J}_1 \cdot (r_{1q} - r_{1e} + j\omega (l_{1q} - l_{1e})) - \mathfrak{J}_2 (r_{2q} - r_{2e} + j\omega (l_{2q} - l_{2e})) \\ &= -j\omega c \cdot (u(q) - u(e)) = -j\omega \Phi_{qe}\end{aligned}\right| \quad (68)$$

Von dieser ebengenannten Umlaufspannung ist die Spannung zu unterscheiden, die pro Längeneinheit zwischen dem Luftleiter q und der Erdoberfläche auftritt. Es werde die Lage des Rückweges auf der Erdoberfläche in diesem Fall wiederum durch den Index e gekennzeichnet. Dann gilt nach dem ersten Maxwellschen Satz

$$\delta \mathfrak{U}_{qe} - \frac{1}{\varkappa_e} \cdot \mathfrak{i}(e) = -j\omega \Phi_{qe}.$$

Nach Gleichung (7) ist aber an der Erdoberfläche

$$\mathfrak{i}(e) = -\frac{1}{\pi} \cdot u(e), \quad \frac{\mathfrak{i}_e}{\varkappa_e} = -\frac{1}{\pi \varkappa_e} \cdot u(e) = -j\omega c \cdot u(e)$$

und folglich wird mit Rücksicht auf Gleichung (68)

$$\delta \mathfrak{U}_{qe} = -j\omega c \cdot u(q) = \delta \mathfrak{U}_{iq\infty} = -\mathfrak{J}_1 (r_{1q} + j\omega l_{1q}) - \mathfrak{J}_2 (r_{2q} + j\omega l_{2q}). \quad (69)$$

Diese Gleichung gilt auch dann noch, wenn der induzierte Leiter q kein Luftleiter, sondern ein Kabelleiter ist, in welchem Falle nur an Stelle von $u(q)$ $v(q)$ tritt, oder, wenn unter den induzierenden Leitern auch Kabelleiter vorhanden sind. Sie bleibt auch noch bestehen, wenn der induzierte Leiter q selbst einen Strom $\mathfrak{J}_q$ führt. Nur muß dann, wenn von seinem Ohmschen Widerstand abgesehen wird, in den Ausdruck (69) noch das Glied $-\mathfrak{J}_q \cdot (r_{qq} + j\omega l_{qq})$ mit aufgenommen werden.

Aus der Gleichung (69) geht hervor: Um die Spannung zu berechnen, die von irgendwelchen stromdurchflossenen Schleifen zwischen einem beliebigen metallischen Schleifenleiter und der Erdoberfläche erzeugt wird, genügt es, diejenige Umlaufspannung zu bestimmen, die von diesen stromdurchflossenen Schleifen in der aus dem betrachteten Leiter und einem unendlich fernen Leiter gebildeten Schleife induziert wird.

Nach diesem Satz lauten also bei Vernachlässigung der Drahtwiderstände die allgemeinen Induktionsgleichungen für die Längeneinheit zwischen zwei Erdschleifen mit dem Strömen $\mathfrak{J}_1$ und $\mathfrak{J}_2$, die von den äußeren Spannungen $\mathfrak{U}_1$ und $\mathfrak{U}_2$ zwischen Leiter und Erdoberfläche unterhalten werden, und zwischen einer dritten in sich kurz geschlossenen Erdschleife mit dem Strom $\mathfrak{J}_3$

$$\mathfrak{U}_1 = \mathfrak{J}_1 (r_{11} + j\omega l_{11}) + \mathfrak{J}_2 (r_{21} + j\omega l_{21}) + \mathfrak{J}_3 (r_{31} + j\omega l_{31}), \quad (70a)$$

$$\mathfrak{U}_2 = \mathfrak{J}_1 (r_{12} + j\omega l_{12}) + \mathfrak{J}_2 (r_{22} + j\omega l_{22}) + \mathfrak{J}_3 (r_{32} + j\omega l_{32}), \quad (70b)$$

$$0 = \mathfrak{J}_1 (r_{13} + j\omega l_{13}) + \mathfrak{J}_2 (r_{23} + j\omega l_{23}) + \mathfrak{J}_3 (r_{33} + j\omega l_{33}). \quad (70c)$$

In diesen Gleichungen sind unter Umständen, wenn Kabelleiter vorhanden sind, die l_{13}, l_{31} usw. voneinander verschieden.

Es läßt sich leicht zeigen, daß diese Gleichungen das Energieprinzip befriedigen. Werden die Ströme $\mathfrak{J}_1$, $\mathfrak{J}_2$ und $\mathfrak{J}_3$ wiederum in der Form geschrieben $I_1 e^{i\varphi_1}$, $I_2 e^{i\varphi_2}$, $I_3 e^{i\varphi_3}$, so bedeutet nach Multiplikation der Gleichung (70a) mit $I_1 e^{-i\varphi_1}$ der reelle Teil

Digitized by Google

von $\mathfrak{U}_1 I_1 e^{-i\varphi_1}$ die Wirkleistung der an der Erdschleife 1 liegenden äußeren Spannung, der imaginäre Teil dieses Produktes die Blindleistung dieser Spannung. Entsprechendes gilt von der Multiplikation von $\mathfrak{U}_2$ mit $I_2 e^{-i\varphi_2}$. Wird schließlich auch noch Gleichung (70c) mit $I_3 e^{-i\varphi_3}$ multipliziert und werden alle drei Gleichungen addiert, so ergeben die linken Seiten in ihrem reellen Teil die Wirkleistungen der beiden äußeren Spannungen an den Erdschleifen 1 und 2. Ihre Summe muß nach dem Energieprinzip den mittleren Wärmeverlusten im Erdboden gleich sein. Für diese Wärmeverluste gilt aber die Gleichung (53) bzw. (66a), und tatsächlich erhält man auch diese Gleichung als den reellen Teil der Summe der rechten Seiten.

Der imaginäre Teil der Summe ergibt auf der linken Seite die Summe der Blindleistungen der beiden äußeren Spannungen, und diese ist bekanntlich das 2ωfache der mittleren magnetischen Energie des Stromsystems. Wird hierfür aber der Ausdruck nach Gleichung (55) gesetzt, so stimmen die linken und rechten Seiten der Summe auch in den imaginären Teilen überein. Die Gleichungen (70) stehen also mit dem Energieprinzip im Einklang und können als der vollwertige Ausdruck des allgemeinen Induktionsgesetzes zwischen Leiterschleifen unter Berücksichtigung des Erdfeldes angesehen werden.

In den Fällen, in denen im vorstehenden ein Kabelleiter betrachtet wurde, wurde zumeist angenommen, daß nicht nur ein Strom in der Kabelader fließt, sondern auch im Kabelmantel. Die Größe des Stromes im Kabelmantel war bisher immer als bekannt vorausgesetzt worden. Im allgemeinen wird sie aber nicht von vornherein bekannt sein. Durch die Gleichung (70) ist jetzt aber die Möglichkeit gegeben, den Kabelmantelstrom zu berechnen.

Das Kabel sei z. B. ein asphaltbewehrtes Schwachstromkabel ohne Eisenbandarmierung, das in mehr oder weniger großer Entfernung auf seiner ganzen Länge parallel zu stromführenden Starkstromleitungen verläuft. Wegen der Erdung an den Kabelmuffen ist der Kabelmantel aufzufassen als ein metallischer Leiter mit Rückleitung über die Erde. Der Einfachheit halber werde angenommen, daß nur die Anfangs- und Endmuffe geerdet sind. Dann werden auch nur die Erdungsleitungen dieser beiden Muffen den induzierten Kabelmantelstrom zur Erde überleiten, und es muß natürlich der Gesamtwiderstand dieser beiden Erdungen bei der Aufstellung der Spannungsgleichung für die Stromschleife: Kabelmantel — Erde mitberücksichtigt werden.

Besteht dann die induzierende Leitung z. B. aus einem einzigen metallischen Luftleiter mit dem Strom $\mathfrak{J}_1$, der durch die Erde zurückgeleitet wird, so wird nach Gleichung (70) für eine Länge des Parallellaufs von s cm, wenn r_m den Ohmschen Widerstand des Kabelmantels bedeutet:

$$\mathfrak{J}_1 (r_{1\alpha} + j\omega l_{1\alpha}) + \mathfrak{J}_{m\alpha}\left(\frac{2R}{s} + r_{\alpha\alpha} + r_m + j\omega l_{mm}\right) = 0. \tag{71}$$

Daraus folgt sofort

$$\mathfrak{J}_{m\alpha} = -\mathfrak{J}_1 \cdot \frac{r_{1\alpha} + j\omega l_{1\alpha}}{\frac{2R}{s} + r_{\alpha\alpha} + r_m + j\omega l_{mm}}. \tag{71a}$$

l_{mm} ist hierin nach Gleichung (64b) in seiner Bedeutung festgelegt.

I. Anwendung der Theorie auf praktische Beispiele. Es sollen nacheinander eine Reihe verschiedener Fälle betrachtet werden[1].

1. Ein oder mehrere metallische Leiter bilden die gemeinsame Hinleitung, die Erde bilde die gemeinsame Rückleitung.

[1] Die in den folgenden Formeln vorkommenden Längen sind, soweit nicht ausdrücklich etwas anderes gesagt wird, in cm einzusetzen. Entsprechender Wert von $k = 2 \cdot 10^{-5}$ cm^{-1}.

Digitized by Google

a) Es möge zunächst unter dieser Annahme die Selbstinduktivität einer Erdschleife berechnet werden, und zwar für die drei Fälle, daß nur ein einziger, zwei oder drei metallische Luftleiter vorhanden sind. Der letzte Fall liegt z. B. für die dritte Harmonische eines Drehstromsystems vor, dessen Sternpunkte am Anfang und am Ende geerdet sind. Die unten angegebenen Formeln für die Selbstinduktivität ergeben sich am einfachsten, wenn von dem Ausdruck (55) ausgegangen wird. Man findet so ohne Schwierigkeit, wenn in den Formeln für l nur bis zu dem mit k behafteten Gliede gegangen wird und die Radien aller Leiter einander gleich und gleich a sind, für die Selbstinduktivität

bei einem Leiter $$L_I = \left(\frac{3}{2} + 2 \cdot ln \frac{2}{k \gamma_n a} + \frac{4}{3}\sqrt{2}kh\right) \cdot 10^{-4} \text{ H/km}, \tag{72}$$

bei zwei Leitern (d_{12} direkter Abstand der beiden Leiter)

$$L_{II} = \left(\frac{5}{4} + 2 \cdot ln \frac{2}{k \gamma_0 \sqrt{a d_{12}}} + \frac{4}{3}\sqrt{2}k h_m\right) \cdot 10^{-4} \text{ H/km}, \quad \text{mit } h_m = \frac{1}{2}(h_1 + h_2) \tag{73}$$

bei drei Leitern $$L_{III} = \left(\frac{7}{6} + 2 \cdot ln \frac{2}{k \gamma_0 \sqrt[3]{a d^2_m}} + \frac{4}{3}\sqrt{2}k h_m\right) \cdot 10^{-4} \text{ H/km} \tag{74}$$

$$\text{mit } h_m = \frac{1}{3}(h_1 + h_2 + h_3) \text{ und } d_m = \sqrt[3]{d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{13}}.$$

Um einen Begriff von dem Größenverhältnis der drei Induktivitäten zu geben, sollen sie für praktische Verhältnisse zahlenmäßig berechnet werden. Es sei $a = 0{,}6$ cm, $h = h_m = 1200$ cm, $d = d_{1,2} = d_{2,3} = 350$ cm und $d_{1,3} = 700$ cm. Dann wird mit $k = 2{,}10^{-5}$ cm^{-1} bei 50 Hz

$$L_I = 24{,}44 \cdot 10^{-4} \text{ H/km}, \quad L_{II} = 17{,}82 \cdot 10^{-4} \text{ H/km}, \quad L_{III} = 15{,}27 \cdot 10^{-4} \text{ H/km}$$

und bei 150 Hz $L_{III} = 14{,}24 \cdot 10^{-4}$ H/km.

b) An zweiter Stelle soll die Spannung berechnet werden, die durch die Wirkung der in der angegebenen Weise durchströmten Luftleiter zwischen einem zu ihnen parallel verlaufenden Luftleiter p und der Erdoberfläche auftritt. Diese Spannung ist nach den Induktionsgleichungen (70)

bei einem einzigen induzierenden Luftleiter mit dem über die Erde zurückfließenden Strom $\mathfrak{J}_1$

$$\delta \mathfrak{U}_{pe} = -\mathfrak{J}_1 (r_{1p} + j\omega l_{1p}), \tag{75}$$

bei drei induzierenden Luftleitern, von denen jeder den gleichen Strom $\mathfrak{J}$ führt:

$$\delta \mathfrak{U}_{pe} = -3\mathfrak{J} \cdot (r_{mp} + j\omega l_{mp}). \tag{76}$$

Wird in den Gleichungen (75) und (76) $\mathfrak{J}$ in A gemessen und werden r und ωl in Ohm/km errechnet, so erhält man δU in V/km. r_{1p} und l_{1p} sind in diesen Formeln nach den Gleichungen (52) und (57) berechenbar, ebenso r_{mp} und l_{mp}, wenn

$$h_m = \frac{1}{3}(h_1 + h_2 + h_3) \qquad d_{mp} = \sqrt[3]{d_{1p} \cdot d_{2p} \cdot d_{3p}}$$

gesetzt wird und z. B. d_{1p} der direkte Abstand der Leiter 1 und p ist. Die Multiplikation der aus (52) und (57) berechneten Zahlenwerte mit 10^{-4} gibt r oder ωl in Ohm/km. Mit $h_1 = h_m = 1200$ cm, $h_p = 600$ cm und $d_{1p} = d_{mp} = 5000$ cm wird

bei 50 Hz	und	bei 150 Hz
$r_{1p} = r_{mp} = 0{,}049$ Ohm km		$r_{mp} = 0{,}14$ Ohm/km
$l_{1p} = l_{mp} = 5{,}87 \cdot 10^{-4}$ H/km		$l_{mp} = 4{,}8 \cdot 10^{-4}$ H/km

und damit bei 50 Hz die Spannung $\delta U = 19$ V/100 A km.

Enthält die Grundwelle des die drei Leiter durchfließenden Drehstromes eine dritte Oberwelle von 5%, so ergibt sich

$\delta U_{pe} = 0{,}05 \cdot 142 = 7{,}1$ V/100 A km Grundwellenstrom eines Leiters.

Zur besseren Übersicht ist noch für den Fall der Gleichung (75) in Bild 5 die durch eine stromdurchflossene einfache Erdschleife in einer benachbarten zweiten

Digitized by Google

Erdschleife induzierte Spannung nach Größe und Phasenlage für verschiedene Entfernungen vektoriell dargestellt. Man erkennt aus diesem Bild, daß die induzierte Spannung höchstens um 180° hinter dem induzierenden Strom nacheilen kann.

c) In einem weiteren Beispiel soll zahlenmäßig die Wirkung des Kabelmantels eines beeinflußten Kabels untersucht werden. Unter den zu Gleichung (71) angeführten Bedingungen werde angenommen, daß nur ein einziger induzierender Luftleiter vorhanden ist. Seine Höhe über der Erdoberfläche betrage 1200 cm. Das Schwachstromkabel sei 200 cm tief in die Erde verlegt. Sein Bleimantel habe den Innenradius 1,0 cm, den Außenradius 1,2 cm. Der direkte Abstand zwischen Luftleiter und Kabel belaufe sich auf 5000 cm, die Länge des Parallellaufs auf 20 km. Bei den angegebenen Abmessungen des Bleimantels wird sein kilometrischer Gleichstromwiderstand $r_m = 1{,}52$ Ohm/km.

Der Kabelmantelstrom berechnet sich dann für einen Wechselstrom von 50 Hz mit Hilfe von Gleichung (71a), wenn für eine Muffe ein Erdungswiderstand von 5 Ohm angenommen wird, zu $I_m = 8{,}42$ A pro 100 A induzierenden Strom in der Erdschleife

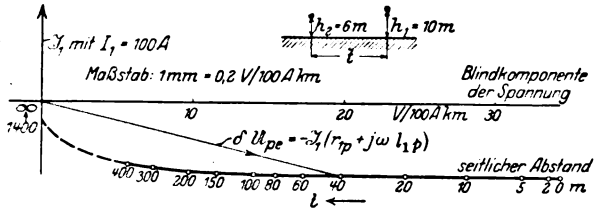


Bild 5. Größe und Phasenlage der Spannung, die eine stromdurchflossene Erdschleife in einer zweiten Erdschleife zwischen Leiter und Erdoberfläche erzeugt, in Abhängigkeit des seitlichen Abstandes.

des Luftleiters. Für die Spannung, die zwischen der Kabelader und der Erdoberfläche unter Berücksichtigung des Kabelmantelstromes auftritt, folgt aus den Gleichungen (70) und dem Ausdruck von $I_{m\,a}$ nach Gleichung (71).

$$\delta \mathfrak{U}_{a\,e} = -\mathfrak{J}_1 (r_{1\,a} + j\,\omega\, l_{1\,a}) \cdot \frac{2\,R/s + r_m + j\,\omega\,(l_{m\,m} - l_{m\,a})}{2\,R/s + r_{a\,a} + r_m + j\,\omega\, l_{m\,m}} \text{ V/km} . \qquad (77)$$

In Gleichung (77) werden zweckmäßig alle r und ωl in Ohm/km eingesetzt. Dementsprechend sind in die Gleichung der Erdungswiderstand R in Ohm und die Länge s in km einzuführen. Die Differenz $\omega\,(l_{m\,m} - l_{m\,a})$ ist gegen r_m außerordentlich klein. Es ist daher der Bruch

$$\tau = 1 : \sqrt{\left(1 + \frac{r_{a\,a}}{r_m + (2\,R/s)}\right)^2 + \left(\frac{\omega\, l_{m\,m}}{r_m + 2\,R/s}\right)^2} \qquad (77a)$$

direkt ein Maß für die Verkleinerung, die die zwischen der Kabelader und der Erdoberfläche auftretende Spannung durch den Einfluß des Kabelmantelstromes erfährt. Für die angegebenen Zahlenwerte wird $\tau = 0{,}93$. Die Herabsetzung beträgt also $7{,}0\,\%$.

d) Als letztes Beispiel werde in Gegenüberstellung zu c) die Wirkung des Kabelmantels bei einem beeinflussenden Kabel untersucht. Zur Fixierung der Vorstellung werde angenommen, daß es sich dabei um ein einadriges, lediglich asphaltbewehrtes Hochspannungskabel handelt, das zusammen mit zwei anderen Kabeln der gleichen Art zu einer Drehstrom-Hochspannungskabelleitung gehört. Der die Kabelleitung speisende Hochspannungstransformator sei im Nullpunkt geerdet.

In der Kabelleitung trete plötzlich an ihrem Ende außerhalb des Kabels ein Erdkurzschluß auf. Die beiden gesunden Kabeladern scheiden unter diesen Umständen für eine Wirkung nach außen hin praktisch aus, weil einmal der in ihnen fließende Ladestrom sehr viel kleiner ist als der Erdkurzschlußstrom und außerdem

Digitized by Google

dieser Ladestrom nur in der engen Schleife zwischen Kabelader und Kabelmantel fließt. Der Erdkurzschlußstrom $\mathfrak{J}_a$ fließt in der Schleife: Kabelader — Erde, wobei er über die Erdungen am Anfang und Ende der Leitung geht. Er induziert dabei im Kabelmantel eine Spannung gegen Erde, der zufolge sich wegen der Erdung der Muffen im Kabelmantel ein Strom ausbilden wird. Die Anfangs- und Endmuffen, die allein geerdet sein mögen, sollen den Erdungswiderstand R haben. Man findet unter diesen Annahmen bei einer Länge s des Kabels in km für den Kabelmantelstrom die Gleichung

$$\mathfrak{J}_{ma} = -\mathfrak{J}_a \cdot \frac{r_{aa} + j\omega l_{ma}}{\frac{2R}{s} + r_m + r_{aa} + j\omega l_{mm}}. \tag{78}$$

Da in dieser Gleichung l_{ma} größer ist als l_{1a} in der entsprechenden Gleichung (71a), so wird unter sonst gleichen Verhältnissen der Kabelmantelstrom größer ausfallen als früher.

Verläuft parallel zur Kabelleitung ein einzelner an den Enden offener Luftleiter 1, so folgt nach den Gleichungen (70) für die Spannung, die zwischen diesem Luftleiter und der Erde auftritt, mit Berücksichtigung von Gleichung (78)

$$\delta \mathfrak{U}_{1e} = -\mathfrak{J}_a (r_{a1} + j\omega l_{a1}) \cdot \frac{2R/s + r_m + j\omega (l_{mm} - l_{ma})}{2R/s + r_m + r_{aa} + j\omega l_{mm}}. \tag{79}$$

Wegen der Maßeinheiten in Gleichung (78) und (79) wird auf die Bemerkung zu Gleichung (77) verwiesen. Die Gleichung (79) stimmt bis auf den in Strenge bestehenden Unterschied zwischen r_{1a}, r_{a1} und l_{1a}, l_{a1} vollkommen mit der Gleichung (77) überein. Es ergibt sich daher in diesem Falle als Wirkung des Kabelmantelstromes derselbe Verkleinerungsfaktor τ für die induzierte Spannung wie im vorher betrachteten Falle des beeinflußten Kabels.

Als numerisches Beispiel zur Berechnung des Kabelmantelstromes mögen folgende Zahlenwerte angenommen werden: $l = 20$ km, $R = 5$ Ohm, $r_a = 1{,}8$ cm, $r_1 = 1{,}5$ cm. Daraus folgt für den kilometrischen Gleichstromwiderstand des Bleikabels $r_m = 0{,}675$ Ohm/km und für den Kabelmantelstrom $I_m = 49$ A/100 A induzierenden Strom der Kabelader.

2. Es sind in Luft zwei bzw. drei metallische Leiter vorhanden, die ein geschlossenes Stromsystem bilden.

a) Zuerst soll im Falle zweier Luftleiter untersucht werden, zu welcher Formel man für die Selbstinduktivität einer einfachen Hin- und Rückleitung unter Berücksichtigung des Erdfeldes gelangt. Am bequemsten geht man zu diesem Zweck wiederum von der Gleichung (55) aus. Für den vorliegenden Fall ist in dieser Gleichung $I_3 = 0$, $I_1 = I_2 = I$ und $\varphi_2 = \varphi_1 + \pi$ zu setzen. Der für diese Werte erhaltene Ausdruck für W_t muß dann gleich $1/2 \cdot L I^2$ sein. Man erhält nach einigen Umformungen bei gleichen Drahtradien beider Luftleiter für

$$L = \left(1 + 4 \cdot ln \frac{d}{a} - \frac{1}{8} \pi k^2 d^2\right) \cdot 10^{-4} \text{ H/km} \tag{80}$$

d ist hierin der Abstand der beiden Luftleiter in cm ($k = 2 \cdot 10^{-5}$).

$1/8 \cdot \pi k^2 d^2$ ist das Korrekturglied, das durch den Einfluß des Erdbodens hineinkommt. Es ist von der Höhe beider Leiter über den Erdboden bis zu den mit k^2 behafteten Gliedern unabhängig. Seiner Größe nach ist es im allgemeinen gegen die übrigen Klammergrößen vernachlässigbar klein, denn mit $k^2 = 4 \cdot 10^{-10}$ und einem Abstand d beider Luftleiter von 200 cm wird $1/8 \cdot \pi k^2 d^2 = 2\pi \cdot 10^{-6}$.

b) Ebenso einfach lassen sich für den schon soeben betrachteten Fall zweier Luftleiter, die die Hin- und Rückleitung einer einphasigen Wechselstromleitung bilden, und für den Fall dreier von einem symmetrischen Drehstrom durchflossenen Leiter die Wirbelstromverluste berechnen, die durch die Induktionsströme der Magnetfelder dieser Leitungen im Erdboden hervorgerufen werden. Nach einigen Umformungen erhält man aus Gleichung (55), wenn der Strom in A gemessen wird,

Digitized by Google

für die Wirbelstromverluste einer Einphasenleitung im Erdreich

$$\bar{Q}_w = \frac{1}{2}\,\omega\, k^2 d^2 \cdot I^2 \cdot \left[ln \frac{1}{k\,\gamma_0 h_m} - \frac{1}{4}\right] \cdot 10^{-4} \text{ W/km} \tag{81}$$

d Abstand in cm, $h_m = 1/2 \cdot (h_1 + h_2)$ in cm,

für die Wirbelstromverluste einer Drehstromleitung im Erdreich

$$\bar{Q}_w = \frac{3}{4}\,\omega\, k^2 d^2 \cdot I^2 \cdot \left[ln \frac{1}{k\,\gamma_0 h_m} + \frac{5}{4} - \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{\Delta h}{d_m}\right)^2\right] \cdot 10^{-4} \text{ W/km}, \tag{82}$$

worin bedeutet $h_m = 1/3 \cdot (h_1 + h_2 + h_3)$ cm,

$3\,d_m^2 = d_{12}^2 + d_{13}^2 + d_{23}^2$ in cm^2, $3\,(\Delta h)^2 = (h_1 - h_2)^2 + (h_1 - h_3)^2 + (h_2 - h_3)^2$ in cm^2.

Die Wirbelstromverluste sind natürlich unter praktischen Verhältnissen gegenüber den anderen Leitungsverlusten vernachlässigbar klein. Bei den üblichen Abmessungen der Drehstromhochspannungsleitungen wird bei einem Strom von 150 A $\bar{Q}_w = 1{,}7$ W/km.

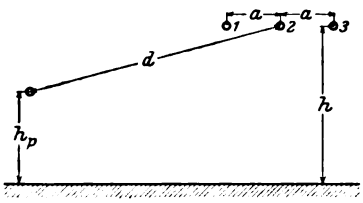


Bild 6.

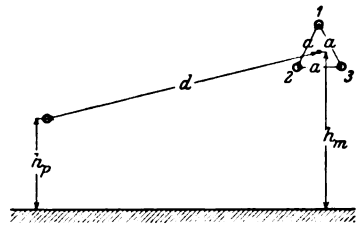


Bild 7.

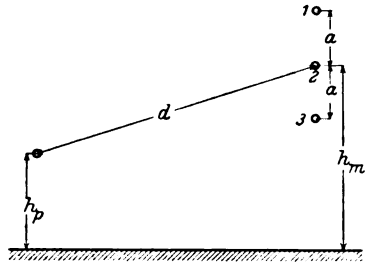


Bild 8.

c) Als Gegenstück zu 1b) werde auch die Spannung berechnet, die durch eine symmetrisch belastete Drehstromleitung zwischen einem parallel zu ihr verlaufenden Luftleiter p und der Erdoberfläche auftritt. Zur Berechnung dieser Spannung stehen die Gleichungen (70) zur Verfügung. Darnach ist

$$\delta \mathfrak{U}_{pe} = -\mathfrak{J}_1 (r_{1p} + j\,\omega\, l_{1p}) - \mathfrak{J}_2 (r_{2p} + j\,\omega\, l_{2p}) - \mathfrak{J}_3 \cdot (r_{3p} + j\,\omega\, l_{3p}).$$

Setzt man hierin für r_{1p}, l_{1p} usw. die bekannten Ausdrücke ein und faßt zusammen, so haben sich eine ganze Reihe von Gliedern infolge der Bedingung $\mathfrak{J}_1 + \mathfrak{J}_2 + \mathfrak{J}_3 = 0$ heraus. Es bleibt schließlich für $\delta \mathfrak{U}_{pe}$ nur übrig:

$$\delta \mathfrak{U}_{pe} = j\,\omega\,(\mathfrak{J}_1 \cdot ln\, d_1^2{}_p + \mathfrak{J}_2 \cdot ln\, d_2^2{}_p + \mathfrak{J}_3 \cdot ln\, d_3^2{}_p) + \frac{2}{3}\sqrt{2}\, k\,\omega\,(1-j)\,(h_1 \mathfrak{J}_1 + h_2 \mathfrak{J}_2 + h_3 \mathfrak{J}_3).$$

Die weitere Behandlung dieser Gleichung für ein beliebiges Mastkopfbild der Drehstromleitung ist sehr umständlich. Es wurden daher drei Sonderfälle näher untersucht, die durch die Bilder 6, 7 und 8 veranschaulicht sind.

In allen Formeln ist für die zahlenmäßige Berechnung der Strom in A einzusetzen. Für den Effektivwert der gesamten induzierten Spannung erhält man

im Falle des Bildes 6, wenn die drei Drehstromleiter in den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks liegen,

$$\delta U_{pe} \approx \omega\, I \cdot \frac{a}{d} \cdot \sqrt{3} \cdot 10^{-4} \text{ V/km}, \tag{83}$$

Digitized by Google

im Falle des Bildes 7, wenn die drei Drehstromleiter in einer Horizontalen liegen,

$$\delta U_{pe} \approx \omega I \cdot \frac{a}{d} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 10^{-4} \text{ V/km}, \tag{84}$$

im Falle des Bildes 8, wenn die drei Drehstromleiter in einer Vertikalen liegen,

$$\delta U_{pe} \approx \omega I \cdot \frac{a}{d} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{\left(\frac{h_m - h_p}{d}\right)^2 - \frac{2}{3}\sqrt{2}\,k\,(h_m - h_p)} \cdot 10^{-4} \text{ V/km}. \tag{85}$$

Die Formeln (83—85) gelten entsprechend ihrer Herkunft bei Perioden von 50 Hz für seitliche Abstände von p bis zu 250 m. Für die großen Abstände bis herunter zu 1400 m wird $\delta \mathfrak{U}_{pe} \approx 0$.

Bei 50 Perioden pro Sekunde wird mit den Werten $h_m = 1200$ cm, $h_p = 600$ cm, $a = 200$ cm, $d = 5000$ cm

im Falle von Bild 6: $\delta U_{pe} = 0{,}227$ V/100 A km,
im Falle von Bild 7: $\delta U_{pe} = 0{,}435$ V/100 A km,
im Falle von Bild 8: $\delta U_{pe} = 0{,}041$ V/100 A km.

Die Fernwirkung ist also am kleinsten, wenn alle drei Leiter der Drehstromleitung senkrecht übereinander liegen. Man erkennt das auch schon aus dem allgemeinen Aufbau der Formeln. In allen drei Fällen bleibt aber die Fernwirkung weit zurück gegenüber der einer einzelnen stromdurchflossenen Luftschleife (Fall 1b).

3. Es sind in Luft zwei metallische Leiter vorhanden, die eine Erdschleife und eine metallische Leiterschleife mit gemeinsamem metallischen Leiter bilden.

Der metallische Leiter 1 führe den Strom $\mathfrak{J}_1 + \mathfrak{J}_2$, der andere Leiter 2 den Strom $-\mathfrak{J}_2$. Unter dieser Annahme bilden die beiden metallischen Leiter 1 und 2 eine vom Strom $\mathfrak{J}_2$ durchflossene Leiterschleife. Der Strom $\mathfrak{J}_1$ fließe über die Erde zurück. Dieser Fall der Stromverteilung ist praktisch verwirklicht bei einem mit Erdseil ausgerüsteten Drehstromnetz, dessen Nullpunkt geerdet ist und das an einem Mast einen Erdkurzschluß hat. Es interessiert an diesem Fall vor allen Dingen der Wert der Gegeninduktivität $l_{12,1}$ zwischen der metallischen Leiterschleife und der Erdschleife mit dem gemeinsamen Leiter 1.

Da man wegen der Gültigkeit des Superpositionsprinzips die Verhältnisse auch so auffassen kann, als flösse durch die Schleife: Leiter 1 — Erde der Strom $\mathfrak{J}_1 + \mathfrak{J}_2$, durch die Schleife: Leiter 2 — Erde der Strom $-\mathfrak{J}_2$, so erhält man für die zwischen dem Leiter 1 und der Erdoberfläche pro Längeneinheit auftretende Spannung $\delta \mathfrak{U}_{1e}$ nach Gleichung (70) sofort:

$$\begin{aligned}\delta \mathfrak{U}_{1e} &= -(\mathfrak{J}_1 + \mathfrak{J}_2)(r_{11} + j\omega l_{11}) + \mathfrak{J}_2 (r_{12} + j\omega l_{12}) \\ &= -\mathfrak{J}_1 (r_{11} + j\omega l_{11}) - \mathfrak{J}_2 (r_{11} - r_{12} + j\omega (l_{11} - l_{12})) \\ &= -\mathfrak{J}_1 (r_{11} + j\omega l_{11}) - \mathfrak{J}_2 (r_{12,1} + j\omega l_{12,1}).\end{aligned}$$

Die Vergleichung der beiden letzten rechten Seiten ergibt unmittelbar unter Zuhilfenahme der frühen Gleichungen, wenn die mit k^2 behafteten Glieder fortgelassen werden, für $l_{12,1}$ und $r_{12,1}$ die Ausdrücke

$$l_{12,1} = \left(\frac{1}{2} + 2 \cdot ln \frac{d_{12}}{a} + \frac{2}{3}\sqrt{2}\,k\,(h_1 - h_2)\right) \cdot 10^{-4} \text{ H/km} \tag{86}$$

$$r_{12,1} = \omega \cdot \frac{2}{3}\sqrt{2}\,k\,(h_2 - h_1) \cdot 10^{-4} \text{ Ohm/km} \tag{87}$$

und es ist offenbar allgemein

$$l_{11} = l_{12} + l_{12,1}, \quad r_{11} = r_{12} + r_{12,1}. \tag{88a, b}$$

Die Gleichung (88a) entspricht durchaus einer bekannten Beziehung zwischen den Selbst- und Gegeninduktivitäten bei rein metallischen Leiterschleifen. Es tritt ihr hier nur zur Ergänzung die analoge Beziehung (88b) zwischen den Widerstands-Koeffizienten r an die Seite.

Digitized by Google

Bezeichnet der Index e einen dritten, fiktiven, metallischen Leiter, der an Stelle der Erde die Rückleitung des Stromes $\mathfrak{J}_1$ übernimmt, so würde bei den drei metallischen Leitern 1, 2 und e die der Gleichung (86) entsprechende Gleichung lauten:

$$l_{12;1e} = \left(\frac{1}{2} + 2 \cdot ln \frac{d_{12} \cdot d_{1e}}{a \cdot d_{2e}}\right) \cdot 10^{-4} \text{ H/km.}$$

Läßt man das mit k behaftete Glied in Gleichung (86) außer acht, so geht die letzte Gleichung in (86) über, sobald $d_{1e} = d_{2e}$ ist. Das ist der Fall, wenn e von 1 und 2 weit entfernt ist. Dagegen würde der Ersatzleiter, der an Stelle der Erde anzunehmen wäre, um die Selbstinduktivität einer aus Luftleiter und Erde gebildeten Schleife wiederzugeben, nur wenig mehr als 1 m von dem wirklichen metallischen Leiter dieser Schleife abstehen, wenn der Radius des Ersatzleiters denselben Wert hat wie der des anderen Leiters.

Die obigen Ausführungen lassen sich dazu benutzen, die Wirkung des Erdseils bei Erdkurzschluß unter Berücksichtigung der Induktivität der Erdschleife zu untersuchen. Bisher wurden als einzige Bestimmungsgrößen des Problems[1] nur die Widerstände der Masterdungen und des Erdseils in Betracht gezogen.

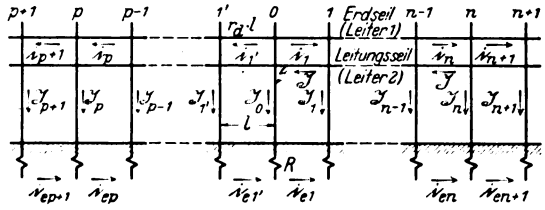


Bild 9. Die Stromverteilung bei einer erdkurzgeschlossenen Leitung mit Erdseil.

Der Einfachheit halber möge angenommen werden, daß der Mast, an dem ein Leitungsseil der Drehstromleitung Schluß mit der Erde hat, etwa in der Mitte einer nach beiden Seiten langen Mastreihe liegt. Dieser Mast trage den Index 0. Die Gleichstrom-Ausbreitungswiderstände R aller Masterdungen seien einander gleich und gleich R. Ist nun der Hochspannungsnullpunkt auf der Erzeugerseite geerdet, so führt auch nur die kurzgeschlossene Phase auf der der Zentrale zugewandten Seite einen nennenswerten Strom, und zwar eben den Erdkurzschlußstrom $\mathfrak{J}$. Dieser Strom wird sich dann in der Art des Bildes 9 am kranken Mast gabeln und teilweise über das Erdseil, teilweise über die Erde zur Zentrale zurückfließen. Es mögen bedeuten i_n, i_p die Ströme in den einzelnen Erdseilabschnitten, $\mathfrak{J}_n$, $\mathfrak{J}_p$ die Ströme in den Masten, i_{en}, i_{ep} die Ströme im Erdboden, r_d den Widerstand des Erdseils und des gleichgroßen Leitungsseils pro km.

Stellt man für jeden Knotenpunkt den ersten Kirchhoffschen Satz auf, beachtet ferner, daß in jeder Querschnittsebene senkrecht zur Leitung die Summe der sie durchfließenden Ströme verschwinden muß, und schreibt für zwei aufeinanderfolgende Rechtecke des Bildes 9 die Ausdrücke für die Umlaufspannungen auf, so läßt sich durch passende Vereinigung dieser Gleichungen sowohl für die Mastströme $\mathfrak{J}_p$ der von der Stromquelle abgewandten Mastreihe als auch für die Mastströme $\mathfrak{J}_n$ auf der Seite der Stromquelle je eine Differenzengleichung aufstellen. Ihre Lösungen lauten:

$$\mathfrak{J}_p = \mathfrak{J}_0 \cdot e^{-\alpha p}, \quad \mathfrak{J}_n = \mathfrak{J}_0 \cdot e^{-\alpha n} \qquad (89\,a, b)$$

In den Gleichungen (89) ist $\mathfrak{J}_0$ der Strom, der am kranken Mast in die Erde übertritt. Der Faktor α im Exponenten von (89) berechnet sich aus der Beziehung

$$\mathfrak{Cof}\,\alpha = 1 + \frac{r_d + r_{11} + j\omega l_{11}}{2\,R/s}. \qquad (90)$$

[1] S. ETZ 1921, S. 847.

Digitized by Google

In der letzten Formel ist l_{11} die Selbstinduktivität in H/km, r_{11} der Selbstwiderstand in Ohm/km der Schleife: Erdseil — Erde ohne Erdseilwiderstand, s der Mastabstand in km.

Aus der Gleichung (89) geht hervor, daß sich die Mastströme auf beiden Seiten des kranken Mastes nach dem gleichen Gesetz verteilen trotz der Verschiedenartigkeit der Leiterschleifen. Für die Erdströme i_p und i_n gilt das nicht, denn man hat

$$i_p = \frac{1}{2}\mathfrak{J}_0 \cdot e^{-\alpha(p-1)} \cdot \left(\mathfrak{Cotg}\,\frac{\alpha}{2} - 1\right) \tag{91a}$$

$$i_n = \frac{1}{2}\mathfrak{J}_0 \cdot e^{-\alpha(n-1)} \cdot \left(\mathfrak{Cotg}\,\frac{\alpha}{2} - 1\right) + \mathfrak{J} \cdot \frac{r_{12} + j\,\omega\,l_{12}}{2\,\frac{R}{s} \cdot (\mathfrak{Cof}\,\alpha - 1)}. \tag{91b}$$

Für den Strom im kranken Mast folgt schließlich die Beziehung

$$\mathfrak{J}_0 = \mathfrak{J} \cdot \frac{r_d + j\,\omega\,l_{12,1}}{2\,R/s \cdot \mathfrak{Sin}\,\alpha} \qquad (r_{12,1} < r_d). \tag{92}$$

In (91b) ist r_{12} oder l_{12} der Gegenwiderstand oder die Gegeninduktivität zwischen den Schleifen: Erdseil — Erde und Leitungsseil — Erde. $l_{12,1}$ ist die in Gleichung (86) eingeführte Gegeninduktivität zwischen den Schleifen Erdseil — Leitungsseil und Erdseil — Erde.

Um für den Fall des Erdkurzschlusses die Wirkung des Erdseils richtig bewerten zu können, ist es nötig, die Größe der Erdkurzschlußströme für die beiden Fälle mit und ohne Erdseil miteinander zu vergleichen.

Ist q die in Rücksicht auf die Grenzbedingung zu Gleichung (89a) als groß vorauszusetzende Zahl der Leitungsfelder von der Zentrale oder dem Umspannwerk bis zur Erdkurzschlußstelle und $\mathfrak{U}$ die treibende Spannung des Erdkurzschlusses, so gilt ohne Erdseil für den Kurzschlußstrom $\mathfrak{J}'$ die Gleichung

$$\mathfrak{J}' = \mathfrak{U} : q \cdot s \cdot (r_d + r_{22} + R/q\,s + j\,\omega\,l_{22}). \tag{93}$$

Dabei ist angenommen, daß das Erdseil und das Leitungsseil den gleichen kilometrischen Widerstand haben.

Mit Erdseil wird dagegen der Erdkurzschlußstrom $\mathfrak{J}$ bei der gleichen treibenden Spannung $\mathfrak{U}$

$$\mathfrak{J} \approx \mathfrak{U} : q\,s \left(r_d + r_{22} + j\,\omega\,l_{22} - \frac{(r_{12} + j\,\omega\,l_{12})^2}{r_d + r_{11} + j\,\omega\,l_{11}}\right) \tag{94}$$

und es ist $\mathfrak{J}$ merklich unabhängig von R.

Aus den Gleichungen (93) und (94) folgt zunächst für das Verhältnis $\frac{I}{I'}$ der Erdkurzschlußströme mit und ohne Erdseil die Beziehung

$$\left(\frac{I}{I'}\right)^2 = \frac{\left\{\left(r_d + r_{22} + \frac{R}{q\,s}\right)^2 + \omega^2\,l_{22}^2\right\}\left\{(r_d + r_{11})^2 + \omega^2\,l_{11}^2\right\}}{\left\{(r_d + r_{11} + r_{12})^2 + \omega^2\,(l_{11} + l_{12})^2\right\}(r_d^2 + \omega^2\,l_{12\cdot 1}^2)^2}. \tag{95}$$

Hat die Drehstromleitung kein Erdseil, so ist der Erdkurzschlußstrom $\mathfrak{J}'$ zugleich der Maststrom $\mathfrak{J}_0'$, der an dem kranken Mast zur Erde übertritt. Ist aber ein Erdseil vorhanden, so ist der Fehlerstrom des kranken Mastes durch die Gleichung (92) gegeben, und man erhält für das Verhältnis beider Mastströme nach einigen Zwischenrechnungen die Gleichung:

$$\frac{I_0}{I'} = \frac{I_0}{I_0'} = \left|\frac{\alpha}{2}\right| \cdot \sqrt{\frac{\left(r_d + r_{11} + \frac{R}{q\,s}\right)^2 + \omega^2\,l_{11}^2}{(r_d + r_{11} + r_{22})^2 + \omega^2\,(l_{11} + l_{12})^2}}. \tag{96}$$

Für ein Zahlenbeispiel werde angenommen, daß der Querschnitt des kupfernen Erdseils bzw. des gleich großen Leitungsseils 100 qmm betrage. Der Mastabstand betrage 0,25 km, der Abstand der Erdkurzschlußstelle von der Zentrale $q = 200$ Mastabstände. Der für alle Masterdungen gleich große Erdungswiderstand belaufe sich auf $R = 5$ Ohm. Mit den Abmessungen $h_1 = 1700$ cm, $h_2 = 1200$ cm, $d_{12} = 610$ cm berechnen sich dann bei 50 Hz

Digitized by Google

$$\omega l_{11} = \omega l_{22} = 0{,}772 \text{ Ohm/km}, \quad \omega l_{12} = 0{,}317 \text{ Ohm/km},$$
$$r_{11} = 0{,}047 \text{ Ohm/km}, \quad r_{12} = r_{22} = 0{,}048 \text{ Ohm/km},$$
$$r_d = 0{,}175 \text{ Ohm/km und } |\alpha| = 0{,}2.$$

Für das Verhältnis der Erdkurzschlußströme mit und ohne Erdseil erhält man dann auf Grund von Gleichung (95) den Wert $I : I' = 1{,}23$. Bei Vorhandensein eines Erdseils wird also im vorliegenden Falle der Erdkurzschlußstrom um 23% größer als ohne Erdseil. Trotzdem wird auf Grund von Gleichung (96) das Verhältnis der in beiden Fällen am kranken Mast übertretenden Ströme nur $I_0 : I_0' = 0{,}075$.

Das Erdseil vergrößert also zwar die absolute Größe des Erdkurzschlußstromes. Der Fehlerstrom am kranken Mast wird aber durch seine Wirkung nach wie vor sehr stark herabgesetzt.

4. Es sind in Luft drei metallische Leiter vorhanden, die eine Erdschleife und eine davon getrennte metallische Leiterschleife bilden.

Dieser Fall erledigt sich sehr einfach. Bildet der Leiter 1 mit der Erde die Erdschleife, und bilden die Leiter 2 und 3 die metallische Leiterschleife, so beträgt, wenn nur $\mathfrak{F}_1 \neq 0$ ist, die zwischen den Leitern 2 und 3 induzierte Spannung nach Gleichung (68)

$$\delta \mathfrak{U}_{23} = -\mathfrak{F}_1 (r_{12} - r_{13} + j w (l_{12} - l_{13})) = -\mathfrak{F}_1 (r_{1,23} + j \omega l_{1,23}).$$

Nach den früheren Bestimmungsgleichungen für r und M erhält man danach die Ausdrücke

$$l_{1,23} = \left(2 \cdot ln \frac{d_{13}}{d_{12}} + \frac{2}{3} \sqrt{2}\, k\, (h_2 - h_3)\right) \cdot 10^{-4} \text{ H/km} \tag{97}$$

$$r_{1,23} = \omega \cdot \frac{2}{3} \sqrt{2} \cdot k\, (h_3 - h_2) \cdot 10^{-4} \text{ Ohm/km}. \tag{98}$$

Da in Gleichung (98) nur die Differenz der Höhen eingeht, so wird $r_{1,23}$ sehr klein.

Wird nur die metallische Stromschleife 23 vom Strom durchflossen, so wird die pro Längeneinheit zwischen dem Leiter 1 und der Erdoberfläche auftretende Spannung

$$\begin{aligned} \delta \mathfrak{U}_{1e} &= -\mathfrak{F}_2 (r_{21} + j \omega l_{21}) + \mathfrak{F}_2 (r_{31} + j \omega l_{31}) \\ &= -\mathfrak{F}_2 (r_{21} - r_{31} + j \omega (l_{21} - l_{31})) \end{aligned}$$

und da bei Luftleitern r_{pq} und r_{qp}, $l_{pq} = l_{qp}$ ist, so wird für $\mathfrak{F}_1 = \mathfrak{F}_2$ $\delta \mathfrak{U}_{1e} = \delta \mathfrak{U}_{23}$.

Wäre dagegen der Leiter 1 ein Kabelleiter, so würde nach den früheren Ausführungen im zweiten Fall eine gegen den ersten verschiedene Spannung herauskommen, wenn auch der Unterschied nur sehr klein ist.

K. Vergleich mit den Ergebnissen anderer Arbeiten. Es wurde schon im allgemeinen Teil erwähnt, daß inzwischen noch in einer ganzen Reihe anderer Arbeiten speziell das Problem der Ausbreitung von Wechselströmen im Erdreich behandelt worden ist. Es ist hier leider nicht der Raum, diese Arbeiten eingehender zu würdigen und das benutzte Lösungsverfahren genauer zu kennzeichnen. In allen den genannten Arbeiten werden am Ende der Rechnungen Formeln für die Wechselstrominduktivität einer einzelnen Erdschleife und für die Gegeninduktivität zweier einfachen Erdschleifen aufgestellt.

Für den einfachsten Fall, daß der metallische Leiter der Schleifen in Luft liegt, sollen im folgenden die in den verschiedenen Arbeiten entwickelten Formeln in Tabellen und Kurven zusammengestellt werden. Bei dem Vergleich soll jedoch die Arbeit von O. Mayr (II) nicht berücksichtigt werden, da sie mit der Annahme, die in ihr über die Gestalt des Erdkörpers gemacht ist, von vornherein eine Sonderstellung einnimmt. Die Bezeichnung der verschiedenen Größen wird natürlich in allen Formeln die gleiche sein und der vorliegenden Arbeit entsprechen.

Jede der drei Tabellen enthält in der ersten Spalte den Namen des Verfassers, in dessen Arbeit die danebenstehende Formel entwickelt worden ist. Die Spalte für

Digitized by Google

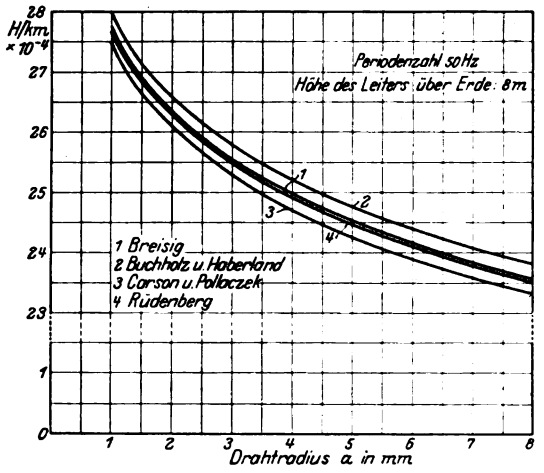


Bild 10. Darstellung der Selbstinduktivität l_{11} einer einfachen Erdschleife in Abhängigkeit vom Drahtradius a nach den verschiedenen bisherigen Formeln.

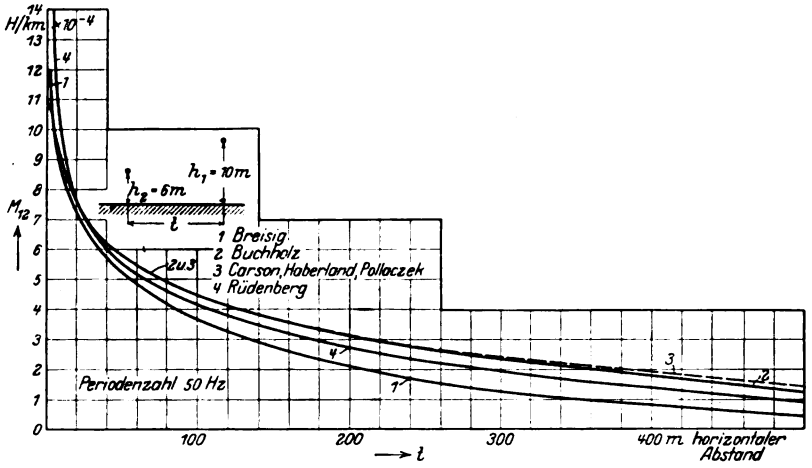


Bild 11. Darstellung der Gegeninduktivität l_{12} zweier einfacher Erdschleifen in Abhängigkeit des horizontalen Abstandes bis zu 500 m nach den verschiedenen bisherigen Formeln.

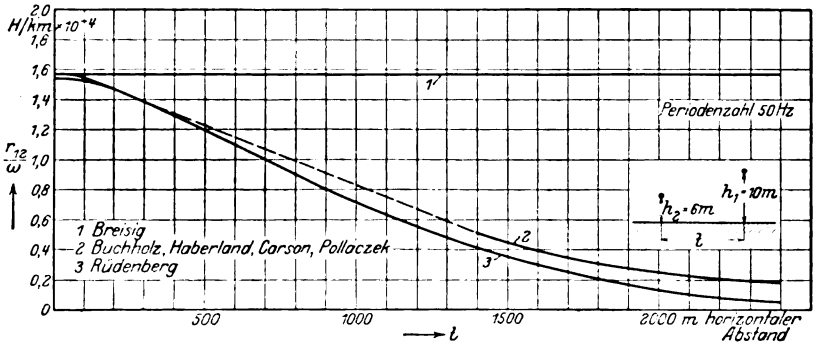


Bild 12. Darstellung des Gegenwiderstandes r_{12} zweier einfacher Erdschleifen in Abhängigkeit des horizontalen Abstandes nach den verschiedenen bisherigen Formeln.

Digitized by Google

die Formel selbst ist in drei weitere Spalten zerlegt: Die erste von ihnen enthält das Hauptglied jeder Formel, das die Größenordnung bestimmt, die zweite Spalte das Korrekturglied erster Ordnung, die dritte Spalte das Korrekturglied zweiter Ordnung. Über das Größenverhältnis der Korrekturglieder zum Hauptglied ist wenigstens für die Formeln der vorliegenden Arbeit näheres auf S. 113 zu finden. Jede Formel ist im übrigen nur in der Vollständigkeit angegeben worden, mit der sie in der Arbeit des betreffenden Verfassers berechnet worden ist. Außerdem sind in den Tabellen im Sinne der vorliegenden Arbeit alle Formeln für die komplexen Wechselstrominduktivitäten in ihre reellen und imaginären Bestandteile zerlegt worden. Der Inhalt der Tabellen dürfte sonst ohne weiteres verständlich sein.

Um den Vergleich noch übersichtlicher zu gestalten, und um vor allem auch eine Vorstellung davon zu geben, zu welchen zahlenmäßigen Unterschieden die ver-

1. Tabellarische Zusammenstellung

der von den verschiedenen Verfassern entwickelten Formeln für die Selbstinduktivität l_{11} und den Selbstwiderstand r_{11} einer einfachen Erdschleife.

Verfasser	l_{11} bzw. $\frac{r_{11}}{\omega} = (\Delta_0 + \Delta_1 + \Delta_2) \cdot 10^{-4}$ H km			
	Art des Koeff.	Hauptglied Δ_0	Korrekturglied erster Ordnung Δ_1	Korrekturglied zweiter Ordnung Δ_2
Breisig	l_{11}	$2\left(ln \frac{\pi \sqrt{2}}{a k} - 0{,}75\right)$	—	—
	$\frac{r_{11}}{\omega}$	$\frac{\pi}{2}$	—	—
Buchholz	l_{11}	$2\left(ln \frac{2}{k \gamma_0 a} + 0{,}75\right)$	$+\frac{2}{3}\sqrt{2}\, k \cdot 2h_1$	$-\frac{1}{4}\pi k^2 \cdot h_1^2$
	$\frac{r_{11}}{\omega}$	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{2}{3}\sqrt{2}\, k \cdot 2h_1$	$+k^2 h_1^2 \cdot \left(\frac{5}{4} - ln\, k \gamma_0 h_1\right)$
Carson	l_{11}	$2\left(ln \frac{2}{k \gamma_0 a} + 0{,}5\right)$	$+\frac{2}{3}\sqrt{2}\, k \cdot 2h_1$	—
	$\frac{r_{11}}{\omega}$	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{2}{3}\sqrt{2}\, k \cdot 2h_1$	$+k^2 h_1^2 \left(\frac{5}{4} - ln\, k \gamma_0 h_1\right)$
Haberland	l_{11}	$2\left(ln \frac{2}{k \gamma_0 a} + 0{,}75\right)$	—	—
	$\frac{r_1}{\omega}$	$\frac{\pi}{2}$	—	—
Pollaczek	l_{11}	$2\left(ln \frac{2}{k \gamma_0 a} + 0{,}5\right)$	$+\frac{2}{3}\sqrt{2}\, k \cdot 2h_1$	—
	$\frac{r_{11}}{\omega}$	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{2}{3}\sqrt{2}\, k \cdot 2h_1$	$k^2 h_1^2 \left(\frac{5}{4} - ln\, k \gamma_0 h_1\right)$
Rüdenberg	l_{11}	$2\left(ln \frac{2\sqrt{2}}{k \gamma_0 a} + 0{,}25\right)$	—	—
	$\frac{r_{11}}{\omega}$	$\frac{\pi}{2}$	—	—

a Drahtradius in cm,
h_1 Höhe des Drahtes über Erde in cm,

$ln\, \gamma_0 = 0{,}57722$,
$\gamma_0 = 1{,}7811$,
$k^2 = 4\pi\omega\varkappa_e \approx 4 \cdot 10^{-10}$ cm^{-2}.

Digitized by Google

2. Tabellarische Zusammenstellung

der von den verschiedenen Verfassern entwickelten Formeln für die Gegeninduktivität l_{12} und den Gegenwiderstand r_{12} zweier einfacher Erdschleifen für kurze Entfernungen < 500 m.

Verfasser	l_{12} bzw. $\frac{r_{12}}{\omega} = (\Delta_0 + \Delta_1 + \Delta_2) \cdot 10^{-4}$ H/km			
	Art des Koeff.	Hauptglied Δ_0	Korrekturglied erster Ordnung Δ_1	Korrekturglied zweiter Ordnung Δ_2
Breisig	l_{12}	$2 \cdot e^{-\frac{tk}{\sqrt{2}}} \left(ln \frac{\pi \sqrt{2}}{tk} - 1 \right)$	—	—
	$\frac{r_{12}}{\omega}$	$\frac{\pi}{2}$	—	—
Buchholz	l_{12}	$1 + 2 \cdot ln \frac{2}{\gamma_0 k d}$	$+ \frac{2\sqrt{2}}{3} k (h_1 + h_2)$	$+ \frac{1}{4} \pi k^2 (2t^2 - d_s^2)$
	$\frac{r_{12}}{\omega}$	$\frac{\pi}{2}$	$- \frac{2\sqrt{2}}{3} k (h_1 + h_2)$	$+ \frac{1}{2} k^2 t (h_1 + h_2) \cdot \operatorname{arctg} \frac{t}{h_1 + h_2}$ $+ \frac{k^2}{4} (2t^2 - d_s^2) \left(\frac{5}{4} + ln \frac{2}{k \gamma_0 d_s} \right)$
Carson	l_{12}	$1 + 2 \cdot ln \frac{2}{\gamma_0 k d}$	$+ \frac{2}{3} \sqrt{2} k (h_1 + h_2)$	—
	$\frac{r_{12}}{\omega}$	$\frac{\pi}{2}$	$- \frac{2}{3} \sqrt{2} k (h_1 + h_2)$	$+ \frac{k^2}{2} t (h_1 + h_2) \cdot \arcsin \frac{t}{d_s}$ $+ \frac{k^2}{4} (2t^2 - d_s^2) \left(\frac{5}{4} + ln \frac{2}{k \gamma_0 d_s} \right)$
Haberland Pollaczek	l_{12}	$1 + 2 \cdot ln \frac{2}{\gamma_0 k d}$	$+ \frac{2}{3} \sqrt{2} k (h_1 + h_2)$	—
	$\frac{r_{12}}{\omega}$	$\frac{\pi}{2}$	$- \frac{2}{3} \sqrt{2} k (h_1 + h_2)$	—
Rüdenberg	l_{12}	$2 \cdot \left(ln \frac{2\sqrt{2}}{\gamma_0 k t} + \frac{h_1 h_2}{t^2} \right)$	—	—
	$\frac{r_{12}}{\omega}$	$\frac{\pi}{2}$	—	—

d direkter Abstand der Leiter in cm,
d_s direkter Abstand des einen Leiters vom Spiegelbild des anderen in cm,
t seitlicher horizontaler Abstand der Leiter in cm,
$h_1 h_2$ Höhen der Leiter über Erde in cm,
$\gamma_0 = 1{,}7811$, $k^2 = 4 \pi \omega \varkappa_e \approx 4 \cdot 10^{-10}$ cm^{-2}.

schiedenen Formeln führen, sind in den Bildern 10—12 diese Formeln graphisch dargestellt. Bei der Berechnung der Kurven wurde dabei stets eine Periodenzahl von 50 Hz und ein Wert von $k = 2 \cdot 10^{-5}$ cm^{-1} zugrunde gelegt.

Auch bei den Kurven ist eine weitere Beschreibung überflüssig.

L. Schlußbemerkungen. Bei rein metallischen Leiterschleifen sind bekanntlich ohne Berücksichtigung des Erdfeldes die Wärmeverluste durch eine rein quadratische Form der Ströme darstellbar. Die in ihr auftretenden Koeffizienten, die Widerstände, sind lediglich von den einzelnen Stromschleifen selbst abhängig. Die magnetische Energie solcher Stromkreise läßt sich durch eine gewöhnliche quadratische

Digitized by Google

3. Tabellarische Zusammenstellung

der von den verschiedenen Verfassern entwickelten Formeln für die Gegeninduktivität l_{12} und den Gegenwiderstand r_{12} zweier einfacher Erdschleifen für große Entfernungen > 1400 m.

Verfasser	l_{12} bzw. $\frac{r_{12}}{\omega} = (\Delta_0 + \Delta_1) \cdot 10^{-4}$ H/km		
	Art des Koeff.	Hauptglied Δ_0	Korrekturglied erster Ordnung Δ_1
Breisig	l_{12}	$2 \cdot e^{-\frac{t \cdot k}{\sqrt{2}}} \cdot \left(ln \frac{\pi \cdot \sqrt{2}}{t \cdot k} - 1 \right)$	—
	$\frac{r_{12}}{w}$	$\frac{\pi}{2}$	—
Buchholz Haberland	l_{12}	0	$+ \frac{2\sqrt{2}\, k\, (h_1 + h_2)}{(kt)^2} \left(1 + \frac{3}{(kt)^2} \right)$
	$\frac{r_{12}}{w}$	$\frac{4}{k^2 t^2}$	—
Carson Pollaczek	l_{12}	0	$+ \frac{2\sqrt{2}\,(h_1 + h_2)\, k}{k^2 t^2}$
	$\frac{r_{12}}{w}$	$\frac{4}{k^2 t^2}$	$+ \frac{2\sqrt{2}\,(h_1 + h_2)\, k}{k^2 t^2}$
Rüdenberg	l_{12}	$\sqrt{\frac{2\pi\sqrt{2}}{kt}} \cdot e^{-\frac{kt}{2}} \cdot \left\| \sin \left(\frac{3\pi}{8} - \frac{kt}{2} \right) \right\|$	—
	$\frac{r_{12}}{w}$	$\sqrt{\frac{2\pi\sqrt{2}}{kt}} \cdot e^{-\frac{kt}{2}} \cdot \left\| \cos \left(\frac{3\pi}{8} - \frac{kt}{2} \right) \right\|$	—

Form der Ströme angeben, deren Koeffizienten sowohl durch die Gestalt der einzelnen Stromschleifen als auch durch ihre Lage zueinander bestimmt sind.

Bei metallischen Leiterschleifen, die zum Teil die Erde als Strombahn benutzen, oder bei rein metallischen Leiterschleifen unter Berücksichtigung des Erdfeldes ändert sich aber auf Grund der vorliegenden Untersuchungen dieses Bild.

Liegen die metallischen Leiter ausschließlich in Luft, so behält zwar der Ausdruck für die magnetische Energie äußerlich dieselbe Gestalt. In den Ausdruck für die Wärmeverluste treten aber auch solche Glieder hinzu, die sich auf die gegenseitige Lage der Stromschleifen beziehen. Die rein quadratische Form für die Wärmeverluste geht in eine gewöhnliche, quadratische Form der Ströme über.

Liegen aber einzelne der metallischen Leiter als Kabel im Erdboden oder sind nur Kabelleiter vorhanden, so lassen sich in Strenge sowohl die Wärmeverluste als auch die magnetische Energie nicht mehr durch eine gewöhnliche quadratische Form der Ströme darstellen. Schon bei rein sinusförmigen Wechselströmen treten kompliziertere Ausdrücke an ihre Stelle. Die Größe der gegenseitigen Koeffizienten ist nicht mehr einander gleich.

Dieses Ergebnis der vorliegenden Arbeit wurde unter der Annahme abgeleitet, daß die Erde als unendlicher Halbraum aufgefaßt werden kann. Eine andere Annahme über die Gestalt des der Stromleitung dienenden Erdkörpers würde zwar den besonderen Aufbau der Formeln für die Widerstands- und Induktionskoeffizienten ändern. Das Grundsätzliche des angeführten Ergebnisses würde jedoch davon unberührt bleiben.

Digitized by Google

Anhang.

Zusammenstellung der Literatur über Erdstromprobleme.

I. G. Haberland, Theorie der Leitung von Wechselströmen durch die Erde. Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech. Bd. 6, S. 366 ff. — Die Leitung von Wechselstrom durch die Erde. ETZ 1927, S. 456.
II. O. Mayr, Die Erde als Wechselstromleiter. ETZ 1925, S. 1352 ff. und S. 1436 ff.
III. R. Rüdenberg, Die Ausbreitung der Erdströme in der Umgebung von Wechselstromleitungen. Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech. Bd. 5, S. 361 ff.
IV. F. Pollaczek, Über das Feld einer unendlich langen wechselstromdurchflossenen Einfachleitung. Elektr. Nachrichtentechnik 1926, Bd. 3, S. 339 ff. — Über die Induktionswirkungen einer Wechselstromeinfachleitung. Elektr. Nachrichtentechnik 1927, Bd. 4, S. 18 ff.
V. F. Breisig, Über die Berechnung der magnetischen Induktion auf Wechselstromleitungen mit Erdrückleitung. Tel. u. Fernsprechtechnik 1925, Bd. 14, S. 93 ff.
VI. J. R. Carson, Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return. Bell. System Technical Journal 1926, Bd. V, S. 539 ff.

Eine neue Methode zur Messung der maximalen Wanderwellensteilheit.

Von

Joh. Krutzsch, Freiberg.

Vom Standpunkte der raschen Entwicklung der Technik aus ist zwar die Kenntnis der Wanderwellen schon recht alt, dagegen hat sie erst in den letzten Jahren die ihr zukommende Vertiefung und Bedeutung erfahren, da mit der Länge der Übertragungsleitungen und mit der Höhe der Spannungen auch die Ausbildungsmöglichkeit und die Gefahren der Wanderwellen wuchsen. So einfach nun die Theorie der Wanderwellen ist, um so nötiger hat sie es, sich durch Versuche prüfen zu lassen; denn diese vielgerühmte Einfachheit ließ sich nur durch schwerwiegende Vernachlässigungen erkaufen, über deren Berechtigung erst die Praxis das Urteil fällen darf.

Neben der gesamten Wanderwellenform, die sich neuerdings mit der Toeplerschen Funkenkonstante für einige einfache Fälle voll berechnen[1] und im übrigen mit dem Kathodenstrahl-Oszillographen aufnehmen läßt, interessieren vor allem die maximale Spannungshöhe und die maximale Steilheit der Wellen. Während sich die Spannungshöhe natürlich am einfachsten mit einer Funkenstrecke quer zur Leitung messen läßt, sind zur Bestimmung der maximalen Steilheit in der Hauptsache folgende Methoden bekannt:

1. Schleifenmessung[2].
2. Einhüllendenmethode bei Leerlauf oder Kurzschluß.
   a) Spannungseinhüllende[3],
   b) Stromeinhüllende[4].
3. Resonanzmethode mit angekoppeltem Schwingungskreis (Lecher-System)[5].

Hierzu tritt die im folgenden beschriebene Methode zur Messung der maximalen Wellensteilheit.

[1] Z. B. M. Toepler, Arch. f. Elektrot. 1926, Bd. XVII, H. 1, 1927, Bd. XVIII, H. 6. — Joh. Krutzsch, ETZ 1928, H. 16.
[2] Z. B. Binder, ETZ 1915, H. 20—22.
[3] Z. B. M. Toepler, Arch. f. Elektrot. 1925, Bd. XIV, H. 3.
[4] O. Zdralek, Arch. f. Elektrot. 1927, Bd. XVIII, H. 1.
[5] Harald Müller, Arch. f. Elektrot. 1925, Bd. XV, H. 2.

Digitized by Google

Sie besteht in einem kleinen Meßkreis mit Funkenstrecke F' in der Nähe der Leitung, deren Wanderwellen zu untersuchen sind (siehe z. B. Bild 1 und Bild 6).

Die in der Hauptleitung fließenden Wanderwellenströme i induzieren im Meßkreis die Umlaufspannung u', deren Maximalwert U' mit der Funkenstrecke F' gemessen wird. F' ist also ein Maß für die maximale Steilheit der Stromwelle; d. h. allerdings, nur wenn der Meßkreis selbst auf die zu messende Welle vor Funkenausbruch in F' keine nennenswerte Rückwirkung ausübt (z. B. durch Wanderwellenvorgänge im Meßkreis oder Änderung der Kapazität der Hauptleitung an der Stelle des Meßkreises). Zunächst soll diese Rückwirkung vernachlässigt werden, da sie gegen das Ende dieser Abhandlung diskutiert wird.

Den Umrechnungsfaktor zwischen U' und gesuchter Wellensteilheit kann man entweder messen oder bei einfachen Anordnungen berechnen.

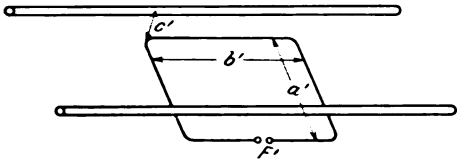


Bild 1. Meßkreis und Hauptleitung.

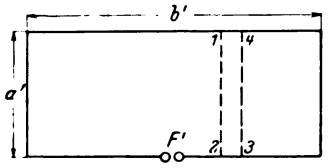


Bild 2. Meßkreis.

Bei der Anordnung Bild 1 entsteht in einem Elementarrechteck 1234 (siehe Bild 2) der Breite 1
die EMK

$$e' = M \frac{\partial i}{\partial t}$$

wenn i der Wanderwellenstrom in dem darüberliegenden Stück der Hauptleitung und M die Gegeninduktivität der Längeneinheit. Die Spannung u' an der Funkenstrecke F' ist also

$$u' = M \int_0^{b'} \frac{\partial i}{\partial t} \cdot \partial x.$$

Falls b' sehr klein ist und deshalb $\frac{\partial i}{\partial t}$ über der ganzen Strecke b' konstant — da nur der maximalsteile Teil der Wanderwelle in Betracht kommt und die Welle hier fast geradlinig verläuft, ist dies bei nicht gar zu großem b' immer der Fall — kann das Integral aufgelöst werden:

$$u' = M b' \frac{\partial i}{\partial t}$$

und der mit F' gemessene Maximalwert ist

$$U' = M b' \left(\frac{\partial i}{\partial t}\right)_{\max}.$$

Wenn nur eine Welle, $u = iZ$, auf der Hauptleitung läuft, gilt unter Vernachlässigung des Ohmschen Widerstandes bekanntlich

$$\frac{\partial u}{\partial x} = L \frac{\partial i}{\partial t}$$

wobei L die Selbstinduktivität der Längeneinheit ist. Die gesuchte maximale Wanderwellenneigung ist also

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{\max} = \frac{L}{M} \cdot \frac{U'}{b'}.$$

Da die Definition des Hopkinsonschen Streuungskoeffizienten

$$\nu = \frac{L}{M}$$

so kann man auch schreiben

Digitized by Google

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{max} = \nu \cdot \frac{U'}{b'}.$$

Es folgt nun die Berechnung des Hopkinsonschen Streuungskoeffizienten aus den linearen Abmessungen. Zur Vereinfachung der Rechnung wird der wohl praktisch wichtigste Fall angenommen, daß die Symmetrieebene der Doppelleitung auch eine Symmetrieebene des Meßkreises ist. Bild 3 zeigt den senkrechten Schnitt durch Doppelleitung und Meßkreis.

l_1, l_2 sind die 2 Primärleitungen mit Mittenabstand a. l_1', l_2' sind die beiden Längsleitungen des Meßkreises, ihr Abstand sei a'.

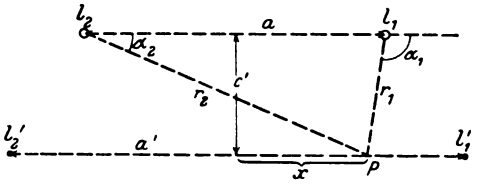


Bild 3. Senkrechter Schnitt durch Hauptleitung (l_1, l_2) und Meßkreis (l_1', l_2').

Im Punkte P entsteht durch den in der Leitung l_1, l_2 fließenden Strom i die Feldstärke $\mathfrak{H}$.

Von l_1 herrührend

$$\mathfrak{H}_1 = \frac{2i}{r_1}.$$

Von l_2 herrührend

$$\mathfrak{H}_2 = -\frac{2i}{r_2}.$$

Die Vertikalkomponenten sind

$$\mathfrak{H}_1^* = \frac{2i}{r_1}\cos\alpha_1 \qquad \mathfrak{H}_2^* = -\frac{2i}{r_2}\cos\alpha_2$$

$$\cos\alpha_1 = \frac{x - a/2}{r_1} = \frac{2x - a}{2r_1} \qquad \cos\alpha_2 = \frac{2x + a}{2r_2}.$$

Also werden

$$\mathfrak{H}_1^* = i\frac{2x - a}{r_1^2} \qquad \mathfrak{H}_2^* = -i\frac{2x + a}{r_2^2}$$

$$r_1^2 = c'^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 \qquad r_2^2 = c'^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2$$

$$\mathfrak{H}_1^* = 4i\frac{2x - a}{4c'^2 + (2x - a)^2} \qquad \mathfrak{H}_2^* = -4i\frac{2x + a}{4c'^2 + (2x + a)^2}.$$

Der Induktionsfluß zwischen l_1' und l_2' für Drahtlänge l und Strom $i = 1$, wenn l_1' und l_2' dünne Drähte

$$\vartheta_1' = 4\int_{-\frac{a'}{2}}^{+\frac{a'}{2}} \frac{2x - a}{4c'^2 + (2x - a)^2}\cdot dx \qquad \vartheta_2' = 4\int_{+\frac{a'}{2}}^{-\frac{a'}{2}} \frac{2x + a}{4c'^2 + (2x + a)^2}\cdot dx.$$

Da aus Symmetriegründen $\vartheta_1' = \vartheta_2'$ sein muß, wird der gesamte Induktionsfluß im Meßkreis der Länge l

$$\vartheta_2' = 8\int_{-\frac{a'}{2}}^{+\frac{a'}{2}} \frac{2x - a}{4c'^2 + (2x - a)^2}\cdot dx$$

$$= 2\left[\text{lognat}\left\{4c'^2 + (2x - a)^2\right\}\right]_{-\frac{a'}{2}}^{+\frac{a'}{2}}.$$

Digitized by Google

Es wird also

$$M = 2 \operatorname{lognat} \frac{(a + a')^2 + 4c'^2}{(a - a')^2 + 4c'^2}.$$

Da die Selbstinduktivität der Primärleitung, wenn sich der Strom auf die Oberfläche beschränkt (Drahtradius $= \varrho$),

$$L = 4 \operatorname{lognat} \frac{a}{\varrho}$$

so wird der gesuchte Streuungskoeffizient Hopkinsons

$$\nu = \frac{2 \operatorname{lognat} \frac{a}{\varrho}}{\operatorname{lognat} \frac{(a + a')^2 + 4c'^2}{(a - a')^2 + 4c'^2}}.$$

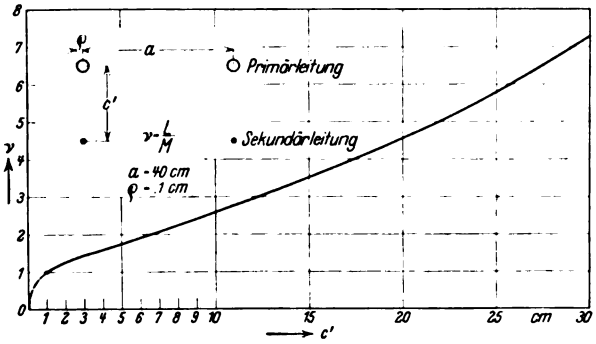


Bild 4. Abhängigkeit des Streuungskoeffizienten vom Abstand.

Besonders einfach liegt der Fall, wenn — wie in Bild 1 — die Sekundärdrähte senkrecht unter der Doppelleitung liegen, also $a = a'$, dann ist

$$\nu = \frac{2 \operatorname{lognat} \frac{a}{\varrho}}{\operatorname{lognat} \left(\frac{a^2 + c'^2}{c'^2} \right)}$$

Bild 4 zeigt für $a = 40$ cm und $\varrho = 1$ cm die Abhängigkeit des ν vom Abstand c'.

Zur Ausführung meiner Versuche hatte ich im Hochspannungslaboratorium des Instituts für Theor. Physik (Herr Prof. Dr. Max Toepler) der Techn. Hochschule Dresden eine Doppelleitung zur Verfügung von etwa 20 m Länge. Sie bestand aus

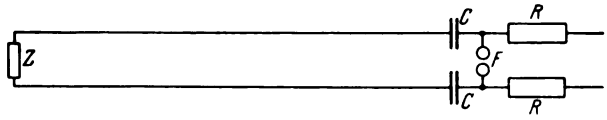


Bild 5. Versuchsschaltung.

zwei in 40 cm Abstand an Seidenfäden aufgehängten Messingrohren von 2 cm Durchmesser bei einem Wellenwiderstand von ungefähr 445 Ω (sowohl berechnet wie auch gemessen[1]). Am Ende der Leitung wurde quer ein Ohmscher Widerstand von der Größe des Wellenwiderstandes gehängt, der aus einem V-förmig gebogenen Glasrohr bestand, das mit verdünnter Kupfervitriollösung gefüllt war. Am Anfang der Leitung wurden zur Wanderwellenerzeugung die Leiter durch Plattenkondensatoren von je 2600 cm Kapazität abgeschlossen, deren Belegungen durch die Zündfunkenstrecke F verbunden waren (siehe Bild 5).

[1] Über Messungen und praktische Erfahrungen bei Hochspannungsversuchen werden demnächst von mir einige kleinere Veröffentlichungen im Helios, Fach- und Exportzeitschrift für Elektrotechnik, erscheinen.

Digitized by Google

Das Stoßsystem wurde durch hochohmige Widerstände (Schieferplatten) R von der Elektrizitätsquelle abgeriegelt. Plattenkondensatoren (Glasplatten mit Stanniolbelegung) wurden deshalb gewählt, weil durch anderweitige eingehende Versuche in unserem Laboratorium nachgewiesen wurde, daß die Störung der Wellen durch diese Plattenkondensatoren viel geringer ist als bei anderen Kondensatoren. Die Schaltung entspricht der allgemein am meisten benutzten[1].

Der Meßkreis entspricht dem Bild 1. F' ist ein Funkenmikrometer. Die folgenden Messungen habe ich mit einem Meßkreis aufgenommen, der in Bild 6 abgebildet ist.

Die Längsdrähte liegen senkrecht unter der Hauptleitung. Die Abmessungen sind

$$a' = 40 \text{ cm}$$
$$b' = 90 \text{ ,,}$$
$$c' = 6 \text{ ,,}$$

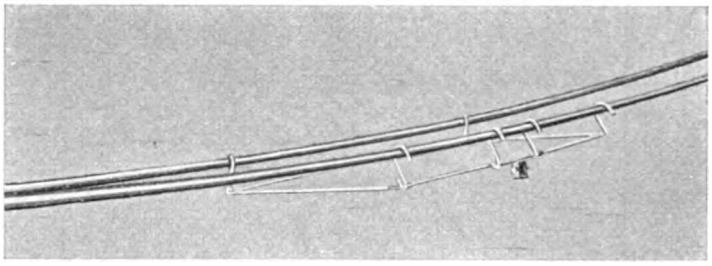


Bild 6. Meßkreis.

Daraus ergibt sich der Streuungskoeffizient $\nu = 1{,}935$, und die maximale Wanderwellenneigung errechnet sich aus der Spannung U' am Funkenmikrometer durch

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{max} = 0{,}0215 \cdot U' \quad \text{Volt cm}^{-1}.$$

Die Leiter des Meßkreises sind Kupferdrähte, die aus Festigkeitsgründen in Glasrohr stecken. Mit Hilfe von 6 Glashaken (fragezeichenartig gebogen) kann der Meßkreis an beliebige Stellen der Hauptleitung gehängt werden. Zur Prüfung habe ich für einige Messungen — wie weiter unten beschrieben — auch andere Meßkreisabmessungen gewählt.

Bei allen Meßkreisen habe ich — wie schon in Bild 1 gezeigt — die Funkenstrecke F' in eine der beiden Längsseiten verlegt. An sich ist es natürlich gleichgültig, an welcher Seite des Meßkreises F' liegt, doch fürchtete ich — praktische Versuche, dies nachzuprüfen, habe ich noch nicht angestellt —, daß beim Querstellen von F', also F' in einer der beiden Querseiten a', der Influenzstoß beim Vorübereilen der Wanderwelle sich der induktiven Spannung an F' überlagern würde. Lege ich aber F' in die Mitte der Längsseite, so kompensieren sich die Influenzspannungen, und an F' liegt die reine Umlaufspannung u'.

Als erster Versuch habe ich nachgeprüft, ob die Forderung der Theorie richtig ist, daß es völlig gleichgültig sei, an welcher Stelle ich den Meßkreis einhänge, also ob am Anfang oder am Ende der Hauptleitung. Es ließ sich tatsächlich keinerlei Unterschied von F' beim Ändern der Meßstelle erkennen, so daß ich bei der kommenden Versuchsbeschreibung die Lage des Meßkreises nicht anzugeben brauche.

Die Versuche, deren Ergebnis im folgenden beschrieben wird, bestanden darin, daß ich für verschiedene Kugeldurchmesser der Funkenstrecke F die Zündfunkenspannung U in weiten Grenzen änderte und hierbei die zugehörigen Schlagweiten F' im Meßkreis aufnahm.

[1] Siehe z. B. ETZ 1928, H. 16, Joh. Krutzsch, „Berechenbare Wanderwellenformen unter Zugrundelegung des Toeplerschen Funkengesetzes".

Digitized by Google

Zündfunkenkugeldurchmesser: 10 cm,
Barometerstand: $b = 753$ mm Hg,
Temperatur: $t = 22^0$ C.

F	U	F′	U′	$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_m$	k_w	k
cm	kV	mm	kV	V cm^{-1}	10^{-4} Ohm Coul cm^{-1}	
1	32,4	0,45	2,52	53,6	1,62	0,900
1,5	46,9	0,65	3,39	72,2	1,68	0,934
2	60,7	0,85	4,19	89,3	1,70	0,945
2,5	73,4	1,05	4,92	104,7	1,70	0,945

Zündfunkenkugeldurchmesser: 15 cm,
Barometerstand: $b = 754$ mm Hg,
Temperatur: $t = 22^0$ C.

F	U	F′	U′	$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_m$	k_w	k
cm	kV	mm	kV	V cm^{-1}	$10^{-4}\,\Omega$ Coul cm^{-1}	
1	31,75	0,55	2,95	62,7	1,33	0,739
1,5	46 57	0,75	3,80	80,9	1,47	0,816
2	60 81	1,00	4,75	101,2	1,51	0,839
2,5	74 53	1,15	5,28	112 5	1,63	0,906

In den beiden letzten Spalten sind die berechneten Werte der scheinbaren und wirklichen Funkenkonstante (k_w bzw. k) eingetragen, deren Bedeutung ja aus den

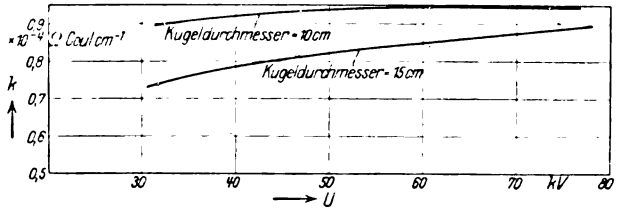


Bild 7. Abhängigkeit der Funkenkonstante von der Funkenspannung.

Arbeiten von Herrn Prof. Dr. M. Toepler im Archiv für Elektrotechnik allgemein bekannt ist. Einen Überblick über die hierbei in Betracht kommenden Größen und eine Formelzusammenstellung gibt übrigens auch meine — schon oben zitierte — Veröffentlichung in der ETZ. Die wirkliche Funkenkonstante k wurde aus k_w unter Berücksichtigung der Kondensatoren und des Wellenwiderstandes mit der Verflachungskonstante 1,8 berechnet. Die richtige Größe der Verflachungskonstante ist bekanntlich wegen des noch ungeklärten Einflusses der Kugelkapazitäten auf den Spannungsverlauf an F unsicher. Das Schaubild Bild 7 zeigt die Abhängigkeit des k von der Zündfunkenspannung U.

Jedem, der sich eingehend mit Funkenuntersuchungen beschäftigt hat, werden der verhältnismäßig geringe Wert von k und ferner die ziemliche Unabhängigkeit von der Schlagweite F auffallen. Hierzu möchte ich bemerken, daß man dem absoluten Wert von k, wie er sich aus meinen Messungen ergibt, nicht allzu großen Wert beimessen soll, da ich die Untersuchungen mit unzureichenden Hilfsmitteln ausführen mußte. Ich habe als Funkenmikrometer ein selbstgebautes Instrument

Digitized by Google

benutzt, das in der Hauptsache aus einem festen Knopf und einer dagegen verdrehbaren 3 mm Durchmesser-Schraube bestand. Diese Funkenstrecke habe ich notgedrungenermaßen mit einem Elektrometer — also bei nahezu konstanter Spannung — geeicht. Da es für die Größenverhältnisse dieses Funkenmikrometers fraglich ist, ob der Funke aus der Anfangs- oder einer anderen Grenzspannung ausbricht, sind natürlich diese Eichwerte, mit einem großen Fragezeichen zu versehen. Ferner habe ich zur Aufhebung des Funkenverzuges eine Bogenlampe benutzt, die ich ziemlich nahe an die Meßfunkenstrecke heransetzen mußte, so daß ihre Wärmewirkung keineswegs — wie ich es bei diesen Messungen tat — zur Erzielung genauer, exakter Werte vernachlässigt werden dürfte. Auf die Beseitigung dieser Mängel mußte ich vorläufig wegen der Neueinrichtung des Hochspannungslaboratoriums[1] in Dresden verzichten. Ich konnte dies um so leichter tun, als ja die beschriebenen Versuche und auch die vorliegende Veröffentlichung lediglich die Brauchbarkeit meiner neuen Wanderwellenmeßmethode erweisen sollen. Dies ist meiner Ansicht nach getan. Die Spannungen U' liegen in Größenordnungen, die ohne weiteres leicht zu messen sind, und die Vorteile meiner Methode gegenüber den bisherigen Anordnungen werden ihr sicher einen hervorragenden Platz bei Wanderwellenmessungen einräumen[2]. Diese Vorteile sind vor allem:

1. Leichte und schnelle Anbringung der Meßanordnung an beliebigen Stellen der Leitung[3].
2. Keine Betriebstörung beim Messen[4].
3. Es wird nicht (wie bei anderen Methoden) eine Kurve aufgenommen, aus der man graphisch die Maximalsteilheit findet. Man erhält das Gesuchte sofort mit einer einzigen Messung.
4. Der Charakter der Welle, ob Lade-, Entlade- oder Einzelwelle, ist gleichgültig.
5. Bei Laboratoriumsversuchen ist es angenehm, daß man keine lange Hauptleitung benötigt, da am Ende der Wellenwiderstand eingehängt wird.

Auf der Suche nach etwaigen Mängeln der Meßmethode stößt man zuerst auf die Frage der Rückwirkung des Meßkreises auf die Hauptleitung. Natürlich spielt nur die Rückwirkung eine Rolle, die vor Ausbruch des Funkens F' erfolgt. Der Meßkreis ändert durch Vergrößerung der Kapazität der Hauptleitung ihren Wellenwiderstand, und die induktive Wirkung der im Meßkreis fließenden Wanderwellenströme kann die Ausbildung der Front der eigentlichen, zu untersuchenden Wanderwelle der Hauptleitung stören. Qualitativ ergibt sich zunächst, daß die Störungen geringer werden, je größer c' und je kleiner b' ist. Vor allem scheint mir eine geringe Länge des Meßkreises wichtig zu sein, da sich dann sekundäre Wanderwellen gar nicht erst ausbilden können. Bei unendlich kleinem b' wäre der Meßkreis „konzentriert" und überhaupt keine Rückwirkung auf die Hauptleitung vorhanden. Um die quantitativen Verhältnisse festzustellen, habe ich die gleichen Wanderwellen nicht nur mit dem soeben beschriebenen 90 cm Meßkreis untersucht, sondern auch mit Meßkreisen von 5 m Länge und $c' = 20$ cm bzw. 30 cm. Man muß annehmen, daß bei derart veränderten Größen auch die Rückwirkung sich ändern würde. Bei allen 3 Meßkreisen waren die Ergebnisse nur innerhalb der Fehlergrenzen voneinander verschieden. Dies beweist, daß die Rückwirkung des Meßkreises auf die Hauptleitung zu vernachlässigen ist. Da der Strom im Meßkreis — sofern dieser nicht gar

[1] Das Institut f. Theor. Physik an der Techn. Hochschule Dresden besteht seit dem 1. Jan. 1927.

[2] Im Institut f. Theor. Physik Dresden wird die neue Methode zur Zeit dauernd für verschiedene Untersuchungen benützt.

[3] Keine Unterbrechung der Hauptleitung.

[4] Bei Fernleitungen z. B. kann während der Messungen der normale Betriebsstrom fließen. Ständiger Einbau eines Meßkreises mit einem Clydonographen statt Funkenmikrometers möglich.

Digitized by Google

zu lang ist — proportional dem 2. Differentialquotienten des Wanderwellenstromes der Hauptleitung ist und dieser 2. Differentialquotient für die allein interessierende steilste Stelle der Wellenfront Null wird, fällt auch die hieraus entspringende Rückwirkung für diesen Augenblick weg. Natürlich kann eine etwaige Rückwirkung am Fuße der Wanderwelle ihren Einfluß auch auf die steilste Stelle ausdehnen, aber dieser Einfluß wird nicht so groß sein wie eine unmittelbare Rückwirkung hierauf. Aus diesen Gründen ist es nicht verwunderlich, daß der praktische Versuch überhaupt keine Rückwirkung erkennen ließ.

Natürlich konnten auch diese Versuche aus obengenannten Gründen nur recht flüchtig ausgeführt werden, und es wäre schon zu wünschen, daß einmal systematisch mit verschieden großen Meßkreisen Untersuchungen angestellt würden, vor allem auch derart, daß zwei Meßkreise an derselben Hauptleitung an verschiedenen Stellen hängen. Wenn man hierbei einmal bei dem einen und einmal bei dem anderen die Funkenstrecke F' so weit dreht, daß nur der 2. Meßkreis ansprechen kann, so wird man hieraus leicht einen guten Schluß über eine etwa zu berücksichtigende Rückwirkung ziehen können. Es ist neben der Bekanntmachung der neuen Meßmethode und dem Beweis ihrer Brauchbarkeit die 3. Aufgabe dieser vorliegenden Veröffentlichung, zu solchen und ähnlichen Versuchen anzuregen, zumal ich selbst durch eine neue Stellung und einen neuen Arbeitskreis für die nächste Zeit leider verhindert bin, praktische Wanderwellenuntersuchungen zu machen.

Für einen Vergleich mit meinen Meßergebnissen möchte ich bemerken, daß ich bei der Bewertung der Funkenstrecke F' einen eigenen Weg beschritten habe. Es ist nämlich bei Messung von Spannungen kurzer Dauer meist üblich, unter den Elektrodenentfernungen der Funkenstrecke, bei denen Funken ausbrechen, diejenige zur Berechnung der Spannung zu benutzen, bei der etwa gleichviel Funken und Versager auftreten. Bezogen auf die Anzahl der Zündfunken F würden also in unserem Falle nur 50% Funken F' gezählt werden. Da der Funkenverzug jedoch die Funkenspannung U' nur scheinbar erniedrigen aber nicht erhöhen kann, so nehme ich zur Bewertung für U' diejenige Funkenstrecke F', bei der eben überhaupt noch ein Funke eintritt. Ich gehe praktisch meist so vor, daß ich nach Einstellung einer Funkenlänge F' die Zündfunken F zu zählen beginne; kommt, ehe ich 30 gezählt habe, ein Funke F', so drehe ich ein bestimmtes kleines Stück — z. B. $^1/_2$ Zehntelmillim. — weiter, und das Spiel beginnt von neuem. Kam aber bis 30 keine Funke, so nehme ich als F' diejenige Funkenstrecke, die ich vor der Neueinstellung des Funkenmikrometers gehabt hatte. Bei großen Kugeln und langen Schlagweiten ist zwar der Unterschied zwischen jener 50%-Methode und der — wie ich sie nenne — „Maximalzählmethode" bei ultravioletter Bestrahlung gering, bei einem Funkenmikrometer und kleinen Spannungen dagegen sehr groß. F' nach der Maximalzählmethode beträgt z. B. manchmal das Doppelte des F' nach der 50%-Methode. Bei gänzlicher Beseitigung des Funkenverzuges müssen natürlich die 50%-Methode und die Maximalzählmethode gleiche Werte ergeben.

Zum Schluß danke ich auch an dieser Stelle meinem verehrten, früheren Vorgesetzten, Herrn Professor Dr. M. Toepler, dafür, daß er durch seine reiche Hilfe mit Rat und Tat die durchgeführten Versuche ermöglichte.

Institut für Theoretische Physik der Techn. Hochschule Dresden.

Digitized by Google

Untersuchungen über die Elektrizitätsleitung durch sehr dünne Schichten fester Dielektrika.

Von

Erich Espermüller, Gauting.

Mitteilung aus dem Elektrophysikalischen Laboratorium der Technischen Hochschule München.

Übersicht.

I. Herstellung, Trocknung, Dickebestimmung sehr dünner Schichten fester Dielektrika.
1. Herstellung der Schichten.
2. Trocknung der Schichten.
3. Bestimmung der Schichtdicke.

II. Dielektrische Untersuchungsmethode.
1. Versuchsanordnung.
2. Meßanordnung.
3. Vorversuche.

III. Versuchsergebnisse an Kollodium.
1. $\mathfrak{J} = f(t)$ für $E = \text{const.}$
2. $\mathfrak{J} = f(t)$ für $E = \text{const.}$ nach dem Kommutieren.
3. $R = \frac{\Delta E}{\Delta \mathfrak{J}} = f(\mathfrak{J}_1)$ für $E_1 = \text{const.}$ und $\Delta E = \text{const.}$
4. $\mathfrak{J} = f(t)$ für $E = 0$ (Rückstrom). Untersuchungen über die Gültigkeit des Superpositionsgesetzes. $C = f(t)$ für $E = \text{const.}$
5. Untersuchungen über einen eventuellen Einfluß des Elektrodenmaterials, der Oberflächenbeschaffenheit der Elektroden, der wirksamen Elektrodenfläche auf den Strom oder auf dessen Zeitabhängigkeit.
6. Färbung der Elektrode bei langem Stromdurchgang durch die Schicht.
7. Wärmeversuche. $\mathfrak{J} = f(t)$ für $E = \text{const.}$ und verschiedene Temperaturen.
8. $\mathfrak{J} = f(E)$ nach bestimmten durchgeschickten Elektrizitätsmengen. Werte von Durchschlagspannungen.

IV. Versuchsergebnisse an anderen Materialien.
1. Cellon-Lackschichten.
2. Dickere Cellonschichten.
3. Schellack- und Kolophoniumschichten.

V. Diskussion der Versuchsergebnisse.

Zusammenfassung.

Eine allgemeine Gesetzmäßigkeit, welche die Art und den Verlauf des Elektrizitätsdurchganges durch feste Dielektrika regelt, ist bis jetzt noch nicht aufgefunden worden. Für anorganische Stoffe, wie Glas[1], Kristalle[2] usw. läßt sich nach den vorhandenen Untersuchungen bei niedrigen Feldstärken mit Sicherheit elektrolytische Leitung annehmen, für Glas[3] ist diese auch bei hohen Feldstärken nachgewiesen. Obwohl man nun auch bei organischen Substanzen voraussetzen kann, daß sie bei niedrigen Feldstärken vorwiegend elektrolytisch leiten, so ist doch ihr gerade für die Isolierstofftechnik ausschlaggebendes Verhalten bei hohen bis jetzt noch keineswegs geklärt.

[1] a) E. Warburg, Wied. Ann. **21**, 622, 1884. b) F. Tegetmeier, Wied. Ann. **41**, 18, 1890. c) M. le Blanc und F. Kerschbaumer, Zeitschr. f. phys. Chemie **72**, 468, 1910. d) Rebbek und Ferguson, Journ. of the Americ. chem. soc. **46**, 1991, 1924.

[2] a) F. Tegetmeier, Wied. Ann. **41**, 18, 1890. b) E. von Rautenfeld. Ann. d. Phys. **72**, 617, 1923. c) A. Joffé, Ann. d. Phys. **72**, 461, 1923.

[3] H. Schiller, Ann. d. Phys. **83**, 137, 1927.

Digitized by Google

Um aber möglichst hohe Feldstärken bei der dielektrischen Untersuchung zu erreichen, ist ein vollkommen homogenes Dielektrikum Bedingung. Dies stellt nun in hohem Maße eine sehr dünne Schicht eines Isolierstoffes dar, weil es bei dieser viel leichter ist, die der elektrischen Festigkeit am meisten schädlichen Einflüsse von Luft, Feuchtigkeit und Verunreinigungen zu berücksichtigen und auszuschalten. Bei den zu den Versuchen in Aussicht genommenen Schichtdicken von einigen μ wird auch der Einfluß der Stromwärme auf die Leitfähigkeit, der bei dickeren Schichten in einem bestimmten Spannungsbereich allein ausschlaggebend ist, verschwindend klein sein, wie es ja auch die neuere Theorie[1] des elektrischen Durchschlages fester Isolatoren annimmt. Ausgehend von diesen Überlegungen, die vermuten lassen, daß sich bei der Untersuchung fester Dielektrika in sehr dünnen Schichten vielleicht manche Erscheinungen deutlicher zeigen oder auch neue auftreten, wurde die vorliegende Arbeit unternommen.

I. Herstellung, Trocknung und Dickebestimmung sehr dünner Schichten fester Dielektrika.

1. Herstellung der Schichten.

Zur Herstellung der untersuchten 2—3 μ dicken Schichten wurden folgende Materialien verwendet.

a) D.A.B. 5. Collodium elasticum von C. A. F. Kahlbaum, Berlin.

b) Cellon-Lacke von Dr. A. Eichengrün[2], Berlin, und zwar folgende 2 Sorten:

1. Cellon-Zaponlack R.U.S.L.P. 745.

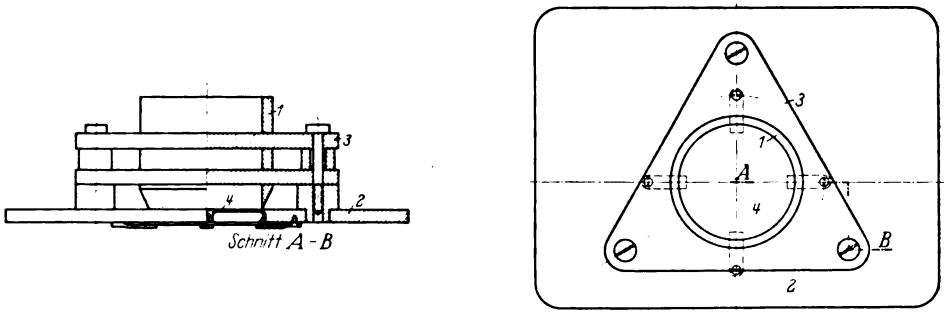


Bild 1. Aufschüttplatte und Abstechvorrichtung.

2. Cellon-Hartlack R. 10.

c) Kolophonium in Pulverform von C. A. F. Kahlbaum, Berlin, in absolutem Alkohol gelöst.

d) Schellack in Blättern von C. A. F. Kahlbaum, Berlin, in folgendem Mischungsverhältnis in absolutem Alkohol gelöst: Ein Teil Schellack auf vier Teile C_2H_5OH abs.

Am einwandfreiesten ließen sich die dünnen Schichten herstellen, indem die Lösung des betreffenden Stoffes bzw. der Isolierlack von Hand auf eine Metallplatte, welche gleichzeitig die eine Belegung des Versuchskondensators bildete, aufgegossen wurde, so daß, nach dem Verdunsten des Lösungsmittels, auf dieser die dünne, filmartige Schicht festhaftete. Um die Schichten möglichst homogen und frei von fremden Bestandteilen zu erhalten, wurden die Lösungen vor ihrer Verwendung mehrmals mittels Unterdruck durch Glasfilter von Schott & Gen., Jena, und hernach durch Hartfilter von Schleicher & Schüll, Düren, filtriert.

[1] Rogowski, Arch. f. Elektrot. **13**, 153, 1924.

[2] A. Eichengrün, Verh. d. Ver. z. Beförd. d. Gewerbefleißes in Preußen **87**, 166, 1920.

Digitized by Google

Die in Bild 1 gezeichnete Abstechvorrichtung mit Aufschüttplatte diente in Verbindung mit den verwendeten optisch plan geschliffenen und polierten Elektroden dazu, den dünnen Schichten eine genau definierte Fläche und eine möglichst gleichmäßige Stärke zu verleihen. Wie aus Bild 1 ersichtlich, war die Kupferelektrode (4) in die Aufschüttplatte (2) aus Hartmessing so eingeschliffen, daß sie vollständig dicht und plan in derselben festsaß. Ein an der Unterseite der Aufschüttplatte geeignet angebrachter Blechring mit Lederzwischenlage sorgte für die Festhaltung der Elektrode in der Aufschüttplatte. Durch die Führung (3) war der Abstecher (1) sowohl zentriert, wie auch senkrecht gegen die Aufschüttplatte geführt.

Vor dem Aufbringen der Schicht wurden sowohl Elektrode wie auch Aufschüttplatte und Abstecher in absolutem Alkohol gereinigt, mit Wildleder vorsichtig abgerieben und getrocknet. Nachdem die Elektrode in die Aufschüttplatte eingespannt war, wurde die Lösung über die ganze Fläche gegossen, und sobald die Schicht halbtrocken war, die Führung (3) aufgesetzt, in diese der Abstecher (1) eingeführt und durch vorsichtiges Drehen desselben um ungefähr 30° die Schicht der Elektrode ausgestochen. Der Abstecher hatte, da er auf der Aufschüttplatte aufsaß, einen um weniges größeren Durchmesser (etwa $^3/_{10}$—$^4/_{10}$ mm) wie die eingespannte Elektrode. Dadurch gelang es fast immer, die Elektrode nach dem Abstechen der Schicht aus der Ausschüttplatte herauszunehmen, ohne daß die Schicht sich von der Elektrode ablöste.

2. Trocknung der Schichten.

Die Trocknung der dünnen Schichten aus den hier untersuchten Materialien bestand darin, das alkoholische Lösungsmittel durch Verdampfen aus der Schicht vollständig zu entfernen. Da aber die angewandten Lösungsmittel (Alkohol, Äther, Azeton) schon bei Zimmertemperatur sehr flüchtig sind, mußten die Proben nach der Herstellung in einem staubfreien Raum (Glasexsikkator) in Luft bei Zimmertemperatur sehr vorsichtig und langsam vorgetrocknet werden, um eine Blasenbildung der Schicht zu vermeiden. Erst dann konnten diese in einem Vakuumtrockenschrank von W. C. Heräus, Hanau, weiter behandelt werden, anfangs bei 20° bis 30° C, später bei höheren Temperaturen. Für Kollodiumschichten und Cellon-Lackproben war die maximale Trocknungstemperatur 50—60° C, für Kolophoniumproben 80° C, für Schellackschichten bis 120° C. Um dann die einmal getrockneten Proben bis zur weiteren Untersuchung auch wirklich trocken zu erhalten, wurden sie nach vorsichtigem Abkühlen in einem scharf mit Phosphorpentoxyd getrockneten Raum (Glasexsikkator) aufbewahrt.

Der Fortgang und Abschluß der Trocknung (optimale Trocknung) der Schichten konnte einwandfrei mit einer Mikrowage nachgewiesen werden. Aus zahlreichen Versuchen ließ sich schließen, daß eine Probe dann optimal getrocknet war, wenn sich ihr Gewicht bei neuerlichem 24stündigem Trocknen im Vakuum-Trockenofen bei den vorher angegebenen Maximaltemperaturen um weniger als 0,003 mg (Höchstempfindlichkeit der verwendeten Mikrowage) änderte.

3. Bestimmung der Schichtdicke.

Die Dicke der Schichten wurde aus dem Gewicht, der Fläche und dem spezifischen Gewicht durch Wägung bestimmt.

Das Gewicht einer Schicht konnte durch 2 Wägungen, der Elektrode allein und der Elektrode mit Schicht als Differenz beider festgestellt werden. Die reproduzierbare Genauigkeit der Wägungen mit der verwendeten Mikrowage von Sartorius, Göttingen, betrug bei der Höchstbelastung von 20 g etwa $\pm$ 0,002—0,003 mg.

Eine genau definierte Fläche der Schichten war durch die Abstechvorrichtung gegeben. Die Fläche des Abstechers und damit genau genug auch die der Schicht ließ sich mittels einer Präzisionsschiebelehre auf $\pm$ 0,01 cm² genau bestimmen.

Digitized by Google

Zur Bestimmung des spezifischen Gewichtes wurden Probeschichten durch Aufgießen der Lösung oder des betreffenden Isolierlackes auf chemisch reines Quecksilber hergestellt. Durch Differenzwägungen aus der verdrängten Wassermenge und dem Gewicht einer Probeschicht, die in Streifen zerschnitten in ein Pyknometer eingebracht war, konnte das spezifische Gewicht der einzelnen Materialien ermittelt werden. Den im Wasser untergetauchten Streifen der Probeschicht evtl. anhaftende Luftbläschen mußten durch Schütteln, mit einem sauberen Glasstab oder auch mit der Luftpumpe jedesmal vollständig beseitigt werden. Erwähnt sei, daß auch die Korrektionen wegen Temperaturschwankungen bei den verschiedenen Füllungen genauestens berücksichtigt wurden. Zur Rechnung für die Schichtdickebestimmung wurde das Mittel aus je 10 Einzelbestimmungen des spezifischen Gewichtes, wobei sich eine Genauigkeit von 0,2—0,25% erreichen ließ, verwendet.

Voraussetzung dafür, daß die Schichtdickebestimmungen nach der beschriebenen Methode einigermaßen befriedigende Ergebnisse lieferten, war natürlich, daß bei allen untersuchten Schichten und auch bei den zur spezifischen Gewichtsbestimmung verwendeten Probeschichten absolute gleiche Trocknungsverhältnisse vorlagen, was ziemlich sicher der Fall war, da ja der Verlauf und Abschluß derselben mittels der Mikrowage in sehr exakter Weise festgestellt werden konnte. Eine weitere Voraussetzung war natürlich, daß sowohl die Elektroden zwischen den beiden zur Dickebestimmung notwendigen Wägungen wie auch die zur spezifischen Gewichtsbestimmung verwendeten Probeschichten nicht mit solchen Körpern in Berührung kamen, die ihr wahres Gewicht hätten fälschen können.

Trotz all dieser Vorsichtsmaßregeln aber ist die Dickebestimmung nach der ausgearbeiteten Methode deshalb in gewisser Beziehung noch unsicher, weil man nur die mittlere Schichtdicke bestimmen kann. Andererseits läßt sich aus zahlreichen Vergleichsmessungen, die an etwas dickeren Schichten mit einem Zeißschen Präzisions-Dickenmesser ausgeführt wurden, die reproduzierbare Genauigkeit der Bestimmungen bei den untersuchten Schichtdicken von 2—3 μ sicher mit 2—5% angeben.

II. Methode für die dielektrische Untersuchung.

1. Versuchsanordnung.

Die Dielektrika wurden, durch die Art der Herstellung bedingt, in Form von kreisrunden Schichten untersucht, die mit kreisförmigen Elektroden belegt waren, von denen die eine mit einem Schutzring umgeben war, um die Feldverzerrung am Rande des Plattenkondensators aufzuheben und um Oberflächenkriechströme abzufangen.

Die eine Belegung des Versuchskondensators bildete immer die Elektrode, auf welche die zu untersuchende Schicht durch Verdunstung der aufgegossenen Lösung hergestellt wurde. Die Form dieser Elektroden aus Kupfer ist aus Bild 2a zu ersehen. Als Befestigung derselben für die Versuche diente die in Bild 2b dargestellte Haltevorrichtung, in die diese mit dem auf die Unterseite aufgeschraubten Anschlußbolzen (1) eingespannt werden konnten. Erwähnt sei hier noch, daß die Klemme 2, welche die Stromzuführung zur Meßelektrode vermittelte, außer durch einen Hartgummistab (6) noch durch einen wegen des Kriechweges hinreichend langen Bernsteinstab (5) isoliert war.

Wie schon vorher erwähnt, wurde die zweite Belegung als Schutzringelektrode ausgebildet. Als Elektrodenmaterial war dabei Quecksilber verwendet, das ja wegen seiner Elastizität den einen großen Vorteil aufweist, daß ein guter Kontakt der Elektrode mit dem zu untersuchenden Dielektrikum gesichert ist.

Auf die Kupferelektrode, auf der die zu untersuchende dünne Isolierschicht festhaftete, wurden 2 Glasrohre so ineinandergestellt und durch eine geeignete Haltevorrichtung festgehalten, daß sie gegeneinander genau zentriert waren. In das innere

Digitized by Google

Glasrohr und in den Zwischenraum zwischen beiden wurde Quecksilber eingefüllt, das so Mittel- und Schutzringelektrode bildete. An das innere Glasrohr, das beide Elektroden voneinander isolierte und dadurch den Schutzring auf der Schicht darstellte, war von außen auf eine Höhe von 15 mm ein Konus angeschliffen, um es an der Aufsitzfläche möglichst dünnwandig zu machen. Dadurch bekam der Schutzring, das nicht ganz scharfe Anliegen des Quecksilbers an den Glasrohren bereits berücksichtigt, eine größte Dicke von $^5/_{10}$ mm. Um ein exaktes Aufsitzen der beiden Glasrohre auf die Schicht zu erreichen, waren die Unterflächen derselben plan geschliffen. Die Haltevorrichtung für beide Glasrohre und die Stromzuführung für Mittel- und Schutzringelektrode ist aus Bild 3 zu ersehen. In die Nut 7 war das innere Glasrohr 1′ durch eine Stahldrahtspirale gefedert eingesetzt und durch einen Bajonettverschluß in dieser festgehalten, so daß es aus der Elektrodenanordnung, bei deren Aufsetzen auf die Isolierschicht, nicht herausfallen konnte. Durch einen Bleizylinder, der ohne die Bernsteindurchführung (3) zu berühren auf den Hartgummikörper 2 aufgesetzt werden konnte, ließ sich die Quecksilber - Elektrodenanordnung beschweren, um ein dichtes Aufsitzen derselben zu erhalten. Das Quecksilber für die Mittelelektrode konnte durch die Bohrung in der Bernsteindurchführung, in der sonst die Stromzuführung (4) steckte, eingefüllt werden, während dasjenige für die Schutzringelektrode bei 5 eingefüllt wurde.

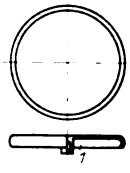


Bild 2a. Kupfer-Elektrode.

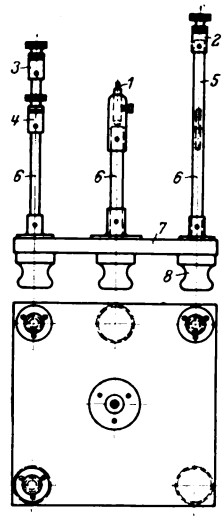


Bild 2b. Elektrodenhaltevorrichtung.

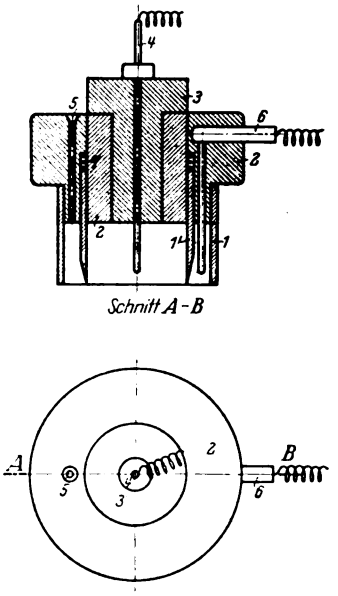


Bild 3. Quecksilber-Schutzring-Elektrode.

Um alle Spuren von Feuchtigkeit und Luft zwischen der Isolierschicht und den Quecksilberelektroden auszuschalten, wurde das Quecksilber in einem Vakuum von etlichen Millimetern-Hg-Druck in der Einfüllvorrichtung (Bild 4a), die immer scharf mit Phosphorpentoxyd getrocknet war, aufgebracht. Vor dem Einspannen einer Kupferelektrode in die Haltevorrichtung (Bild 2b), die während der Versuche auf der Eisenplatte 3 (Bild 4a) stand, wurde die auf dieser festhaftende Schicht sauber von evtl. Staubteilchen gereinigt. Die ebenfalls gereinigte und getrocknete Quecksilber-Elektrodenanordnung konnte nun vorsichtig auf die Schicht aufgesetzt und mit dem gleichzeitig noch als Kriechring dienenden Bleigewicht, das mit Klemme 3 (Schutzring-Stromzuführung in Bild 2b) verbunden war, beschwert werden. Nachdem die Einfüllvorrichtung bis zu dem höchst erreichbaren Vakuum ausgepumpt war, wurde die Versuchsprobe in dieser zu einer nochmaligen intensiven Trocknung ungefähr 3—4 Stunden sich selbst überlassen. Im gegebenen Augenblick ließ sich aus dem Glasrohr 4 (Bild 4a), das mit einer feinen Düse versehen und mit einem kleinen Glastrichter, der in der Bernsteindurchführung der Quecksilberelektrodenanordnung steckte, in Verbindung stand, das Quecksilber langsam und in der gewünschten Menge

Digitized by Google

in die Mittelelektrode durch Heben des Gefäßes 5 einfüllen. Ein ähnlich angebrachtes Glasrohr gestattete gleichzeitig das Quecksilber für die Schutzringelektrode einzufüllen. Zu den Untersuchungen wurde nur äußerst sorgfältig getrocknetes, chemisch reines Quecksilber als Elektrodenmaterial verwendet. Um auch während der nachfolgenden Messungen evtl. Schwankungen der Raumtemperatur auszugleichen und um andererseits alle Feuchtigkeit von der Versuchsprobe fernzuhalten, blieb die Versuchsanordnung auch während dieser in der scharf mit Phosphorpentoxyd getrockneten Einfüllvorrichtung stehen, allerdings ohne daß dieselbe evakuiert war.

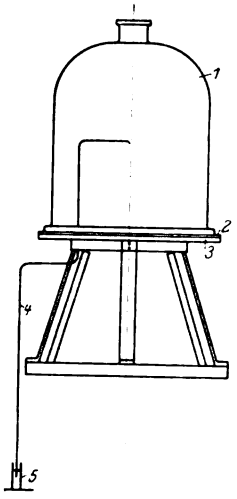
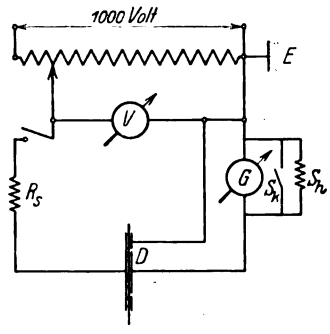


Bild 4a. Quecksilber-Einfüllvorrichtung.



Schaltbild 1.

2. Meßanordnung.

Die Leitfähigkeitsmessungen wurden mit Batteriegleichstrom (Hochspannungsbatterie von 1000 Volt) nach obenstehendem Schaltbild 1 ausgeführt. Wie daraus ersichtlich, war der Schutzring unter Umgehung des Galvanometers direkt an Erde angeschlossen, um nur den Strom, der durch die Meßelektrode fließt, zu messen. Die dadurch zwischen Mittelelektrode und Schutzring auftretende Spannungsdifferenz blieb so gering, daß hierdurch kein Fehler von meßbarer Größe entstehen konnte.

Die regelbare Spannung wurde an einem Potentiometer mit 5000 Ohm Widerstand abgegriffen und mit einem S. & H.-Präzisions-Drehspulspannungsmesser mit äußeren Vorwiderständen und einem Meßbereich bis 1500 Volt gemessen. Zur Strommessung wurde ein S. & H.-Drehspulspiegelgalvanometer mit einer Empfindlichkeit von $8 \cdot 10^{-10}$ Amp. pro 1 mm Ausschlag bei 1500 mm Skalenabstand und objektiver Ablesung benützt. Die Empfindlichkeit des Instrumentes konnte durch Nebenschlüsse in weiten Grenzen abgestuft werden, und außerdem war ein Kurzschlußschalter für dasselbe vorgesehen. Um bei evtl. Durchschlag der Probe den Strom zu begrenzen, war der Spannungsquelle ein Schutzwiderstand von $3 \cdot 10^6$ Ohm, unterteilt in 4-Löwe-Widerstände, vorgeschaltet, der die oben erwähnte Spannungsmessung aber nicht meßbar fälschte.

Die einwandfreie Isolierung des Strommeßweges wurde dadurch erreicht, daß sowohl Galvanometer, wie auch die Nebenschlüsse und der Kurzschlußschalter isoliert auf Metallbleche aufgestellt waren und als Leitungen im Strom-Meßkreis hochisolierende Gummikabel mit Bleimantel, deren Enden jeweils paraffiniert waren, verwendet wurden. Die Metallbleche sowohl wie auch der Bleimantel der Verbindungskabel waren mit dem Pol der Spannungsquelle, an dem das Galvanometer lag, also mit Erde verbunden. Die einwandfreie und sorgfältige Isolierung der Versuchs- wie auch Meßanordnung bot die unbedingte Gewißheit, daß nur der die Meßelektrode des Dielektrikums durchfließende Strom mit dem Galvanometer gemessen wurde.

Digitized by Google

3. Vorversuche.

Zu Beginn der Arbeit wurde versucht, die Schutzringelektroden mittels Kathodenzerstäubung, d. h. durch Zerstäuben von Silber auf die Isolierschicht aufzubringen. Es zeigte sich aber, daß die zerstäubten Silberpartikel durch die Wucht, mit der sie auf die dünne Isolierschicht aufprallten, in diese wanderten und größtenteils sogar durch, so daß dadurch die beiden Belegungen schon vor dem Anlegen einer Spannung leitend verbunden waren. Durchschlagsversuche mit Silber-Schutzringelektroden lieferten im Vergleiche mit den später bei der Quecksilber-Elektrodenanordnung erhaltenen Werten, vorausgesetzt, daß die beiden Belegungen nicht schon kurz geschlossen waren, um 300—400% niedrigere Durchschlagspannungen, während eine einwandfreie und reproduzierbare Strommessung überhaupt nicht möglich war.

Ähnlich unbefriedigend verliefen auch Versuche, die Elektroden durch chemische Versilberung oder durch Aufpressen von dünnen Metallfolien (Stanniol) herzustellen. Die Stromwerte waren bei Stanniolelektroden durchwegs viel niedriger und die Durchschlagspannungen beträchtlich erhöht gegenüber den entsprechenden Werten mit der Quecksilber-Elektrodenanordnung. Dies hat wohl seinen Grund darin, daß bei den Stanniolelektroden, obwohl diese gut auf die Schicht aufgepreßt waren, der Strom nicht gleichmäßig durch die Probe fließt, sondern nur an den Stellen, wo die Elektrode gut anliegt. Daß natürlich auch gerade bei den untersuchten sehr dünnen Schichten evtl. vorhandene Luftzwischenlagen die Messungen vollständig fälschen mußten, ist selbstverständlich.

Aus diesen Ergebnissen läßt sich der Schluß ziehen, daß sowohl Leitfähigkeitsmessungen wie auch Durchschlagsversuche mit ebenso, wie erwähnt, hergestellten Elektroden bei Materialien von ähnlichem Charakter wie die hier untersuchten sicher nicht einwandfrei sind.

Bereits bei den ersten Versuchen zeigte sich der große Einfluß der Trocknung der Schichten auf die Größe und Reproduzierbarkeit der Strom- und Durchschlagspannungswerte, und zwar dahingehend, daß erstere beträchtlich erhöht und letztere um 200—300% niedriger waren bei nur lufttrockenen Proben gegenüber den optimal getrockneten. Aus Versuchen mit länger getrockneten oder gealterten Proben aber folgte eindeutig, daß eine längere Trocknung wie die unter I. 2. definierte optimale keinen Einfluß auf die Versuchsergebnisse hatte. Hieraus läßt sich schließen, daß die bei allen untersuchten Schichten angewandte Trocknung einwandfrei war.

III. Versuchsergebnisse an Kollodiumschichten.

1. Stromverlauf abhängig von der Zeit bei konstanter angelegter Spannung.

Liegt am Dielektrikum nach Schaltbild 1 eine konstante Gleichspannung E, so fließt durch dasselbe ein Strom, der mit der Zeit des Wirkens der konstanten Span-

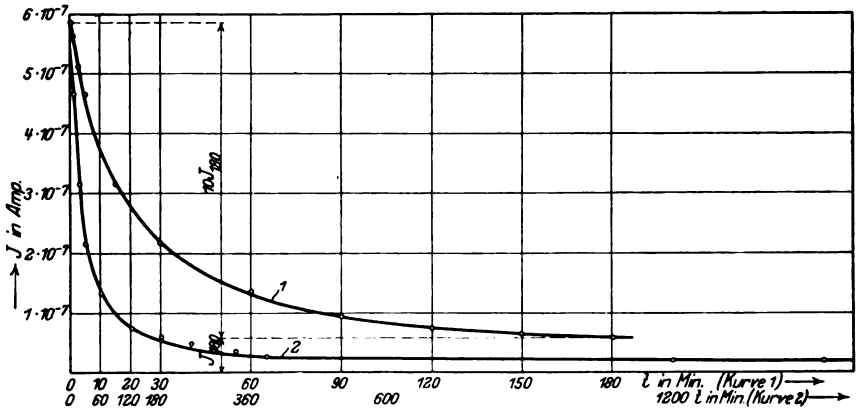


Diagramm 1. Kurve 1 und 2: $\mathfrak{J} = f(t)$ für $E = 400$ Volt = const.

Digitized by Google

nung abnimmt, und zwar unmittelbar nach Stromschluß rasch, später langsamer (Diagr. 1). Über die Größe des Stromabfalles mit der Zeit läßt sich bemerken, daß bei einer Spannung E, die ungefähr gleich der halben Durchschlagspannung ist, der Strom innerhalb von 180 Minuten auf rund $^1/_{10}$ seines Anfangswertes (Stromwert 30 Sekunden nach Anlegung der Spannung) abnimmt (Diagr. 1, Kurve 1). Nach 25stündigem Anliegen einer bestimmten Spannung aber ließ sich mit dem verwendeten Galvanometer eine weitere merkliche Stromabnahme mit der Zeit nicht mehr feststellen (Diagramm 1, Kurve 2).

Die Intensität der Stromabnahme im Laufe der Beanspruchung hängt sehr stark von der Größe der anliegenden Spannung E ab, und zwar dahingehend, daß der Stromabfall mit der Zeit um so größer, je höher die wirkende Spannung ist (Diagr. 2). Um überhaupt einen merklichen Stromrückgang mit der Beanspruchungszeit nachzuweisen, war eine angelegte Spannung, die mindestens einer Feldstärke von $1 \cdot 10^6$ Volt/cm entspricht, notwendig.

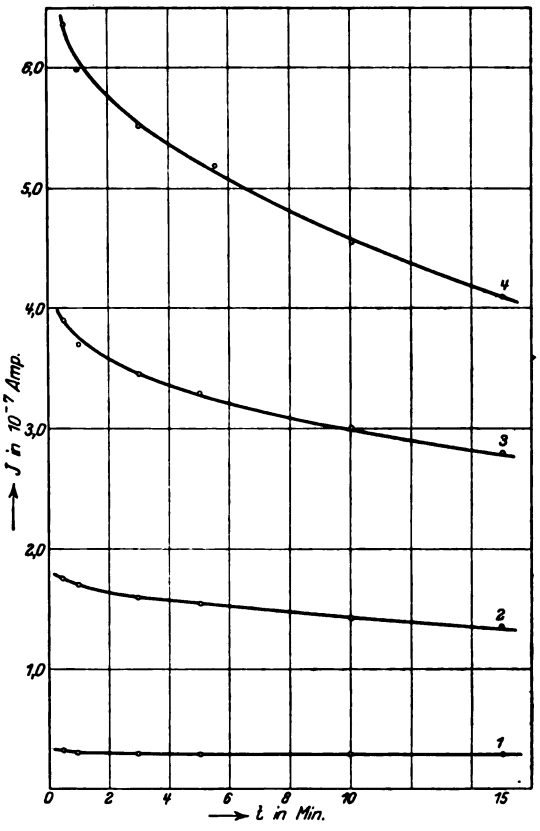


Diagramm 2. $\mathfrak{J} = f(t)$ für $E = \text{const.} = E_1, E_2, E_3, E_4$.
$E_1 = 50$ Volt; $E_2 = 200$ Volt; $E_3 = 300$ Volt;
$E_4 = 400$ Volt.

2. Stromverlauf abhängig von der Zeit beim Kommutieren der Spannung.

Hat der Strom während des Wirkens einer konstanten Spannung E (z. B. Hg-Schutzringelektrode positiv) auf einen bestimmten Wert abgenommen, und wird nun die Spannung kommutiert (Hg-Schutzringelektrode negativ), so ergibt sich nahezu der gleiche Stromwert wie vor dem Kommutieren. Der kommutierte Strom steigt

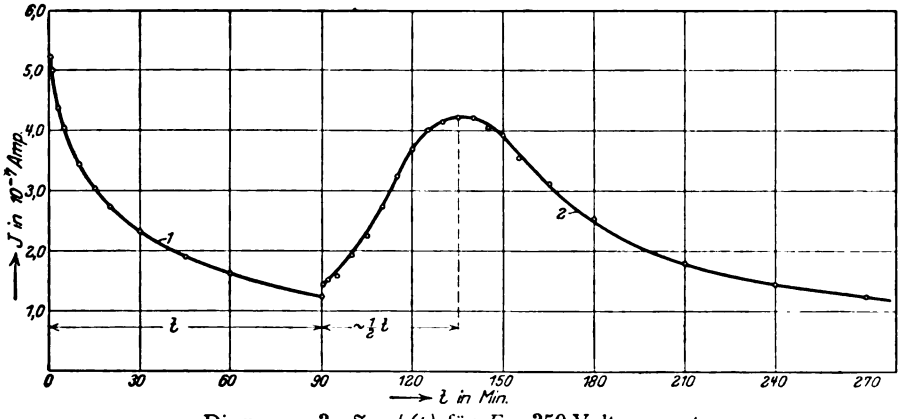


Diagramm 3. $\mathfrak{J} = f(t)$ für $E = 350$ Volt $= \text{const.}$
Kurve 1: Hg-Schutzringelelektrode: positiv,
Kurve 2: Hg-Schutzringelelektrode: negativ.

Digitized by Google

mit der Zeit des Wirkens der Spannung an, erreicht ein Maximum und fällt dann wieder (Diagr. 3). Würde in einem bestimmten Zeitpunkt die Spannung neuerdings kommutiert werden, so würde sich wieder der eben erwähnte Verlauf der Stromzeitkurve ergeben. Daß der Strom nach dem Kommutieren durchwegs nahezu den gleichen Wert hatte wie kurz vorher, zeigt deutlich, daß Polaritätserscheinungen hier in deutlichem Maße nicht vorhanden sind. Erwähnt sei allerdings, daß der Strom in der ersten kurzen Zeit nach dem Kommutieren der Spannung ein wenig fällt und erst dann zu steigen beginnt. Daß dies auf Polarisationserscheinungen, die aber im übrigen bei der hier auftretenden Stromschwächung im Laufe der Beanspruchungszeit eine untergeordnete Rolle spielen, zurückgeführt werden kann, ist bei der Untersuchung des Rückstromes näher erwähnt.

Über den zeitlichen Verlauf des Stromes nach dem Kommutieren, bei einer Spannung, die ungefähr der halben Durchschlagspannung entspricht, und über den Höchstwert, den der Strom hierbei wieder erreicht, läßt sich aus zahlreichen Versuchen folgendes bemerken:

1. Die Zeit, in der der Strom nach dem Kommutieren ansteigt und das Maximum erreicht, ist kürzer als die Zeit des vorhergehenden Abfalles, und zwar ungefähr gleich der Hälfte derselben.

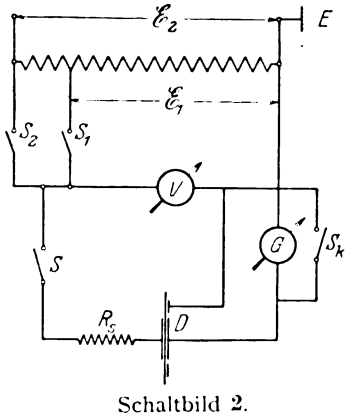
2. Der Strom erreicht nach dem Kommutieren nicht mehr den Wert, den er beim ersten Anlegen der Spannung hatte, sondern einen etwas kleineren. Meistens ist der Stromwert des Maximums nach dem Kommutieren ungefähr gleich dem, den der Strom beim ersten Einschalten 3—5 Minuten nach Anlegen der Spannung hatte.

Die Form des Maximums der Stromzeitkurve nach dem Kommutieren, ob flach oder spitz und die absolute Höhe desselben, hängt sowohl von der Zeitdauer des vorhergehenden Stromabfalles wie auch von der Intensität desselben, also indirekt von der Höhe der angelegten Spannung ab. Ob die Hg-Schutzringelektrode bei den Versuchen zuerst positiv oder negativ war, hatte auf den Charakter der Strom-Zeitkurve nach dem Kommutieren keinen Einfluß.

Als Ergebnis dieser Versuche läßt sich feststellen, daß der Widerstand der untersuchten Schichten, der sich im Laufe der Beanspruchung mit einer konstanten Spannung verändert, durch Kommutieren dieser Spannung wieder in den annähernd ursprünglichen Zustand versetzt werden kann.

3. Untersuchung, ob der Widerstand der Schicht auch bei oftmaliger und langandauernder Beanspruchung reproduzierbar ist.

Um die Reproduzierbarkeit des Widerstandes der dünnen Schichten näher zu untersuchen, wurden folgende Messungen nach nebenstehendem Schaltbild 2 ausgeführt.



Schaltbild 2.

Liegt am Dielektrikum eine konstante Spannung E_1, so wird sich abhängig von der Beanspruchungszeit der bereits erwähnte Stromabfall $[\mathfrak{J}_1 = f(t)]$ ergeben. Schaltet man nun in einem bestimmten Zeitpunkt eine konstante Spannung ΔE zu E_1 hinzu, die aber nach der Strommessung sofort wieder weggenommen wird, so wird eine zu dieser gehörige Stromänderung $\Delta\mathfrak{J}$ feststellbar sein. Unter dem Widerstande der Schicht sei hier der Quotient $\frac{\Delta\mathfrak{J}}{\Delta E}$ verstanden. Dieser so definierte Widerstand $R = \frac{\Delta E}{\Delta\mathfrak{J}}$ wurde nach Einschalten des Dauerstromes $\mathfrak{J}_1$ zu verschiedenen Zeiten zusammen mit den gerade vorhandenen Werten $\mathfrak{J}_1$ dieses Stromes gemessen, und zwar sowohl bei mit der Zeit fallendem Strom $\mathfrak{J}_1$ wie auch nach dem Kommutieren, wenn

Digitized by Google

derselbe abhängig von der Zeit steigt, ein Maximum durchläuft und dann wieder fällt.

Diagr. 4 stellt nun für 5 Versuchsreihen die Abhängigkeit des Widerstandes R von dem dauernd fließenden Strom $\mathfrak{J}_1$ dar. Wie daraus ersichtlich, ist der Widerstand der Schicht auch bei öfterer und langandauernder Beanspruchung absolut reproduzierbar. Betont sei aber, daß der gefundene Zusammenhang zwischen Widerstand R und Strom $\mathfrak{J}_1$ nur für eine bestimmte Spannung $E_1 = \text{const.}$ und $\Delta E = \text{const.}$ gilt, da ja, wie später untersucht wird, die Abhängigkeit des Stromes $\mathfrak{J}_1$ für verschiedene Spannungen E_1 bei der beanspruchten Schicht nicht linear ist.

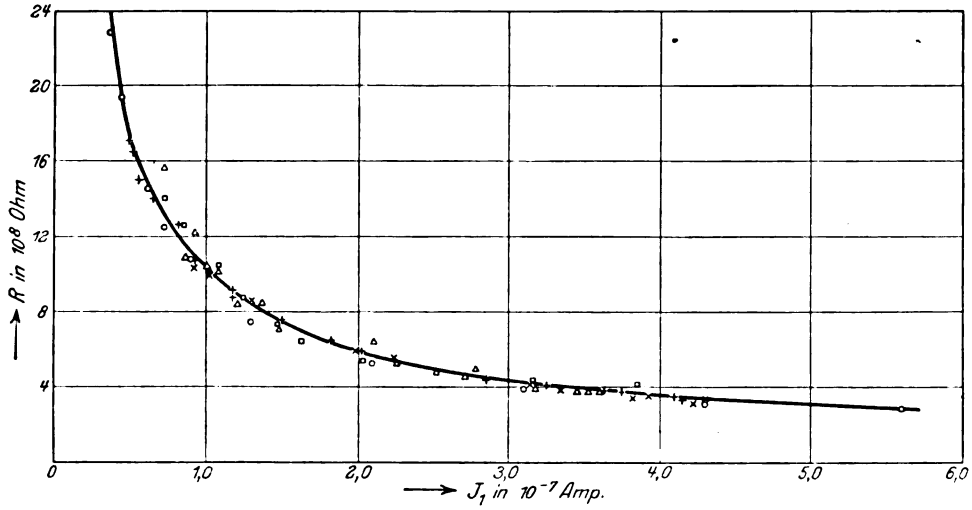


Diagramm 4.

$R = \frac{\Delta E}{\Delta \mathfrak{J}} = f(\mathfrak{J}_1)$ für $E_1 = 350$ Volt = const. und $\Delta E = 50$ Volt = const. für fünf Versuchsreihen.

4. Untersuchungen über den Rückstrom, die Gültigkeit des Superpositionsgesetzes und die Kapazität der Versuchsprobe.

Es ist möglich, daß die gefundene Änderung des Widerstandes nur eine scheinbare ist, und daß sie durch das Auftreten einer gedachten oder wirklichen Gegenspannung, die der angelegten Spannung entgegenwirkt und im Laufe der Beanspruchung größer wird, vorgetäuscht wird. Denkbar ist andererseits aber auch, daß der Widerstand des Dielektrikums im Laufe der Beanspruchung mit einer konstanten Spannung wirklich verändert wird. Die zuerst angeführte Art der Widerstandsänderung ist bereits des öfteren bei festen Dielektrika untersucht und nachgewiesen, auch liegen hierfür befriedigende theoretische Erklärungen vor, so vor allem von J. C. Maxwell[1], T. Bialobjeski[2], Hopkinson[3], E. von Schweidler[4] und K. W. Wagner[5].

Als notwendige Voraussetzung für eine dieser Erklärungsmöglichkeiten aber müssen bestimmte Gesetzmäßigkeiten, die die beschriebenen Erscheinungen beherrschen, erfüllt sein, und zwar folgende:

1. Das Dielektrikum muß den Typus des reversiblen anomalen Stromes zeigen, was verlangt, daß der anomale Ladungsstrom dem anomalen Entladungstrom entgegen-

[1] J. C. Maxwell, Treatice on Electricity and Magnetism. 2. Aufl. Bd. I, § 328–330, 1873.
[2] T. Bialobjeski, Le Radium, 9, 250, 1912.
[3] Hopkinson, Phil. Trans., 166, 489. 1877 und 167, 599, 1878.
[4] E. v. Schweidler, Ann. d. Phys., 24, 711, 1907. — Grätz, Handb. d. Elektr. und d. Magn., Bd. I, 232.
[5] K. W. Wagner, Ann. d. Phys., 40, 817, 1913. — Arch. f. Elektrot. 2, 371, 1914.

Digitized by Google

gesetzt gleich ist. Eine weitere Folgerung ist, daß sowohl der durch den Strom bewirkte Elektrizitätstransport wie auch die Energieumwandlung ein reversibler Vorgang sind.

2. Das von Hopkinson[1] und J. Curie[2] experimentell gefundene Superpositionsgesetz hat für die auftretenden Erscheinungen Gültigkeit.

Aus Diagr. 5 ist ersichtlich, daß bei den hier untersuchten Schichten ein reversibler Entladungstrom (Rückstrom bei der Spannung $E_2 = 0$) nicht vorhanden ist. Kurve 1 dieses Diagramms zeigt den Stromverlauf abhängig von der Zeit des Wirkens der konstanten Spannung E_1. Wird nun in einem bestimmten Zeitpunkt die Spannung abgeschaltet und der Stromkreis über das Galvanometer kurzgeschlossen, so ergibt sich Kurve 2 in Diagr. 5, d. h. der Rückstrom abhängig von der Zeit bei der Spannung $E_2 = 0$. Wie diese Kurve zeigt, ist der gemessene Entladestrom um rund

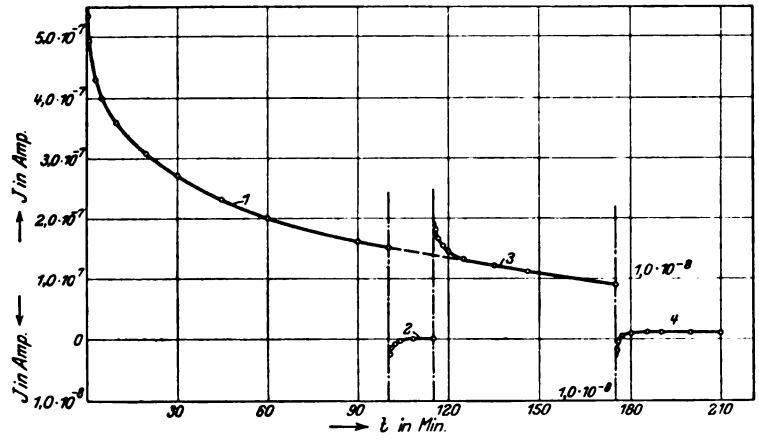


Diagramm 5. $\mathfrak{J} = f(t)$ für $E = \text{const.} = E_1, E_2, E_3, E_4$.
$E_1 = 350$ Volt; $E_2 = 0$ Volt; $E_3 = 350$ Volt; $E_4 = 35$ Volt.

2 Zehnerpotenzen kleiner wie der Ladestrom und sinkt in einer Zeit, die nur den zehnten Teil der Ladezeit ausmacht, auf einen kleineren Wert als 10^{-10} Amp. Erwähnt sei, daß ein merklicher Einfluß der vorausgehenden Ladungsdauer auf die Größe und den zeitlichen Verlauf des gemessenen Rückstromes nicht nachgewiesen werden konnte.

Nachdem Kurve 2 aufgenommen, d. h. das Dielektrikum 15 Minuten über das Galvanometer kurzgeschlossen war, wurde wieder die bei Kurve 1 anliegende Spannung angelegt. Wie Kurve 3 zeigt, ist der gemessene Anfangswert des Stromes größer als er infolge des vorhergehenden Wirkens des Rückstromes sein dürfte im Vergleich zu dem Endwert von Kurve 1. Nach verhältnismäßig kurzer Zeit geht Kurve 3 aber wieder in die Fortsetzung von Kurve 1 über. Über die Erscheinung, daß die Stromstärke, wenn die Spannung kürzere oder längere Zeit ausgeschaltet ist, beim Wiedereinschalten derselben in der Regel einen größeren Wert hat als vorher, ergaben die unternommenen Versuche folgendes: Der beschriebene Vorgang ist bei höheren Spannungen stärker ausgeprägt wie bei niederen, auch die Zeit, während der die Spannung ausgeschaltet ist, hat einen Einfluß, und zwar dahingehend, daß bei Wiedereinschalten derselben der Strom dann um so größer ist, je längere Zeit die Spannung ausgeschaltet war, allerdings mit der Einschränkung, daß der Strom, wenn die Probe auch Tage und Wochen lang kurzgeschlossen war, nie einen höheren Wert wieder erreichte als die Hälfte von dem, den er beim ersten Einschalten der Spannung hatte. Erwähnt sei, daß dies auch der Fall war, wenn nach dem Kommutieren der Spannung die Unter-

[1] Hopkinson, Phil. Trans., 166, 489, 1877 und 167, 599, 1878.
[2] J. Curie, Ann. chim. u. phys. (6), 18, 203, 1889.

Digitized by Google

brechung ($E = 0$ Volt) während des Steigens des Stromes mit der Zeit eingeschaltet wurde. Eine genaue quantitative Beziehung dieser Erscheinung aber abhängig von der Ladespannung oder von der Ladungsdauer konnte in eindeutiger Weise nicht festgestellt werden.

In Diagr. 5 ist weiter noch durch Kurve 4 der Stromverlauf abhängig von der Zeit bei plötzlicher starker Spannungsverminderung (auf den 10. Teil der vorher anliegenden Spannung) dargestellt. Wie diese Kurve ersehen läßt, ist der auftretende Strom kurz nach der Spannungserniedrigung nach der Gegenseite gerichtet und steigt im Laufe der weiteren Beanspruchung auf den Wert, welcher der anliegenden Spannung entspricht, an. Dies dürfte ähnlich wie die unter III. 2. erwähnte Erscheinung, daß nämlich der Strom kurz nach dem Kommutieren der Spannung zuerst etwas fällt und erst dann zu steigen beginnt auf Polarisationserscheinungen, die ja auch den auftretenden minimalen Rückstrom bedingen, im übrigen aber bei der hier vorhandenen Widerstandsänderung der Isolierschicht im Laufe der Beanspruchungszeit eine untergeordnete Rolle spielen, beruhen.

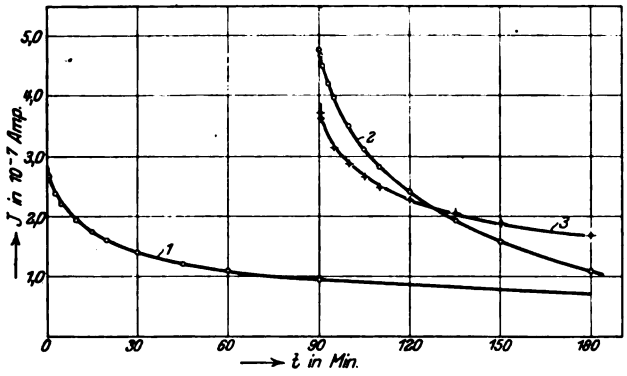


Diagramm 6. $\mathfrak{J} = f(t)$ für $E = \text{const.} = E_1, E_2, E_3$.
$E_1 = 250$ Volt; $E_2 = 500$ Volt; $E_3 = 500$ Volt.
Kurve 3 ist nach dem Superpositionsgesetz konstruiert.

Daß auch das Superpositionsgesetz bei den untersuchten Stoffen nicht gültig ist, läßt sich aus Diagr. 6 deutlich ersehen. Kurve 2 zeigt den experimentell aufgenommenen Verlauf des Stromes abhängig von der Zeit bei Verdopplung der bei Kurve 1 anliegenden Spannung, während Kurve 3 durch Anwendung des Superpositionsgesetzes aus Kurve 1 konstruiert ist. Der Vergleich dieser Kurven ergibt, daß bei einer Potentialerhöhung die auftretende Stromerhöhung merklich größer und der nachfolgende Stromabfall während einer bestimmten Zeit weit stärker ist als die nach dem Superpositionsgesetz konstruierte Kurve verlangen würde. Durch weitere Untersuchungen ließ sich feststellen, daß das Superpositionsgesetz bei den hier untersuchten Schichten und möglichen Grenzen der herrschenden Feldstärke weder bei Erhöhung oder Erniedrigung der anliegenden Spannung, ebenso auch nicht bei kurzer oder langer Ladungsdauer gültig ist.

Obwohl aus den bisher angeführten Versuchsergebnissen auch bereits hervorgeht, daß eine Erklärung der hier auftretenden Widerstandsänderung durch Polarisation des Dielektrikums, wie sie Joffé[1] bei Kristallen nachgewiesen hat, nicht in Frage kommt, sei erwähnt, daß das Auftreten von Gegenspannungen in der von Joffé angeführten Weise mit einem Saitenelektrometer nachgeprüft wurde, ohne daß solche in deutlichem Maße festgestellt werden konnten.

Aus den Versuchen Joffés läßt sich schließen, daß die auftretenden Gegenspannungen durch allmählich sich ausbildende Raumladungen in der Nähe der Elek-

[1] A. Joffé, Ann. d. Phys., 72, 461, 1923.

Digitized by Google

troden, wodurch die Feldstärke an den Elektroden stark vergrößert, im Inneren des Dielektrikums dagegen erniedrigt wird, bedingt sind. Eine notwendige Folge dieser auftretenden Raumladungen müßte eine Änderung der Kapazität des Versuchskondensators im Laufe der Beanspruchung sein. Mit der verwendeten Meßanordnung, einer Seibtschen Kapazitätsmeßbrücke, konnte eine Änderung der Kapazität mit der Beanspruchungszeit bei konstanter Spannung weder bei mit der Zeit fallendem Strom noch nach dem Kommutieren, wenn derselbe abhängig von der Zeit steigt, nachgewiesen werden.

Aus den bisher angeführten Ergebnissen geht mit vollkommener Eindeutigkeit hervor, daß sich der Widerstand der untersuchten Schichten im Laufe der Beanspruchung wirklich ändert oder, was das gleiche besagt, daß der Leitungstrom durch das Dielektrikum im Laufe der Zeit abnimmt.

5. Untersuchungen über einen eventuellen Einfluß des Elektrodenmaterials, der Oberflächenbeschaffenheit der Elektroden und der Elektrodengröße auf den Strom.

Diesen Versuchen sei die Bemerkung vorausgeschickt, daß infolge der verwendeten Untersuchungsmethode nur das Material und die Oberflächenbeschaffenheit der einen Belegung, der Elektrode nämlich, auf welche die Schicht aufgebracht wurde, verändert werden konnte, und zwar standen Elektroden aus Kupfer, Messing, Gold, Silber, Eisen, Zink, Nickel zu den Messungen zur Verfügung. Die dielektrische Untersuchung lieferte das eindeutige Ergebnis, daß ein einwandfreier und deutlicher Einfluß des Elektrodenmaterials auf den Strom, auf die Polarität des Stromes oder auf dessen Zeitabhängigkeit nicht nachgewiesen werden konnte.

Auch die Vermutung, die Verschiedenheit des Elektrodenmaterials der verwendeten Versuchsanordnung oder andererseits das Quecksilber würde in entscheidendem Maße die gefundenen Erscheinungen bedingen, konnte durch folgende Versuche widerlegt werden.

Eine Möglichkeit, beide Elektroden aus gleichem Material zu machen, bot die zu der später angeführten Untersuchung dickerer Cellon-Schichten verwendete Glasfunkenstrecke nach Rochow[1]. Wie unter IV. 2. näher ausgeführt ist, ergaben sich mit dieser Versuchsanordnung prinzipiell die gleichen Abhängigkeiten des Stromes von der Beanspruchungszeit wie sonst. Auch Versuche, bei denen statt Quecksilber als Elektrodenmaterial der sonst immer verwendeten Schutzringelelektrode schwach angesäuertes Wasser verwendet wurde, lieferten qualitativ die gleichen Erscheinungen, nur waren die gemessenen Absolutwerte der Ströme größer und die Messungen nicht exakt reproduzierbar, was sicher durch den Einfluß der Feuchtigkeit bedingt ist.

Um einen evtl. Anteil der in der Elektrodenoberfläche okkludierten Gase an der Elektrizitätsleitung nachzuweisen, wurden die Elektroden vor dem Aufbringen der Isolierschicht 4—5 Stunden in eine Gasatmosphäre (Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff, Kohlensäure) gelegt, um ihre Oberfläche sozusagen mit Gasmolekeln vollständig zu tränken. Nach dieser Vorbehandlung der Elektroden wurden die Schichten in der gewohnten Weise hergestellt. Die dielektrische Untersuchung dieser Proben ergab keinen prinzipiellen Einfluß der in der Elektrodenoberfläche okkludierten Gase auf die gefundenen Erscheinungen, auch zeigte die Polarität der vorbehandelten Elektroden auf die Zeitabhängigkeit des Stromes nach dem Kommutieren wie auch auf dessen Höchstwert keinen deutlichen Unterschied. Untersucht wurden auch Schichten, die auf einer Elektrode aus vakuumgeschmolzenem Nickelblech mit 0,6% Manganzusatz aufgebracht waren. Das von Heräus, Hanau, bezogene Blech war in der Vakuumschmelze hergestellt und enthielt deshalb denkbar wenig okkludierte

[1] Rochow, Arch. f. Elektrot., 14, 361, 1925.

Digitized by Google

Gase, die sich an der Elektrizitätsleitung hätten beteiligen können. Auch bei Versuchen mit diesen Elektroden konnte kein prinzipieller Unterschied gegen die sonst auftretenden Erscheinungen festgestellt werden.

Um die molekulare Oberflächenbeschaffenheit der Elektroden, auf denen die dünne Isolierschicht festhaftete und die immer vor dem Aufbringen derselben blank poliert waren, metallisch zu verändern, wurden Elektroden aus Gold, Silber und Kupfer in einer normalen Kathodenzerstäubungsanlage als Kathoden angebracht und durch Anlegen von Gleich-Hochspannung, aber ohne Verwendung von Wasserstoff, das Kathodenmaterial zerstäubt. Auf dieselben wurde unmittelbar, nachdem sie aus dem Vakuum herausgenommen waren, die zu untersuchende Isolierschicht aufgebracht. Die nachfolgende dielektrische Untersuchung lieferte keinen deutlichen und merkbaren Einfluß der erwähnten Vorbehandlung der Elektrodenoberfläche gegenüber den sonst gefundenen Erscheinungen.

Als eindeutiges Ergebnis dieser Versuche ist festzustellen, daß sowohl die bei den dünnen Schichten der untersuchten Materialien auftretende Widerstandsänderung mit der Zeit der Beanspruchung bei konstanter Spannung wie auch die Elektrizitätsleitung durch dieselben überwiegend von Vorgängen bewirkt werden, die vom Elektrodenmaterial und von der Oberflächenbeschaffenheit der Elektroden in prinzipieller und deutlicher Weise nicht beeinflußt werden.

Bei der Untersuchung des Einflusses der wirksamen Elektrodenfläche auf die Größe des Stromes ergab sich, daß dieser bei einer bestimmten Spannung und nur kurzzeitiger Beanspruchung der wirksamen Elektrodenfläche direkt proportional ist. Diese Proportionalität von Strom- und Elektrodenfläche bleibt im Laufe der Beanspruchung bestehen für den Fall, daß die Schicht bei der größeren Elektrodenfläche beansprucht wurde. Auch konnte festgestellt werden, daß die Intensität des Stromabfalles mit der Zeit mit der Größe der wirksamen Elektrodenfläche zunimmt. Dagegen ließ sich ein Einfluß der Höhe des in die Schutzring-Elektrodenanordnung als Elektrodenmaterial eingefüllten Quecksilbers auf den bestehenden Wert der Stromstärke nicht feststellen.

6. Über die bei langandauerndem Stromdurchgang auftretende Färbung der Kupferelektrode.

Wurde eine Versuchsprobe mit negativer Schutzringelektrode sehr lange beansprucht, daß also bei konstant anliegenden Spannungen der Strom im Laufe der Beanspruchungszeit stark abfiel, so konnte fast immer bei der Kupferelektrode, die mit dem Pluspol der Batterie verbunden war, eine deutliche Färbung derselben festgestellt werden. Daß diese Erscheinung nur durch den Stromdurchgang bedingt war, geht daraus hervor, daß alle Teile der Elektrode, die unter solchen der Isolierschicht, die nicht vom Strom durchflossen waren, lagen, einwandfrei ihre blanke Metallfarbe behielten. Auch war, um ein merkliches Auftreten dieser Erscheinung zu erhalten, eine 8—10 Stunden dauernde Beanspruchung der Schicht notwendig, und zwar bei einer solchen Spannung, der ein Strom mit einem Anfangswert von mindestens $5 \cdot 10^{-7}$ Amp. beim ersten Einschalten derselben entsprach.

Daß andererseits die Färbung der Kupferelektrode nicht durch das als Elektrodenmaterial der Schutzring-Elektrodenanordnung verwendete Quecksilber hervorgerufen wird, geht aus folgenden Beobachtungen hervor. Wurde auf die Kupferelektrode, auf der die Isolierschicht haftete, tagelang Quecksilber gestellt, ohne daß durch diese Strom floß, so konnte keine Veränderung der Schicht oder der Elektrode festgestellt werden. Um nachzuprüfen, ob nicht durch den statischen Druck von rund 10 kg/cm², mit dem infolge der Feldstärke das Quecksilber auf der Schicht lastet, dieses in mikroskopisch kleinen Teilchen durch die dünne Isolierschicht gepreßt würde, wurde folgender Versuch mehrmals durchgeführt. Auf die Isolierschicht konnte in einer geeigneten Versuchsanordnung Quecksilber mit rund 12 Atm.

Digitized by Google

tagelang mechanisch gedrückt werden, ohne die geringste Veränderung der Schicht oder der Kupferplatte, auf der die Isolierschicht haftete, nachzuweisen.

Aus den angeführten Beobachtungen über das Auftreten der Färbung der Kupferelektrode bei nur einer Stromrichtung, einer bestimmten Größe des Stromes und nach einer bestimmten Beanspruchungszeit geht ziemlich einwandfrei hervor, daß diese von Zersetzungsprodukten, die durch den Strom ausgeschieden werden, herrührt. Diese Folgerung läßt in Verbindung mit den übrigen Versuchsergebnissen ziemlich sicher die Annahme zu, daß die Elektrizitätsleitung durch die dünnen Schichten der untersuchten Materialien vorwiegend auf elektrolytischem Wege stattfindet und daß im überwiegenden Maße anionische Masseteilchen, die in Form von elektrolytisch dissoziierten Ionen oder evtl. auch Verunreinigungen in der Schicht sitzen, unter dem Einflusse der elektrischen Feldstärke aus dieser heraus an die Anode wandern, so daß dadurch an der Kathode eine Schicht hohen Widerstandes sich ausbildet.

7. Wärmeversuche.

Wenn die untersuchten Dielektrika elektrolytisch leiten, so muß eine Abhängigkeit der Leitfähigkeit von der Temperatur bestehen, insofern deren Steigerung der Ionenbeweglichkeit förderlich ist. Die folgenden Messungen der Leitfähigkeit bei erhöhter Temperatur wurden unternommen, um nachzuweisen, daß der Widerstand des Dielektrikums mit steigender Temperatur abnimmt. Die Versuche wurden in der normalen Versuchsanordnung, d. h. in der Einfüllvorrichtung (Bild 4a) durchgeführt. Eine Skizze, wie die zur Erwärmung des Versuchsraumes (Exsikkator) verwendete elektrische Widerstandsheizung angeordnet war, zeigt Bild 4b. Die im Exsikkator herrschende Temperatur konnte an 3 Stellen gemessen werden, und zwar zweimal die Lufttemperatur (Exsikkator oben und unten) und mit einem Maximalthermometer mit $^1/_{10}{}^0$ Teilung, das direkt auf der Versuchsprobe horizontal auflag, das dritte Mal unmittelbar die Temperatur der dielektrisch zu untersuchenden Schicht. Wie die Versuche erwiesen, konnte die Temperatur der Versuchsprobe im Endzustand auf mindestens $^2/_{10}{}^0$ C genau konstant gehalten werden.

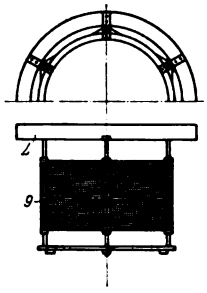


Bild 4b. Heizung.

Aus den Versuchsergebnissen läßt sich eindeutig eine wesentliche Erhöhung der Leitfähigkeit bei erhöhter Temperatur entnehmen, und zwar in folgenden Grenzen:

$$\frac{\lambda_{40}{}^0}{\lambda_{20}{}^0} = 3{,}0 \text{ bis } 10{,}0\,.$$

Daß sich die Leitfähigkeitserhöhung durch gleiche Temperaturerhöhung nicht vollkommen eindeutig ergeben hat, ist einerseits dadurch erklärlich, daß diese mit der Höhe der angelegten Spannung größer wird. Andererseits nimmt bei einer schon lange beanspruchten Probe der Strom, wenn die Spannung längere Zeit ausgeschaltet ist, einen etwas höheren Wert an, als der kurz vor dem Abschalten derselben gemessene war. Nun kann aber gerade während der langen Zeit des Vorheizens diese Erscheinung wesentlich verstärkt werden.

Den ebenfalls untersuchten Einfluß der Erhöhung der Temperatur auf die Intensität des Stromabfalles im Laufe der Beanspruchungszeit stellt Diagr. 7 dar. Bei Kurve 1, die an einer bereits sehr lange beanspruchten Probe aufgenommen wurde, ist ein deutlicher Abfall des Stromes mit der Zeit nicht feststellbar. Wird aber die Temperatur um rund 20° C erhöht, so fällt der Strom neuerdings sehr stark mit der Beanspruchungszeit ab (Kurve 2 dieses Diagr.). Die nun nach Abkühlung der Versuchsprobe neuerdings aufgenommene Strom-Zeitkurve (3) bei der gleichen Spannung liegt deutlich tiefer als wie die zu Anfang des Versuches aufgenommene Kurve 1,

Digitized by Google

und zwar trotzdem, daß es nach den unter III. 4. angeführten Beobachtungen möglich erscheint, daß der Strom in der dazwischenliegenden ziemlich langen Zeit der Abkühlung der Versuchsanordnung einen höheren Wert annimmt. Daraus läßt sich schließen, daß die Vorgänge, die den Stromrückgang mit der Beanspruchungszeit bewirken, sehr stark von der Temperatur des Dielektrikums abhängig sind, und zwar so, daß der Strom durch das Dielektrikum, der bei einer konstanten Spannung nicht mehr oder nicht merklich abnimmt, durch Temperaturerhöhung einen neuerlichen starken Abfall mit der Beanspruchungszeit aufweist.

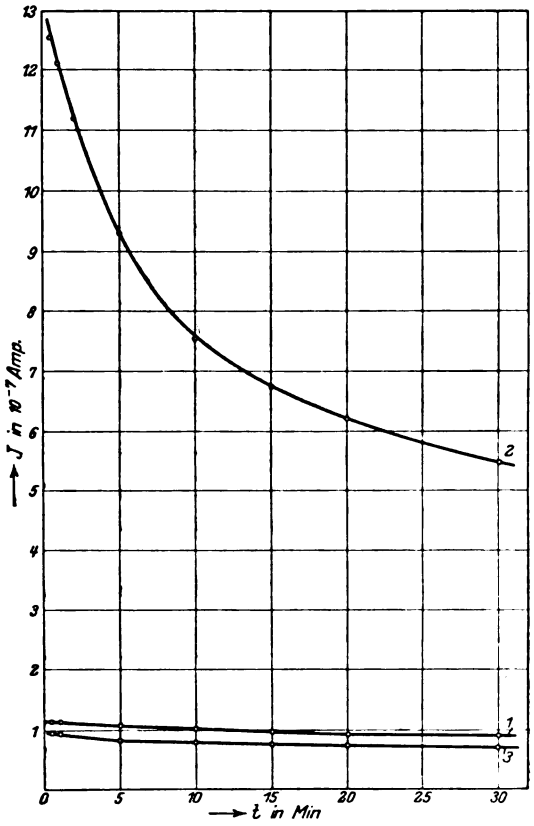


Diagramm 7. $J = f(t)$ für $E = 250$ Volt = const.
Kurve 1: $T = 18{,}2^0\ C$ = const.
Kurve 2: $T = 38{,}0^0\ C$ = const.
Kurve 3: $T = 19{,}0^0\ C$ = const.

Die Vermutung, daß die wahrscheinlich hier vorliegende elektrolytische Leitung von Rückständen an Feuchtigkeit oder Lösungsmittel, die trotz der extremen Trocknung nicht vollständig aus den Schichten entfernt seien, herrührt, kann durch folgende Überlegung vollständig widerlegt werden. Würde man nämlich diese durch die Anwesenheit von Wasser erklären wollen, so könnte der große Temperatureinfluß auf die Leitfähigkeit damit nicht in Einklang gebracht werden, da ja das Wasser nur eine geringe Änderung der Leitfähigkeit mit der Temperatur aufweist. Auch der Nachweis, daß sich die Kapazität des Versuchskondensators und damit die Dielektrizitätskonstante der Schicht bei Temperaturerhöhung vergrößert, widerspricht der vorher angeführten Erklärungsmöglichkeit. Wird nämlich eine Schicht, die Feuchtigkeit oder Rückstände vom Lösungsmittel enthalten würde, erwärmt, so müßte die Dielektrizitätskonstante derselben stark vermindert werden, da ja durch die Temperaturerhöhung das Wasser mit seinem großen $\varepsilon = 80$ oder die Reste der Lösungsmittel (Azeton : $\varepsilon = 21$; Alkohol : $\varepsilon = 26$) verdampfen. Aus den eben angeführten Gründen ist auch eine Erklärung der bei den hier untersuchten Schichten auftretenden Erscheinungen mit den Evershed-Effekt nicht möglich, abgesehen davon, daß die von S. Evershed[1] an feuchten faserigen Isolierstoffen aufgefundene Strom-Zeitabhängigkeit schon rein qualitativ mit der hier gemessenen nicht übereinstimmt.

8. Strom-Spannungskurven und Durchschlagspannungswerte.

Das eigentliche Ziel der vorliegenden Arbeit, mit Gleichstrom Strom-Spannungskurven an sehr dünnen Schichten fester Dielektrika bis zum Durchschlag derselben aufzunehmen, ließ sich infolge des bei den untersuchten Materialien auftretenden Stromrückganges mit der Beanspruchungszeit bei konstanter Spannung in exakter und eindeutiger Weise nicht verwirklichen. Denn es ist einleuchtend, daß Strom-

[1] S. Evershed, Journ. of the Inst. of El. Ing. 52, 51, 1913.

Digitized by Google

Spannungskurven, die mit steigender Spannung so aufgenommen sind, daß nacheinander bei der jeweils angelegten Spannung ein einigermaßen stationärer Endwert des Stromes abgewartet und dieser dann gemessen würde, vollständig verzerrt wären,

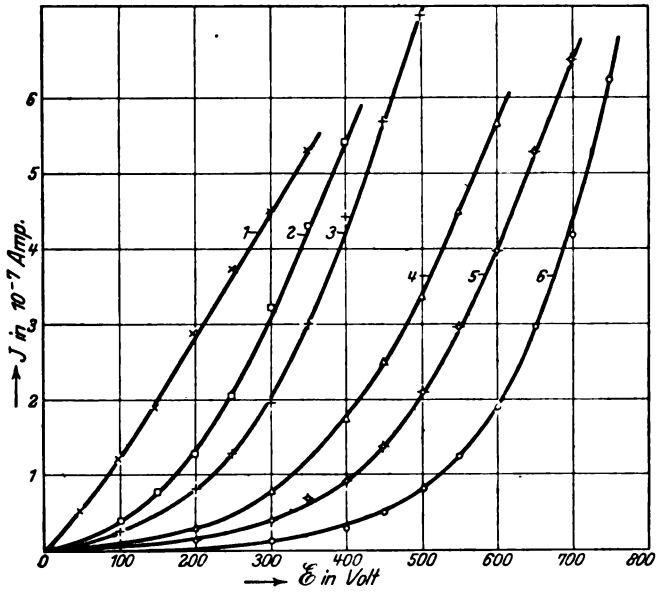


Diagramm 8a. $\mathcal{J} = f(E)$ für $Q = \text{const.}$

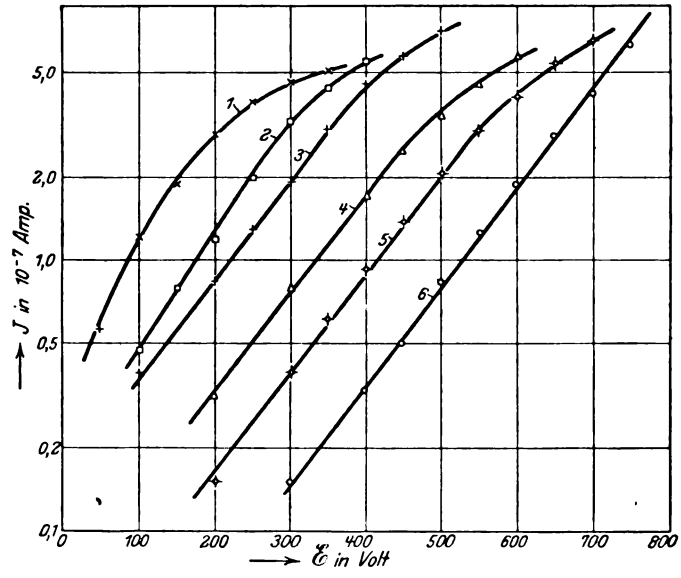


Diagramm 8b. $\lg \mathcal{J} = f(E)$ für $Q = \text{const.}$

da ja der Stromabfall mit der Zeit bei konstanter angelegter Spannung mit der Größe der Spannung wächst.

Um Strom-Spannungskurven aufnehmen zu können, die auch physikalisch einwandfrei sind, wurde folgende Methode angewandt. Die Beanspruchung einer Schicht bei einer bestimmten konstanten Spannung wurde nach gewissen, frei gewählten Zeiten unterbrochen und jeweils die Strom-Spannungskurve aufgenommen. Hierzu

Digitized by Google

wurden verschiedene Spannungen, ihrer Größe nach steigend, an die Schicht gelegt und der Wert des momentan fließenden Stromes bestimmt, unter der Vorsichtsmaßregel, die Spannungen nicht länger anliegen zu lassen, als zur Bestimmung der Stromstärke notwendig war. Dadurch war die Gewißheit gegeben, daß durch den Meßstrom der jeweils durch die vorhergehende lange Beanspruchung bei einer konstanten Spannung bedingte Zustand der Schicht nicht allzusehr beeinflußt wurde. Nach Beendigung jeder Meßreihe wurde die Beanspruchung der Schicht bei einer bestimmten, konstant wirkenden Spannung fortgesetzt. Erwähnt sei, daß gewöhnlich für jede neue Beanspruchungszeit die angelegte Spannung vergrößert wurde, um jeweils einen deutlichen Abfall des Stromes mit der Zeit zu erhalten, und daß die einzelnen Strom-Spannungskurven bis nahe an die Durchschlagsgrenze aufgenommen sind.

Die so erhaltenen Kurven sind in Diagr. 8a und b graphisch dargestellt. Kurve 1 ist an der noch nicht beanspruchten Probe aufgenommen, während die folgenden jeweils dann gemessen wurden, nachdem durch die Schicht bestimmte Elektrizitätsmengen (Q) geschickt waren. Ein Vergleich der Kurven 1—6 in Diagr. 8a läßt folgendes ersehen: Während Kurve 1 nahezu eine Gerade ist, was bedeutet, daß der Widerstand der noch nicht beanspruchten dünnen Schicht konstant abhängig von der Spannung ist (Gültigkeit des Ohmschen Gesetzes), ist bei den folgenden Kurven immer deutlicher die Abweichung von der Proportionalität von Strom und Spannung zu ersehen. Diagr. 8b, in dem der Logarithmus des Stromes abhängig von der Spannung für die verschiedenen Meßreihen dargestellt ist, läßt die allmähliche Ausbildung der e-Funktion für die Strom-Spannungskurve deutlich erkennen. Als Ergebnis dieser Untersuchungen kann festgestellt werden, daß bei den untersuchten sehr dünnen Schichten die Zunahme der Leitfähigkeit mit Erhöhung der Spannung (Abweichung vom Ohmschen Gesetz) durch die Beanspruchung bedingt und damit eine Folge der Natur der Elektrizitätsleitung durch die untersuchten Dielektrika ist.

Aus Diagr. 8 läßt sich noch eine weitere Folgerung ziehen, nämlich über die Abhängigkeit der Durchschlagspannung der untersuchten sehr dünnen Schichten von der Beanspruchung oder mit anderen Worten von der Geschwindigkeit der Spannungsteigerung. Es stellte sich hier das überraschende Ergebnis heraus, daß eine Probe, die nur kurzzeitig beansprucht wurde, bei der also die Spannung bis zum Durchschlag schnell gesteigert wurde, eine um 300% niedrigere Durchschlagspannung aufwies als eine solche, die sehr lange beansprucht war. Andererseits schlug aber eine Probe, wenn sie durch Kommutieren der Spannung, daß also der Strom abhängig von der Zeit steigt, wieder in den annähernd unbeanspruchten Zustand (Maximum des Stromes) versetzt wurde, bei einer wie eben bei der raschen Spannungsteigerung erwähnten niedrigen Spannung durch. Als Durchschlagspannungen seien folgende Werte angegeben:

1. Bei sehr schneller Spannungsteigerung liegt die Durchschlagspannung bei einer Schichtdicke von ungefähr 2,5 μ zwischen 300 und 350 Volt.

2. Bei möglichst langsamer Spannungsteigerung, also bei möglichst langer Beanspruchung der Probe dagegen, ließen sich bei den gleichen Schichtdicken von ungefähr 2,5 μ Durchschlagspannungen von 800—1000 Volt und darüber erreichen.

Zum Schluß der angeführten Versuchsergebnisse sei noch erwähnt, daß an der gleichen Probe und unter gleichen Beanspruchungsverhältnissen die Stromwerte bei bestimmten Spannungen absolut reproduzierbar waren, während andererseits kleine Abweichungen bei den verschiedenen Proben teilweise vorkamen. Daß die meisten Versuchsergebnisse von Kollodium angeführt sind, liegt darin, daß sich die dünnen Schichten aus diesem Material am einwandfreiesten herstellen ließen und ihre Dickebestimmung am genauesten war.

Digitized by Google

IV. Versuchsergebnisse an anderen Materialien.

1. Cellon-Lackschichten.

Wie anfangs erwähnt, wurden zur Untersuchung sehr dünner Schichten aus Cellon-Lacken folgende 2 Lacksorten verwendet:

a) Cellon-Hartlack R. 10.

b) Cellon-Zaponlack R.U.S.L.P. 745.

Sämtliche bei Kollodium angeführten Versuche wurden auch mit diesen beiden Stoffen durchgeführt und dabei qualitativ vollkommen gleiche Ergebnisse erhalten. Auch waren die quantitativen Abweichungen der Versuchswerte bei Cellon-Lacken von denen, die bei Kollodium erhalten wurden, so minimal, daß es sich erübrigt, auf diese Versuche näher einzugehen. Erwähnt sei nur, daß die Leitfähigkeitserhöhung durch Temperaturerhöhung bei den untersuchten Cellon-Lackschichten wesentlich größer war, und zwar in folgenden Grenzen:

$$\frac{\lambda_{40^0}}{\lambda_{20^0}} = 10{,}0 \text{ bis } 25{,}0\,.$$

Auch lagen die Durchschlagspannungen im Vergleich mit denen bei Kollodiumschichten gleicher Dicke etwas höher, so daß sich bei langer Beanspruchung der Proben von etwa 2,5 μ Dicke mühelos Durchschlagswerte von über 1000 Volt erreichen ließen.

2. Dickere Cellon-Schichten.

Um entscheiden zu können, ob die bei den sehr dünnen Schichten aufgefundenen Erscheinungen nur eine Eigentümlichkeit dieser, oder ob und unter welchen Bedingungen sie auch bei verhältnismäßig dickeren auftreten, wurden diese Untersuchungen durchgeführt. Sie erstreckten sich sowohl auf selbst hergestellte Proben, die durch Aufgießen des Cellon-Zaponlackes R.U.S.L.P. 745 auf chemisch reines Quecksilber und vorsichtiges Verdunsten des Lösungsmittels in den Dicken von ungefähr 0,025 mm erhalten wurden wie auch auf Handelscellon mit einer Schichtdicke von 0,05 mm, 0,08 mm und 0,21 mm. Zur dielektrischen Untersuchung wurden diese Schichten in die von Rochow[1] verwendete Glasfunkenstrecke eingespannt und als Elektrodenmaterial Quecksilber, das in der Einfüllvorrichtung im Vakuum eingebracht wurde, verwendet. Das Ergebnis dieser wenigen, nur orientierenden Versuche läßt sich folgendermaßen zusammenfassen: Der bei den sehr dünnen Schichten der untersuchten Materialien gefundene Stromrückgang mit der Zeit bei einer konstanten Spannung ist auch bei allen dickeren Schichten nachweisbar, ebenfalls die Abhängigkeit des Stromes von der Zeit nach dem Kommutieren der Spannung. Die Intensität dieser Erscheinungen ist allerdings bedeutend geringer, da es bei diesen Schichten infolge der verwendeten Elektrodenanordnung nicht gelang, größere Feldstärken als $1 \cdot 10^6$ Volt/cm zu erreichen.

3. Schellack- und Kolophoniumschichten.

Auch bei sehr dünnen Schichten dieser Materialien konnte die aufgefundene Zeitabhängigkeit des Stromes bei konstanter Spannung rein qualitativ nachgewiesen werden. Zu exakten Messungen dagegen eigneten sich die beiden Stoffe nicht. Trotz genau so einwandfreier Reinigung der zur Herstellung der Schichten verwendeten Lösungen und genau so sorgfältiger Trocknung der hergestellten Schichten wie bei den übrigen Materialien ließen sich keine vollständig reproduzierbaren Versuchswerte erreichen.

V. Diskussion der Versuchsergebnisse.

Die bei den untersuchten Materialien aufgefundene Strom-Zeitabhängigkeit bei konstanter, angelegter Spannung ist durch eine herrschende Feldstärke von min-

[1] Rochow, Arch. f. Elektrot., **14**, 361, 1925.

Digitized by Google

destens 10^6 Volt/cm bedingt und beruht, wie die Versuchsergebnisse in eindeutiger Weise erkennen lassen, auf einer Änderung des Leitungstromes durch das Dielektrikum und damit auf einer wirklichen Veränderung des Widerstandes der Isolierschicht im Laufe der Beanspruchungszeit. Die Intensität dieser Erscheinung hängt hauptsächlich von der Beanspruchungszeit, von der Höhe der angelegten Spannung und von der Temperatur des Dielektrikums ab, und zwar dahingehend, daß die Widerstandsänderung bei konstant wirkender Spannung um so größer ist, je länger die Beanspruchungszeit und je höher die herrschende Feldstärke und die Temperatur des Dielektrikums sind.

Eine befriedigende Erklärung im vorliegenden Falle läßt sich in Anlehnung an Versuche, die E. Warburg[1] und M. le Blanc und F. Kerschbaumer[2] an Glas mitgeteilt haben, durch die Annahme geben, daß die Leitfähigkeit der untersuchten Schichten bei den erreichten Feldstärken ganz oder zum größten Teil von schwer beweglichen elektrolytischen Ionen herrührt, deren Verteilung beim Stromdurchgang so verändert wird, daß die Isolierschicht in der Nähe einer Elektrode von diesen frei wird. Dadurch bildet sich an dieser Elektrode eine Schicht hohen Widerstandes aus, welche die Stromschwächung im Laufe der Beanspruchungszeit und damit die große Erhöhung des Leitungswiderstandes bedingt. Diese schlechtleitende Schicht hat eine größere oder kleinere Dicke, je nachdem eine größere oder kleinere Spannung eine bestimmte Zeit am Dielektrikum wirkte.

In diesem Zusammenhang wird auch das unter III. 8. über die aufgenommenen Strom-Spannungskurven und die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Beanspruchungszeit Erwähnte deutlich. Die einzelnen Strom-Spannungskurven wurden also jeweils aufgenommen, wenn die schlecht leitende Schicht eine bestimmte Dicke erreicht hatte. Als Ergebnis dieser Versuche kann nun festgestellt werden, daß in der ursprünglichen Isolierschicht für die Stromleitung annähernd das Ohmsche Gesetz gilt, für das erzeugte Dielektrikum aber der Zusammenhang von Strom und Spannung durch eine e-Funktion dargestellt wird, da sich die Spannung mit dem Logarithmus des Stromes ändert. Daß die Durchschlagspannung mit wachsender Dicke der Schicht hohen Widerstandes wachsen muß, ist nun auch verständlich.

Wie sich weiterhin aus den Versuchsergebnissen in eindeutiger Weise folgern läßt, ist eine Regenerierung des erzeugten Dielektrikums in den annähernd ursprünglichen Zustand möglich, und zwar durch Kommutieren der angelegten Spannung. Unter dem Einfluß derselben wandern die Ionen wieder in die Isolierschicht, wodurch der Widerstand der vorher ausgebildeten schlechtleitenden Schicht wieder verringert wird und deshalb der Strom mit der Zeit ansteigt. Hat dieser sein Maximum erreicht, so wird die Schicht hohen Widerstandes vollständig vernichtet sein und das Dielektrikum sich im annähernd ursprünglichen Zustand befinden. Wirkt die angelegte Spannung nun weiter, so wird das gleiche, wie vorher erwähnt, sich wiederholen.

Unter III. 2. wurde festgestellt, daß die Regenerierung der schlechtleitenden Schicht in einer kürzeren Zeit vor sich geht als deren Ausbildung. Als Grund dafür könnte man vielleicht annehmen, daß durch die Ionenbewegung bei Ausbildung dieser Schicht hohen Widerstandes die Isolierschicht gewissermaßen gelockert wird, so daß beim Kommutieren der Spannung die Zurückwanderung dieser Ionen leichter erfolgt. Im Widerspruch damit steht aber die Beobachtung, daß bei neuerlichem Kommutieren die Regenerierung der schlechtleitenden Schicht wieder schneller erfolgt als die vorhergehende Ausbildung. Auch evtl. auftretende Diffusionsvorgänge können allein diese Erscheinung nicht bedingen. Mit Erfolg läßt sich dagegen eine Überlegung von E. Warburg[3] zur Erklärung dafür heranziehen, die besagt, daß,

[1] E. Warburg, Wied. Ann. 21, 622, 1884.
[2] M. le Blanc und F. Kerschbaumer, Zeitschr. f. phys. Chemie, 72, 468, 1910.
[3] E. Warburg, Ann. d. Phys., 54, 396, 1895.

Digitized by Google

falls sich Schichten von verschiedener Leitfähigkeit ausbilden, an ihrer Grenze starke elektrische Kräfte auftreten, die ihrer Bildung widerstreben. Auch hier dürften die an der Grenzfläche der beiden Schichten auftretenden elektrischen Kräfte das Entstehen der schlechtleitenden Schicht erschweren, ihr Verschwinden dagegen begünstigen.

Die unter III. 4. erwähnte Erscheinung, daß die Stromstärke, wenn die Spannung einige Zeit ausgeschaltet war, beim Wiedereinschalten derselben größer ist, als es dem vorhergehenden Stromabfall entsprechen würde, beruht sicher auf Diffusionsvorgängen. Die durch den Strom herauselektrolysierten Ionen diffundieren, während die Spannung ausgeschaltet ist, in kleinerem Maße wieder in die Schicht und erhöhen so die Leitfähigkeit derselben etwas beim Wiedereinschalten der Spannung.

Für die angenommene elektrolytische Leitung bei den untersuchten Materialien sprechen auch folgende Ergebnisse, nämlich die Proportionalität des Stromes mit der wirksamen Elektrodenfläche und die Zunahme der Leitfähigkeit mit Erhöhung der Temperatur. In diesem Zusammenhang sei auch auf die unter III. 6. erwähnte Färbung der Kupferelektrode hingewiesen, deren Intensität deutlich von der Größe und Dauer des fließenden Stromes abhängt und die wohl von Zersetzungsprodukten, die der Strom liefert, herrührt. Aus der Feststellung, daß die auftretende Färbung nur bei positiver Kupferelektrode nachgewiesen werden konnte, läßt sich vielleicht schließen, daß die schlechtleitende Schicht an der Kathodenseite des Stromes ausgebildet wird. Einwandfrei ließ sich dagegen die Art der an der Stromleitung hauptsächlichst beteiligten Ionen nicht feststellen, da ja ein chemischer Nachweis der Ausscheidungsprodukte unmöglich war, weil es sich bei den kleinen Strömen von höchstens 10^{-6} Amp. um minimale Mengen derselben gehandelt hätte.

Trotzdem ist durch die vorliegenden Versuche ziemlich sicher festgestellt, daß die Elektrizitätsleitung durch die untersuchten organischen Dielektrika bei den erreichten Feldstärken von $1-4 \cdot 10^6$ Volt/cm hauptsächlich auf elektrolytischem Wege vor sich geht.

Zusammenfassung.

1. In vorliegender Arbeit wurde eine Methode ausgearbeitet, sehr dünne ($\sim 2{,}5\,\mu$) Schichten einiger fester Dielektrika in einwandfreier Weise herzustellen, ihre Dicke zu bestimmen und dielektrisch zu untersuchen.

2. Weiter wurde eine Möglichkeit angegeben, den Fortgang und Abschluß der Trocknung der hergestellten dünnen Isolierschichten exakt nachzuweisen.

3. Aus eingehenden Versuchen ließ sich schließen, daß Elektroden, die mittels Kathodenzerstäubung oder durch Aufpressen von Metallfolien hergestellt sind, bei den untersuchten Materialien keine einwandfreien Leitfähigkeitsmessungen und Durchschlagsversuche ermöglichten.

4. Die dielektrische Untersuchung ergab, daß die aufgefundene Strom-Zeitabhängigkeit bei konstanter angelegter Spannung auf einer wirklichen Veränderung des Widerstandes beruht, und zwar dahingehend, daß durch langandauernde elektrische Beanspruchung sich die untersuchten Materialien in einen schlechtleitenden Stoff umwandeln lassen, dem wesentlich andere Eigenschaften zukommen als der ursprünglichen Schicht.

5. Bedingung für das Auftreten dieser Erscheinung ist eine herrschende Feldstärke von mindestens 10^6 Volt/cm, und ihre Intensität hängt sehr stark von der Beanspruchungszeit, der Höhe der angelegten Spannung und der Temperatur des Dielektrikums ab.

6. Durch Kommutieren der Spannung ist eine Regenerierung des erzeugten Dielektrikums in den nahezu ursprünglichen Zustand möglich.

7. Die Strom-Zeitabhängigkeit bei konstanter Spannung wie überhaupt die Stromleitung durch die untersuchten Isolierstoffe wird vom Elektrodenmaterial

Digitized by Google

und von der Oberflächenbeschaffenheit der Elektroden nicht beeinflußt. Gleichfalls sei erwähnt, daß irgendwelche Polaritätseffekte nicht festgestellt werden konnten.

8. Die Vermutung, daß die Elektrizitätsleitung durch die untersuchten Dielektrika elektrolytisch ist, wird durch folgende Versuchsergebnisse weiterhin bestätigt:

a) Leitfähigkeitserhöhung bei Erhöhung der Temperatur des Dielektrikums.

b) Nachweis einer Färbung der positiven Kupferelektrode nach sehr langdauerndem Stromdurchgang durch die Schicht.

9. Die Stromleitung in der ursprünglichen Schicht erfolgt nahezu nach dem Ohmschen Gesetz, während der Zusammenhang von Strom und Spannung im erzeugten Dielektrikum durch eine *e*-Funktion gegeben ist.

10. Die aufgefundene Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Beanspruchungszeit wird auf die allmähliche Ausbildung der Schicht hohen Widerstandes an der Kathodenseite des Stromes zurückgeführt.

Herrn Professor Dr.-Ing. W. O. Schumann, auf dessen Anregung vorliegende Arbeit ausgeführt wurde, möchte ich beim Abschluß derselben für seine reiche Unterstützung meinen ergebensten Dank aussprechen.

Ebenso danke ich an dieser Stelle der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft für die Bereitstellung der zur Durchführung der Untersuchungen notwendigen Instrumente.

Über die Durchschlagsfestigkeit einiger flüssiger Isolierstoffe bei Beanspruchungen von langer bis zu kurzer Dauer.

Von

Dipl.-Ing. **Reinhard Naeher,** Dänischburg bei Lübeck.

(Mitteilungen aus dem Institut für Elektro-Maschinenbau und elektrische Anlagen der Techn. Hochschule Dresden.)

Inhaltsübersicht.

I. Einleitung.

II. Meßschaltungen für Gleichstrom.
1. Für lange Zeiten (10 Sekunden und längere Zeiten).
2. Für mittlere Zeiten (10^{-3} bis 10^{-6} Sekunden).
3. Für kurze Zeiten ($3 \cdot 10^{-7}$ bis $3 \cdot 10^{-9}$ Sekunden).
4. Vergleich der Spannungskurven in den einzelnen Schaltungen.

III. Messungen.
1. Vorversuche.
2. Messung der Durchschlagsfestigkeit verschiedener Flüssigkeiten zwischen Kugelkalotten (VDE-Funkenstrecke).
3. Messung der Durchschlagsfestigkeit von Transformatorenöl zwischen Spitzenelektroden.
4. Auswertung der Messungen.

IV. Vergleich der Messungen mit denen von Peek und Burawoy.

V. Folgerungen für die Praxis.
Einfluß der Temperatur — Überschlag über Porzellan in Öl — Durchschlag von isolierten Drähten in Öl — Durchschlag von Öl bei gedämpften hochfrequenten Schwingungen.

VI. Theorie der dielektrischen Festigkeit.

VII. Zusammenfassung.

Digitized by Google

I. Einleitung.

Die flüssigen Isolierstoffe, unter ihnen besonders die Transformatorenöle, haben in der Elektrotechnik beim Bau von Hochspannungsapparaten und Transformatoren große wirtschaftliche Bedeutung gewonnen. Durch ihre Verwendung können die Isolationsabstände kleiner gehalten werden als in Luft; weiterhin unterbinden sie die Gefahr des Anziehens von Feuchtigkeit und dienen zugleich noch zur Abfuhr der in den Apparaten erzeugten Wärme.

Neben dem Verhalten der flüssigen Isolierstoffe bei Wechselspannung von 50 Hertz ist die Klärung der Frage, wie sie sich bei ganz kurzzeitigen Beanspruchungen verhalten, von besonderer Wichtigkeit. Im praktischen Betrieb treten nämlich durch atmosphärische Einflüsse bei Gewittern und durch Schaltvorgänge Wanderwellen in die Leitungsnetze ein, deren Spannungshöhe die der normalen Betriebsspannung kurzzeitig um ein Vielfaches übersteigen kann.

Einige Untersuchungen in dieser Richtung sind schon von F. W. Peek[1] und Burawoy[2] durchgeführt worden.

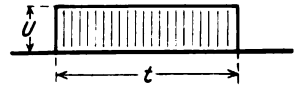


Bild 1. Spannungsverlauf (Rechteckform) für die Untersuchung der Flüssigkeiten bei verschiedener Dauer der Beanspruchung.

Peek fand z. B. bei einem Spannungsstoß von $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ sec Anstiegdauer für Transformatorenöl einen 2,3fachen Festigkeitswert gegenüber Wechselstrom von 60 Hertz (der Spannungsstoß bestand aus stark gedämpften Schwingungen eines Wechselstroms von 200000 Hertz). Burawoy maß bei ganz kurzen Zeiten von etwa $0{,}5 \cdot 10^{-8}$ bis $7 \cdot 10^{-8}$ sec eine 8 bis 11fache Festigkeit des Öles gegenüber der bei Wechselstrom von 50 Hertz.

Diese beträchtliche Erhöhung der Durchschlagsfestigkeit von Transformatorenöl bei einer kurzzeitigen Beanspruchung gegenüber einer Dauerbeanspruchung ist zunächst überraschend, sie bestätigt aber die von Sorge[3] angestellten Versuche mit verschieden schneller Steigerung der Spannung bei Wechselstrom von 50 Hertz. Er fand bei einer Steigerung von 1050 $V_{max/sec}$ einen um 15% höheren Durchschlagswert von Transformatorenöl als bei einer Steigerung von 3,3 $V_{max/sec.}$

Wie die eben angeführten Untersuchungen zeigen, scheinen sich die flüssigen Isolierstoffe im Gegensatz zu den gasförmigen Dielektriken[4] bei kurzzeitiger Beanspruchung anders zu verhalten als bei Dauerbeanspruchung.

In der folgenden Arbeit soll deshalb der Zusammenhang zwischen Durchschlagsfestigkeit und Dauer der Spannungsbeanspruchung bei flüssigen Isolierstoffen untersucht werden, da hierfür noch keine Messungen vorliegen. Der Vergleich soll in der Weise durchgeführt werden, daß die flüssigen Isolierstoffe für verschiedene Dauer t einer konstanten Spannung U (siehe Bild 1) ausgesetzt werden.

II. Meßschaltungen für Gleichstrom.

1. Für lange Zeiten (10 Sekunden und längere Zeiten).

Die Messungen bei Dauer-Gleichspannung bilden den Ausgangspunkt für die weiteren Versuche; denn bei den gewählten, unten beschriebenen Meßanordnungen

[1] F. W. Peek, A.I.E.E. Bd. 34, S. 1857 und ETZ 1916, S. 246.

[2] O. Burawoy, Arch. f. Elektrot., Bd. XVI, H. 3, S. 215.

[3] J. Sorge, Arch. f. Elektrot., 1923, Bd. XII, H. 1, S. 68.

[4] O. Burawoy, a. a. O., fand bei Luft als Dielektrikum mit Kugelelektroden keinen Entladeverzug bis zu Spannungsstößen von $3 \cdot 10^{-9}$ sec, wenn die Elektroden vorher mit Karborundumpapier gereinigt waren oder die Funkenstrecke durch Bestrahlung vorionisiert wurde.

Digitized by Google

wirkt auf das Prüfobjekt bei einer Beanspruchung von mittlerer bzw. kurzer Dauer eine Gleichspannung von genau bestimmbarer Zeit.

Als längste Beanspruchungsdauer wurde eine solche von 100 sec gewählt, da zwischen 100 sec und 1000 sec kein weiteres Abfallen der Festigkeit flüssiger Isolierstoffe bei Gleichstrom zu beobachten war.

Die in Bild 2 angegebene

Schaltung I

kam für die Messungen bei langen Zeiten zur Anwendung. Der hochgespannte Gleichstrom wurde durch Gleichrichtung von Wechselstrom mittels Glühventilröhren erhalten. Parallel zu der Öl-Meßfunkenstrecke wurde eine genügend große Kapazität geschaltet, um die bei der Gleichrichtung auftretenden Stöße zu dämpfen. Der Vorschaltwiderstand zwischen Glühventil und Kapazität sollte das Ventil und den Transformator beim Überschlag der Funkenstrecke schützen.

Die Ermittlung der Durchbruchspannung durch ein direkt anzeigendes Instrument war nicht möglich, da für die erforderliche Spannung bis etwa 50 kV ein solches nicht vorhanden war. Die Ablesung erfolgte deshalb am Voltmeter unterspannungs-

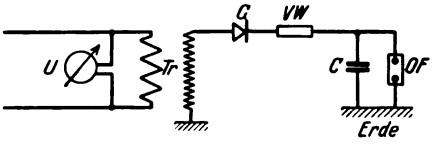


Bild 2. Schaltung I für Durchschlagsversuche bei Beanspruchungen von langer Dauer (10 sec und längerer Dauer).
C = Kapazität von 11000 cm,
G = Glühventilröhre,
OF = Ölmeßfunkenstrecke,
Tr = Transformator $^{220}/_{130\,000}$ V/V,
U = Spannungszeiger,
VW = Vorschaltwiderstand von $350 \cdot 10^3$ Ohm.

seitig des Transformators, nachdem vorher die ganze Anlage mittels Funkenstrecke auf der Gleichstromseite geeicht worden war. Bei diesen Messungen war darauf zu achten, daß der Widerstand VW und der Heizstrom für das Glühventil konstant gehalten wurde, um den Spannungsabfall in der Versuchsanlage nicht zu ändern. Bei der Aufnahme der Eichkurve wurde außerdem parallel zur Eichfunkenstrecke die Meßfunkenstrecke mit den verschiedenen untersuchten Flüssigkeiten geschaltet; dabei konnte keine Änderung der Eichkurve festgestellt werden.

2. Für mittlere Zeiten (10^{-3} bis 10^{-6} sec, entsprechend einem Lichtweg von 300 km bis 0,3 km).

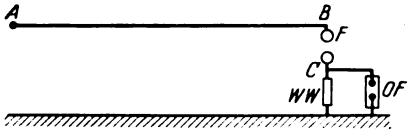


Bild 3. Schaltung II für Durchschlagsversuche bei einer Beanspruchung von mittlerer Dauer (10^{-3} bis 10^{-6} sec).
AB = mit Gleichstrom statisch aufgeladene Leitung.
F = Luftfunkenstrecke, über die AB entladen wird,
WW = Widerstand aus Silitstäben, der dem Wellenwiderstand der Leitung AB entspricht,
OF = Ölmeßfunkenstrecke.

Während für die langen Zeiten die Dauer der Beanspruchung mit der Stoppuhr festgestellt werden konnte und die Begrenzung der Spannung durch Betätigen

Digitized by Google

eines einfachen Hebelschalters erreicht wurde, mußten für die mittleren Zeiten Wanderwellenvorgänge zu Hilfe genommen werden, bei denen die Länge der Welle bekannt ist. Durch Umrechnung der Wellenlänge mittels der Lichtgeschwindigkeit kann dann auf die entsprechende Dauer der Beanspruchung geschlossen werden.

Für die mittleren Zeiten wurde deshalb die

Schaltung II

verwendet (siehe Bild 3). Eine Leitung AB wird mit hochgespanntem Gleichstrom — in gleicher Weise wie in Schaltung I (Bild 2) erzeugt — statisch aufgeladen. Ist die Spannung so hoch gestiegen, daß die Luftfunkenstrecke F überschlägt, dann entlädt sich die Leitung über den Widerstand WW. Da die Größe dieses Widerstandes der des Wellenwiderstandes der Leitung AB entspricht, so läuft in den Widerstand

a b

Bild 4. Verlauf der Entladung längs der Leitung AB nach dem Überschlag der Funkenstrecke F. (Bezeichnungen siehe Bild 3.)

WW eine Spannungswelle von der halben ursprünglichen Höhe der statischen Spannung u auf AB, und von B geht eine Entladewelle u_r nach A, die ebenfalls die Spannungshöhe $u/_2$ besitzt (siehe Bild 4a). In A wird die Entladewelle u_r reflektiert, wodurch die Leitung AB vollkommen entladen wird (siehe Bild 4b). Wird nun parallel zum Widerstand WW die Öl-Meßfunkenstrecke geschaltet, so liegt an ihr, eine Zeit lang, die der doppelten Leitungslänge AB entspricht, die Spannung $u/_2$.

Mit Schaltung II konnte mit den zur Verfügung stehenden Apparaten nur eine Spannung von etwa 40 kV an der Öl-Meßfunkenstrecke erreicht werden. Deshalb wurde auch die Schaltung IIa verwendet, mit der die doppelte Spannung durch Ver-

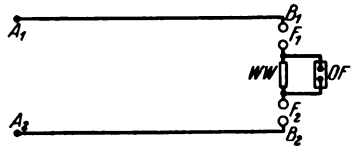


Bild 5. Schaltung IIa für Durchschlagsversuche bei einer Beanspruchung von mittlerer Dauer (10^{-3} bis 10^{-6} sec), Schaltung II (Bild 3) verdoppelt, da 2 Leitungen verwendet (Bezeichnungen entsprechend Bild 3).

wendung von 2 parallelen Leitungen erzielt werden konnte (siehe Bild 5). Die Benutzung der 2 Luftfunkenstrecken F_1 und F_2, die gleichzeitig überschlagen sollen, ist für diese Zeiten unbedenklich, da sich das Ansprechen nur um die Stirnlänge einer Wanderwelle unterscheiden kann. Diese beträgt aber, wie bekannt, bei Überschlägen von Kugelfunkenstrecken in Luft nur etwa 10—20 m. Das Aufladen der Doppelleitung mit hochgespanntem Gleichstrom erfolgte nach der Greinacher-Schaltung.

Für die Ausführung der Versuche mit dieser Meßschaltung standen zwei Leitungen zur Verfügung:

1. Eine Hochspannungs-Freileitung für 110 kV der Aktiengesellschaft Sächsische Werke, die vom Umspannwerk Etzdorf bei Roßwein nach Chemnitz-Nord führt. In Chemnitz-Nord waren von den zwei parallelen Drehstromleitungen je zwei Phasen miteinander verbunden, so daß für die Versuche eine Doppelleitung von Etzdorf nach Chemnitz und zurück zur Verfügung stand. Die Entfernung zwischen Etzdorf

Digitized by Google

und Chemnitz-Nord beträgt 25 km, also die Länge der Versuchsleitung 50 km (siehe auch Bild 6).

2. Die im Gelände der Neuen Technischen Hochschule Dresden erbaute Hochspannungs-Freileitung[1]. Sie hat eine Gesamtlänge von 700 m, bestehend aus Hin- und Rückleitung (siehe Bild 7).

Mit diesen beiden Leitungslängen erhalten wir also an der Öl-Meßfunkenstrecke eine Spannungsbeanspruchung von $2 \cdot 50$ km und $2 \cdot 0{,}7$ km Dauer. Bei der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Wellen mit Lichtgeschwindigkeit von 300000 km/sec entsprechen 100 km $= 3{,}3 \cdot 10^{-4}$ sec und 1,4 km $= 4{,}6 \cdot 10^{-6}$ sec.

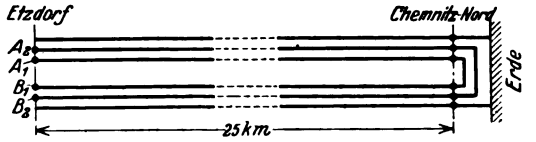


Bild 6. Schaltung der Leitungen von Etzdorf nach Chemnitz-Nord zur Herstellung einer 50 km langen Doppelleitung für Schaltung IIa (Bild 5).

Es bleibt noch zu untersuchen, ob der Entladevorgang vor dem Aufladevorgang geschützt ist und wie sich die Spannungshöhe der Entladewelle beim Verlauf längs der Leitung durch den Einfluß der Ableitung, des Ohmschen Widerstandes und der Kapazität der Isolatorenketten ändern kann.

Eine Beeinflussung des Entladevorganges durch den Aufladevorgang ist nicht möglich. Ist nämlich die Funkenstrecke F durch einen Lichtbogen überbrückt, so stellt der Widerstand WW für die Aufladung der Leitung AB beinahe

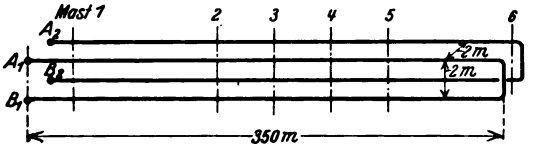


Bild 7. Verlauf der Hochspannungsleitung im Gelände der Neuen Technischen Hochschule zu Dresden.

einen Kurzschluß dar. Die Erzeugungsanlage kann aber durch den Einbau zweier Wasserwiderstände von je $1 \cdot 10^6$ Ohm vor die Leitung AB nicht den erforderlichen Strom liefern. Die Widerstände lassen nur maximal etwa 70 Milliamp. (bei 140 kV Spannung) hindurch, während die über WW kurzgeschlossene Leitung einen Strom von etwa 200 Amp. erfordern würde.

Wie Riepl[2] an der ähnlichen 110-kV-Leitung Silberstraße-Lausen nachgewiesen hat, halten sich die Verluste durch Ableitung in Grenzen, die vernachlässigt werden können. Trotzdem die bei beiden Leitungen verwendeten Seile einen kleineren Querschnitt hatten (Cu 95 mm² für Leitung Etzdorf-Chemnitz, Cu 50 mm² für Hochschulleitung, gegenüber Al 150 mm² für Leitung Silberstraße-Lausen), liegt ihre kritische Spannung V_k für das Auftreten von Korona-Verlusten noch genügend hoch:

für die Hochspannungsleitung Etzdorf-Chemnitz $V_k = 325$ kV_{max},

für die Hochspannungsleitung der T. H. Dresden $V_k = 250$ kV_{max}.

Die Spannung, die maximal verwendet wurde, betrug aber nur 140 kV_{max}.

Durch den Ohmschen Widerstand fällt bei der 50 km langen Leitung die Spannung — wie genauere Untersuchungen gezeigt haben — während ihres ganzen Verlaufes längs der Leitung um etwa 12% ab. Da wir mit der Funkenstrecke stets den Anfangs- bzw. Höchstwert der Spannung erhalten, sind die gemessenen Durch-

[1] L. Binder, ETZ 1926, H. 33, S. 959.

[2] W. Riepl, Arch. f. Elektrot., Bd. XVIII, H. 5, S. 416.

Digitized by Google

schlagspannungen um den Mittelwert von 6% zu erniedrigen. Für die 0,7 km lange Leitung bleibt der Spannungsabfall der Entladewelle unter 1%.

Der Einfluß der Kapazität der Isolatorenketten kommt nur für den Abfall der Entladewelle in Frage. Dieser wird bei der 50 km langen Leitung durch die Kettenkapazitäten, die auch entladen werden müssen, von 20 auf etwa 300 m verflacht[1]. Diese Verlängerung spielt aber für die 100 km lange Welle keine Rolle. Für die kurze Leitung von 0,7 km wird die Verflachung entsprechend viel geringer, da die Kapazität der 30 vorhandenen Isolatorenketten äußerst klein ist.

Die angestellten Betrachtungen ergeben also, daß bei den Messungen nach Schaltung II nur der Ohmsche Widerstand, und zwar nur bei langen Leitungen, die ursprüngliche Spannungshöhe meßbar erniedrigt.

3. Für kurze Zeiten ($3 \cdot 10^{-7}$ bis $3 \cdot 10^{-9}$ sec, entsprechend einem Lichtweg von 100 m bis 1 m).

Während bei Schaltung II für mittlere Zeiten mit vollkommen rechteckförmigen Spannungswellen gerechnet werden kann, ist dies bei Wellenlängen unter 100 m nicht mehr zulässig. Hierbei macht sich bereits geltend, daß der Zündfunke eine gewisse Zeit zur Entwicklung braucht. Die Stirn der Wanderwelle hat bekanntlich, wenn sie durch den Überschlag einer Kugelfunkenstrecke in Luft eingeleitet wird, einen allmählichen Anstieg von 10—20 m Länge.

Deshalb wurden zunächst Messungen mit der einfachen Stoßschaltung —

Schaltung III

— in der Binderschen Schleifenanordnung vorgenommen (siehe Bild 8)[2]. Mit dieser läßt sich der ganze Spannungsverlauf an der Ölmeßfunkenstrecke sehr gut erfassen[3].

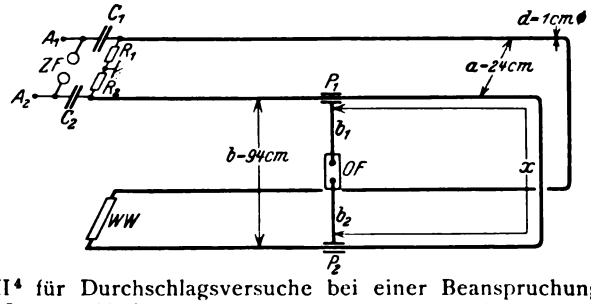


Bild 8. Schaltung III[4] für Durchschlagsversuche bei einer Beanspruchung von kurzer Dauer ($3 \cdot 10^{-7}$ bis $3 \cdot 10^{-9}$ sec) in der Binderschen Schleifenanordnung.
A_1 u. A_2 = Anschlüsse an eine Anlage für hochgespannten Gleichstrom,
ZF = Zündfunkenstrecke,
C_1 u. C_2 = Kondensatoren von je 0,0062 μF,
R_1 u. R_2 = Erdungswiderstände von je $1 \cdot 10^6$ Ohm.
OF = Ölmeßfunkenstrecke,
WW = Silitwiderstand von 480 Ohm; Größe entspricht dem Wellenwiderstand der Leitung.

Messungen wurden mit Schaltung III in der 90 m- und 8-m-Schleife vorgenommen. Der Spannungsverlauf an der Ölmeßfunkenstrecke ist für die niedrigste

[1] W. Riepl (a. a. O.) fand an der ähnlichen Leitung Silberstraße-Lausen bei einem Ladevorgang eine Verflachung der Stirn der Ladewelle bei 40 km langer Leitung von 20 auf 200—300 m.

[2] L. Binder, ETZ 1915, H. 20—22, S. 241, 259, 275.

[3] O. Burawoy, a. a. O.

[4] Nähere Erläuterungen über diese Schaltung vergleiche auch: Harald Müller, Arch. f. Elektrot. 1925, Bd. XV, S. 97 u. Zeitschr. f. techn. Physik 1927, S. 54.

Digitized by Google

und höchste verwendete Spannung, und zwar für die 8-m-Schleife in Bild 9 aufgezeichnet. Maßgebend für die Ermittlung des gesamten Verlaufes der Wanderwelle waren die Angaben von Riepl[1].

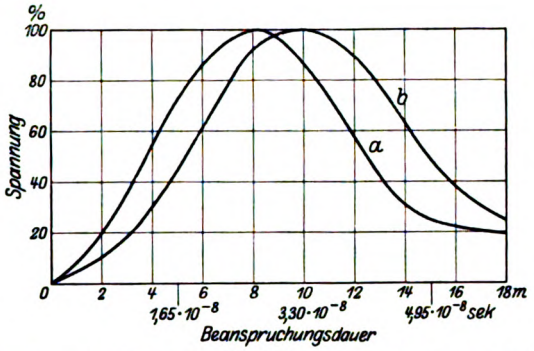


Bild 9. Spannungsverlauf an der Ölmeßfunkenstrecke in der 8 m-Schleife mit Schaltung III.
a) bei 60 kV Zündspannung,
b) bei 194 kV Zündspannung.

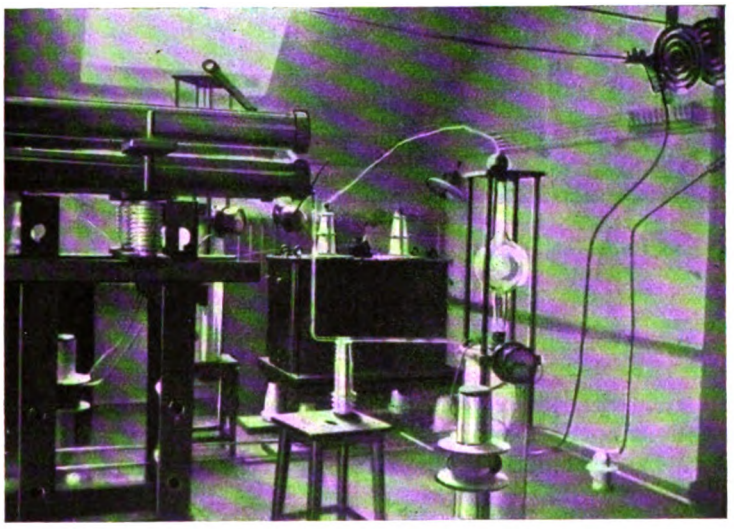


Bild 10. Anlage zur Erzeugung von hochgespanntem Gleichstrom nach der Schaltung von Greinacher.

Bild 10 und 11 stellen photographische Aufnahmen der Versuchsanlage dar. In Bild 10 ist die Anlage zur Erzeugung des hochgespannten Gleichstromes zu sehen. Der im Motor-Generator (siehe Bild 11) erzeugte Wechselstrom wird nach dem Transformator geleitet. Von der einen Hochspannungsklemme geht je eine Verbindung nach den Glühventilröhren, einmal zur Anode (siehe rechtes Ventil, welches vollkommen sichtbar ist), das andere Mal zur Kathode (linkes Ventil im Hintergrund). Die andere Hochspannungsklemme des Transformators ist geerdet. Von den Glühventilröhren wird dann der hochgespannte Gleichstrom über je einen Wasserwiderstand nach den Kondensatoren geleitet, von denen je zwei vorn und hinten in liegender Anordnung zu sehen sind. Die beiden Kugeln der Zündfunkenstrecke sind unter den rechten Enden der Kondensatoren zu erkennen. Die beiden Heiz-Transformatoren

[1] W. Riepl, a. a. O.

Digitized by Google

zum Heizen der Kathoden der Ventile sind beide Male links vom Ventil sichtbar. Ein Stück der Versuchsleitung ist ebenfalls zu sehen. Diese kommt von links unten, wird rechts in die Höhe geführt und geht dann wieder nach links weiter.

In Bild 11 sieht man rechts das Ende der Kondensatoren, von denen die beiden Leitungen abgehen. Links ist der aus Silitstäben bestehende Widerstand WW, dessen Größe dem Wellenwiderstand der Leitung entspricht, auf einem Holzgestell zu erkennen. Die Leitungen kommen von oben an diesen heran. Die in die Leitung eingebaute Ölmeßfunkenstrecke befindet sich hier in der 90-m-Schleife.

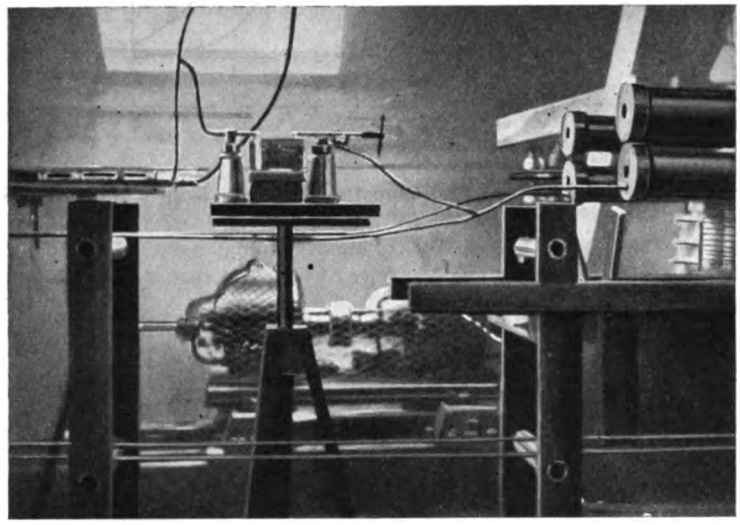


Bild 11. Anfang und Ende der Schaltung III (s. Bild 8). Die Ölmeßfunkenstrecke befindet sich in der 90-m-Schleife.

Für die Versuche in der 2-m- und 1-m-Schleife wurde die von O. Burawoy[1] angewendete

Schaltung IV

zur Erzeugung steilster Wellenstirnen von 2—4 m Länge benutzt. Die Schaltung in Bild 8 ändert sich nur dadurch, daß in die Leitungen wenige Meter hinter den

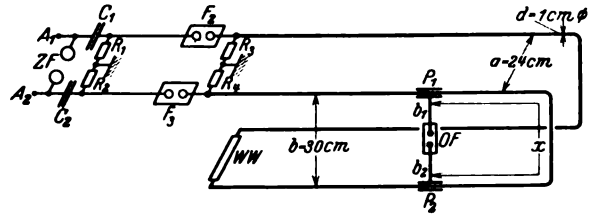


Bild 12. Schaltung IV zur Erzeugung von Wanderwellen mit steilster Stirn für Messungen in der 1- und 2-m-Schleife.

A_1 u. A_2 = Anschlüsse an eine Erzeugungsanlage für hochgespannten Gleichstrom,
ZF = Zündfunkenstrecke,
C_1 u. C_2 = Kondensatoren von je 0,0062 μF,
R_1 bis R_4 = Erdungswiderstände von je $\sim 1 \cdot 10^6$ Ohm,
F_2 u. F_3 = Zwischenfunkenstrecken in Transformatorenöl,
OF = Ölmeßfunkenstrecke,
WW = Silitwiderstand von 480 Ω; Größe entspricht dem Wellenwiderstand der Leitung.

[1] O. Burawoy, a. a. O., S. 198.

Digitized by Google

Kondensatoren die Ölfunkenstrecken F_2 und F_3 eingebaut werden (siehe Bild 12). Diese sind mit Transformatorenöl gefüllt.

Bei der Aufzeichnung der Spannungskurven mußten die Meßleitungslängen b_1 und b_2 berücksichtigt werden, da diese durch die Ölmeßfunkenstrecke nicht kürzer als je 55 cm gemacht werden konnten. Ihre Berechnung erfolgte daher nach der von Burawoy[1] angegebenen Methode.

Mit den beschriebenen Meßschaltungen III und IV konnte in der 90-m-Schleife bei einer maximalen Spannung von 82 kV nur etwa 1 mm und in der 1-m-Schleife bei 40 kV nur 0,35 mm Abstand in der Ölmeßfunkenstrecke durchgeschlagen werden.

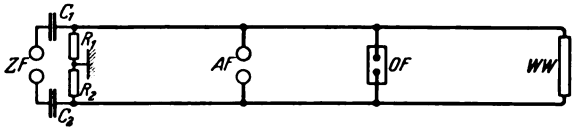


Bild 13. Schaltung V. Die einlaufende Wanderwelle wird durch *AF* abgeschnitten, bevor ihre Stirn die volle Höhe erreicht hat.

ZF = Zündfunkenstrecke,
C_1 u. C_2 = Kondensatoren von je 0,0062 μF,
R_1 u. R_2 = Erdungswiderstände von je $\sim 1 \cdot 10^6$ Ohm,
AF = Abschneidefunkenstrecke,
OF = Ölmeßfunkenstrecke.
WW = Silitwiderstand von 480 $\Omega \triangleq$ Wellenwiderstand der Leitung.

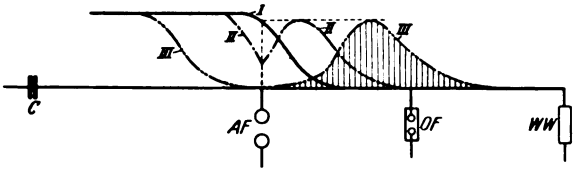


Bild 14. Verlauf der Spannungswelle in Schaltung V.
Stellung I: Kurz vor dem Überschlag von *AF*,
„ II: Kurz nach dem Überschlag von *AF*,
„ III: Spannung von *AF* gleich Null, abgeschnittene Welle ist vollkommen ausgebildet (Bezeichnungen s. Bild 13).

Um größere Schlagweiten in der Ölmeßfunkenstrecke, bis etwa 3 mm, durchschlagen zu können, mußten die Messungen in der Schleife verlassen werden. Die Ölmeßfunkenstrecke wurde zwischen die beiden Leitungen gelegt; dadurch konnte mit Schaltung V die doppelte und mit Schaltung VI die vierfache Spannung gegenüber der in der Schleife erreichten (Schaltung III und IV) ausgenutzt werden.

Um die Spannung wieder nur eine bestimmte Zeit auf die Ölmeßfunkenstrecke wirken zu lassen, wurde die eindringende Wanderwelle durch eine Luftfunkenstrecke abgeschnitten (siehe Bild 13 und 15).

Bei der einen Anordnung

Schaltung V

wird die einlaufende Wanderwelle durch die Funkenstrecke *AF* abgeschnitten, bevor die Wellenstirn ihre volle Höhe erreicht hat (siehe Bild 13). In Bild 14 ist das Abschneiden der Welle in 3 verschiedenen Stellungen bildlich erläutert. Die schraffierte Fläche ist der Teil der Spannungs- bzw. Stromwelle, der nach der Funkenstrecke *AF* die Leitung weiterläuft, die Öl-Meßfunkenstrecke *OF* dabei berührt und dann im Wellenwiderstand *WW* vernichtet wird.

Die Abschneidefunkenstrecke *AF* wurde bei jeder Zündspannung so eingestellt, daß die Welle einer Dauer der Spannungsbeanspruchung wie in der 8-m-Schleife entsprach, daß also die Messungen mit denen in der 8-m-Schleife vereinigt werden können.

[1] O. Burawoy, a. a. O.

Digitized by Google

Die sich in dieser Schaltung ergebenden Spannungskurven konnten vollkommen aufgezeichnet werden, da der Rücken der Wellen, der steiler als die Stirn ist, durch Schleifenmessungen zu bestimmen war (vgl. Tabelle 1).

Tabelle I.
Schleifenspannungen für die Aufzeichnung der Spannungskurven nach Schaltung V.

Zündspannung Z Abschneidespannung Ab	60 kV 36 kV		194 kV 108 kV	
	Stirn	Rücken	Stirn	Rücken
Schleifenspannung in 3-m-Schleife	10 kV	15 kV	24 kV	31,5 kV
5-m „	14,5 kV	17 kV	36 kV	39,5 kV
9-m „	18 kV	18 kV	48 kV	48 kV

Mit dieser Schaltung wurde eine maximale Spannung von 108 kV an der Ölmeßfunkenstrecke erreicht.

Bei

Schaltung VI

wird die einlaufende Wanderwelle am offenen Ende der Leitung reflektiert und beim Rücklauf abgeschnitten (siehe Bild 15). Dadurch kann bei gleicher Zündspannung die vierfache Spannung als bei den Schleifenmessungen erzielt werden. Zum Abschneiden der rücklaufenden Wellen sind in einem bestimmten

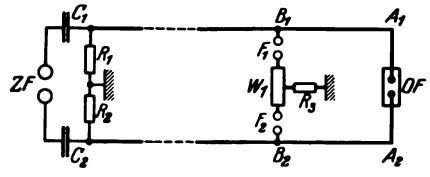


Bild 15. Schaltung VI. Die am offenen Leitungsende A_1 u. A_2 reflektierte Welle wird durch die Funkenstrecken F_1 u. F_2 abgeschnitten (vgl. Bild 16).
ZF = Zündfunkenstrecke,
C_1 u. G_2 = Kondensatoren von je 0,0062 μF,
R_1 bis R_3 = Erdungswiderstände von je $\sim 1 \cdot 10^6$ Ohm,
F_1 u. F_2 = Abschneidefunkenstrecken,
W_1 = Dämpfungswiderstand aus Silitstäben von 240 Ohm,
OF = Ölmeßfunkenstrecke.

Abstand $A_1 B_1 = A_2 B_2 = a$ vom Leitungsende die Luftfunkenstrecken F_1 und F_2 angeordnet. Um in dem Leitungsstück $A_1 B_1$ bzw. $A_2 B_2$ keine Schwingungen mit der maximalen Spannungsamplitude eintreten zu lassen, werden diese durch einen eingeschalteten Widerstand W_1 gedämpft. Dieser wurde gleich dem halben Wellenwiderstand der Leitung $Z/2 = 240$ Ohm gewählt. Die Spannung kann dadurch am Leitungsende nur noch maximal die halbe Höhe als vor dem Überschlag von F_1 und F_2 erreichen. Der Widerstand W_1 ist durch die beiden Funkenstrecken F_1 und F_2 von der Leitung abgetrennt, damit die einlaufenden Wellen sich an den Punkten B_1 und B_2 nicht erst teilen und so eine Änderung der Wellenstirn herbeiführen, bevor sie an die offenen Leitungsenden A_1 und A_2 kommen. An die Punkte A_1 und A_2 wird die Ölmeßfunkenstrecke angeschaltet.

Um den genauen Spannungsverlauf am Leitungsende und somit an der Ölmeßfunkenstrecke verfolgen zu können, soll zunächst unter der Annahme von Rechteckwellen und einer unendlich großen Energiequelle die Wirkungsweise dieser Schaltung studiert werden. Die Betrachtungen sind der Deutlichkeit halber nur für einen Leitungsstrang dargestellt.

Digitized by Google

In Bild 16 ist der Spannungsverlauf zu verschiedenen Zeitpunkten aufgetragen. Aus diesen ergibt sich dann der in Bild 17 dargestellte Spannungsverlauf am Leitungsende A.

Bild 16a stellt den Spannungszustand kurz vor dem Überschlag der Funkenstrecke F dar. Nach dem Überschlag von F betrachtet man am besten die Spannungsvorgänge auf den beiden Leitungsstücken CB und BA für sich getrennt. Die auf CB fortschreitende Wanderwelle wird in B geteilt. Im Widerstand W_1 wird ein Teil vernichtet, der andere läuft als Wanderwelle nach A und hat eine Höhe von

$$u_a = \frac{\frac{2}{Z}}{\frac{2}{Z} + \frac{1}{W_1}} \cdot U,$$

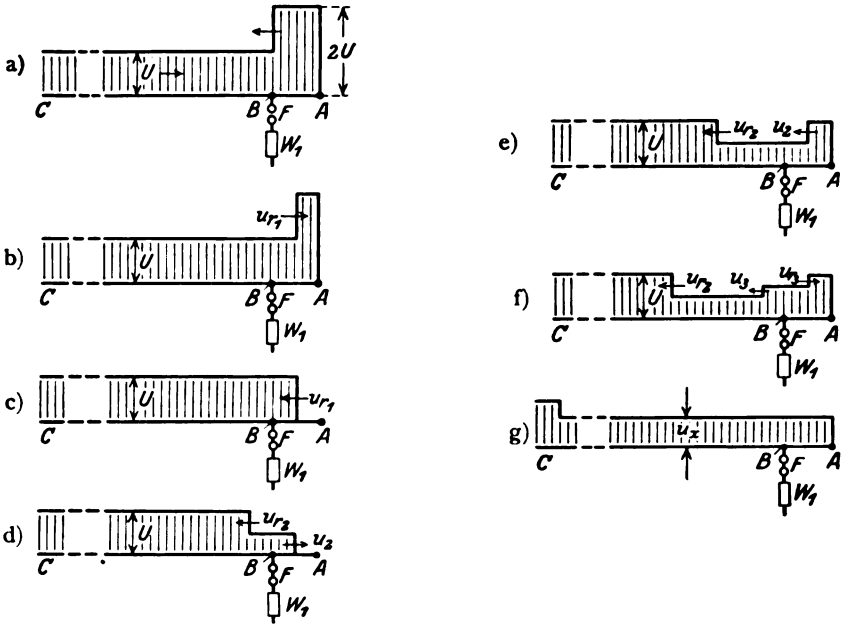


Bild 16. Verlauf der Spannungswellen in Schaltung VI (Bild 15).
a) Welle kurz vor dem Überschlag von F,
b) bis g) Welle nach dem Überschlag von F.

— bei $W_1 = Z/2$

$$u_a = \frac{U}{2} —.$$

Die statische Ladung auf AB entlädt sich auf die Leitung BC und den Widerstand W_1. Dadurch läuft eine Entladewelle u_{rb} nach A und entlädt die Leitung BA auf die Spannung

$$u_b = 2\,U + u_{rb} = 2\,U - \frac{Z}{Z + \frac{Z \cdot W_1}{Z + W_1}} \cdot 2\,U$$

— bei $W_1 = Z/2$,

$$u_b = 2\,U - \frac{Z}{Z + \frac{1}{3}Z} \cdot 2\,U = \frac{U}{2} —.$$

Beide Vorgänge zusammengesetzt ergeben eine von B nach A laufende Entladewelle u_{r_1} von der Höhe U. In A wird diese reflektiert und entlädt dann die Leitung AB vollkommen (vgl. Bild 16b und 16c). Nach Entladung von AB dringt die Spannungswelle U auf der Seite CB allein in die Leitung BA und den Widerstand W_1 ein. Eine Ladewelle von

Digitized by Google

$$u_2 = u_a = \frac{U}{2}$$

läuft in die Leitung BA (vgl. Bild 16d), wird am Ende A vollkommen und dann in B teilweise reflektiert (vgl. Bild 16e und 16f). Allmählich tritt ein Beharrungszustand ein. Bei diesem beträgt die sich einstellende konstante Spannung

$$u_x = \frac{2W_1}{Z + W_1} \cdot U = \frac{2}{3} U \text{ (vgl. Bild 16g).}$$

Bei der vorliegenden Versuchsanordnung haben wir es aber nicht mit einer unendlich großen Energiequelle zu tun. Die Kondensatoren sind vielmehr in sehr kurzer Zeit erschöpft, so daß nur die erste Halbwelle auf den Durchschlag einwirkt. Am eindeutigsten wird diese Behauptung dadurch erklärt, daß die in der Schaltung vorgenommenen Messungen bei kleinen Elektrodenabständen mit denen in den Schleifenmessungen fast vollkommen übereinstimmen.

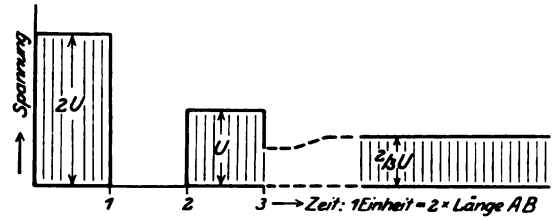


Bild 17. Spannungsverlauf am Ende A der offenen Leitung in Schaltung VI. Der Verlauf ist aus Bild 16 entnommen.

Die Versuche wurden nur bei einer Länge der Leitung AB von 20 m vorgenommen, da dann durch die 70 m lange Leitung zwischen Kondensatoren C und Funkenstrecke F die Energiequelle auf die Vorgänge am Leitungsende A für die in Frage kommende erste Halbwelle keinen Einfluß mehr hatte.

Bei der Aufzeichnung der Spannungskurven ist noch festzustellen, welchen Einfluß die Kapazität und der Widerstand der Meßfunkenstrecke bei kurzer Beanspruchungsdauer auf den Verlauf der Wanderwellenstirn ausüben. Durch den kleineren Abstand der Kugeln und die höhere Dielektrizitätskonstante — besonders bei destilliertem Wasser, das bei mittleren und kurzen Zeiten auch untersucht wurde — sind die Kapazitäten bei gleicher Durchschlagspannung größer als die einer entsprechenden Luftfunkenstrecke; ein Einfluß des Widerstandes kommt nur für die Messungen mit Wasser in Frage.

Bei Niederfrequenz wurden die in Tabelle II angeführten Kapazitäten einer Funkenstrecke mit den bei den Versuchen verwendeten Kugelkalotten gemessen.

Tabelle II.

Kapazitäten der Meßfunkenstrecke mit Kugelkalotten nach VDE. bei Niederfrequenz.

Abstand der Elektroden mm	Kapazität bei Luft cm	Transformatorenöl cm	Wasser cm
0,2	3,8	9,4	—
0,5	2,9	7,1	260
1,0	2,4	5,5	210
2,0	1,9	4,5	170
5,0	1,5	3,7	140
10,0	1,5	3,3	120

Digitized by Google

Bei kurzzeitigen Beanspruchungen ist die Kapazität praktisch die gleiche wie die bei Niederfrequenz. Sie fiel jedoch, gemessen mit der Schaltung nach Riepl[1], für Öl und Wasser zu groß aus; denn für die Kapazitäten der Ölfunkenstrecke (bis 10 cm) ist die Meßmethode zu unempfindlich, und bei der Wasserfunkenstrecke wird der Strom mitgemessen, der durch den Ohmschen Widerstand hervorgerufen wird. Dieser konnte hierbei nicht eliminiert werden. Da aber nur die Größenordnung der Kapazitäten bei kurzzeitiger Beanspruchung festgestellt werden sollte, wurden genauere Messungen nicht durchgeführt.

Aus obiger Tabelle II und den späteren Messungen läßt sich z. B. folgender Vergleich über die Kapazität einer Funkenstrecke in Luft, Öl bzw. Wasser bei gleicher Durchschlagspannung von 30 kV und einer Dauer der Spannungsbeanspruchung von $1{,}3 \cdot 10^{-8}$ sec anstellen:

Luftfunkenstrecke . . .	10,0	mm Abstand	1,5	cm	Kapazität
Ölfunkenstrecke	0,3	„ „	8,7	„	„
Wasserfunkenstrecke . .	0,55	„ „	260	„	„

Der Ohmsche Widerstand der Wasserfunkenstrecke ist bei verschiedenen Spannungen in Tabelle III angegeben. Er bricht ebenfalls, wie andere Widerstände bei höheren Spannungen, zum Teil zusammen.

Tabelle III.

Widerstand der Wasserfunkenstrecke. Leitfähigkeit des destillierten Wassers 15 μ S cm^{-1}.

Abstand der Elektroden mm	Widerstand bei 1000 Volt [2] Ohm	320000 Volt [3] Ohm	60000 Volt [3] Ohm
0,5	1700	600	450
1,0	2500	720	500
2,0	2700	830	610
5,0	3800	980	730
10,0	5400	1600	1100

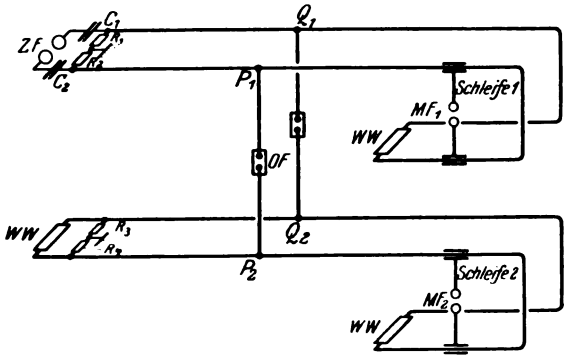


Bild 18. Schaltung VII zur Ermittelung des Einflusses von Kapazität und Widerstand der Öl und bes. der Wasserfunkenstrecke (mit Kugelkalotten) auf die Stirn der Wanderwelle bei Messungen in der Schleife (s. Bild 8).

ZF = Zündfunkenstrecke,
C_1 u. C_2 = Kondensatoren von je 0,0062 μF,
R_1 bis R_4 = Erdungswiderstände von je $\sim 10^6$ Ohm,
OF = Öl- bezw. Wasserfunkenstrecke,
MF_1 u. MF_2 = Meßfunkenstrecken in Luft,
WW = Silitwiderstände von je 480 Ohm, Größe entspricht dem Wellenwiderstand der Leitung.

[1] W. Riepl, a. a. O.
[2] Gemessen mit der Brückenschaltung, mit Summer als Energiequelle.
[3] Gemessen mit der Schaltung nach O. Zdralek, Arch. f. Elektrot. 1927, Bd. XVIII, H. 1.

Digitized by Google

Den Einfluß, den Kapazität und Widerstand der Meßfunkenstrecke in der Schleifenmessung auf die Form der Wellenstirn und somit auch auf den Spannungsverlauf an der Meßfunkenstrecke selbst ausüben, kann man mit

Schaltung VII

leicht erkennen (vgl. Bild 18). Eine Meßschleife ist zwischen den Anschlußpunkten P_1 und P_2 bzw. Q_1 und Q_2 der Funkenstrecken aufgetrennt. Nun kann für sich allein mit Schleife 1 die Wellenstirn gemessen werden, die sich nach Berühren von P_1 bzw. der oberen Elektrode der Funkenstrecke ergibt. Die Spannungswelle, die durch die Aufladung durch die Funkenstrecke hindurchgeht und sich von P_2 nach beiden Seiten der Leitung ausbreitet, kann in Schleife 2 gemessen werden.

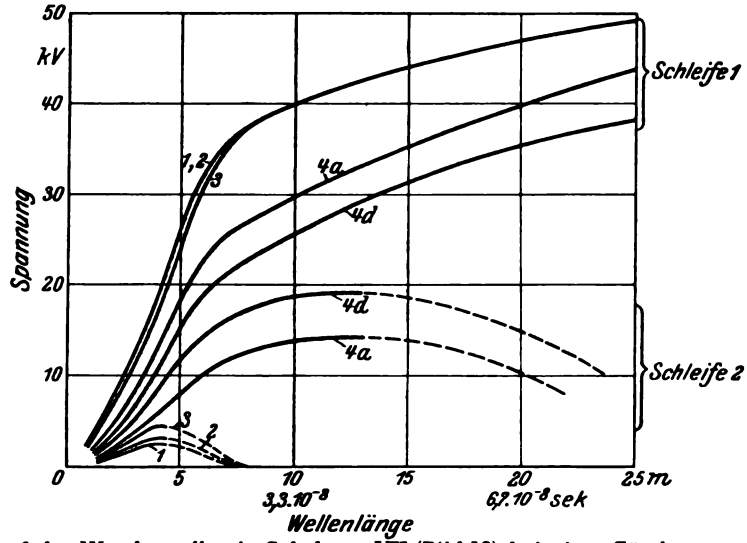


Bild 19. Verlauf der Wanderwellen in Schaltung VII (Bild 18) bei einer Zündspannung von 129 kV.
1 ohne Funkenstrecke *OF*, also Verlauf der erzeugten Welle,
2 mit Funkenstrecke zwischen P_1 u. P_2 bzw. Q_1 u. Q_2, Abstand a = 30 mm,
3 mit Ölfunkenstrecke a = 1 mm,
4a mit Wasserfunkenstrecke a = 10 mm,
4b mit Wasserfunkenstrecke a = 0,6 mm.

Für die Versuche wird der Reihe nach zwischen P_1 und P_2 bzw. Q_1 und Q_2 geschaltet:

1. Nichts, die Beeinflussung der Leitungen gegeneinander soll hiermit festgestellt werden.
2. Eine Luftfunkenstrecke mit 5-cm-Kugeln, Abstand 30 mm.
3. Eine Ölfunkenstrecke mit Kugelkalotten nach VDE., Abstand 1 mm.
4. Eine Wasserfunkenstrecke mit Kugelkalotten nach VDE., Abstand 0,6 und 10 mm.

In Bild 19 sind die sich aus diesen Schleifenmessungen ergebenden Spannungskurven der Wanderwellen aufgetragen. Der mutmaßliche Abfall der in Schleife 2 gemessenen Spannungskurven ist gestrichelt eingezeichnet. Diese müssen wieder auf die Spannung Null zurückgekommen sein, wenn die in Schleife 1 gemessenen Spannungen die ursprüngliche Höhe vor dem Berühren der Funkenstrecke erreicht haben.

Aus diesen Messungen ergibt sich:

1. Die Kapazität der Ölmeßfunkenstrecke beeinflußt die Spannungskurven nur in der 1- und 2-m-Schleife.
2. Kapazität und Widerstand der Wasserfunkenstrecke beeinflussen die Spannungskurven in den 1—90-m-Schleifen.

Digitized by Google

An einem Beispiel, bei dem die Wasserfunkenstrecke bei 0,6 mm Abstand in die 8-m-Schleife geschaltet ist, soll der Spannungsverlauf an der Meßfunkenstrecke gezeigt werden. Zur Vereinfachung wird angenommen, daß der Einfluß der Wasserfunkenstrecke nur kapazitiv sei. Die erzeugte Wanderwelle wird im Punkte P_1 (vgl. Bild 8) geändert. Eine verflachte Welle läuft die Leitung weiter nach P_2. Ein anderer Teil der Welle geht durch die Funkenstrecke hindurch, teilt sich in P_2; von da läuft der eine Teil nach P_1 und der andere nach dem Wellenwiderstand WW. Die beiden Wellen, die von P_1 nach P_2 bzw. von P_2 nach P_1 laufen, überlagern sich. Wenn sie nach P_2 bzw. nach P_1 kommen, wird jede in der gleichen Weise wie die ursprüngliche Welle geteilt. Die von P_2 nach P_1 kommende Welle will die Funkenstrecke weiter aufladen, während die von P_1 nach P_2 kommende Welle die Funkenstrecke auf die

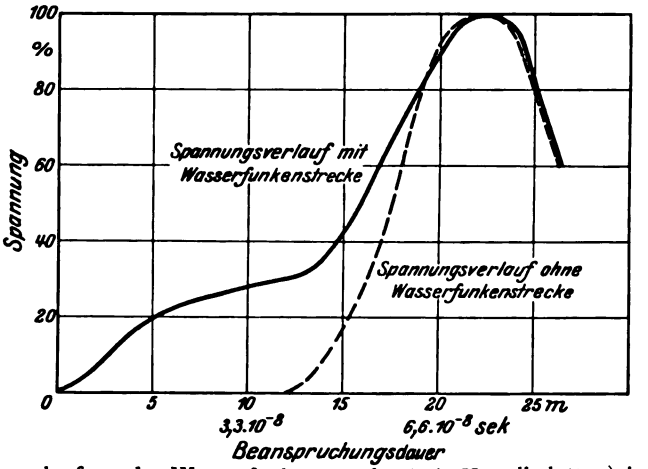


Bild 20. Spannungsverlauf an der Wasserfunkenstrecke (mit Kugelkalotten) in der 8 m-Schleife, bei einer Zündspannung von 129 kV und einem Abstand der Elektroden im Wasser von 0,6 mm.

Wanderwellenspannung entladen will. Bei einer Zündspannung von 129 kV ergibt sich dann der in Bild 20 aufgezeichnete Spannungsverlauf an der Meßfunkenstrecke. Wir unterscheiden bei diesem den flach ansteigenden und dann den steil ansteigenden Teil. Nur der letztere kommt für den Durchschlag in Frage. Dieser ähnelt aber sehr den unveränderten ursprünglichen Spannungskurven in der 8-m-Schleife.

Danach können also bei den vorliegenden Versuchen sämtliche Messungen, bei denen die Kapazität der Meßfunkenstrecke die Stirn der Wanderwelle verändert, mit Messungen ohne beeinflussende Kapazität verglichen werden.

4. Vergleich der Spannungskurven.

Der Vergleich der Durchschlagswerte bei verschiedener Dauer der Spannungseinwirkung wird in der Weise vorgenommen, daß die einer Sinusform ähnlichen Spannungskurven bei kurzer Dauer in Rechteckwellen umgewandelt werden. Mit dieser Form kann nämlich für alle Zeiten eine genaue Angabe über die Höhe und Länge der Spannungen gemacht werden.

Die Umwandlung geschieht nach der in Bild 21 dargestellten Methode. An die auf- und absteigende Spannungslinie legt man je eine Wendetangente durch ihre Krümmungsmittelpunkte. Die Höhe der entsprechenden Rechteckwelle wird dann durch eine Parallele zur Abszissenachse gefunden, die so verläuft, daß die Bedingung

$$S_a = S_1 + S_2$$

erfüllt ist. Die Länge dieser Parallelen zwischen den Schnittpunkten mit den Wendetangenten ergibt dann das Maß für die Dauer der Beanspruchung.

Digitized by Google

Bei Anwendung dieser Methode braucht auf die geringe Abweichung der Spannungskurven bei verschieden hoher Spannung keine Rücksicht genommen zu werden (Siehe Bild 8). Es kann vielmehr für eine bestimmte Beanspruchungsdauer die gleiche Korrektur für alle Spannungen genommen werden.

Dieses Verfahren ist an sich willkürlich. Es kommt aber den wirklichen Verhältnissen recht nahe. Ein Vergleich wurde durch Versuche mit sehr steilen Wellen nach Schaltung IV in der 12- und 17-m-Schleife[1] angestellt, wobei eine Rechteckform der Prüfspannung fast erreicht wurde.

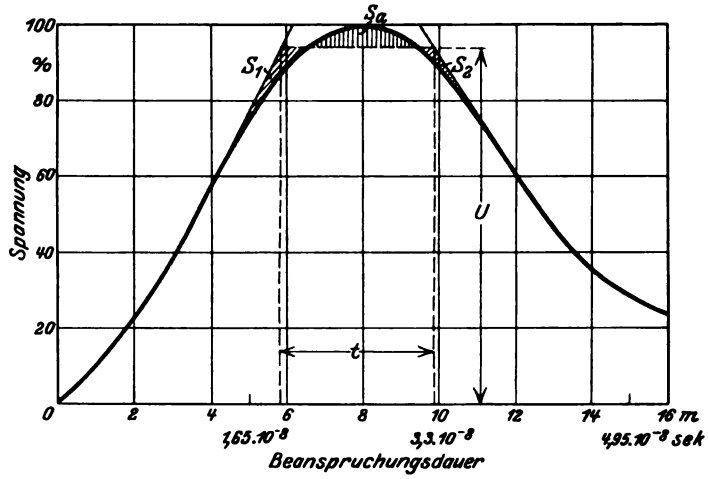


Bild 21. Umwandlung der Spannungskurve in der 8-m-Schleife in eine Rechteckform von der Spannungshöhe U und der Beanspruchungsdauer t. Dabei gilt $S_a = S_1 + S_2$.

Die mit Rechteckwellen nach Schaltung IV gemessenen Durchschlagswerte und die auf Rechteckwellen umgerechneten Werte stimmen sehr gut überein, wie aus Bild 22 bei einem Elektrodenabstand von 0,5 mm zu ersehen ist. Nach den angestellten Vergleichen liegen die Spannungswerte der in Rechteckform umgewandelten Kurven bei den verwendeten Schaltungen sämtlich um etwa 6% niedriger als die Scheitelwerte der ursprünglichen, sinusformähnlichen Spannungskurven.

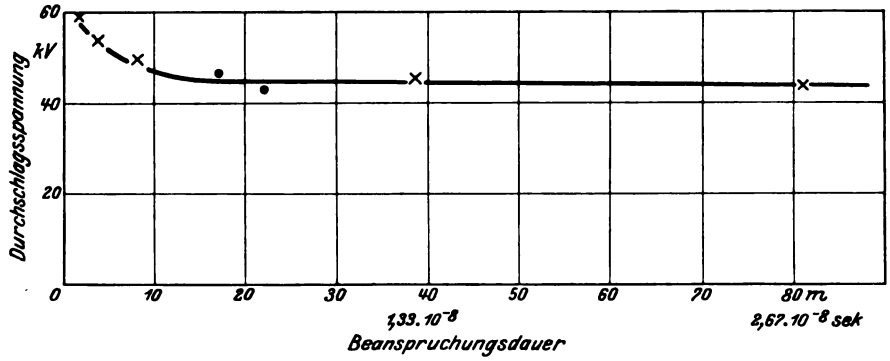


Bild 22. Vergleich der Durchschlagspannungen von gutem Transformatorenöl bei 0,5 mm Elektrodenabstand (Kugelkalotten) zwischen in Rechteck umgeformten Spannungskurven (in Schaltung III, IV, 1- u. 2-mm-Schleife, V u. VI) und annähernd rechteckförmigen Spannungskurven (in Schaltung IV, 10- u. 17-m-Schleife).
× × × Werte bei in Rechteck umgeformten Spannungskurven,
●●● Werte bei rechteckförmigen Spannungskurven.

[1] Weitere Versuche wurden mit der Schaltung IV bei rechteckförmigem Spannungsverlauf nicht ausgeführt, da durch die Zwischenfunkenstrecken der Verlauf der Wanderwelle nicht ohne weiteres zu bestimmen war; denn der Höhepunkt der Welle war bereits nach 8—10 m Anstieg erreicht.

Digitized by Google

III. Messungen.

1. Vorversuche.

Um die ausgeführten Messungen auch für Untersuchungen von anderer Seite verwertbar zu machen, wurden die vom Verband Deutscher Elektrotechniker herausgegebenen Vorschriften für die Prüfung von Transformatoren- und Schalterölen[1] bei der Bemessung des Ölprüfapparates berücksichtigt.

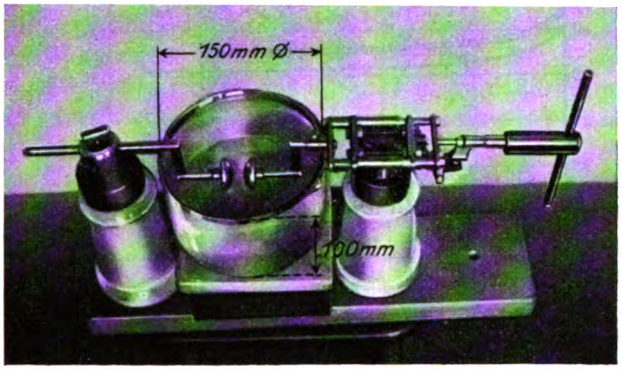


Bild 23. Ölfunkenstrecke I für Spannungen bis 100 kV_{max}.

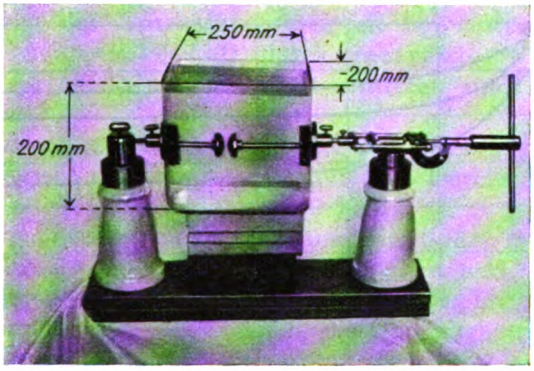


Bild 24. Ölfunkenstrecke II für Spannungen bis 250 kV_{max}.

Die verwendeten Funkenstrecken zeigen die Bilder 23 und 24. Die Funkenstrecke I (Bild 23) mit den Zuführungen von oben reichte bis zu einer Spannung von 100 kV_{max}, während an die Funkenstrecke II (Bild 24) mit den Zuführungen durch die Seitenwände des Gefäßes Spannungen bis 250 kV_{max} angelegt werden konnten.

Die Elektroden sind nach der vom VDE. vorgeschlagenen Form aus Kupfer hergestellt (siehe Bild 25). Nach den in Bild 23 und 24 angegebenen Abmessungen faßt das Gefäß der Funkenstrecke I 1,5 Liter und das der Funkenstrecke II etwa 7 Liter, während vom VDE. nur ein Fassungsvermögen von 0,25 Liter vorgeschrieben wird. Durch diese Größe der Gefäße wurde auch der Mindestabstand von 12 mm zwischen Elektroden und Ölgefäßwand bzw. Ölspiegel eingehalten. Die Zuleitungen bei Funkenstrecke I hatten am Ölspiegel einen Abstand von mindestens 120 mm, vorgeschrieben sind 45 mm.

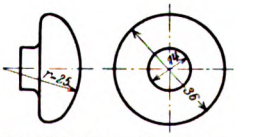


Bild 25. Kugelkalotten. Masse in mm; nach Vorschlag von VDE, aus Kupfer hergestellt.

[1] Siehe ETZ 1923, S. 600.

Digitized by Google

Bei den Beanspruchungen von sehr kurzer Dauer waren Schlagweiten bis herab zu 0,1 mm einzustellen. Um deshalb den Abstand der Elektroden um je ein Hundertstel-Millimeter annähernd genau verstellen zu können, wurde auf dem einen Isolator eine Mikrometerschraube befestigt. Durch diese Schraube kann die eine Elektrode vor- und rückwärts bewegt werden. Zwei Druckfedern sorgen dafür, daß der bewegliche Teil beim Zurückschrauben des Mikrometers zurückgedrückt wird.

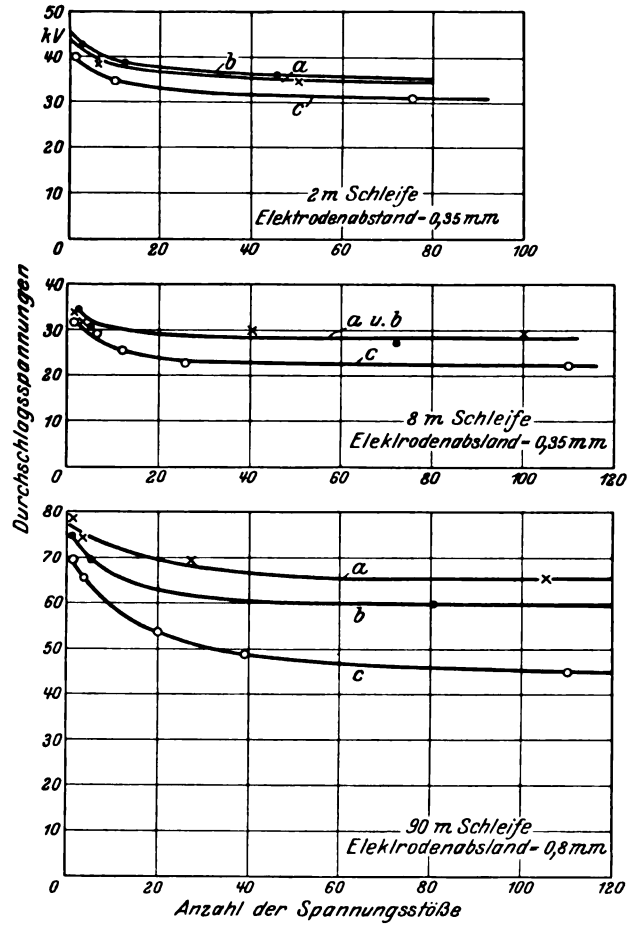


Bild 26. Durchschlagsspannungen in Abhängigkeit von der Stoßzahl bei einer Beanspruchung von kurzer Dauer (Messungen in der 2 m-, 8 m- u. 90 m-Schleife.

a) von gutem Transformatorenöl × × ×,
b) vom Petroleum ●●●,
c) von wasserhaltigen Transformatorenöl ○○○.

Dadurch ist außerdem ein toter Gang des Gewindes vermieden. Eine an der Mikrometerschraube befestigte Isolierstange ermöglichte die Verstellung der Funkenstrecke unter Spannung. Die Einstellung des Nullpunktes der Funkenstrecke mußte sehr sorgfältig geschehen, um besonders bei Funkenstrecke I mit den gebogenen Zuleitungen ein Biegungsmoment zu vermeiden. Das Berühren der Elektroden wurde deshalb durch das Aufleuchten einer 4-Volt-Lampe festgestellt, deren Verbindungsleitungen über die Funkenstrecke führten.

Die Reinigung der Elektroden und der Ölgefäße wurde mit Benzin und einem reinen Lederlappen vorgenommen. Das Gefäß wurde außerdem mit dem zu untersuchenden flüssigen Isolierstoff vorher gut ausgespült.

Digitized by Google

Bei den folgenden Versuchen sind die Durchschlagspannungen bestimmt, die sich bei der ersten Spannungseinwirkung ergeben. Nur mit diesen Werten kann ein direkter Vergleich mit denen bei Dauerspannung angestellt werden. Diese Voraussetzung ist wichtig, da bei einer größeren Anzahl von Spannungstößen die Festigkeit der flüssigen Isolierstoffe herabgesetzt werden kann.

Wieweit die Festigkeit bei gutem Transformatorenöl (von 110 $kV_{eff/cm}$ bei Prüfung mit Wechselspannung nach VDE.), bei wasserhaltigem Transformatorenöl (von 30 $kV_{eff/cm}$) und bei Petroleum (von 60 $kV_{eff/cm}$) nach einer größeren Anzahl von Spannungstößen bei einer Beanspruchung von $2{,}7 \cdot 10^{-7}$ bis herab zu $4-10^{-9}$ sec Dauer (entsprechend Messungen in der 90-m-, 8-m- und 2-m-Schleife) herabgesetzt werden kann, ist durch Versuche festgestellt und in Bild 26 aufgezeichnet.

Aus diesen Messungen ersieht man, daß die Abnahme der Festigkeit nach etwa 50 Stößen nur noch sehr langsam vor sich geht.

Ein deutlicher Unterschied in dem Einfluß der Stoßzahl entsteht durch die Verunreinigungen des Öles. So sinkt z. B. in der 90-m-Schleife bei gutem Transformatorenöl die Spannung um nur 15% und bei wasserhaltigem Transformatorenöl um 33% bei 100 Stößen gegenüber einem Stoß. Diese Durchschlagspannungen bei 100 Stößen liegen aber immer noch beträchtlich höher als die bei Dauerspannungen. Die Verringerung der Spannung mit der Stoßzahl kann man sich wahrscheinlich so vorstellen, daß mit jedem Stoß mehr fremde Bestandteile in das elektrische Feld zwischen die Elektroden hineingezogen werden, die dann einen zeitigeren Durchschlag verursachen. Bei vollkommen reinem Öl dürfte sich also die Festigkeit des Öles mit der Stoßzahl nicht ändern.

Eine Erniedrigung der Durchschlagsfestigkeit bei einer Beanspruchung von kurzer Dauer könnte auch, wie bei Luft, durch Bestrahlen der Funkenstrecke mit Radium oder ultraviolettem Licht eintreten und wie bei Gasen den Entladeverzug aufheben[1].

Draeger[2] hat das sorgfältig gereinigte Öl mit ultraviolettem Licht und mit Radium bestrahlt. Dabei fand er eine Abnahme der Durchschlagspannung bis zu 10% bei Messungen mit Wechselstrom von 50 Hertz.

Nach diesen Ergebnissen wäre anzunehmen, daß bei Beanspruchungen von kurzer Dauer die Bestrahlung die Durchschlagsfestigkeit noch mehr heruntersetzen würde. Die Ölmeßfunkenstrecke wurde deshalb ebenfalls mit ultraviolettem Licht und mit Radium bestrahlt. Die Bogenlampe, die zur Erzeugung des ultravioletten Lichtes diente, war über dem Ölgefäß angeordnet. Die Strahlen hatten 17 cm Luft und 3 cm Öl bis zur Elektrodenmitte zu durchdringen. Zum Bestrahlen mit Radium war ein Präparat von 20 mg Radiumbromid vorhanden. Die Strahlen hatten hierbei nur 1 cm Luft und 3 cm Öl bis zur Elektrodenmitte zu durchdringen.

Mit gutem Transformatorenöl konnte bei einer Spannungseinwirkung bis herab zu der ganz kurzen Dauer von etwa $4 \cdot 10^{-9}$ sec (dies entspricht den Messungen in der 2-m-Schleife) kein Unterschied des Durchschlages im belichteten oder unbelichteten Zustand festgestellt werden.

Es zeigt sich also, daß ein Mangel an ionisierenden Strahlen nicht der Grund der höheren Durchschlagspannung bei einer Beanspruchung von kurzer Dauer sein kann.

2. Messungen der Durchschlagspannung zwischen Kugelkalotten (nach VDE.).

Bei allen Messungen wird nach jeder Einwirkung der Spannung der flüssige Isolierstoff zwischen den Elektroden umgerührt, um bei Beanspruchungen von kurzer Dauer, wie schon oben erwähnt, den Einfluß der Stoßzahl auszuschalten.

[1] Vgl. O. Burawoy, a. a. O.
[2] K. Draeger, Arch. f. Elektrot., Bd. XIII, H. 5, S. 382.

Digitized by Google

Die Spannung an der Ölmeßfunkenstrecke wird durch eine ihr parallel geschaltete 5-cm-Kugelfunkenstrecke gemessen.

Der Abstand zwischen den Elektroden wird für die Berechnung der elektrischen Festigkeit und für die Aufzeichnung der Spannungskurven auf den sog. fiktiven Abstand umgerechnet, d. h. das elektrische Feld zwischen den Kugelkalotten wird in ein homogenes Feld zwischen zwei Ebenen umgewandelt.

Alle angegebenen Versuchswerte sind Mittelwerte aus 5—10 Messungen.

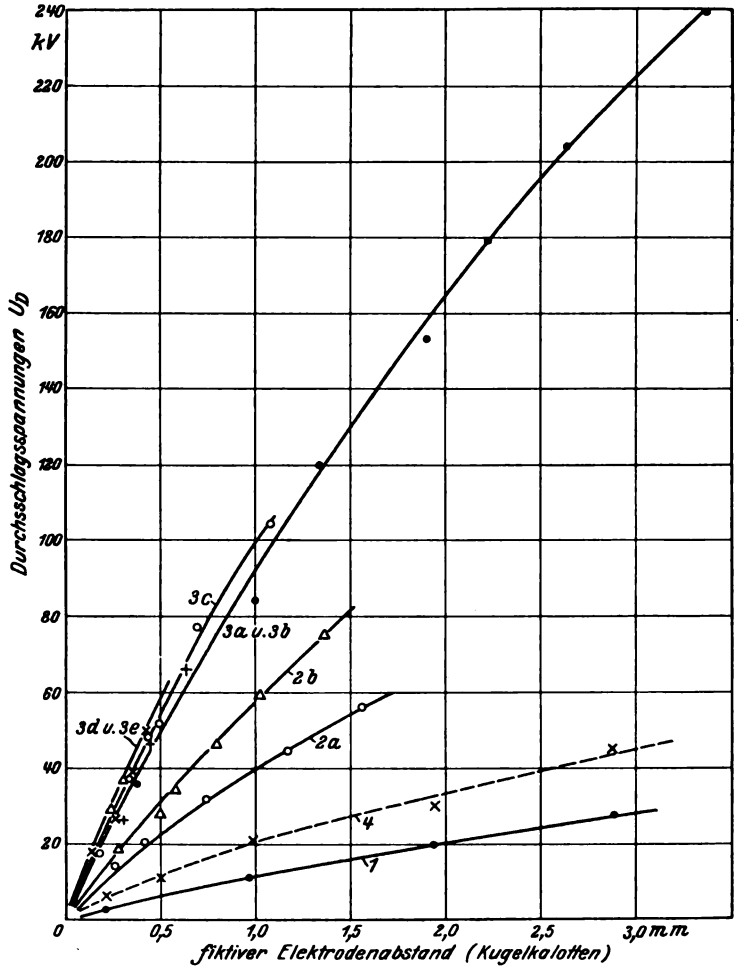


Bild 27. Durchschlagspannungen von gutem Transformatorenöl zwischen Kugelkalotten (VDE).

1	●●●	bei Gleichstron,	lange	Beanspruchungsdauer :	100 sec,	
2a	○○○	„ „	mittlere	„ „	$3{,}3 \cdot 10^{-4}$ sec,	
2b	△△△	„ „	„	„ „	$4{,}6 \cdot 10^{-6}$ sec,	
3a	+++	„ „	kurze	„ „	$2{,}7 \cdot 10^{-7}$ sec,	
3b	●●●	„ „	„	„ „	$1{,}2 \cdot 10^{-7}$ sec,	
3c	○○○	„ „	„	„ „	$1{,}3 \cdot 10^{-8}$ sec,	
3d	×××	„ „	„	„ „	$4 \cdot 10^{-9}$ sec,	
3e	△△△	„ „	„	„ „	$2.6 \cdot 10^{-9}$ sec,	
4	×××	bei Wechselstrom von 50 Hertz, gemessen in kV_{max}.				

Schwankungen der Meßwerte:

bei 1: ± 8%,
bei 2a u. 2b: ± 5—8%,
bei 3a bis 3e: ± 5%,
bei 4 ± 15÷20%.

Digitized by Google

Die Messungen der Durchschlagspannungen zwischen den Kugelkalotten nach VDE. wurden mit folgenden Flüssigkeiten vorgenommen:

A. Gutes Transformatorenöl von 110 $kV_{eff/cm}$[1].

Dieses Öl wurde einem neuen Behälter entnommen.

B. Wasserhaltiges Transformatorenöl von 30 $kV_{eff/cm}$.

Das bei Versuchen unter A. verwendete Öl wurde mit destilliertem Wasser durch Erwärmen und Schütteln vermengt, bis es damit gesättigt war. Der Wassergehalt betrug dann über $10^0/_{00}$. Bei diesem Prozentsatz ist nach Friese[2] schon die niedrigste Durchschlagsfestigkeit erreicht.

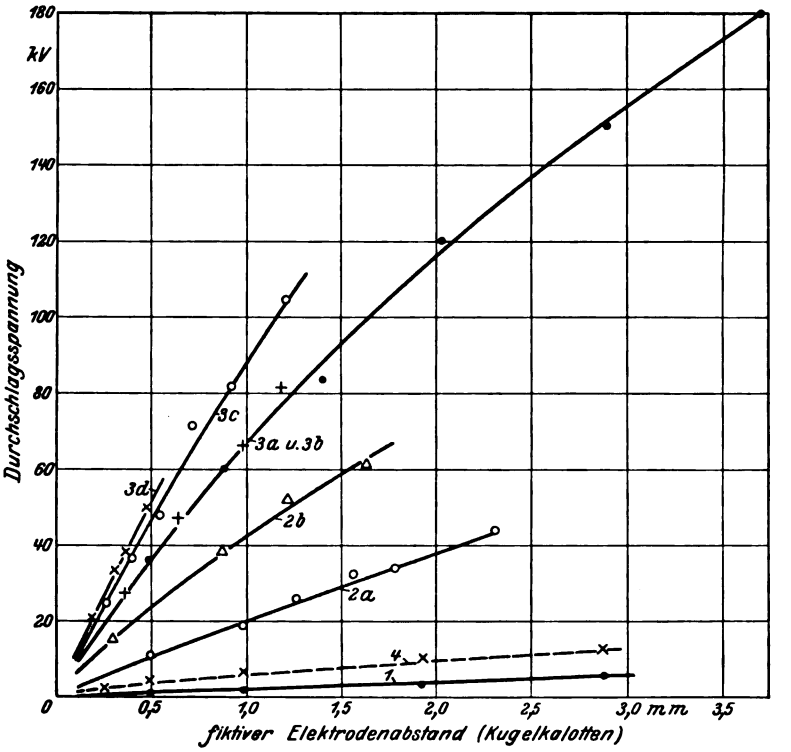


Bild 28. Durchschlagspannungen von wasserhaltigem (über $10^0/_{00}$) Transformatorenöl zwischen Kugelkalotten (VDE).

1 ●●● bei Gleichstrom, lange Beanspruchungsdauer: 100 sec,
2a ○○○ „ „ mittlere „ „ $3{,}3 \cdot 10^{-4}$ sec,
2b △△△ „ „ „ „ „ $4{,}6 \cdot 10^{-6}$ sec,
3a +++ „ „ kurze „ „ $2{,}7 \cdot 10^{-7}$ sec,
3b ●●● „ „ „ „ „ $1{,}2 \cdot 10^{-7}$ sec,
3c ○○○ „ „ „ „ „ $1{,}3 \cdot 10^{-8}$ sec,
3d ××× „ „ „ „ „ $4 \cdot 10^{-9}$ sec,
4 ××× bei Wechselstrom von 50 Hertz, gemessen in kV_{max}.

Schwankungen der Meßwerte:
bei 1: ± 15 %,
bei 2a u. 2b: ± 12 %,
bei 3a u. 3b: ± 12 %,
bei 3c u. 3d: ± 5 %,
bei 4: ± 25 %.

[1] Die Werte sind im VDE.-Prüfgefäß bei einem konstanten Elektrodenabstand von 3 mm gemessen.

[2] R. Friese, Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern 1921, Bd. 1, H. 2. S. 41.

Digitized by Google

C. Verbrauchtes dunkles Transformatorenöl von 54 $kV_{eff/cm}$.

Das Öl stammte aus einem ausgebauten Transformator; es sah ganz dunkelbraun aus und setzte sehr viel Schlamm ab.

D. Petroleum von 60 $kV_{eff/cm}$.

Petroleum wurde als ein leichtflüssiger, zeitiger siedender Isolierstoff als Öl gewählt. Es war handelsübliche Ware und wurde in keiner Weise vorbehandelt.

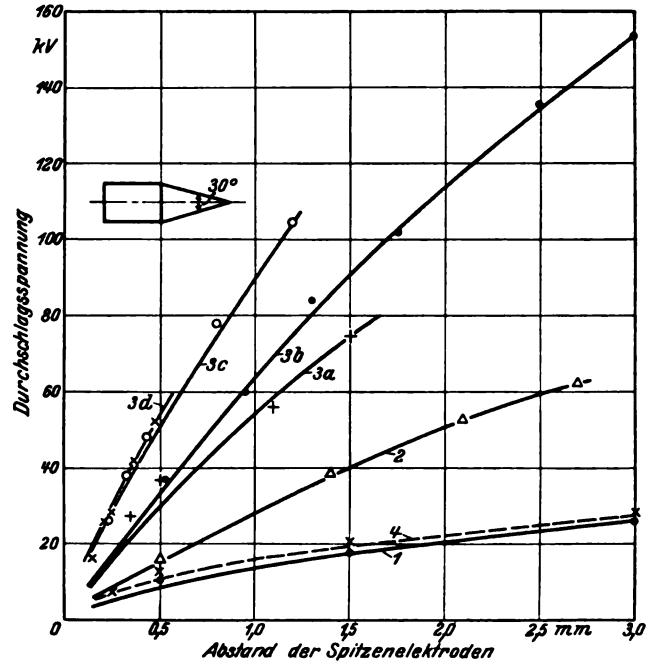


Bild 29. Durchschlagspannung von gutem Transformatorenöl zwischen Spitzen.

1	●●●	bei	Gleichstrom,	lange	Beanspruchungsdauer:	100 sec,
2	△△△	„	„	mittlere	„ „	$4{,}6 \cdot 10^{-6}$ sec,
3a	+++	„	„	kurze	„ „	$2{,}7 \cdot 10^{-7}$ sec,
3b	●●●	„	„	„	„ „	$1{,}2 \cdot 10^{-7}$ sec,
3c	○○○	„	„	„	„ „	$1{,}3 \cdot 10^{-8}$ sec,
3d	×××	„	„	„	„ „	$4 \cdot 10^{-9}$ sec,
4	×××	bei	Wechselstrom von 50 Hertz, gemessen in kV_{max}.			

Schwankungen der Meßwerte:
bei 1, 2, 3a u. 3b: ± 10—12 %,
bei 3c u. 3d: ± 5 %,
bei 4: ± 15÷20 %.

E. Rizinusöl von 100 $kV_{eff/cm}$.

Dieses Öl wurde als Pflanzenöl gewählt. Zu den Versuchen wurde handelsübliche Ware für technische Zwecke verwendet, das in keiner Weise vorbehandelt wurde.

F. Xylol von 200 $kV_{eff/cm}$.

Xylol wurde als einfacher Kohlenwasserstoff gewählt. Zu den Versuchen wurde handelsübliche Ware verwendet, die vorher mit Chlorkalzium getrocknet und durch gehärtetes Filter gereinigt wurde.

Digitized by Google

G. Destilliertes Wasser.

Das Wasser war technisch destilliert und hatte eine Leitfähigkeit von 15 μ S cm^{-1}. Mit diesem konnten nur bei mittleren und kurzen Zeiten Durchschlagsversuche vorgenommen werden[1].

Für das gute Transformatorenöl und das wasserhaltige Transformatorenöl sind in den Bildern 27 und 28 die gemessenen Durchschlagspannungen über dem fiktiven Elektrodenabstand aufgetragen.

Für die anderen flüssigen Isolierstoffe ergeben sich ganz ähnliche Kurven. Sie werden alle später miteinander verglichen.

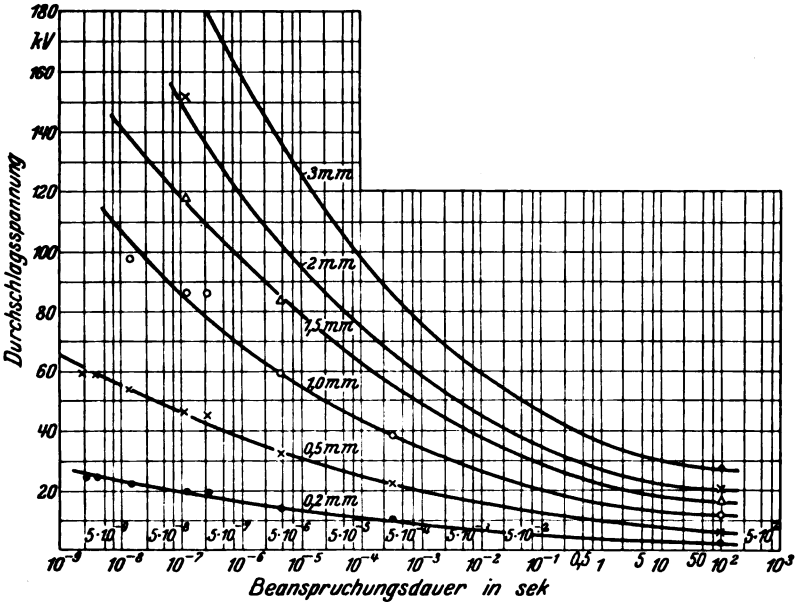


Bild 30. Durchschlagspannung von gutem Transformatorenöl in Abhängigkeit von der Beanspruchungsdauer für verschiedene fiktive Elektrodenabstände zwischen Kugelkalotten (VED).

3. Durchschlagspannung zwischen Spitzenelektroden.

Für diese Versuche, die nur mit gutem Transformatorenöl ausgeführt wurden, waren Spitzen mit einem Öffnungswinkel von 30° verwendet worden (vgl. Bild 29).

Für die Ausführung der Versuche gilt das unter 2. Gesagte.

In Bild 29 sind die Durchschlagspannungen über dem Elektrodenabstand bei verschiedener Beanspruchungsdauer aufgetragen.

4. Auswertung der Messungen.

Durch die Umwandlung der einer Sinusform ähnlichen Spannungskurven bei kurzer Beanspruchungsdauer in eine Rechteckform (vgl. Abschnitt II, 4) ist es möglich, die Durchschlagspannung bzw. -Festigkeit der untersuchten flüssigen Isolierstoffe bei einer Beanspruchung von 100 sec bis herab zu 10^{-9} sec Dauer miteinander zu vergleichen. Für gutes Transformatorenöl ergeben sich für einige Elektrodenabstände (zwischen Kugelkalotten) die in Bild 30 eingezeichneten Kurven der Durchschlagspannungen über der Dauer der Beanspruchung. Der Maßstab für die Zeit mußte logarithmisch gewählt werden, damit der große Intervall zwischen 10^{-9} und 10^{2} sec untergebracht werden konnte. Außerdem vollzieht sich der Anstieg der Spannungskurven bei kürzeren Zeiten immer schneller, so daß mit dem logarithmischen Maßstab sehr übersichtliche Kurven erreicht werden.

[1] Vgl. auch H. Bechdoldt, „Neuere Versuche über die Prüfung von Isolatoren mit Spannungsstößen". Mitteilungen der Hermsdorf-Schormburg-Isolatoren-G. m. b. H., H. 14, S. 374.

Digitized by Google

Ein Vergleich der Durchschlagspannung bei zwei verschiedenen Beanspruchungsdauern ergab, daß bei allen flüssigen Isolierstoffen das Verhältnis

$$\frac{\text{Durchschlagspannung bei Dauer 1}}{\text{Durchschlagspannung bei Dauer 2}}$$

bei jedem Elektrodenabstand dasselbe ist. Für den Vergleich zwischen den verschiedenen Flüssigkeiten genügt es also, wenn man die Durchschlagsspannung bzw. -festigkeit nur für einen Elektrodenabstand — gewählt wurde der Abstand $a = 3$ mm

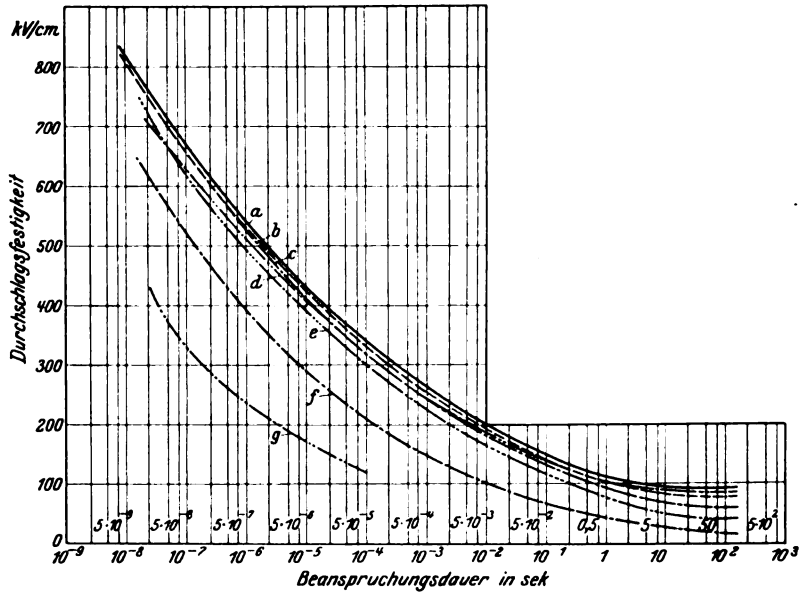


Bild **31**. Durchschlagfestigkeit der untersuchten Flüssigkeiten in Abhängigkeit von der Beanspruchungsdauer bei 3 mm fiktivem Elektrodenabstand zwischen Kugelkalotten.

a) ——— gutes Transformatorenöl,
b) — — — — — Xylol,
c) — · — · — · — verbrauchtes Transformatorenöl,
d) — · · — · · — Rizinusöl,
e) — · · · — · · · — Petroleum,
f) — · — · — · — wasserhaltiges Transformatorenöl,
g) · · — · · — · · — destilliertes Wasser.

Tabelle IV.

Vergleich der Durchschlagsfestigkeiten der untersuchten Flüssigkeiten von langer bis zu kurzer Beanspruchungsdauer.

Flüssigkeit[1]	Durchschlagspannung bei $a = 3$ mm lange mittlere kurze Beanspruchungsdauer			Durchschlagsfestigkeit bei $a = 3$ mm lange mittlere kurze Beanspruchungsdauer		
	100 sec kV	10^{-4} sec kV	10^{-7} sec kV	100 sec kV/cm	10^{-4} sec kV/cm	10^{-7} sec kV/cm
Gutes Trafoöl	28	103	202	93	340	670
Rizinusöl	25	96	190	83	320	630
Xylol	24	100	198	80	330	660
Verbrauchtes Trafoöl	18	98	198	60	330	660
Petroleum	13	91	187	43	300	620
Wasserhaltiges Trafoöl	6	64	155	20	210	520
Destilliertes Wasser	—	36	100	—	120	333

[1] Die Flüssigkeiten sind nach ihrer Durchschlagsfestigkeit bei Dauergleichstrom geordnet.

Digitized by Google

— bestimmt und dann gemeinsam in einem Kurvenblatt über der Beanspruchungsdauer aufträgt (siehe Bild 31). In Tabelle 4 sind außerdem für die untersuchten Flüssigkeiten die Durchschlagspannungen und -Festigkeiten bei einer langen, mittleren und kurzen Beanspruchungsdauer zusammengestellt.

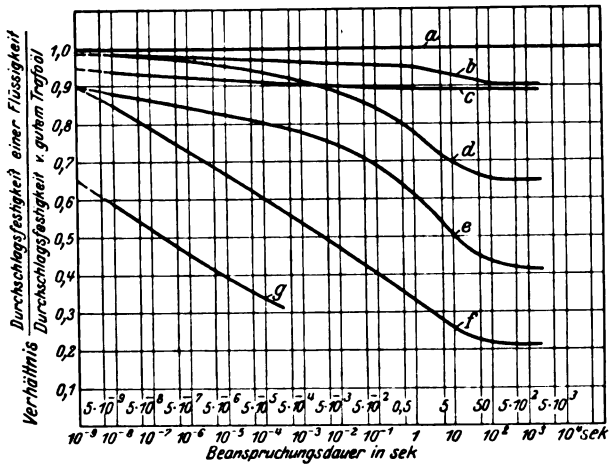


Bild 32. Durchschlagsfestigkeit der untersuchten Flüssigkeiten in Abhängigkeit von der Beanspruchungsdauer, wenn für jede Dauer: Festigkeit von gutem Transformatorenöl = 1.

a) gutes Transformatorenöl.
b) Hylol,
c) Rizinusöl,
d) verbrauchtes Transformatorenöl,
e) Petroleum,
f) wasserhaltiges Transformatorenöl,
g) destilliertes Wasser.

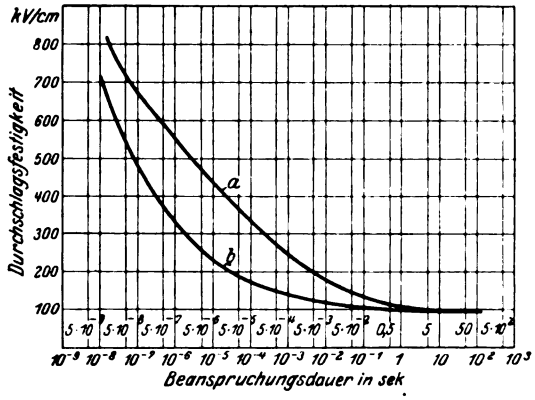


Bild 33. Durchschlagsfestigkeit von gutem Transformatorenöl in Abhängigkeit von der Beanspruchungsdauer.

a) zwischen ebenen Elektroden } Abstand = 3 mm.
b) zwischen spitzen Elektroden }

Man erkennt daraus sehr deutlich, wie sämtliche Flüssigkeiten bei einer Beanspruchung von ganz kurzer Dauer einer Durchschlagsfestigkeit zustreben, während bei Dauerbeanspruchung die prozentualen Unterschiede sehr groß sind.

Um das Zustreben der Flüssigkeiten zu einer Durchschlagsfestigkeit bei ganz kurzer Beanspruchungsdauer bildlich noch besser darstellen zu können als in Bild 31, sind in Bild 32 die Durchschlagsfestigkeiten, prozentual auf das gute Transformatorenöl bezogen, aufgetragen. Dabei ist die Festigkeit des Transformatorenöls für alle Zeiten von 10^{-9} bis 10^{2} sec gleich 1 gesetzt. Der von 10^{-2} bis 10^{2} einsetzende starke

Digitized by Google

Abfall der Kurven liegt einmal in dem logarithmischen Maßstab und das andere Mal darin begründet, daß das gute Transformatorenöl selbst nicht vollkommen rein ist.

Bild 33 stellt den Vergleich der Durchschlagsfestigkeit von gutem Transformatorenöl zwischen ebenen[1] und spitzen Elektroden dar. Die Festigkeit zwischen Spitzen steigt mit abnehmender Dauer der Beanspruchung langsamer an als die zwischen Ebenen und strebt bei ganz kurzer Dauer wieder dem Werte zwischen Ebenen zu. Diese Erscheinung läßt sich damit erklären, daß zwischen Spitzen das

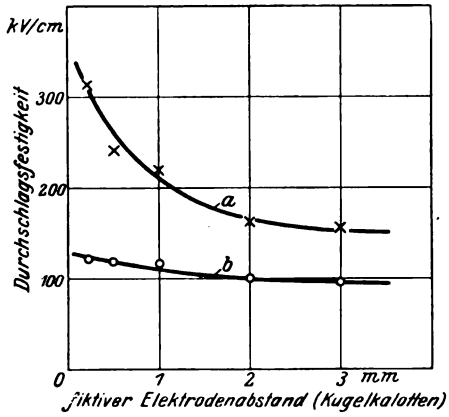


Bild 34. Durchschlagsfestigkeit von gutem Transformatorenöl in Abhängigkeit vom Elektrodenabstand
a) bei Wechselstrom von 50 Hertz in kV_{max}/cm,
b) bei Dauergleichstrom in kV/cm.

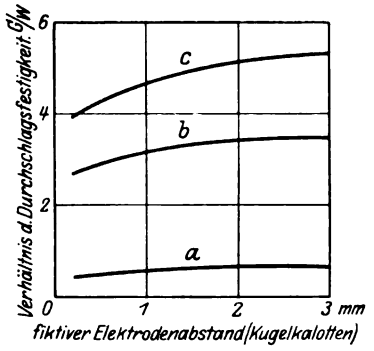


Bild 35. Verhältnis der Durchschlagsfestigkeiten G/W bei Gleichstrom von verschiedener Dauer zu denen bei Wechselstrom von 50 Hertz (in kV_{max}/cm) in Abhängigkeit vom Elektrodenabstand.
a) bei Gleichstrom von langer Beanspruchungsdauer: 100 sec,
b) bei Gleichstrom von mittlerer Beanspruchungsdauer: 10^{-6} sec,
c) bei Gleichstrom von kurzer Beanspruchungsdauer: 10^{-8} sec.

elektrische Feld an der engsten Stelle stärker ist als zwischen Ebenen und somit die Verunreinigungen schneller angezogen werden. Bei ganz kurzen Zeiten hingegen haben die Spitzen wieder einen höheren Entladeverzug[2]. Daß bei langer Dauer (100 sec) für ebene und spitze Elektroden dieselbe Festigkeit gefunden wurde, kann damit zusammenhängen, daß durch die starke Brückenbildung kein Unterschied in der Entladungsform besteht.

[1] Unter ebenen Elektroden sind die Kugelkalotten zu verstehen, deren Abstand auf den fiktiven Abstand umgerechnet ist.

[2] Vgl. O. Burawoy, a. a. O.

Digitized by Google

Soll die Durchschlagsfestigkeit bei kurzer Dauer mit der bei Wechselstrom von 50 Hertz verglichen werden, so ergibt sich hierbei ein Unterschied der Festigkeit bei verschiedenen Elektrodenabständen. Der Grund liegt darin, daß die Durchschlagsfestigkeit mit abnehmendem Elektrodenabstand bei Wechselstrom schneller ansteigt als die bei Gleichstrom (vgl. Bild 34). In Bild 35 sind bei einer langen, kurzen und ganz kurzen Beanspruchungsdauer die Verhältniszahlen

$$\frac{\text{Durchschlagsfestigkeit bei Gleichstrom}}{\text{Durchschlagsfestigkeit bei Wechselstrom}}$$

als Kurve für dem Abstand der Kugelkalotten aufgetragen.

Bei den anderen flüssigen Isolierstoffen, sowie bei der Anordnung mit Spitzenelektroden, lassen sich ähnliche Kurven aufzeichnen.

IV. Vergleich der Messungen mit denen von Peek und Burawoy.

F. W. Peek[1] hat Vergleichsmessungen zwischen Wechselstrom von 60 Hertz und Spannungsstoß angestellt. Unter Spannungstoß versteht er eine sinusförmige Halbwelle eines Wechselstromes von 100000, 230000 und 500000 Hertz. Diese erzeugte er durch einen Impuls-Generator.

Verändern wir diese Halbwellen nach der in Abschnitt II, 4 angegebenen Methode in Rechteckwellen um, so entspricht:

1 Halbwelle von 100 000 Hertz $= 2{,}2 \cdot 10^{-6}$ sec.
1 „ „ 230 000 „ $= 1{,}0 \cdot 10^{-6}$ „
1 „ „ 500 000 „ $= 4{,}4 \cdot 10^{-7}$ „

Die Spannung der Rechteckform hat dann nur eine Höhe von 89% der Scheitelspannung.

Peek erhält z. B. mit Kugelelektroden von 2,54 cm Durchmesser bei einer Halbwelle von 230000 Hertz eine Durchschlagspannung in Transformatorenöl von 160 kV, die Elektroden hatten dabei einen Abstand von 2,5 mm. Auf Rechteckform bezogen entspricht dies einer Zeit von $1 \cdot 10^{-6}$ sec und einer Durchschlagspannung von 142 kV ($= 160 \cdot 0{,}89$). Aus Kurvenblatt 30 entnehmen wir bei derselben Dauer eine Durchschlagspannung von 145 kV. Die von Peek und in den obigen Messungen gefundenen Werte sind also praktisch gleich groß. Das Verhältnis zwischen Spannungstoß und Wechselstrom beträgt jedoch bei Peek $\frac{142}{70} = 2{,}0$ und nach obigen Messungen $\frac{145}{39} = 3{,}7$. Der Grund des Unterschiedes liegt in der höheren Festigkeit des von Peek verwendeten Öles bei technischem Wechselstrom (Peek 196 $kV_{eff/cm}$, obige Messungen 110 $kV_{eff/cm}$).

Weiterhin findet Peek, daß das Stoßverhältnis bei Kugelelektroden bei einem Abstand von 0,25—1,0 cm konstant bleibt. Obige Messungen haben das gleiche gezeigt, bis etwa 0,3 cm Abstand steigt das Stoßverhältnis etwas an, und dann scheint es konstant zu bleiben (vgl. Bild 35). Bei den Messungen mit Spitzenelektroden ergibt sich bei Peek und bei den obigen Messungen ein Ansteigen des Stoßverhältnisses bis über 1 cm Elektrodenabstand.

Burawoy[2] hat mit der Schleifenmethode (in Schleifen, die Zeiten von $0{,}5 \cdot 10^{-4}$ bis $70 \cdot 10^{-4}$ sec entsprechen) einige Durchschlagspannungen von Öl bei einem Elektrodenabstand von 0,1 mm gemessen. Er verwendete dabei Kugeln von 5 mm Durchmesser. Für die von ihm verwendeten Öle findet er ungefähr das gleiche Stoßverhältnis wie in obigen Messungen.

[1] F. W. Peek, a. a. O.
[2] O. Burawoy, a. a. O.

Digitized by Google

V. Folgerungen für die Praxis.

Die Ergebnisse aus den angestellten Versuchen sind für die Praxis von großer Bedeutung. Die flüssigen Isolierstoffe, die technisch rein sind, schützen sich gegenüber Spannungsbeanspruchungen von kurzer Dauer von selbst, da ihre Durchschlags-

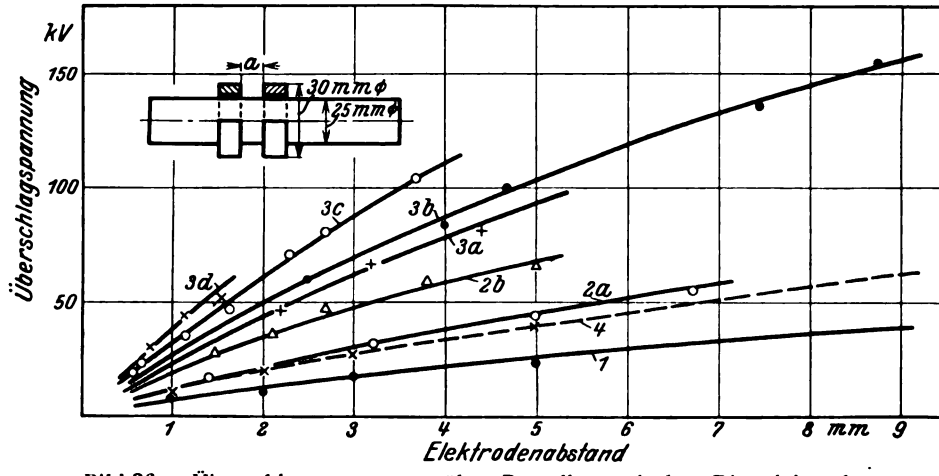


Bild 36a. Überschlagspannungen über Porzellan zwischen Ringelektroden in gutem Transformatorenöl.

1	● ● ●	bei Gleichstrom,	lange Beanspruchungsdauer:	100 sec.
2a	○○○	„ „	mittlere „	$3{,}3 \cdot 10^{-4}$ sec.
2b	△△△	„ „	„ „	$4{,}6 \cdot 10^{-6}$ sec.
3a	+++	„ „	kurze „	$2{,}7 \cdot 10^{-7}$ sec.
3b	● ● ●	„ „	„ „	$1{,}2 \cdot 10^{-7}$ sec.
3c	○○○	„ „	„ „	$1\,3 \cdot 10^{-8}$ sec.
3d	×××	„ „	„ „	$4 \cdot 10^{-9}$ sec.
4	×××	bei Wechselstrom von 50 Hertz in kV max.		

Schwankungen der Meßwerte:
bei 1,2a, 2b, 3a u. 3b: ± 10%, bei 3c u. 3d: ± 5%, bei 4: ± 15%

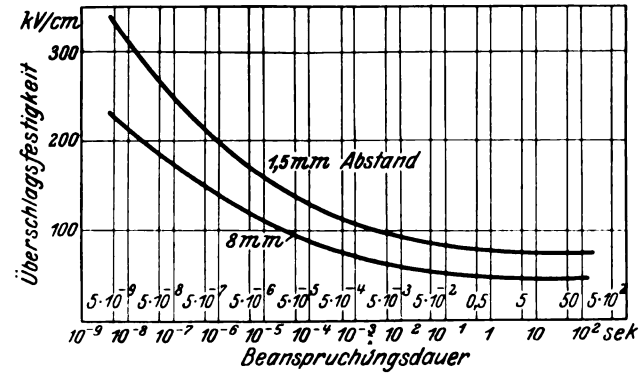


Bild 36b. Überschlagsfestigkeit über Porzellan zwischen Ringelektroden in gutem Transformatorenöl. (Werte sind aus den Kurven in Bild 36a berechnet.)

festigkeit bei diesen Zeiten ein Vielfaches als der bei Wechselstrom von 50 Hertz ist. Es genügt also, wenn die Festigkeit bei Wechselstrom von 50 Hertz bestimmt wird, dann liegt der Wert bei kurzzeitigen Beanspruchungen stets höher als der bei 50 Hertz.

Nun ist aber das in der Praxis verwendete Öl zwischen den unter Spannung stehenden Teilen nicht so gut durchgerührt wie bei obigen Versuchen. Es werden

Digitized by Google

sich vielmehr zwischen den Elektroden Faserbrücken bilden. Eine Abnahme der Durchschlagsfestigkeit war nun schon bei einer größeren Anzahl von Spannungstößen gefunden worden (siehe Bild 26). Eine Stoßzahl = unendlich kann dadurch hergestellt werden, daß der flüssige Isolierstoff an eine Dauer-Gleichspannung (Höhe der Spannung kurz vor dem Durchschlag) so lange angelegt wird, bis sich eine deutlich sichtbare Faserbrücke gebildet hat. Ein in dieser Weise vorbehandeltes Transformatorenöl wurde dann bei einer Beanspruchung von kurzer Dauer (10^{-6} sec) durchgeschlagen. Die Werte lagen etwa 50% tiefer als bei einmaliger Beanspruchung und vorherigem Umrühren des Öles (vgl. Tabelle V). Dabei liegt dieser Durchschlagswert immer noch 3,3mal so hoch als der bei langer Beanspruchungsdauer (100 sec).

Tabelle V.

Durchschlagspannung von Transformatorenöl bei verschiedener Vorbehandlung.

Elektrodenabstand	Durchschlagspannung bei 100 sec	Durchschlagspannung bei 10^{-6} sec nach vorheriger Bildung einer Faserbrücke	Durchschlagspannung bei 10^{-6} sec nach 1. Stoß
mm	kV	kV	kV
1	10	30	65
2	18	58	115
3	24	82	155

Das Transformatorenöl ist nun in verschiedenen Apparaten, z. B. Transformatoren, im Betrieb auf etwa 75° erwärmt, während die obigen Versuche bei normaler Temperatur von 20° C ausgeführt wurden. Bei Wechselstrom von 50 Hertz war von Sorge[1] und Draeger[2] festgestellt worden, daß die Festigkeit des Öles bis etwa 60° etwas ansteigt und dann bis zum Siedepunkt wieder abfällt; bei dem verwendeten Transformatorenöl wurde bei Wechselstrom ebenfalls ein Anstieg der Festigkeit von 110 $kV_{eff/cm}$ (bei 20° C) auf 150 $kV_{eff/cm}$ (bei 70° C) beobachtet. Bei einer Beanspruchung von kurzer Dauer war dagegen kein Unterschied der Durchschlagsfestigkeit mit der Temperatur (von 15—100° C) festzustellen.

Weiterhin wird das Öl in den elektrischen Apparaten nicht nur auf Durchschlag beansprucht, sondern auch im gleichen Maße auf Überschlag über einen festen Isolierstoff und auf Durchschlag zusammen mit Papier bzw. Baumwolle bei isolierten Drähten in Öl.

Für den Überschlag über einen festen Isolierkörper unter Öl wurden zwei scharfkantige Metallringe als Elektroden verwendet, die auf einem vollen Porzellanstab von 25 mm Durchmesser angebracht wurden (vgl. Bild 36a). In Bild 36a sind die gemessenen Überschlagspannungen über dem Elektrodenabstand und in Bild 36b die Überschlagsfestigkeiten in Abhängigkeit von der Beanspruchungsdauer bei zwei verschiedenen Abständen der Ringelektroden aufgetragen.

Für die Bestimmung der Durchschlagspannung von isolierten Drähten in Öl wurden Kupferdrähte von einem blanken Durchmesser von 2,5 mm verwendet, sie waren mit Papier oder Baumwolle isoliert. Der Gesamtauftrag des Papieres betrug 0,6; 1,0; 1,5 und 2,0 mm und der der Baumwolle 0,1 und 0,2 mm. Für jeden Durchschlag wurden zwei Drahtstücke von etwa 10 cm Länge zusammengebunden (siehe Bild 37a) und einen Tag lang in Öl liegen gelassen, damit sich die Isolation richtig voll Öl saugen konnte.

[1] J. Sorge, a. a. O.
[2] K. Draeger, a. a. O.

Digitized by Google

Bei den Messungen mußte auch wieder auf den Einfluß der Stoßzahl geachtet werden. In Bild 37a sind die Durchschlagspannungen über der Stärke der Papierisolatoren und in Bild 37b die Durchschlagsfestigkeiten in Abhängigkeit von der Beanspruchungsdauer beim ersten Stoß aufgetragen.

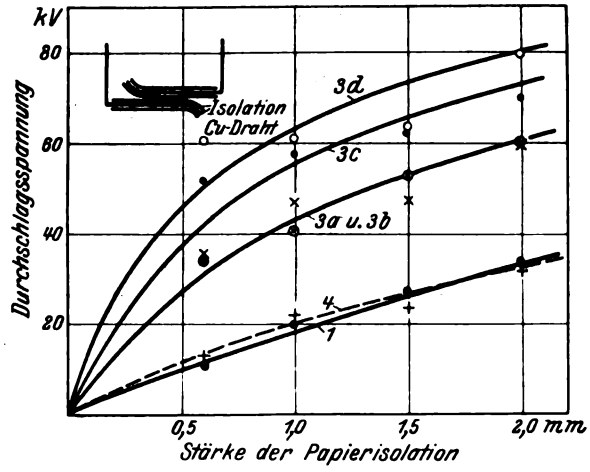


Bild 37a. Durchschlagspannung von mit Papier isolierten Drähten in gutem Transformatorenöl.
1 ● ● ● bei Gleichstrom, lange Beanspruchungsdauer: 100 sec.
3a × × × „ „ kurze „ $2{,}7 \cdot 10^{-7}$ sec.
3b ⊙⊙⊙ „ „ „ „ $1{,}3 \cdot 10^{-8}$ sec.
3c ● ● ● „ „ „ „ $9 \cdot 10^{-9}$ sec.
3d ○○○ „ „ „ „ $2{,}6 \cdot 10^{-9}$ sec.
4 + + + bei Wechselstrom von 50 Hertz in kV max.
Schwankungen der Meßwerte:
bei 1: ± 15 bis 20%, bei 3a u. 3b: ± 15%, bei 3c u. 3d: ± 10%, bei 4: ± 20 bis 30%.

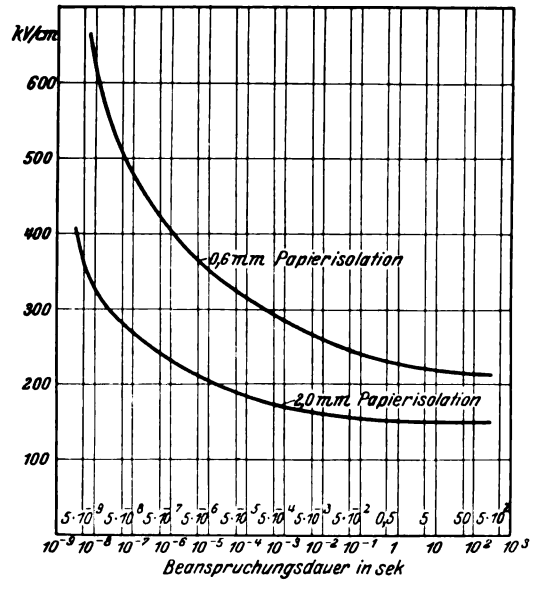


Bild 37b. Durchschlagsfestigkeit von mit Papier isolierten Drähten in gutem Transformatorenöl. (Werte sind aus den Kurven in Bild 37a berechnet.)

Der Einfluß der Stoßzahl auf die Durchschlagspannung wurde bei einem Isolationsauftrag von 1,0 mm Papier näher untersucht. In Bild 38 sind für 4 verschiedene Beanspruchungen von kurzer Dauer die Durchschlagspannungen in Abhängigkeit von

Digitized by Google

der Stoßzahl aufgetragen. Danach besteht also scheinbar schon kein Unterschied mehr in der Durchschlagspannung abhängig von der Stoßzahl, wenn die Beanspruchungsdauer $1{,}3 \cdot 10^{-8}$ sec überschreitet.

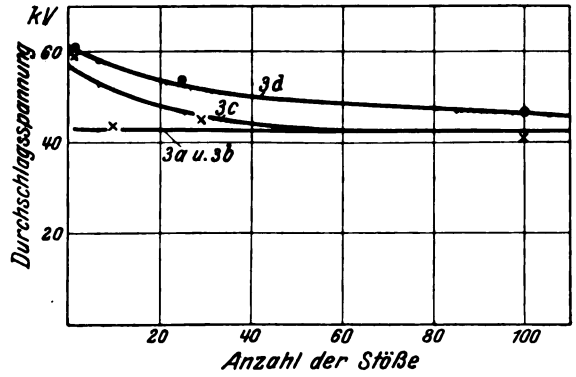


Bild 38. Durchschlagspannung von mit Papier isolierten Drähten (Isolationsauftrag 1,0 mm) in Abhängigkeit von der Stoßzahl.

3a bei Gleichstrom, kurze Beanspruchungsdauer: $2{,}7 \cdot 10^{-7}$ sec.
3b „ „ „ „ $1{,}3 \cdot 10^{-8}$ sec.
3c „ „ „ „ $9 \cdot 10^{-9}$ sec.
3d „ „ „ „ $4 \cdot 10^{-9}$ sec.

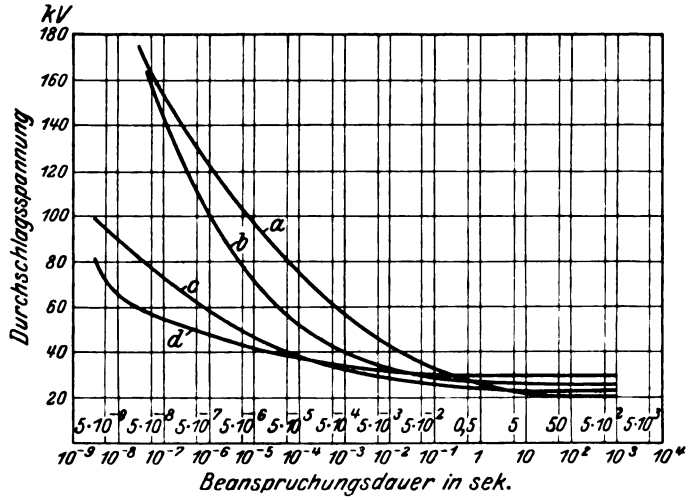


Bild 39. Vergleich der Spannungskurven in Abhängigkeit von der Beanspruchungsdauer bei verschiedenen Elektrodenanordnungen. Der Abstand der Elektroden ist so gewählt, daß alle Anordnungen bei Wechselstrom von 50 Hertz die gleiche Durchschlagsspannung von 23 $kV^{eff.}$ haben.

a) zwischen ebenen Elektroden: 1,9 mm Abstand
b) „ spitzen „ 3,1 „ „
c) „ Ringelektroden über Porzellan: 3,8 „ „
d) „ isolierten (Papier) Drähten: 2,0 „ „

Einen für die Praxis brauchbaren Vergleich zwischen den zuletzt untersuchten Anordnungen läßt sich am besten durch die in Bild 39 aufgezeichneten Kurven anstellen. Für jede von den folgenden Anordnungen:

Ebene gegen Ebene (bzw. Kugelkalotten),
Spitze gegen Spitze,
Ring gegen Ring über Porzellan,
isolierte Drähte

Digitized by Google

wurde der Abstand herausgesucht, bei dem jede Anordnung bei 23 kV_{eff} — also bei Wechselstrom von 50 Hertz — durchschlägt. Für die auf diese Weise gefundenen Abstände werden dann die Kurven bei Gleichstrom von langer Beanspruchungsdauer (100 sec) bis zu ganz kurzer Dauer (10^{-9} sec) aufgetragen.

Daraus ersieht man sehr deutlich, daß sich das Transformatorenöl auf Durchschlag zwischen ebenen und spitzen Elektroden bei ganz kurzen Zeiten am besten verhält. Dagegen steigt die Festigkeit der isolierten Drähte in Öl von Dauerspannung bis zu ganz kurzer Dauer nur etwa auf das Doppelte. Sie erreichen dabei

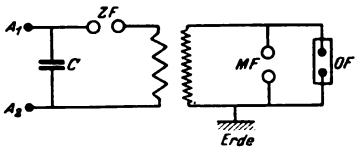


Bild 40. Schaltung der Hochfrequenzanlage mittels Teslatransformator.
A_1 u. A_2: Anschlüsse an eine Anlage für hochgespannten Gleichstrom,
C: Kapazität von 11000 cm = 0,0122 μ F,
ZF: Zündfunkenstrecke,
MF: Meßfunkenstrecke (15 cm Kugeln),
OF: Ölmeßfunkenstrecke.

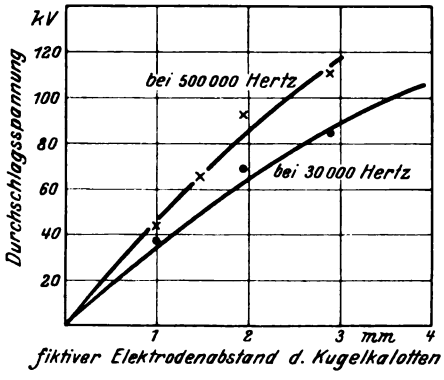


Bild 41a. Durchschlagspannung von gutem Transformatorenöl zwischen Kugelkalotten bei gedämpften hochfrequenten Schwingungen.

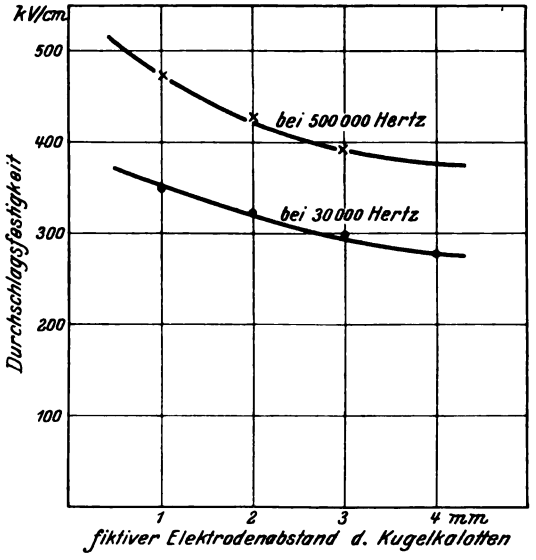


Bild 41b. Durchschlagsfestigkeit von gutem Transformatorenöl zwischen Kugelkalotten bei gedämpften hochfrequenten Schwingungen.

nur den dritten Teil der Festigkeit vom Öl allein. Die Anordnung Ring gegen Ring über Porzellan in Öl verhält sich bei kurzer Dauer sogar noch etwas günstiger als die isolierten Drähte.

Bei diesen Vergleichen ist zu unterscheiden, daß die Festigkeit der Papierisolation bei kleineren Abständen höher ansteigt als die der anderen Anordnungen.

Im praktischen Betrieb treten nun nicht nur einmalige Spannungstöße von kurzer Dauer, sondern auch hochfrequente Schwingungen auf, die durch den Widerstand der Leitungsanlage gedämpft sind. Es wurden deshalb noch einige Versuche mit solchen gedämpften hochfrequenten Schwingungen ausgeführt. Für diese Untersuchungen standen die beiden Hochfrequenzanlagen des Versuchsfeldes der Hermsdorf-Schomburg-Isolatoren-G. m. b. H. zur Verfügung, die eine für eine Periodenzahl von etwa 30000 Hertz und die andere für etwa 500000 Hertz. Das

Digitized by Google

Schema der Versuchschaltung ist in Bild 40 niedergelegt. Das logarithmische Dämpfungsdekrement für die 30 000-Hertz-Anlage beträgt 0,01 und für die 500 000-Hertzanlage 0,04[1]. Mit diesen Angaben läßt sich das Abklingen der hochfrequenten Schwingungen berechnen.

In Bild 41a sind die Durchschlagspannungen zwischen Kugelkalotten und in 41b die Durchschlagsfestigkeiten über dem Elektrodenabstand aufgetragen.

Ist die Größe der Zeitkonstanten T der Exponentialkurve bekannt, mit der die Scheitelwerte der Schwingungen abklingen, so kann man von den Messungen mit einmaligem Spannungstoß auf die hochfrequenten Spannungen schließen. Für die beiden Versuchsanlagen errechnen sich folgende Zeitkonstanten nach der Formel:

$$U = \frac{1}{f \cdot \vartheta} \text{ sec.}$$

Hierin bedeuten:

f = Periodenzahl in Hertz,

ϑ = logarithmisches Dämpfungsdekrement.

Zeitkonstante für 30 000-Hertz-Anlage $T = 3 \cdot 10^{-3}$ sec

„ „ 500 000- „ $T = 5 \cdot 10^{-4}$ „

Nun entspricht aber die Durchschlagsfestigkeit von 300 kV/cm (bei 3 mm Elektrodenabstand) bei 30000 Hertz einer einmaligen Beanspruchung mit einer Rechteckwelle von $3 \cdot 10^{-4}$ sec[2] und von 380 kV/cm bei 500000 Hertz einer einmaligen Beanspruchung von $4 \cdot 10^{-5}$ sec[2]. Bei beiden Periodenzahlen ist bei gleicher Durchschlagsfestigkeit zwischen hochfrequenten Schwingungen und einmaliger Beanspruchung mit einer Rechteckwelle die Zeitkonstante der Schwingungen zehnmal größer als die Länge der Rechteckwelle. Man hat also ein leichtes Mittel, bei bekannter Zeitkonstante die Festigkeit von Flüssigkeiten bei gedämpften hochfrequenten Schwingungen zu ermitteln. Das oben gefundene günstige Verhalten der Flüssigkeiten bei Hochfrequenz erklärt sich dadurch, daß das Abklingen der Schwingungen nur Bruchteile von Sekunden dauert. Es wird also der Überschlagswert bei langen Zeiten (Dauerspannung) überhaupt nicht erreicht.

VI. Theorie der dielektrischen Festigkeit.

Die angestellten Untersuchungen haben gezeigt, daß die flüssigen Isolierstoffe bei kurzzeitigen Beanspruchungen eine viel höhere Durchschlagsfestigkeit aufweisen als bei langen Zeiten (Dauerbeanspruchung). Ein Grund für diesen Unterschied in der Festigkeit liegt in den Verunreinigungen in Form von Fasern, Wasserteilchen usw.; denn bei langer Beanspruchungsdauer konnte man schon mit dem bloßen Auge eine deutliche Faserbrücke zwischen den Elektroden erkennen, während dies bei kurzer und besonders bei ganz kurzer Dauer nicht zu beobachten war. Man kann sich darnach den ganzen Vorgang in der Weise vorstellen, daß die Verunreinigungen allmählich in das elektrische Feld hineingezogen werden. Da diese fast immer Feuchtigkeit mit sich führen, wird die Durchschlagsfestigkeit immer weiter herabgesetzt, bis das Minimum bei langer Beanspruchungsdauer erreicht ist. Diese Auffassung wird durch den Einfluß der Stoßzahl auf die Festigkeit (siehe Bild 26, je schlechter das Öl, desto größer die Abhängigkeit von der Stoßzahl) und die niedrigere Durchschlagspannung bei kurzer Dauer nach vorheriger Brückenbildung (siehe Tabelle V) bekräftigt.

Diese Erscheinungen, jedoch nur bei langer Beanspruchungsdauer, haben schon Schröter[3] und Sorge[4] beobachtet; sie haben die Brückenbildung photographisch

[1] Vgl. auch E. Marx, Mitteilungen der Hermsdorf-Schomburg-Isolatoren-G. m. b. H., H. 17, S. 443.

[2] Diese Werte sind aus den Kurven in Bild 31 entnommen.

[3] F. Schröter, Arch. f. Elektrot., Bd. XII, H. 1, S. 68.

[4] J. Sorge, a. a. O.

Digitized by Google

aufgenommen. Ölschläger[1] hat das Wandern der mikroskopisch kleinen Verunreinigungen ins elektrische Feld kinomatographisch festgelegt. Das ist ein Zeichen dafür, daß die Brückenbildung eine Zeit von mehreren Sekunden braucht.

Aus den photographischen Aufnahmen dieser Verfasser geht auch deutlich hervor, daß die Brückenbildung bei Gleichstrom viel ausgeprägter ist als bei Wechselstrom. Dadurch wird es erklärlich, daß mit dem untersuchten guten Transformatorenöl bei Dauer-Gleichstrom kein Unterschied in der Durchschlagsfestigkeit gefunden wurde, wenn als Elektroden Kugelkalotten (bzw. ebene Elektroden) oder Spitzen verwendet wurden. Dagegen besteht zwischen diesen beiden Anordnungen bei Wechselstrom von 50 Hertz ein Unterschied; die Spitzen ergeben einen tieferen Festigkeitswert als die Kugelkalotten (siehe Bild 33 und 39).

Wie ein Versuch gezeigt hat, ist es nicht möglich, daß durch vorherige Brückenbildung die Durchschlagsfestigkeit auch bei ganz kurzzeitigen Beanspruchungen auf diejenige bei Dauerbeanspruchung herabsinkt (vgl. Tabelle V). Damit ließe sich erklären, daß die von Günther-Schulze[2] aufgestellte Theorie für den Durchschlag von flüssigen Isolierstoffen durch die Verschmutzung der Flüssigkeiten begründet ist. Je kürzer die Dauer der Beanspruchung ist, desto mehr Spannung ist erforderlich, um durch eine erhöhte Geschwindigkeit der Ionen und die damit verbundene steigende Ionenreibung eine Dampfbahn bilden zu können, die dann den eigentlichen Durchschlag einleiten soll. Diese Anschauung wird auch durch das Ansteigen der Festigkeit von destilliertem Wasser bei abnehmender Dauer der Beanspruchung erklärt.

Bei ganz kurzer Beanspruchungsdauer müssen wir also etwa die reine Durchschlagsfestigkeit von flüssigen Isolierstoffen erhalten, wenn wir die Festigkeit beim ersten Stoß rechnen. Vergleichen wir die von Draeger[3] mit seinem sehr gut gereinigten Öl gemessenen Werte bei Wechselstrom von 50 Hertz, die eine maximale Höhe von 700 $kV_{max/cm}$ (entspricht 500 $kV_{eff/cm}$) aufweisen, mit der bei kurzzeitigen Beanspruchungen (10^{-7} sec, entspricht 30 m) erzielten Festigkeit von etwa 700 kV/cm, so läßt sich daraus schließen, daß bei ganz reinem Öl bis herab zu Zeiten von 10^{-7} sec kein Entladeverzug eintritt.

Damit dürfte aber die Günther-Schulze-Theorie für ganz reine flüssige Isolierstoffe nicht mehr gelten, sondern diese scheinen sich dann ähnlich wie die gasförmigen Isolierstoffe zu verhalten. Erst bei ganz kurzen Zeiten, die vielleicht unter 10^{-8} sec liegen, beginnt ein schnelles Ansteigen der Festigkeit, das als Entladeverzug des reinen Öles angegeben werden kann (vgl. Bild 22).

Aus diesem Verhalten der flüssigen Isolierstoffe kann auch die Erscheinung erklärt werden, daß die Bestrahlung mit ultraviolettem Licht oder mit Radium keine Herabsetzung der Festigkeit bei kurzer Beanspruchungsdauer bewirkt.

Auffallend ist noch, daß die sämtlichen untersuchten Flüssigkeiten, obwohl sie ganz verschiedene chemische Eigenschaften besitzen, bei kurzer Beanspruchungsdauer derselben Durchschlagsfestigkeit zustreben (siehe Bild 31). Diese Erscheinung läßt vermuten, daß der Durchschlag der reinen flüssigen Isolierstoffe nicht von der Flüssigkeit selbst, sondern von den Elektroden und ihrer Umgebung abhängt. Diesen Gedanken hat schon Gyemant[4] ausgesprochen. Er hat festgestellt, daß von den Elektroden aus wahre Ladungen auf das Dielektrikum übergehen. Diese Erscheinung erklärt er damit, daß die zwischen Elektroden und Dielektrikum vorhandene Gasschicht schon vor der Durchschlagsfeldstärke ionisiert

[1] E. Ölschläger, Siemens-Zeitschrift 1925, S. 29.

[2] A. Günther-Schulze: „Über die dielektrische Festigkeit", Buch aus der Sammlung lebende Bücher.

[3] K. Draeger, a. a. O.

[4] A. Gyemant, Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern, Bd. V, H. 3. S. 87.

Digitized by Google

wird. Dadurch werden die Metallelektroden gewissermaßen vergrößert. Sind die elektrischen Ladungen weit genug vorgetrieben, so erfolgt der Durchschlag. Diese Ausbildung der Ladungen hängt vermutlich auch vom Elektrodenmaterial ab; darauf weisen die Versuche von J. Sorge[1] über die Abhängigkeit der Durchschlagspannung vom Elektrodenmaterial bei Wechselstrom von 50 Hertz hin.

VII. Zusammenfassung.

Die Durchschlagsfestigkeit einiger flüssiger Isolierstoffe (Transformatorenöl verschiedener Reinheit, Petroleum, Rizinusöl und Xylol) wurde in Abhängigkeit von der Dauer der Spannungseinwirkung untersucht. Bisher lagen nur ein paar Messungen bei ganz kurzzeitiger Beanspruchung vor. Diese ergaben den 8 bis 11fachen Festigkeitswert von Transformatorenöl gegenüber der bei Dauerbeanspruchung.

Die Spannung, mit der die Messungen ausgeführt wurden, ist eine Gleichspannung von Rechteckform, deren Dauer von 100 Sekunden bis herab zu $3 \cdot 10^{-9}$ Sekunden verändert wird.

Für die Untersuchung der Durchschlagsfestigkeit bei so verschiedener Dauer der Beanspruchung sind verschiedene Meßschaltungen zu wählen. Während bei Zeiten über einer Sekunde die Dauer mit der Uhr festgestellt werden kann, werden bei einer Dauer unter 10^{-3} Sekunden Wanderwellenvorgänge auf Leitungen zu Hilfe genommen, um durch die gewählte Leitungslänge die Dauer bestimmen zu können.

Die Messungen ergeben ein allmähliches, immer stärkeres Ansteigen der Durchschlagsfestigkeit aller untersuchten flüssigen Isolierstoffe bei einer Beanspruchung von langer (100 Sekunden) bis zu ganz kurzer Dauer ($3 \cdot 10^{-9}$ Sekunden). Die Größe der Zunahme hängt ganz von der Reinheit der Flüssigkeit ab; denn die Flüssigkeiten streben alle bei ganz kurzen Zeiten einer Durchschlagsfestigkeit zu. So steigt z. B. die Festigkeit des Transformatorenöles (von 110 $kV_{eff/cm}$, gemessen nach VDE.-Vorschrift) bei kurzer Beanspruchungsdauer auf den 7,2fachen Wert von der bei Dauer-Gleichstrom an (von 93 kV/cm bei Dauer-Gleichstrom auf 670 kV/cm bei kurzer Dauer von $1 \cdot 10^{-7}$ Sekunden) und die Festigkeit von wasserhaltigem Transformatorenöl (von 30 $kV_{eff/cm}$) auf den 26fachen Wert (von 20 kV/cm auf 520 kV/cm).

Das für die Praxis interessierende Verhältnis der Durchschlagsfestigkeit bei kurzer Dauer zu der bei Wechselstrom (gemessen nach VDE.-Vorschrift in $kV_{max/cm}$) wird meist etwas kleiner sein als das oben angegebene Verhältnis mit Dauer-Gleichstrom, da die Durchschlagspannung bei Wechselstrom meist höher liegt als bei Dauer-Gleichstrom.

Das Ansteigen der Durchschlagsfestigkeit der flüssigen Isolierstoffe mit abnehmender Dauer der Beanspruchung wird damit erklärt, daß bei Dauerbeanspruchung die Brückenbildung durch Fasern zwischen den Elektroden der Hauptgrund für die Höhe der Durchschlagspannung ist, und daß bei kürzeren Zeiten die Brückenbildung nur zum Teil erfolgen kann. Bei ganz kurzer Dauer ist eine solche überhaupt nicht möglich; es tritt vielmehr unter einer Dauer von etwa $1 \cdot 10^{-8}$ Sekunden ein Entladeverzug wie bei Luft ein.

Aus den Messungen kann man folgende Schlüsse ziehen:

1. Der Durchschlag unreiner, flüssiger Isolierstoffe hängt nur von der Art der Verunreinigungen ab.

Für diese wird die von Günther-Schulze aufgestellte Ionen-Theorie gelten; denn die Durchschlagsfestigkeit ist bei kurzer Beanspruchungsdauer immer noch höher als bei Dauer-Gleichstrom, wenn auch vorher eine Faserbrücke zwischen den Elektroden mittels Anlegen an Dauer-Gleichstrom gebildet worden war. Damit erklärt sich auch das Ansteigen der Festigkeit von destilliertem Wasser bei immer kürzerer Beanspruchung.

[1] J. Sorge, a. a. O.

Digitized by Google

2. Die ganz reinen flüssigen Isolierstoffe werden sich wie die Gase verhalten, erst bei ganz kurzen Zeiten (etwa $1 \cdot 10^{-8}$ Sekunden) tritt ein Entladeverzug ein (vgl. obige Messungen mit denen von Draeger; Draeger findet eine Festigkeit seines sehr gut gereinigten Transformatorenöles von 700 $kV_{max/cm}$ bei Wechselstrom von 50 Hertz, in obigen Messungen wird bei einer Beanspruchungsdauer von 10^{-7} Sekunden eine Festigkeit von ebenfalls etwa 700 kV/cm gefunden).

Da alle Flüssigkeiten bei ganz kurzer Beanspruchungsdauer einer Durchschlagsfestigkeit zustreben, scheint der Durchschlag der ganz reinen Flüssigkeiten nicht vom Dielektrikum, sondern vom Elektrodenmaterial, dem Gasgehalt der Elektroden und dem der Flüssigkeit abzuhängen[1].

Am Schluß sind noch einige Versuchsreihen aufgeführt, die besonders für die Praxis von Interesse sind:

1. Die Temperatur hat bei ganz kurzer Beanspruchungsdauer keinen Einfluß auf die Festigkeit, während bei Wechselstrom von 50 Hertz eine solche gefunden wurde.

2. Bei Überschlägen über Porzellan unter Öl und bei Durchschlägen von papierisolierten Drähten unter Öl tritt ebenfalls eine Erhöhung der Festigkeit mit abnehmender Dauer der Beanspruchung ein. Dieser Anstieg beträgt aber nur etwa das 2 bis 3fache, während er bei einer Beanspruchung des Öles auf Durchschlag das 7 bis 7,5fache beträgt (siehe oben).

3. Bei gedämpften hochfrequenten Schwingungen, die durch einen mittels Funkenstrecke angestoßenen Schwingungskreis erzeugt werden, wird ebenfalls eine höhere Festigkeit als bei Dauer-Gleich- bzw. Wechselstrom gemessen, da die Schwingungen in Bruchteilen von Sekunden abgeklungen waren.

Die vorliegende Arbeit wurde im Institut für Elektro-Maschinenbau und Elektrische Anlagen der Sächsischen Technischen Hochschule zu Dresden ausgeführt.

Die Anregung zu dieser Arbeit verdanke ich Herrn Professor Dr.-Ing. L. Binder. Für die wertvollen Ratschläge und das jederzeit entgegengebrachte fördernde Interesse an der Ausführung der Arbeit gestatte ich mir, hierdurch meinen ergebensten Dank zum Ausdruck zu bringen.

Auch der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft und der Helmholtz-Gesellschaft spreche ich für die Überlassung von Apparaten und der Aktiengesellschaft Sächsische Werke für die Zurverfügungstellung der Hochspannungs-Freileitung von Etzdorf nach Chemnitz-Nord meinen besten Dank aus.

[1] Vgl. H. Gyemant, a. a. O.

Abgeschlossen am 10. Oktober 1928.

Digitized by Google

Voranzeige.

In den nächsten Heften des Archivs für Elektrotechnik werden voraussichtlich folgende Arbeiten erscheinen:

W. Grösser, Über einige elektrostatische Probleme des Hochspannungstransformators.
W. Grösser und **H. Eckstein,** Methode zur absoluten Spannungsmessung von hochgespanntem Gleichstrom und von Scheitelwerten hochgespannten Wechselstromes.
L. Dreyfus, Beiträge zur Theorie des synchronen Einankerumformers unter besonderer Berücksichtigung der Ausgleichsvorgänge bei gleichstromseitigen Kurzschlüssen. Teil III: Moderne Hilfspol-Konstruktionen.
A. Brüser, Die Stromgleichungen des Dreiphasen-Doppelkäfigmotors mit beliebigen Leiterzahlen der Wicklungen.
W. Geyger, Messungen an eisengeschlossenen, elektrodynamischen Wechselstrom-Leistungsmessern nach der Kompensationsmethode.
A. Thomälen, Zur Theorie des Drehstrommotors mit Doppelkäfiganker.
E. Kübler, Das magnetische Gesamtfeld bei Drehstrommotoren in Kurzschluß und Betrieb.
J. Vorhoeve, Ein für praktische Verwendung geeignetes Verfahren für Spannungsregelung an Generatoren mit Hilfe von Hochvakuumröhren.
K. Inge und **A. Walther,** Durchschlag von festen Isolatoren bei Hochfrequenz.
M. W. Tomaschevsky, Die isolierende Fähigkeit des Hochvakuums.
S. Franck, Anfangspannung und Gasdichte bei verschiedenen Elektrodenformen.
L. Kneissler-Maixdorf, Energieumwandlung und Energiefluß im elektromagnetischen Feld.
J. Labus, Der Potential- und Feldverlauf längs einer Transformatorwicklung.
R. Wideroe, Über ein neues Prinzip zur Herstellung hoher Spannung.
G. Güllner, Zum Durchschlag fester Isolatoren.
G. Rasch, Weiteres über das kreisförmige Drehfeld.
L. Fleischmann, Kraftfluß-Durchsetzung und Kraftlinienverkettung.
F. Haas, Über den maximalen Spannungsgradienten in normal verseilten Dreileiterkabeln.
K. May, Unabhängigkeit der Funkenkonstante vom Luftdruck.
F. Kirschstein, Über Kippvorgänge bei Funkenentladungen.
K. Halbach, Untersuchungen über den Durchschlag und die Verluste einiger fester Isolierstoffe.
G. Frühauf, Eine neue Schaltung von Schwingungen mit linearem Spannungsverlauf.
A. Ph. Walther und **G. A. Dmitriew,** Durchschlag von öldurchtränkter Papierisolation.
M. Toepler, Elektrodenkapazität und Wanderwellengestalt.
L. und **P. Lombardi,** Messung des lokalen Leistungsverlustes in einem beschränkten Teil des magnetischen Kreises.
K. Matthies und **Gauswindt,** Über die Frequenzabhängigkeit von Verstärkertransformatoren.
W. Geyger, Eine einfache Kompensationsschaltung zur Messung der Kapazität und des dielektrischen Verlustwinkels von Kondensatoren und Kabeln.
H. Rukop, Diagramm für die Parallelschaltung beliebiger Scheinwiderstände.
Lange, Untersuchungen am Differential-Eisenprüfer nach van Lonkhuyze.
E. A. Ter-Markarjanz, Theoretische und experimentelle Untersuchung des synchronen Reaktionsmotors.
E. Wirz, Der Kaskadentransformator mit ungleichmäßig verteilten Wicklungen als Spannungswandler.

VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN BERLIN W 9

Lehrbuch der Thermochemie und Thermodynamik. Von **Otto Sackur †.** Zweite Auflage von **Cl. v. Simson.** Mit 58 Abbildungen. XVI, 347 Seiten. 1928. RM 18.—; gebunden RM 19.40

Thermodynamische Grundlagen der Kolben- und Turbokompressoren. Graphische Darstellungen für die Berechnung und Untersuchung. Von Oberingenieur **Ad. Hinz,** Frankfurt a. M. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 73 Abbildungen und 20 graphischen Berechnungstafeln sowie 19 Zahlentafeln. VI, 68 Seiten. 1927. Gebunden RM 25.—

Zu kaufen gesucht:

Archiv für Elektrotechnik Bd. II,1, IV,4, IV vollst., V,12, VII, XI,3, XII,1—3, 5, XIV,2, XV,3, XVI,3

Ewing, Magnet. Induktion i. Eisen. 1892

Hoyer-Kreuter, Technol. Wörterbuch, Bd. I

Angebote erbeten unter Nr. **120** an die Gesch.-Stelle ds. Ztschr.

Leitfaden der Lichttechnik
für Unterricht und Praxis
Von
Prof. Dr.-Ing. **W. Voege**
Elektrisches Prüfamt Hamburg
Mit 47 Abbildungen im Text sowie zahlreichen Tabellen und Beispielen. V, 80 Seiten. 1928
RM 4.50

VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN BERLIN W 9

Digitized by Google

Der verbrannte Motor überzeugt Sie, daß die Abschmelzsicherung keine Sicherung des Motors ist, sondern nur eine Sicherung der Leitungsanlage. Bei geringer Überlastung des Motors spricht sie nicht an, obgleich er Schaden leidet. Eine vollkommene Sicherung des Motors ist nur der **Klöckner-Motorschutzschalter, er schützt** gegen Überlastung, gegen die Folgen starken Spannungsrückganges und Ausbleiben einer Phase **und spart** Abschmelzsicherung, Stromkosten durch bessere Ausnutzung des Motors, sowie Arbeitszeit, Betriebsstörungen, Ärger und Verdruß. Mit RWE-(Heinisch-Riedl)-Schutzschaltung gegen gefährliche Berührungsspannung (DRP. 277370) versehen, ist der Klöckner-Motorschutz **der vollkommenste Wächter.**

F. KLOCKNER - KOLN-BAYENTHAL

Handbuch der Physik

Herausgegeben von

H. Geiger und **Karl Scheel**

Die neuesten Bände:

Band III:

Mathematische Hilfsmittel in der Physik

Bearbeitet von **A. Duschek, J. Lense, K. Mader, Th. Radakovic, F. Zernike**
Redigiert von **H. Thirring**
Mit 138 Abbildungen. XIV, 647 Seiten. 1928. RM 57.—; gebunden RM 59.50

Band XII:

Theorien der Elektrizität
Elektrostatik

Bearbeitet von **A. Güntherschulze, F. Kottler, H. Thirring, F. Zerner** / Redigiert von **W. Westphal**
Mit 112 Abbildungen. VII, 564 Seiten. 1927. RM 46.50; gebunden RM 49.—

Band XIII:

Elektrizitätsbewegung in festen und flüssigen Körpern

Bearbeitet von **E. Baars, A. Coehn, G. Ettisch, H. Falkenhagen, W. Gerlach, A. Güntherschulze, E. Grüneisen, B. Gudden, G. von Hevesy, G. Laski, F. Noether, H. von Steinwehr**
Redigiert von **W. Westphal**
Mit 222 Abbildungen. VII, 672 Seiten. 1928. RM 55.50; gebunden RM 58.—

Band XVIII:

Geometrische Optik
Optische Konstante
Optische Instrumente

Bearbeitet von **H. Boegehold, O. Eppenstein, H. Hartinger, F. Jentzsch, H. Keßler, F. Loewe, W. Merté, M. von Rohr** / Redigiert von **H. Konen**
Mit 688 Abbildungen. XX, 865 Seiten. 1927. RM 72.—; gebunden RM 74.40

Band XIX:

Herstellung und Messung des Lichts

Bearbeitet von **H. Behnken, E. Brodhun, Th. Dreisch, J. Eggert, R. Frerichs, J. Hopmann, Chr. Jensen, H. Konen, G. Laski, E. Lax, H. Ley, F. Löwe, M. Pirani, P. Pringsheim, W. Rahts, H. Rosenberg, O. Schönrock, G. Szivessy, G. Wolfsohn** / Redigiert von **H. Konen**
Mit 501 Abbildungen. XVIII, 995 Seiten. 1928. RM 86.—; gebunden RM 88.60

VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN BERLIN W 9

Druck der Universitätsdruckerei H. Stürtz A. G., Würzburg.

Digitized by Google

Archiv
für
Elektrotechnik

Herausgegeben unter Beteiligung
des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins
von
Prof. Dr.-Ing. W. Rogowski, Aachen
Verlag von Julius Springer in Berlin

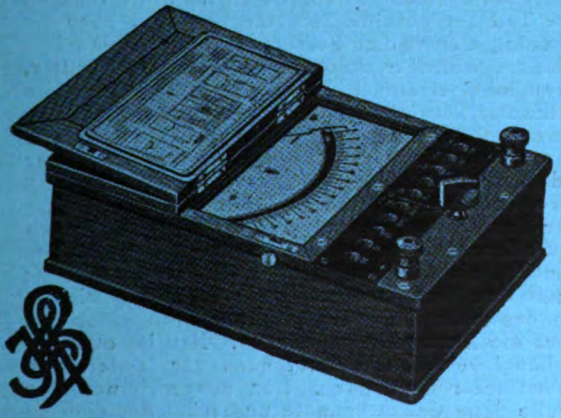
XXI. Band | 7. Dezember 1928 | 3. Heft

CORNELL UNIVERSITY LIBRARY
ITHACA, N.Y.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
A. Thomälen, Zur Theorie des Drehstrommotors mit Doppelkäfiganker	205
L. Inge und A. Walther, Durchschlag von festen Isolatoren bei Hochfrequenz	209
N. A. J. Voorhoeve, Ein für praktische Verwendung geeignetes Verfahren für Spannungsregelung an Generatoren mit Hilfe von Hochvakuumröhren	228
N. W. Tomaschewsky, Die isolierende Fähigkeit des Hochvakuums	244
J. Labus, Der Potential- und Feldverlauf längs einer Transformatorwicklung	250
G. Güllner, Zum Durchschlag fester Isolatoren	267
A. Brüser, Zur Theorie des Dreiphasen-Doppelkäfigmotors mit beliebigen Leiterzahlen der Wicklungen	289
L. Fleischmann, Kraftfluß-Durchsetzung und Kraftlinienverkettung	312

H&B DREHSPUL-MESSGERÄTE



5 Spannungs- und 6 Strom-Meßbereiche vereint dieses leichte handliche Gerät. Ein einziger Stöpsel genügt zur Umschaltung.

Kleinste Meßbereiche: 30 m A 150 m V
Größte Meßbereiche: 30 A 300 V

Unabhängig von der Temperatur ist die Anzeige / die Zeigereinstellung rasch und gut gedämpft. Sicheres Ablesen, weil Fadenzeiger und Spiegelbogen das Auge nicht ermüden

HARTMANN & BRAUN A-G FRANKFURT AM

Preis RM 19.50

Digitized by Google

Das Archiv für Elektrotechnik

sieht seine Hauptaufgabe darin, allen in der Elektrotechnik wissenschaftlich arbeitenden Ingenieuren ein Sammelpunkt zu sein. Seine Arbeiten werden vorwiegend auf einem Gebiet liegen, in dem technische und physikalische Fragen ineinander übergehen. Das Archiv wird daher auch für alle auf dem Grenzgebiet zwischen Physik und Elektrotechnik tätigen Physiker von Interesse sein.

Das Archiv soll eine Ergänzung der „Elektrotechnischen Zeitschrift" nach der wissenschaftlichen Seite hin bilden, zumal die „Elektrotechnische Zeitschrift" infolge der Zusammensetzung ihres Leserkreises wirtschaftliche Fragen und beschreibende Aufsätze mehr als früher in den Vordergrund rücken muß.

Beiträge sowie sonstige für den Herausgeber bestimmte Mitteilungen werden erbeten unter der Adresse: Professor Dr.-Ing. W. Rogowski, Aachen, Elektrotechnisches Institut der Technischen Hochschule.

Die Herren Verfasser werden infolge der gewaltig gestiegenen Unkosten gebeten, durch kurze und klare Fassung ihrer Mitteilungen und durch Beschränkung auf das Wesentliche an einer Herabminderung der Druckkosten mitzuwirken.

Nach einem Vorschlag des Elektrotechnischen Vereins sollen künftig von allen Archivarbeiten Kurze Eigenberichte in der Elektrotechnischen Zeitschrift veröffentlicht werden. Die Herren Mitarbeiter werden gebeten, solche Eigenberichte, deren Umfang mit Rücksicht auf die heutigen Druckkosten $^1/_{10}$ der Archivarbeit nicht überschreiten soll, spätestens bei der Korrektur einzusenden, damit sie gleichzeitig mit der Archivarbeit in der Elektrotechnischen Zeitschrift erscheinen können.

Es ist erwünscht, daß sich die Verfasser bei ihren Bezeichnungen an die Vorschläge des A. E. F. halten.

Das **„Archiv für Elektrotechnik"** erscheint vom Jahrgang 1923 (Band XII) ab in einzeln berechneten Heften. Der Preis eines Heftes wird sich nach dem Umfang desselben und den entstandenen Herstellungskosten richten.

Abonnenten, die mehrere Exemplare des „Archiv für Elektrotechnik" beziehen, erhalten das erste Stück zum Ladenpreis, jedes weitere im Abonnement bezogene Stück mit einem Nachlaß von 40 %.

Die Mitglieder des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins, sowie die Bezieher der „Elektrotechnischen Zeitschrift" erhalten auf den Bezugspreis einen Nachlaß von 25 % für das erste, einen Nachlaß von 40 % für jedes weitere von ihnen im Abonnement bezogene Exemplar.

Der Bezug kann durch den Buchhandel oder die Versandstelle des Verlages, die Hirschwaldsche Buchhandlung, Berlin NW 7, Unter den Linden 68 (Fernsprecher Zentrum 2825, 2826, 2835, 2836. Drahtanschrift: Hirschwaldbuch) erfolgen.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstr. 23/24

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050—53, 6326—28; Amt Nollendorf 755—57. — Drahtanschrift: Springerbuch Berlin.

Bank- und Postscheckkonten:

für Anzeigen, Beilagen, Sonderdrucke: Reichsbank-Girokonto, Deutsche Bank, Depositenkasse C, Berlin W 9. Postscheckkonto Berlin Nr. 118935 Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9.

für Bezug von Büchern, Zeitschriften und einzelnen Heften: Hirschwaldsche Buchhandlung, Berlin NW 7. Postscheckkonto Berlin Nr. 33700. Disconto-Gesellschaft, Depositenkasse Berlin W 8, Unter den Linden 11.

Die physikalischen Grundlagen der elektrischen Festigkeitslehre. Von **N. Semenoff**, Assistent-Direktor des Physikalisch-Technischen Laboratoriums in Leningrad, und **Alexander Walther**, Ingenieur des Physikalisch-Technischen Laboratoriums in Leningrad. Mit 116 Textabbildungen. VII, 168 Seiten. 1928. Gebunden RM 16.50

In dem sehr beachtenswerten Buche geben die Verfasser einen zusammenfassenden Bericht über die in der elektrischen Abteilung des Physikalisch-technischen Laboratoriums in Leningrad ausgeführten Arbeiten. Der erste Teil bringt eine kritische Übersicht über die bekannten und neuen Verfahren zur Ausmessung elektrischer Felder. Ihre Anwendbarkeit wird an der Hand von Untersuchungen technisch wichtiger Anordnungen wie Drahtgitter, Diaphragmen, Stützenisolatoren und Drehstromkabel erläutert. Im zweiten Teil werden die bisherigen Ergebnisse der Untersuchung elektrischer Entladungen in hoher Luftleere im Hinblick auf Anwendungsmöglichkeiten besprochen. Der dritte und umfangreichste Teil des Buches beschäftigt sich mit dem Durchschlag von festen Isolierstoffen. Die Untersuchung der Durchschlagfestigkeit von Steinsalz, Glas und Glimmer in Abhängigkeit von der Temperatur hat die Verfasser zu der grundlegend neuen Erkenntnis geführt, daß der Durchschlagsvorgang bei niedriger von dem bei höherer Temperatur wesensverschieden ist, im ersten Falle durch die Feldstärke, im zweiten durch die Stromwärme bedingt wird. Die bestehenden Durchschlagtheorien werden ausführlich behandelt, die Grenzen ihrer Gültigkeit aufgezeigt; auf Widersprüche und Übereinstimmungen mit den Versuchsergebnissen wird hingewiesen. Besonders zu begrüßen ist die Klarstellung des meist zu wenig beachteten Einflusses von Elektrodenform und Umgebung der Probe auf die Durchschlagsspannung. Neu ist auch die Erklärung des Nachladestromes und der Abhängigkeit des Widerstandes der Isolierstoffe von der Feldstärke durch elektrische Polarisationserscheinungen. Das ausgezeichnet klar und kritisch geschriebene Buch bringt wertvolle neue Gesichtspunkte und trägt demnach zu einer Vertiefung unserer Kenntnis vom Durchschlag wesentlich bei. In übersichtlicher Weise wird der Leser mit dem neuesten Stande der Forschung auf den behandelten Sondergebieten nach der theoretischen und experimentellen Seite hin bekanntgemacht. Das Studium des Werkes kann warm empohlen werden. *Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure.*

VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN BERLIN W 9

Digitized by Google

Archiv für Elektrotechnik

XXI. Band. 3. Heft. 1928.

Zur Theorie des Drehstrommotors mit Doppelkäfiganker.

Von

Ad. Thomälen, Karlsruhe.

Bei gegebenen Konstanten des Drehstrommotors mit Doppelkäfiganker läßt sich das Stromdiagramm zeichnen. Im folgenden sollen umgekehrt bei gegebenem Stromdiagramme die Konstanten berechnet werden. Es bedeute:

U Spannung,	L_s Streuinduktivität,
$\mathfrak{J}$ Stromstärke,	R Wirkwiderstand,
L Gesamtinduktivität,	ω primäre Kreisfrequenz,
M Gegeninduktivität,	σ Schlüpfung.

Über die Berechnung der Induktivitäten siehe Lund, Zur Theorie des Stromverdrängungsmotors, Archiv für Elektrotechnik, Bd. 15, S. 122. Wir setzen nach Bild 1:

$$a = R_1 + j L_1 \omega \qquad b = j L_2 \omega \qquad c = j L_s \omega \qquad d = j M_{1,2} \omega.$$

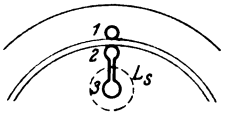


Bild 1. Bezeichnung der Wicklungen.

Wenn der magnetische Widerstand des Rotoreisens als Null angenommen wird, ist

$$M_{23} = L_2 \qquad M_{13} = M_{12}.$$

Wir setzen dann

$$\alpha = \frac{a \cdot b}{a b - d^2} \qquad \mathfrak{J}_0 = \frac{U_1}{a} \qquad \mathfrak{J}_\infty = \mathfrak{J}_0 \cdot \alpha$$

$$\varrho_2 = \alpha \cdot \frac{R_2}{b} \qquad \varrho_3 = \frac{R_3}{c} \qquad \varrho = \frac{R_2}{c} + \varrho_2 + \varrho_3 .$$

Dann erhält man für den primären Strom die in anderer Form bekannte Gleichung[1]:

$$\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{J}_\infty + \frac{(\mathfrak{J}_0 - \mathfrak{J}_\infty) \cdot \varrho_2 \cdot (\sigma + \varrho_3)}{\sigma^2 + \sigma \cdot \varrho + \varrho_2 \cdot \varrho_3} . \qquad (1)$$

Die Gleichung (1) ergibt für $\sigma = 0$ und $\sigma = \infty$ dieselben primären Ströme wie bei einem Motor ohne die Wicklung 3.

---

[1] In bekannter Weise wird

$$U_1 = \mathfrak{J}_1 \cdot a + \mathfrak{J}_2 \cdot d + \mathfrak{J}_3 \cdot d$$
$$0 = \mathfrak{J}_1 \cdot d + \mathfrak{J}_2 \cdot e + \mathfrak{J}_3 \cdot b$$
$$0 = \mathfrak{J}_1 \cdot d + \mathfrak{J}_2 \cdot b + \mathfrak{J}_3 \cdot f$$

$$e = R_2/\sigma + b$$
$$f = R_3/\sigma + b + c.$$

Die Eliminierung von $\mathfrak{J}_2$ und $\mathfrak{J}_3$ ergibt

$$\mathfrak{J}_1 = \frac{U_1 \cdot b \,(b^2 - e f)}{(a b - d^2)(b^2 - e f) - d^2 \,(b - e)(b - f)}$$

oder

$$\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{J}_\infty \cdot \frac{\sigma^2 + \sigma(\varrho + \varrho_2 \alpha - \varrho_2) + \varrho_2 \cdot \varrho_3 \alpha}{\sigma^2 + \sigma \cdot \varrho + \varrho_2 \cdot \varrho_3} .$$

Teilt man den Zähler durch den Nenner, so erhält man Gleichung (1).

Digitized by Google

Aus Gleichung (1) hat Lund (a. a. O.) das Stromdiagramm durch Inversion gewonnen, während Natalis[1] den primären Strom durch das Verhältnis zweier Parabelstrahlen dargestellt hat. Im folgenden soll der primäre Strom durch die Summe eines festen Strahles und zweier Kreisstrahlen gewonnen werden.

Es seien p und q die Wurzeln der Gleichung, die man erhält, wenn man den Nenner der Gleichung (1) gleich Null setzt, d. h.

$$p = -\frac{\varrho}{2} + \sqrt{\frac{\varrho^2}{4} - \varrho_2 \varrho_3} \qquad q = -\frac{\varrho}{2} - \sqrt{\frac{\varrho^2}{4} - \varrho_2 \varrho_3},$$

wobei

$$p + q = -\varrho \qquad p \cdot q = \varrho_2 \cdot \varrho_3.$$

Dann erhält man durch Zerlegung in Partialbrüche, wie sie z. B. von Düll im Arch. f. Elektrot. Bd. 11, S. 58 angewendet ist:

$$\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{J}_\infty + (\mathfrak{J}_0 - \mathfrak{J}_\infty)\varrho_2 \left\{ \frac{p + \varrho_3}{p - q} \cdot \frac{1}{\sigma - p} + \frac{q + \varrho_3}{q - p} \cdot \frac{1}{\sigma - q} \right\}. \tag{2}$$

Der primäre Strom ist also die Summe aus $\mathfrak{J}_\infty$ und zwei Kreisstrahlen r' und r''. Für $\sigma = \infty$ werden beide Kreisstrahlen Null, für $\sigma = 0$ wird $\mathfrak{J}_\infty + r_0' + r_0'' = \mathfrak{J}_0$. Dabei ist mit $\varrho_2 \cdot \varrho_3 = p \cdot q$:

$$r_0' = -\frac{(\mathfrak{J}_0 - \mathfrak{J}_\infty) \cdot \varrho_2}{p - q} \qquad r_0'' = \frac{(\mathfrak{J}_0 - \mathfrak{J}_\infty) \cdot q}{p - q} \tag{3}$$

Für $\sigma = 1$ seien die Kreisstrahlen r_1' und r_1''. Dann ist

$$\frac{r_1'}{r_0'} = \frac{-p}{1 - p} \qquad \frac{r_1''}{r_0''} = \frac{-q}{1 - q}$$

oder

$$\frac{r_1'}{r_1' - r_0'} = p \tag{4a}$$

$$\frac{r_1''}{r_1'' - r_0''} = q. \tag{4b}$$

Es sei nun das Verhältnis $k = r_0' : r_0''$, sowie p und q gegeben und es soll R_2, R_3 und $c = j L_s \omega$ bestimmt werden. Man erhält dann aus Gleichung (2):

$$k = \frac{r_0'}{r_0''} = -\frac{q}{p} \cdot \frac{p + \varrho_3}{q + \varrho_3}$$

oder, da $p\,q = \varrho_2 \cdot \varrho_3$ ist:

$$\varrho_2 = -\frac{k\,p + q}{1 + k}. \tag{5}$$

Anderseits ist:

$$\varrho = -(p + q) = \frac{R_2}{c} + \varrho_2 + \varrho_3.$$

Setzt man darin

$$\varrho_3 = \frac{p \cdot q}{\varrho_2} \qquad \text{und} \qquad \frac{R_2}{c} = \frac{R_2}{b} \cdot \frac{b}{c} = \frac{\varrho_2}{a} \cdot \frac{b}{c},$$

so erhält man

$$\frac{\varrho_2^2}{a} \cdot \frac{b}{c} = -(p + q)\varrho_2 - p\,q - \varrho_2^2;$$

führt man darin den Wert von ϱ_2 aus Gleichung (5) ein, so erhält man:

$$\frac{c}{b} = \frac{\varrho_2^2 (1 + k)^2}{a \cdot k \cdot (p - q)^2} = \frac{(k\,p + q)^2}{a \cdot k \cdot (p - q)^2}. \tag{6}$$

Damit sind R_2 und $L_s \omega$ gegeben und die Gleichung $p \cdot q = \varrho_2 \varrho_3$ ergibt dann R_3.

Es sei nun zunächst $R_1 = 0$. Dann wird a reell und $\mathfrak{J}_0$ und $\mathfrak{J}_\infty$ bleiben um 90^0 hinter der Primärspannung U_1 zurück. Ferner wird ϱ negativ imaginär und p und q positiv imaginär. r_0' und r_0'' werden gleichgerichtete Kreisdurchmesser (Bild 2). Der Anfangspunkt der Strahlen des rechten Kreises ist P_∞, der des linken Kreises

[1] Natalis, Die Berechnung von Wechselstromsystemen. 2. Aufl. Berlin 1924.

Digitized by Google

ist P. Das Verhältnis der Durchmesser, sowie die dem Anlauf entsprechenden Punkte P_1' und P_1'' können willkürlich gewählt werden. Man zeichnet dann in der üblichen Weise die Schlüpfungsgeraden, addiert zu $\mathfrak{J}_\infty$ jeweils zwei zusammengehörende Kreisstrahlen und erhält so das Stromdiagramm.

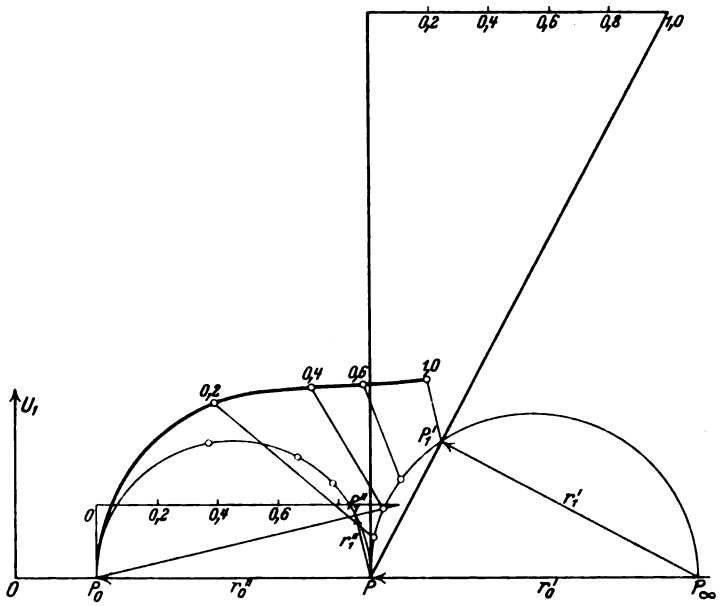


Bild 2. Strombild für $R_1 = 0$.

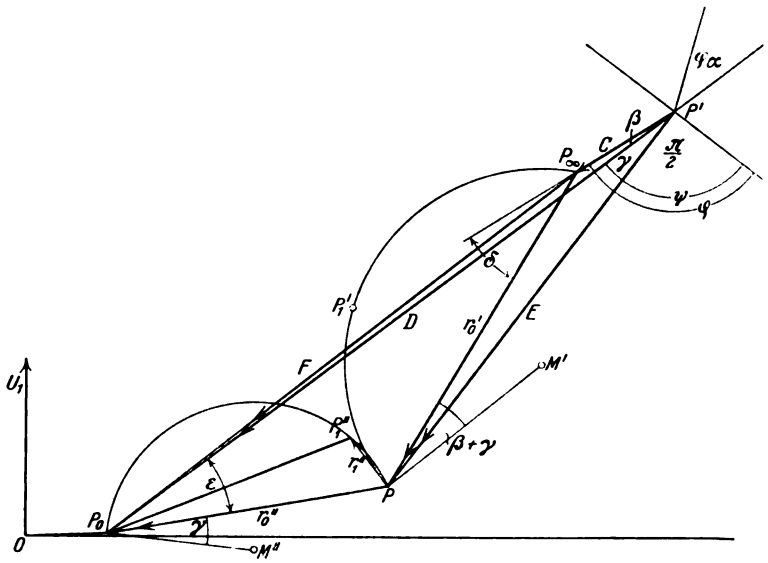


Bild 3. Einzelkreise bei $R_1 > 0$.

Nach Gleichung (4a) und (4b) ermittelt man dann p und q und erhält mit Gleichung (5) und (6) die erforderlichen Werte von R_2, $L_s\omega$ und R_3.

Es sei nun R_1 größer als Null. Dann werden α, ϱ_2, ϱ, p, q und k komplex. Die beiden Kreise lassen sich jetzt zeichnen, wenn das Verhältnis $p : q$ gewählt wird. Wir setzen nach Bild 3 $\mathfrak{J}_0 - \mathfrak{J}_\infty = F$ und in Gleichung (3)

$$-\frac{F \cdot \varrho_2}{p-q} = E \quad \text{und} \quad +\frac{F \cdot q}{p-q} = C.$$

Digitized by Google

Dadurch wird

$$r_0' = -C + E \qquad D = C + F = \frac{p}{p-q} \cdot F \qquad \frac{C}{D} = \frac{q}{p}. \tag{6a}$$

Durch das Verhältnis $p : q$ ist also P' bestimmt.

Sind nun φ, ψ und φ_α die Phasenwinkel von p, q und α, so folgt aus $p \cdot q = \varrho_2 \cdot \varrho_3$:

$$\varphi + \psi = \pi + \varphi_\alpha.$$

Da durch das Verhältnis $p : q$ auch $\beta = \varphi - \psi$ gegeben ist, so folgt:

$$\varphi = \frac{\varphi_\alpha + \pi + \beta}{2} \qquad \psi = \frac{\varphi_\alpha + \pi - \beta}{2}.$$

Die Winkel sind in Bild 3 rechts oben zeichnerisch ermittelt.

Nun ist der Phasenwinkel von ϱ_2 gleich $\varphi_\alpha - \frac{\pi}{2}$. Da $E : D$ gleich $-\varrho_2 : p$ ist, so folgt:

$$\gamma = \pi + \varphi_\alpha - \frac{\pi}{2} - \varphi = \psi - \frac{\pi}{2}.$$

Der Endpunkt P von r_0' liegt also auf einem Strahl, der gegen $P'P_0$ um $\gamma = \psi - \frac{\pi}{2}$ voreilt. Er kann aber auf diesem Strahl nicht willkürlich gewählt werden. Führt man nämlich $r_0' : r_0''$ statt k in Gleichung (6) ein, so erhält man:

$$\frac{c}{b} = \frac{\varrho_2^2}{\alpha} \cdot \frac{(r_0' + r_0'')^2}{r_0' \cdot r_0'' \, (p-q)^2}.$$

Erweitert man rechts mit ϱ_3 und setzt $\varrho_2 \cdot \varrho_3 = p \cdot q$ und $r_0' + r_0'' = F$, so erhält man mit den obigen Gleichungen für C und D

$$\frac{c}{b} = \frac{\varrho_2}{\alpha \varrho_3} \cdot \frac{F^2}{r_0' \cdot r_0''} \cdot \frac{p \cdot q}{(p-q)^2} = \frac{\varrho_2}{\alpha \varrho_3} \cdot \frac{C \cdot D}{r_0' \cdot r_0''}. \tag{7}$$

Da die Phasenwinkel von c/b und $\varrho_2 : \alpha \varrho_3$ gleich Null sind, so folgt in Bild 3

$$\delta = \varepsilon.$$

P muß also auf dem Strahl, der gegen $P'P_0$ um $\gamma = \psi - \frac{\pi}{2}$ voreilt, so bestimmt werden, daß die Bedingung $\delta = \varepsilon$ erfüllt ist.

Für $\beta = \varphi_\alpha$ wird $\psi = \frac{\pi}{2}$ und $\gamma = 0$.

Für $\beta = -\varphi_\alpha$ wird $\varphi = \frac{\pi}{2}$ und $\gamma = \varphi_\alpha$.

Im ersten Falle wird $r_0'' = 0$, im zweiten wird $r_0' = 0$. Für $\beta = 0$ liegt P' in der Verlängerung von $P_0 P_\infty$. Gleichzeitig wird $\varphi = \psi = \frac{\pi + \varphi_\alpha}{2}$ und $\gamma = \frac{\varphi_\alpha}{2}$. Die Bedingung $\delta = \varepsilon$ ergibt dann, daß die Beträge von r_0' und r_0'' gleich sind.

r_0' und r_0'' sind allgemein die Sehnen zweier Kreise mit den Peripheriewinkeln φ und ψ. Der Punkt, der der Schlüpfung Eins entspricht, kann auf dem einen Kreise willkürlich gewählt werden. Auf dem andern muß er dann so gezeichnet werden, daß das Verhältnis $p : q$, das nach Gleichung (4a und b) berechnet wird, gleich dem ursprünglichen Verhältnis $D : C$ ist.

Die Schlüpfungsgeraden sind parallel zu r_0' und r_0''. Die Addition zusammengehöriger Strahlen der Kreise zu $\mathfrak{Y}_\infty$ ergibt dann das Stromdiagramm.

Aus dem fertigen Diagramm können nun wieder ϱ_2, c/b und ϱ_3 abgelesen werden, wodurch R_2, $L_s \omega$ und R_3 gegeben sind. Man ermittelt hierzu p und q nach Gleichung (4a) und (4b) und berechnet nach den Gleichungen für E und D:

$$\varrho_2 = -p \cdot \frac{E}{D} \qquad \varrho_3 = \frac{p \cdot q}{\varrho_2} = -q \cdot \frac{D}{E}$$

und nach Gleichung (7) und (6a):

$$\frac{c}{b} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{E^2}{r_0' \cdot r_0''}.$$

Nachdem der skalare Betrag von α ermittelt ist, lassen sich diese Rechnungen ohne komplexe Zahlen ausführen.

Digitized by Google

Durchschlag von festen Isolatoren bei Hochfrequenz.

Von

Lydia Inge und **Alexander Walther** in Leningrad.

Es ist gut bekannt, daß bei Hochfrequenz die meisten festen Isolatoren eine geringere dielektrische Festigkeit aufweisen als bei den niedrigen „technischen" Frequenzen. Einige von den sonst üblichen Isolationsmaterialien, wie z. B. Gummi oder öldurchtränktes Papier, versagen bei Hochfrequenz vollkommen, andere, wie Glas und Porzellan, erfordern bei ihrer Anwendung eine große Vorsicht. Die Gründe, weshalb die dielektrische Festigkeit der Isolatoren bei Hochfrequenz dermaßen erniedrigt ist, sind uns aber nur ungenügend bekannt. Es läßt sich nur vermuten, daß diese Erniedrigung mit den hohen der Hochfrequenz entsprechenden Verlusten in Zusammenhang steht. Wir stellten uns die Aufgabe, den Mechanismus des Durchschlages der festen Isolatoren bei Hochfrequenz zu untersuchen.

1. Problemstellung.

Den modernen Auffassungen nach können dem Durchschlag der festen Isolatoren zwei Mechanismen zugrunde liegen[1]: der Wärmemechanismus und der Ionisationsmechanismus.

1. Der Wärmemechanismus führt den Durchschlag auf eine thermische Zerstörung des Isolators zurück, die durch die sich in dem Isolator ausscheidenden Jouleschen und dielektrischen Verluste hervorgerufen wird. Wie es von uns gezeigt worden ist, liegt dieser Mechanismus tatsächlich bei hohen Temperaturen dem Durchschlag der meisten Isolatoren zugrunde. Für einige Stoffe jedoch, z. B. die Alkaligläser, läßt sich der Wärmedurchschlag in homogenen elektrischen Feldern bis zu den Zimmertemperaturen herab verfolgen. Das Auftreten des Wärmedurchschlages wird durch alle diejenigen Faktoren begünstigt, die eine Vergrößerung der Jouleschen oder der dielektrischen Verluste hervorrufen.

Das Hauptkriterium des Wärmedurchschlages ist die Anwesenheit einer Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur, und zwar muß sich die Durchschlagspannung bei Temperaturerhöhung verkleinern. Fehlt eine solche Abhängigkeit, so haben wir es entschieden mit keinem Wärmedurchschlag zu tun.

2. Dem Ionisationsmechanismus liegt die Erscheinung der Stoßionisation zugrunde. Die charakteristischen Merkmale dieses Mechanismus sind: eine äußerst geringe Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung und eine große Beeinflussung der dielektrischen Festigkeit durch die Inhomogenitäten des elektrischen Feldes. Zwischen ebenen schlecht abgerundeten Elektroden, an dessen Rändern sich hohe lokale Feldstärken ausbilden können („Randeffekt"), erweisen sich die Durchschlagspannungen gegenüber den homogenen Feldern als mehrere Male erniedrigt. Dieser Randeffekt hängt nicht nur von der Form der Elektroden, sondern auch von dem die Elektroden und den Isolator umgebenden Medium und von der Schnelligkeit der Spannungsteigerung ab.

Unter gewöhnlichen Betriebsbedingungen haben wir es bei den meisten Isolatoren mit einem Ionisationsdurchschlage zu tun.

Wenn wir nun annehmen, daß wir es bei Hochfrequenz mit denselben Mechanismen zu tun haben wie bei den niedrigen Frequenzen, so können wir folgende Ver-

[1] Vgl. L. Inge, N. Semenoff und A. Walther, Über den Durchschlag fester Isolatoren, Arch. f. Elektrot., Bd. 17, S. 433, 1926. — L. Inge und A. Walther, Durchschlag von festen Isolatoren in homogenen und nichthomogenen elektrischen Feldern, Arch. f. Elektrot. Bd. 19, S. 257, 1928.

Digitized by Google

mutungen über die Ursachen der Erniedrigung der dielektrischen Festigkeit der Isolatoren bei Hochfrequenz aussprechen:

1. Der Durchschlag ist von rein thermischer Natur. Die Durchschlagspannungen sind deshalb erniedrigt, weil der Hochfrequenz bedeutend größere dielektrische Verluste entsprechen als den niedrigen Frequenzen. Diese Ansicht ist, wie es uns Prof. Rogowski freundlich mitgeteilt hat, schon vor einiger Zeit von Prof. Schumann ausgesprochen worden.

2. Der Durchschlag ist ein Ionisationsprozeß. Die Durchschlagspannungen sind deshalb erniedrigt, weil bei der Hochfrequenz wegen der ihr entsprechenden äußerst schnellen Spannungsteigerungen alle Inhomogenitäten des elektrischen Feldes besonders scharf ausgeprägt sind.

3. Die Glimmentladung besitzt bei Hochfrequenz eine außerordentlich starke thermische und chemische Wirkung und läßt sich nur schwer vermeiden. Man könnte annehmen, daß die Erniedrigung der Durchschlagspannungen durch diese oder ähnliche Nebenerscheinungen bedingt wird.

4. Es wäre, endlich, noch die Möglichkeit vorhanden, daß der Durchschlag ein Ionisationsprozeß ist, daß aber aus irgendwelchen Gründen die Ionisation bei Hochfrequenz früher beginnt als bei den niedrigen Frequenzen. Diese Annahme ist aber wenig wahrscheinlich und widerspricht auch in manchen Hinsichten der Erfahrung. So erweisen sich z. B. bei den Gasen, bei denen dem Durchschlag zweifelsohne eine Stoßionisation zugrunde liegt, die Durchschlagspannungen bei Hochfrequenz nicht erniedrigt, sondern erhöht. Vom theoretischen Standpunkt ist diese Erscheinung vollkommen klar; bei Hochfrequenz steht dem Ionisationsprozeß für seine Entwicklung zu wenig Zeit zur Verfügung, als daß er sich bei gewöhnlicher Spannung entwickeln könnte.

Wie wir es aus dem Weiteren sehen werden, brauchen wir auch gar nicht zu solch unwahrscheinlichen Annahmen zu greifen, wie die unter 4. angeführte. Alle Erscheinungen, die mit dem Durchschlag der festen Isolatoren bei Hochfrequenz verbunden sind, lassen sich in genügender Weise durch die ersten drei Annahmen erklären.

2. Die Methodik der Messungen.

Das Schema des Hochfrequenzgenerators, von dem wir Gebrauch machten, ist auf dem Bild 1 angeführt. Die Schwingungen wurden mittels einer oder mehrerer

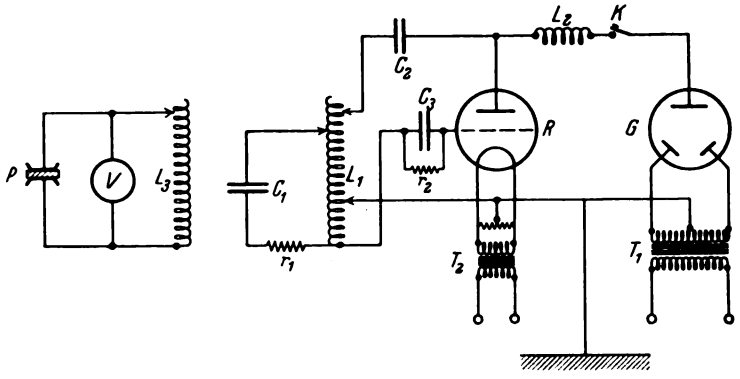


Bild 1. Schema der Hochfrequenzanordnung.

parallel geschalteten Röhrengeneratoren (R) von je 1 kW Leistung erzeugt. Die Anodenspannung wurde dem Transformator T_1 (4 kW, 16 kV) entnommen und mittels des Quecksilberdampfgleichrichters G gleichgerichtet (die Hilfselektroden des Gleichrichters sowie der Zündungskreis sind auf dem Schema nicht eingezeichnet). Für die

Digitized by Google

Heizung der Kathoden diente der Transformator T_2. Beide Transformatoren wurden durch gewöhnlichen Wechselstrom von 50 Per/sec gespeist.

Um den Gleichrichter vor den Schwingungen zu schützen, wurde zwischen ihm und den Röhren eine Drosselspule L_2 eingeführt. Der Schalter K diente zum Ein- und Ausschalten der Anodenspannung. Die Kapazität des Kondensators C_2 betrug 5000 cm, diejenige des Kondensators C_3, im Gitterkreis 4000 cm; zu diesem letzten war ein Ohmscher Widerstand C_2 von 3000 Ω parallel geschaltet. Den Schwingungskreis selbst bildeten die Selbstinduktion L_1, die aus spiralförmig aufgewundenem Kupferband bestand, und die Kapazität C_1. Außerdem war in den Schwingungskreis

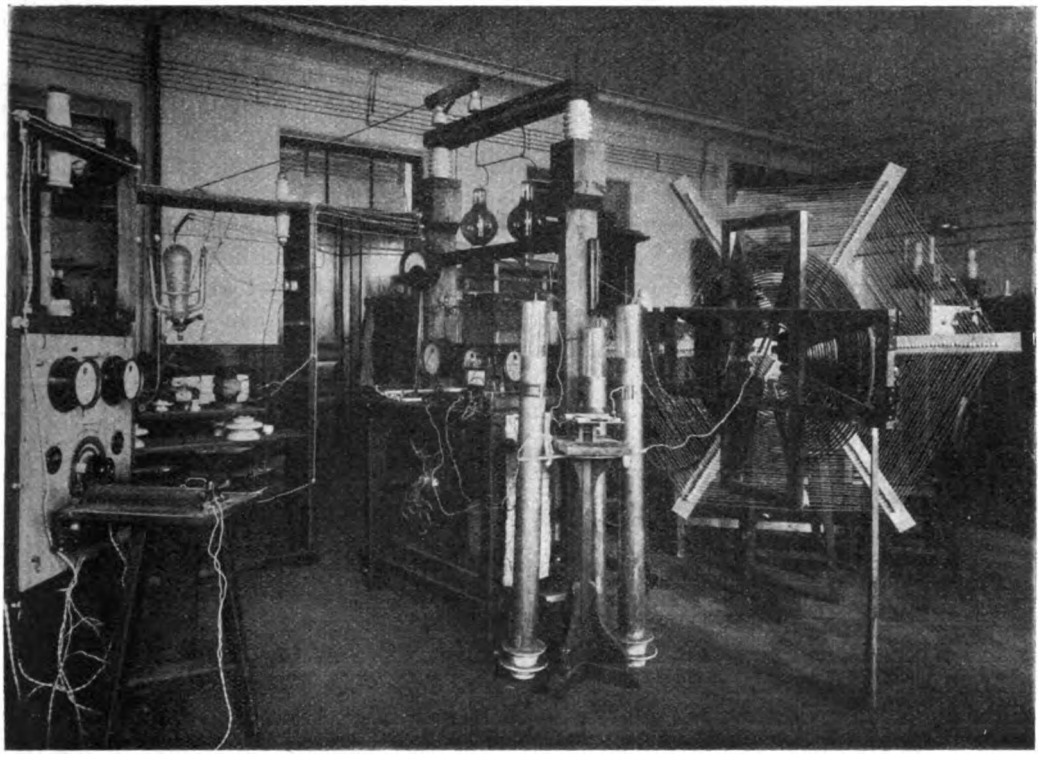


Bild 2.

noch ein Ohmscher Widerstand r_1 (2—3 Ω) eingeführt. Die Kontakte an der Selbstinduktion waren beweglich angebracht, so daß ihr Wert stetig verändert werden konnte. Die Kapazität des Schwingungskreises konnte ebenfalls sprungweise verändert werden, dadurch, daß die einzelnen Kondensatoren, aus denen sie bestand, nebeneinander oder hintereinander geschaltet wurden. Dies gab die Möglichkeit, sowohl möglichst günstige Bedingungen für die Ausbildung der Schwingungen zu schaffen, als auch die Frequenz der Schwingungen bedeutend zu ändern.

Der Prüfling P wurde in einen speziellen Meßkreis eingeschaltet, der mittels der Selbstinduktion L_3 mit dem Schwingungskreis gekoppelt war. Die Selbstinduktion des Meßkreises war ebenso wie diejenige des Primärkreises spiralförmig und besaß eine Reihe von Kontakten, die es erlaubten, sie in weitem Maße zu ändern.

Eine Photographie der ganzen Anordnung ist auf dem Bild 2 gegeben. Links läßt sich der Gleichrichter, in der Mitte die Röhrensender, rechts die beiden Selbstinduktionen erkennen.

Digitized by Google

Die Spannung im Meßkreis konnte auf folgende Weise geregelt werden.

1. Durch eine Änderung der Anodenspannung im Schwingungskreis;
2. durch eine Änderung der Koppelung der Selbstinduktionen L_1 und L_3;
3. durch eine Änderung der Selbstinduktion des Meßkreises.

Die Mittel 2 und 3 dienten gewöhnlich für die grobe Regelung, das Mittel 1 für die genaue Einstellung der Spannung.

Die Spannung selbst wurde in dem Fall, wo sie kleiner als 1000 V war, mittels eines Multizellularvoltmeters von Hartmann und Braun gemessen; wenn es sich um höhere Spannungen handelte, diente für die Spannungsmessung ein gewöhnlicher elektrostatischer Voltmeter derselben Firma, der für die Hochfrequenz speziell geeicht wurde. Die Genauigkeit, mit der die Spannung im letzten Fall bestimmt wurde, schätzen wir zu etwa 5%.

Beide Voltmeter gaben selbstverständlich den effektiven Wert der Spannung an. Von Interesse waren aber auch die maximalen Werte der Spannungen. Da zwischen dem Gleichrichter und den Röhrensendern kein Wellenfilter eingeschaltet war, mußte die Anodenspannung pulsierend sein. Speziell aufgenommene Oszillogramme zeigten, daß sie jede halbe Periode beinahe bis auf Null abfiel. Die Schwingungen waren deshalb stark moduliert. Der gewöhnliche Scheitelfaktor 1,41 ließ sich hier nicht anwenden. Wenn man annahm, daß die Schwingungen ebenso wie die Anodenspannung moduliert waren, so müßte man einen Scheitelfaktor $1\,41 \times 1{,}41 = 2{,}0$ erwarten. Um diesen Umstand zu klären, wurde in einer Reihe von Fällen der Maximalwert der Spannung mittels einer Prüffunkenstrecke experimentell bestimmt. Es ergab sich, daß, um den Maximalwert der Spannung zu erhalten, der effektive Wert mit 2,05 multipliziert werden mußte, ein Resultat, das unsere Vermutung über den Charakter der Schwingungen bekräftigte. Im Folgenden werden wir überall die effektiven Werte der Spannungen angeben, die von uns unmittelbar gemessen wurden und außerdem, wie wir es später sehen werden, in den meisten Fällen für den Durchschlag gerade maßgebend sind.

Die Wellenlänge wurde mit Hilfe eines Wellenmessers bestimmt. Mittels desselben Wellenmessers prüften wir, ob nicht Oberschwingungen vorhanden waren. Es gelang uns aber nicht, eingermaßen intensive Oberschwingungen zu entdecken. Die Spannung mußte folglich annähernd sinusförmig verlaufen. Es wurde ebenfalls geprüft, ob nicht die Rückwirkung des Meßkreises die Frequenz der Schwingungen änderte. Mit der Genauigkeit, mit der überhaupt die Wellenlänge bestimmt wurde (etwa 1%), konnte man die Frequenz als konstant schätzen.

Die meisten Messungen wurden bei zwei Grundfrequenzen $\nu_1 = 4{,}35 \times 10^5$ ($\lambda_1 = 690$ m) und $\nu_2 = 1{,}2 \times 10^6$ ($\lambda_2 = 250$ m) ausgeführt. Außerdem kamen in einigen Fällen auch die Frequenzen $\nu_3 = 2{,}63 \times 10^5 \cdot (\lambda_3 = 1140)$ und $\nu_4 = 6{,}67 \times 10^5 \cdot (\lambda_4 = 450$ m) zur Anwendung.

3. Vorversuche.

Die erste Aufgabe, die wir uns stellten, war, alle die Nebenerscheinungen zu untersuchen, die die Durchschlagsbedingungen entstellen könnten. In diesen Versuchen strebten wir deshalb nicht zu möglichst reinen Bedingungen, sondern machten sie absichtlich ungünstig. Die meisten Experimente wurden mit Glas und Glimmer, einige weitere mit Porzellan, Gummi und öldurchtränkter Papierisolation ausgeführt. Alle Versuche entsprechen der Zimmertemperatur.

1. Glimmer. Als Prüflinge wurden vollkommen durchsichtige Platten aus Glimmer, von 4×4 cm Seitenfläche und 0,03 mm bis 0,15 mm Dicke angewandt. Diese Platten wurden zwischen zwei ebenen Elektroden mit abgerundeten Rändern von 1 cm² Oberfläche eingeklemmt. Als Medium dienten Luft, Transformatoröl und Xylol. Die Resultate dieser Messungen sind auf dem Bild 3 angeführt.

Digitized by Google

In Luft und Transformatoröl liegen die Durchschlagspannungen ungefähr gleich hoch, in Xylol um etwa 40% höher. Vor dem Durchschlag kann in allen Medien eine Glimmentladung an den Rändern der Elektroden beobachtet werden. Am stärksten ist sie selbstverständlich in Luft ausgeprägt.

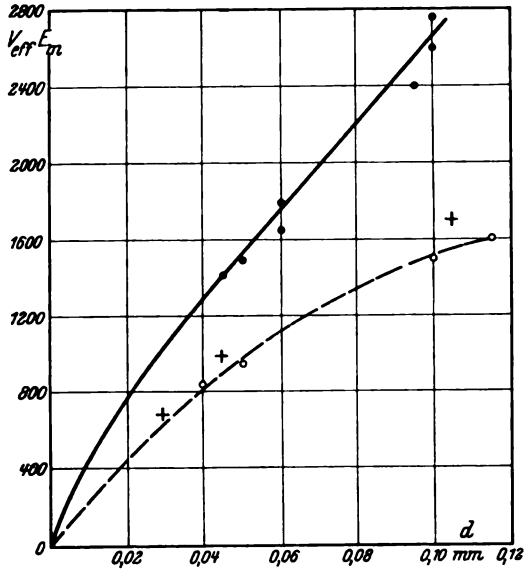


Bild 3. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke für Glimmer. Frequenz $4{,}35 \cdot 10^5$. Temperatur 20° C.
+ Medium Luft, ○ Medium Transformatoröl, ● Medium Xylol.

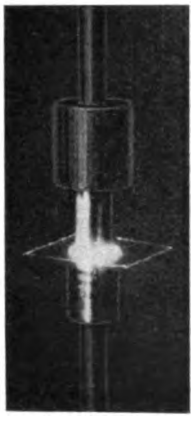


Bild 4. Hochfrequenzkorona an einer Glimmerplatte.

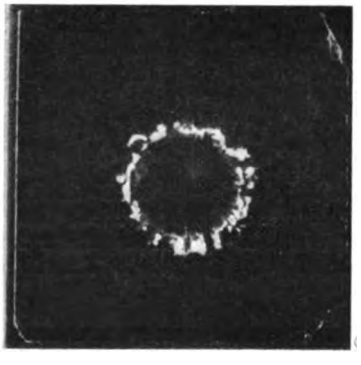


Bild 5. Photographie einer durchschlagenen Glimmerplatte.

Bei einer Dicke des Prüflings von einigen Hundertsteln Millimetern beginnt die Glimmentladung schon bei Spannungen, die kleiner als 1000 Volt sind. Wird nun die Spannung weiter gesteigert, so nimmt das Sprühen an Intensität zu und umgibt die Ränder der Elektroden als eine leuchtende Schicht (vgl. Bild 4). Die thermische Wirkung des Sprühens ist dermaßen groß, daß der Prüfling sich biegt und zersplittert. Die Elektroden werden dabei bis zu einer Temperatur erwärmt, die meistens über 100° C liegt. An den Stellen, wo das Sprühen besonders intensiv ist, wird das Glimmer bis zu der Rotglut erwärmt. Nur durch die hohe thermische Standhaftigkeit des Glimmers läßt es sich erklären, daß die Platte nicht augenblicklich durchgeschlagen wird,

Digitized by Google

sondern einige Zeit der Wirkung des Sprühens widerstehen kann, bis endlich der Durchschlag geschieht. Eine Photographie von einer durchschlagenen Platte ist auf dem Bild 5 angeführt. An ihr sind deutlich die Stellen zu erkennen, die durch die Glimmentladung angegriffen sind.

Aus dem Vorhergesagten folgt es klar, daß wir im Fall von Glimmer eigentlich gar nicht von einem „elektrischen" Durchschlag sprechen können. Der Durchschlag ist nichts anderes als eine thermische Zerstörung des Prüflings, die durch die Glimmentladung herbeigeführt wird. Es erweist sich auch als schwierig, eine bestimmte Spannung als Durchschlagspannung zu bezeichnen. Je länger man die Glimmentladung einwirken läßt, um so geringer ist die Spannung, bei der der Durchschlag geschieht. Es läßt sich einigermaßen genau nur der kleinste möglichste Wert der Durchschlagspannung angeben, und das ist der Wert der Spannung, bei der die Glimmentladung beginnt.

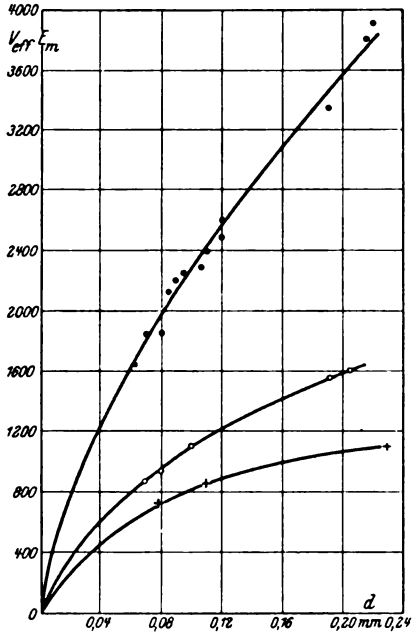


Bild 6. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke bei Glas.
Frequenz $4{,}35 \cdot 10^8$, Temperatur 20° C.
+ Medium Luft, ○ Medium Transformatoröl, ● Medium Xylol.

Ähnlich wie in Luft vollzieht sich auch der Durchschlag in Transformatoröl. Auch hier leitet den Durchschlag eine heftige Glimmentladung ein. Das Öl wird dabei zersetzt, und es scheidet sich eine bedeutende Menge von Gasblasen aus. Im Xylol ist das Sprühen bedeutend weniger intensiv. Deshalb erweist sich auch die dielektrische Festigkeit des Glimmers im Xylol gegenüber den anderen Medien als erhöht.

Die mit dem Glimmer ausgeführten Versuche zeigen, wie schwierig es ist, bei

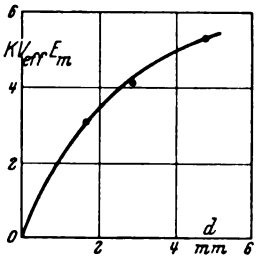


Bild 7. Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke bei Porzellan, in Luft.
Frequenz $4{,}25 \cdot 10^8$. Temperatur 20° C.

den Versuchen mit Hochfrequenz einigermaßen reine Bedingungen zu schaffen. Die Mittel, die gewöhnlich bei niedrigen Frequenzen dazu angewandt werden, z. B. eine Einbettung des Prüflings und der Elektroden in ein nichtleitendes, oder halbleitendes Medium, erweisen sich bei Hochfrequenz als unanwendbar.

Was die absoluten Werte der Durchschlagfeldstärken betrifft, so betrugen sie bei einer Schichtdicke von 0,05 mm im besten Fall 300 kV_{eff}/cm oder 600 kV_{max}/cm, während der Frequenz 50 in ähnlichen Bedingungen 800 kV_{eff}/cm bzw. 1130 kV_{max}/cm entsprechen. Die Erniedrigung der Durchschlagspannungen bei Hochfrequenz beträgt folglich bei diesen Versuchen 200—300%.

Wie es aus dem Folgenden zu sehen sein wird, ist diese Differenz bei reinen Bedingungen kleiner.

2. Glas. Als Prüflinge dienten Deckplatten und Objektträger der Firma Zeiß. Die Versuchsanordnung war genau dieselbe wie bei dem Glimmer. Als Medium

Digitized by Google

wurde wiederum Luft, Transformatoröl und Xylol gewählt. Die Resultate der Messungen sind auf dem Bild 6 angeführt. Die Wirkung der Glimmentladung war hier noch verhängnisvoller als im Fall des Glimmers. Bei einigermaßen dicken Platten (mehrere Millimeter) kam es in Luft gar nicht zu einem eigentlichen Durchschlage. Wegen der ungleichmäßigen Erwärmung, die die Glimmentladung verursachte, zersprang die Glasscheibe schon bald nach der Anlegung der Spannung in einzelne Stücke. Nur bei dünnen Platten, die gleichmäßiger erwärmt wurden, ließ sich ein wirklicher Durchschlag beobachten. Zweifellos bestand er in einer lokalen Durchschmelzung der Glasplatte. Auch waren nach dem Durchschlage an der durchgeschlagenen Stelle deutliche Schmelzspuren zu beobachten.

Wie es sich auch erwarten ließ, liegen die Durchschlagspannungen in Luft am niedrigsten (Bild 6); im Öl, wo das Sprühen bedeutend geschwächt ist, liegen sie höher, im Xylol am höchsten. Bemerkenswert ist, daß im Xylol vor dem Durchschlag meistens keine Glimmentladung zu beobachten war. Die Bedingungen können hier folglich als ziemlich rein gelten. Bei einer Schichtdicke von 0,1 mm ergibt sich dabei eine Durchbruchfeldstärke von 230 kV_{eff}/cm. Der Frequenz 50 entsprach bei genau ebensolchen Bedingungen eine solche von 2100 kV_{eff}/cm. Die dielektrische Festigkeit erweist sich folglich bei Hochfrequenz als ungefähr neunmal erniedrigt.

3. Porzellan. Es standen uns keine dünnen Porzellanplatten zur Verfügung, sondern nur solche von 1,8 mm Dicke an aufwärts. Die Versuche konnten deshalb nur in Luft ausgeführt werden. Es wurden dieselben Elektroden angewandt wie im Fall von Glas und Glimmer. Die Abhängigkeit von der Dicke, die sich dabei ergab, ist auf Bild 7 aufgetragen. Dem Aussehen nach war hier der ganze Verlauf des Durchschlages ein genau ebensolcher wie bei Glas. Auch hier wurde der Prüfling durch die Glimmentladung so weit erwärmt, daß er seine isolierende Fähigkeit einbüßte und als durchgeschlagen gelten konnte. Nur wurde bei dem Porzellan, der eine hohe thermische Beständigkeit besitzt, der Durchschlag durch keine mechanische Zerstörung des Prüflings begleitet. Nachdem sich der Prüfling bis zu der Anfangstemperatur abgekältet hatte, gewann er wieder in vollem Maße seine isolierende Fähigkeit. Mit einer und derselben Porzellanplatte konnten deshalb der Reihe nach mehrere Versuche ausgeführt werden.

4. Gummi. Der Struktur nach ist Gummi sehr inhomogen und besitzt hohe dielektrische Verluste (tg δ bei Hochfrequenz etwa 0,01). Die durch die dielektrischen Verluste bedingte Erwärmung ist so groß, daß selbst bei niedrigen Spannungen, bevor die Glimmentladung einsetzt, der Prüfling bis zu einer Temperatur erwärmt wird, bei der eine Zersetzung des Stoffes beginnt. Eine genaue Durchschlagspannung läßt sich hier nicht angeben. Als Isolationsmaterial bei Hochfrequenz ist Gummi nicht zu gebrauchen.

5. Durchtränkte Papierisolation. Einige Versuche wurden von uns auch mit Papier ausgeführt, das mit einer Masse durchtränkt war, die aus 40% Kolophonium und 60% Mineralöl bestand. Eine solche Papierisolation wird in der Kabelindustrie angewandt. Dieser Isolator erwies sich bei Hochfrequenz ebensowenig anwendbar wie Gummi. Schon bei niedrigen Spannungen verflüssigte sich und verdampfte die Tränkmasse. War eine Glimmentladung vorhanden, so flammten die Dämpfe meistens auf. Eine konstante Durchschlagspannung ließ sich auch hier nicht angeben.

4. Die Wärmetheorie des Durchschlages.

Die Vorversuche zeigen deutlich, daß die schädliche Wirkung der Hochfrequenz hauptsächlich darauf beruht, daß sie die Isolierstoffe einer hohen thermischen Beanspruchung aussetzt. Es wird deshalb sehr wahrscheinlich, daß selbst in dem Fall, wo keine äußeren Verluste (Glimmentladung) vorhanden sind, die inneren dielektrischen Verluste das Eintreten eines Wärmedurchschlages bedingen.

Digitized by Google

In unseren weiteren Versuchen stellten wir uns deshalb die Aufgabe, herauszustellen, ob nicht die Gesetze der gewöhnlichen Wärmetheorie im Fall des Durchschlags bei Hochfrequenz angewandt werden könnten. Bevor wir zu der Beschreibung der entsprechenden Versuche übergehen, wollen wir zuerst die Ergebnisse der Wärmetheorie kurz zusammenfassen.

Die von Wagner[1] und Günther-Schulze[2] aufgestellte Wärmetheorie des Durchschlages ist von Rogowski[3] und Fock[4] so weit entwickelt worden, daß sie nicht nur erlaubt, die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur und der Dicke des Prüflings vorauszusagen, sondern auch die absoluten Werte der Durchschlagspannungen, von den geometrischen Dimensionen des Prüflings, den Materialkonstanten des Dielektrikums und den Kühlungsbedingungen ausgehend zu berechnen. In einer Reihe von Aufsätzen haben wir gezeigt[5], daß alle theoretisch hergeleiteten Gesetzmäßigkeiten bei einer Reihe von Isolatoren, wie Glas, Steinsalz und Porzellan bei hohen Temperaturen mit großer Genauigkeit erfüllt werden.

Die Theorie zeigt, daß ein Wärmedurchschlag nur in dem Fall möglich ist, wenn sich der Widerstand des Isolators bei Temperaturerhöhung verkleinert. Geschieht dies nach dem Gesetz

$$\varrho = \varrho_0 e^{-at}, \tag{1}$$

oder

$$\lg \varrho = -at + c, \tag{2}$$

so läßt sich nach der Wärmetheorie für die Durchschlagspannung E_m der folgende Ausdruck berechnen:

$$E_m = \sqrt{\frac{33{,}6\, k\, \varrho_0}{a}}\, e^{-\frac{a}{2}}\, \chi(\alpha), \tag{3}$$

wo k die Wärmeleitfähigkeit der Isolation ist und $\chi(\alpha)$ eine Funktion, die durch die Hilfsgröße α die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke d und den Kühlungsbedingungen wiedergibt und bei einem unbegrenzten Anwachsen von d zu der Einheit strebt. Logarithmiert man den Ausdruck (3), so ergibt sich

$$\lg E_m = -\frac{a}{2} t + c_1, \tag{4}$$

wo unter c_1 die Logarithmen aller derjenigen Größen zusammengefaßt sind, die von der Temperatur nicht abhängen (von der Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit k sehen wir ab). Aus dem Vergleich der Formel (2) und (4) läßt sich folgender wichtiger Schluß ziehen:

Werden die Logarithmen der spezifischen Widerstände und der Durchschlagspannungen als Funktionen der Temperaturen aufgetragen, so ergeben sich Gerade, wobei die Neigung der ersten Gerade zweimal größer sein muß als diejenige der zweiten.

Führen wir in der Formel (3) den Faktoren $e^{-\frac{a}{2}t}$ unter das Wurzelzeichen ein, so ist der Ausdruck $\varrho_0 e^{-at}$ dem spezifischen Widerstand ϱ des Isolators bei der Temperatur t gleich. Haben wir es deshalb mit einer bloßen Änderung des spezifischen Widerstands ϱ zu tun, so kann die Formel (3) folgendermaßen umgeschrieben werden:

$$E_m = \text{const} \cdot \sqrt{\varrho}. \tag{5}$$

[1] K. Wagner, The physikal natur of the electrical breakdown of solid dielectrics. I. Am, Elektr. Engs., Bd. **41**, S. 1034, 1922.

[2] Günther-Schulze, Über die dielektrische Festigkeit. München 1924.

[3] W. Rogowski, Der Durchschlag fester Isolatoren. Arch. f. Elektrot., Bd. **13**, S. 153, 1924.

[4] V. Fock, Die Wärmetheorie des Durchschlages. Arch. f. Elektrot., Bd. **19**, S. 71, 1927.

[5] Inge und Walther, Durchschlag von Isolatoren bei hohen Temperaturen, Zeitschr. f. Phys., Bd. **34**, S. 15, 1925; Durchschlag von Glas, Zeitschr. f. Phys., Bd. **37**, S. 292, 1926; Durchschlag von Porzellan, Arch. f. Elektrot., Bd. **18**, S. 542, 1927.

Digitized by Google

Falls die Abhängigkeit des spezifischen Widerstandes von der Temperatur nicht durch die Formel (1), sondern durch eine kompliziertere, etwa

$$\varrho = \varrho_0 e^{\frac{b}{T}} \tag{6}$$

(T absolute Temperatur, b Konstante) wiedergegeben wird, so werden die oben angeführten Beziehungen nicht mehr genau erfüllt. Die genaue Analyse zeigt, daß im Fall der Formel (6), wo man aus Analogie mit dem vorigen Fall erwarten könnte, daß die Abhängigkeit zwischen dem Logarithmus der Durchschlagspannung und dem Reziprokenwert der absoluten Temperaturen durch eine Gerade mit dem Winkelkoeffizienten $\frac{b}{2}$ wiedergegeben werden wird, sich auch tatsächlich mit großer Annäherung eine Gerade ergibt, die aber eine etwas kleinere Neigung hat als $\frac{b}{2}$. Die Formel (5) behält annähernd auch hier ihre Gültigkeit.

Die oben besprochenen genauen Theorien entsprechen dem Fall, wo sowohl die Spannungsverteilung im Prüfling, als auch die Wärmeverluste ausschließlich durch die Leitungsströme bedingt werden. Sie können folglich strenggenommen nur im Fall von niedriger Frequenz und bei hohen Temperaturen angewandt werden.

Bei Hochfrequenz wird die ausgeschiedene Wärmemenge durch die dielektrischen Verluste bestimmt, die die Leitungsverluste um mehrere Größenordnungen übertreffen können. Die Spannungsverteilung hängt auch nicht mehr von den Leitungsströmen, sondern hauptsächlich von den Kapazitätsströmen ab. Es können sich deshalb bei Hochfrequenz bedeutend andere Gesetzmäßigkeiten ergeben, als sie von Rogowski und Fock hergeleitet worden sind.

Eine genaue Theorie des Wärmedurchschlages bei Hochfrequenz ist leider bis jetzt noch nicht vorhanden. Angenähert ist diese Aufgabe von Dreyfus[1] gelöst worden. Die Resultate, zu denen er kam, lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

Der Ausdruck für die spezifischen dielektrischen Verluste lautet:

$$W = \frac{\omega \varepsilon}{36\pi \cdot 10^{11}} \frac{\mathfrak{E}^2}{2} \operatorname{tg} \delta, \tag{7}$$

wo ω die Kreisfrequenz, ε die Dielektrizitätskonstante, $\mathfrak{E}$ die Feldstärke und δ der Verlustwinkel sind. Analog den Leitungsverlusten läßt sich der letzte Ausdruck auch in der Form

$$W = \bar{\sigma} \frac{\mathfrak{E}^2}{2} = \frac{1}{\bar{\varrho}} \frac{\mathfrak{E}^2}{2} \tag{8}$$

$$\bar{\varrho} = \frac{1}{\bar{\sigma}} = \frac{36\pi \cdot 10^{11}}{\omega \varepsilon \operatorname{tg} \delta}$$

umschreiben, wo $\bar{\sigma}$ und $\bar{\varrho}$ als wirksame Leitfähigkeit und wirksamer spezifischer Widerstand bezeichnet werden und sowohl von der Temperatur, als auch von der Frequenz und der Spannung abhängen können. Nehmen wir nun an, daß sich der wirksame Widerstand bei Temperaturänderung nach der Formel

$$\bar{\varrho} = \bar{\varrho}_0 e^{-at} \tag{9}$$

verändert und von der Spannung nicht abhängt (die letzte Annahme trifft bei homogenen Isolatoren gewöhnlich zu), sodann, daß die Dielektrizitätskonstante und die Wärmeleitfähigkeit k des Stoffes als von der Temperatur unabhängig betrachtet werden können, so ergibt sich nach Dreyfus[1] für die Durchschlagspannung bei gegebener Schichtdicke folgender Ausdruck:

[1] Dreyfus, Mathematische Theorien für den Durchschlag fester Isoliermaterialien. Elektrotechnik und Maschinenb. S. 133, 1926.

Digitized by Google

$$E_m = \text{const} \cdot \sqrt{\frac{k\varrho}{a}}. \tag{10}$$

Der Zusammenhang zwischen der Durchschlagspannung und dem Widerstande erweist sich als genau derselbe wie in den oben angeführten Formeln der Wärmetheorie [vgl. Formel (5)].

Wie es oben erwähnt wurde, ist ein Wärmedurchschlag nur in dem Fall möglich, wo sich der Widerstand des Isolators bei Temperaturerhöhung verkleinert. Dann muß aber, den Formeln (5) und (10) gemäß, auch die Durchschlagspannung kleiner werden. Eine Verminderung der dielektrischen Festigkeit des Isolators bei Temperaturerhöhung kann folglich als ein bequemes Kriterium des Wärmedurchschlages gelten, um so mehr, als für die anderen Mechanismen des Durchschlages, z. B. den Ionisationsmechanismus, gerade die Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung charakteristisch ist.

Da die anderen Abhängigkeiten der Durchschlagspannung, wie z. B. diejenige von der Dicke des Prüflings, meistens nicht zu entscheiden erlauben, ob wir es mit einem Wärmedurchschlag zu tun haben, oder nicht, so begnügten wir uns in unseren weiteren Versuchen damit, die Anwendbarkeit der Formel (10) zu prüfen. Wurde sie nicht erfüllt und war keine Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur vorhanden, so konnte die Wärmetheorie zur Klärung der Durchschlagsphänomene entschieden nicht angewandt werden.

5. Genaue Versuche mit Glas, Glimmer und Porzellan.

Für die genauen Messungen wurden die Stoffe gewählt, die unseren Vorversuchen nach die bestimmtesten Resultate gaben, nämlich Glas, Glimmer und Porzellan. Die erste Aufgabe, die wir uns stellten, bestand darin zu bestimmen, ob überhaupt

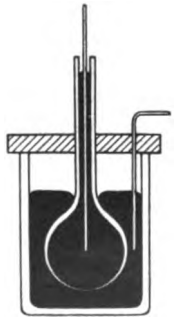


Bild 8.

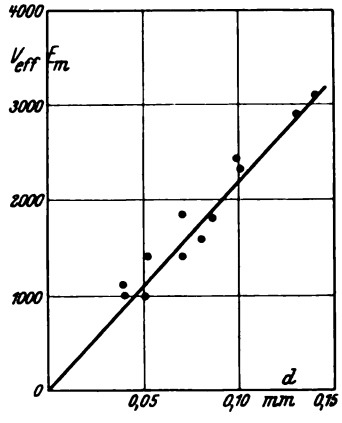


Bild 9. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke, Glaskugeln, Frequenz $4{,}35 \cdot 10^8$, Temperatur 20° C.

eine Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur vorhanden war oder nicht. Die Bedingungen mußten dabei möglichst rein sein und alle Nebenerscheinungen, besonders die Glimmentladung, auf das sorgfältigste vermieden werden.

1. Versuche mit Glaskugeln. Am einfachsten wurde diese Aufgabe im Fall von Glas gelöst. Als Prüflinge wurden Probierröhren aus gewöhnlichem Geräteglas angewandt, die am Ende sphärisch aufgeblasen waren. Die so entstandene dünnwandige Kugel wurde innen mit flüssigem Metall ausgefüllt (bei niedrigen Temperaturen diente dazu Quecksilber, bei hohen die Legierung von Wood) und in einen Behälter mit demselben flüssigen Metall eingetaucht (vgl. Bild 8). Die Wände der Kugel konnten immer so dünn gemacht werden, daß der Durchschlag in der Kugel,

Digitized by Google

nicht aber in der Röhre, an der Oberfläche des Metalls geschah, wo sich eine Glimmentladung entwickeln konnte. Vorsichtshalber wurde bei einigermaßen hohen Spannungen (oberhalb 1,5—2 kV) die Oberfläche des Metalls noch mit einer dicken Schicht von Öl oder Xylol übergossen. Dadurch konnte die Glimmentladung an der Röhre gänzlich beseitigt werden, die sonst eine unerwünschte Erwärmung verursachen konnte.

In diesen Bedingungen wurde für eine Reihe von Temperaturen, die zwischen 20° C und 250° C lagen, die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke gemessen. Zwei von diesen Kurven, die 20° C und 120° C entsprechen, sind

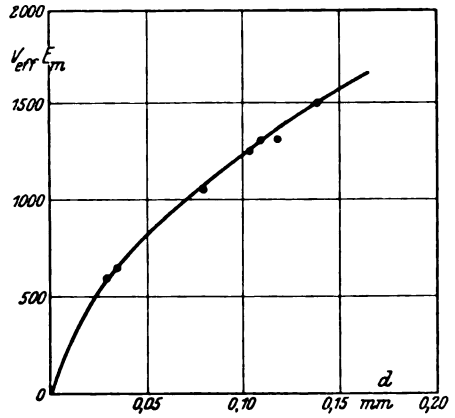


Bild 10. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke, Glaskugeln, Frequenz $4{,}35 \cdot 10^5$, Temperatur 120° C.

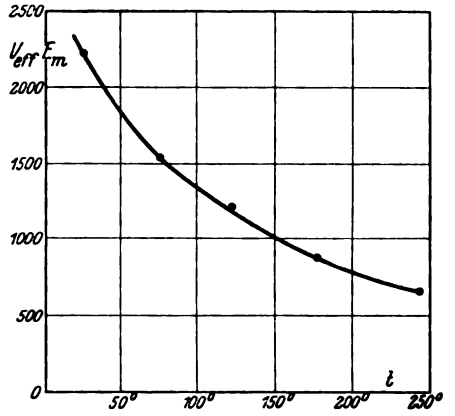


Bild 11. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur, Glaskugeln, Schichtdicke 0,10 mm, Frequenz $4{,}35 \cdot 10^5$.

auch in den Bildern 9 und 10 angeführt. Die Spannung wurde sprungweise jedesmal um etwa 5% vergrößert. Nach jeder einzelnen „Exposition" wurde die Spannung ausgeschaltet und eine so lange Pause gemacht, daß der Prüfling Zeit hatte, sich abzukühlen. Die Dauer der einzelnen Exposition betrug 15 sec. Die Temperatur wurde mittels eines Thermometers gemessen, der in den äußeren Behälter eingetaucht war. Die Frequenz betrug $4{,}35 \cdot 10^5$ ($\lambda = 690$ m).

Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur, die sich für eine Schichtdicke von 0,1 mm auf Grund dieser Messungen ergab, ist auf dem Bild 11 angeführt. Aus dem Verlauf der Kurven in den Bildern 9—11 lassen sich folgende wichtige Schlüsse ziehen:

a) Selbst in den reinsten Bedingungen liegen die Durchschlagspannungen bei Hochfrequenz bedeutend niedriger als bei den niedrigen Frequenzen. So wurde bei Wechselspannung von 50 Per/sec und Zimmertemperatur (20° C) eine Durchbruchfeldstärke von 2150 kV_{eff}/cm gemessen, bei $4{,}35 \cdot 10^5$ Per/sec beträgt sie bloß 220 kV_{eff}/cm, etwa 10mal weniger.

b) Bei Hochfrequenz ist eine stark ausgeprägte Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung vorhanden. Bei einer Temperaturerhöhung um 100° verkleinert sich die Durchschlagspannung ungefähr zweimal.

Bemerkenswert ist, daß sich für die Glaskugeln dieselben Werte der Durchbruchfeldstärke ergeben wie für die Glasplatten im Xylol. Dieser Umstand bekräftigt unsere Annahme, daß wir im Xylol mit ziemlich reinen Bedingungen zu tun hatten.

Es könnte von Interesse sein, die Resultate unserer Messungen mit denjenigen zu vergleichen, die von anderen Forschern ermittelt wurden. Von den Messungen, die bis jetzt ausgeführt worden sind, dürften diejenigen von Goebeler[1] das meiste

[1] Goebeler, Über die dielektrischen Eigenschaften von Luft und einigen Isoliermaterialien bei Hochfrequenz. Arch. f. Elektrot., Bd. 14, S. 492, 1925.

Digitized by Google

Vertrauen erregen. Bei der Frequenz $1{,}12 \times 10^6$ ($\lambda = 2500$ m) wurde von ihm für Glas bei einer Schichtdicke von 0,1 mm eine Durchbruchfeldstärke von 790 kV_{eff}/cm gemessen. Bei 50 Per/sec entspricht demselben Glase bei denselben Versuchsbedingungen nach Rochow[1] eine Durchbruchfeldstärke von 2400 kV_{eff}/cm. Die von Goebeler beobachtete Erniedrigung ist folglich bedeutend kleiner als bei uns. Beobachtet man aber, daß die Messungen von Goebeler einer kleineren Frequenz entsprechen als die unserigen, und daß, wie wir es weiter sehen werden, bei der Erhöhung der Frequenz die Durchschlagspannungen schnell abnehmen, so erweist sich die Diskrepanz zwischen den Daten von Goebeler und den unserigen nicht so groß, wie sie anfangs schien.

2. Versuche mit Glasplatten. Nach den Versuchen mit den Glaskugeln konnte man kaum mehr zweifeln, daß wir es bei Hochfrequenz, wenigstens im Fall von Glas, mit einem Wärmedurchschlage zu tun haben. Die weitere Aufgabe bestand darin, solche Versuchsbedingungen zu schaffen, bei denen die thermische Natur des Durchschlages am besten ausgeprägt wurde. Die obige Versuchsanordnung war dazu wenig geeignet. Wegen der bedeutenden flüssigen Metallmassen, die die Kugel umgaben, war die Kühlung der Prüflinge außerordentlich gut. Alle unsere vorigen Versuche über den Wärmedurchschlag zeigten aber, daß man die günstigsten Resultate gerade bei einer geringen Wärmeabfuhr erhielt.

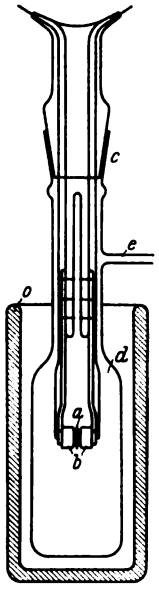


Bild 12. Apparat für den Durchschlag von Isolatoren im Hochvakuum.

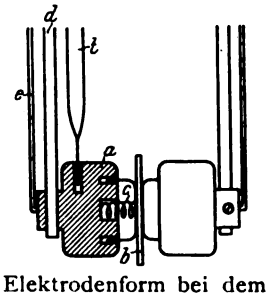


Bild 13. Elektrodenform bei dem Apparat Bild 12.

Es war kaum möglich, schlecht wärmeleitende Elektroden an einer Glaskugel anzubringen. Wir gingen deshalb zu ebenen Elektroden über. Das einzige Bedenken, das dabei entstehen konnte, war, ob nicht bei ebenen Elektroden wegen des Randeffekts ein Ionisationsdurchschlag möglich wurde, was die Resultate bedeutend entstellen konnte. Dies war aber kaum zu befürchten. Unsere vorigen Untersuchungen zeigten, daß bei einem Ionisationsdurchschlag eine 0,1 mm dicke Glasplatte im schlimmsten Fall, wo der Randeffekt scharf ausgeprägt war, bei Spannungen durchgeschlagen wurde, die über 8 kV_{max} lagen. In unserem Fall mußten die Durchschlagspannungen bei einer Schichtdicke von 0,1 mm jedenfalls nicht höher als bei den Glaskugeln, d. h. als 5 kV_{max}, liegen. Tatsächlich verkleinerten sich die Durchschlagspannungen bei schlecht wärmeleitenden Elektroden bis zu 400—600 V. Bei solchen Spannungen kann von irgendwelchen Ionisationsprozessen nicht einmal die Rede sein.

Um einerseits die Glimmentladung aufzuheben, andererseits die Wärmeabfuhr durch Konvertionsströme soweit wie möglich zu verkleinern, wurden die versuche im Vakuum ausgeführt. Der Prüfling *a* (Bild 12) wurde zwischen den Elektroden

[1] Rochow, Über einige Fragen der elektrischen Festigkeitslehre. Arch. f. Elektrot. Bd. 19, S. 257, 1928.

Digitized by Google

b—b eingeklemmt und mittels des Schliffes c in das Gefäß d eingeführt, daß durch die Röhre e evakuiert werden konnte. Handelte es sich um Messungen bei erhöhten Temperaturen, so wurde der Prüfling von außen mittels des Ofens O bis zu der erwünschten Temperatur erwärmt.

Die Elektroden selbst (Bild 13) waren als massive Kupferblöcke a ausgebildet, die eine kreisförmige Rille besaßen, in welche eine dünnwandige Nickelschale b eingesenkt war. Diese Schale diente unmittelbar als Elektrode und wurde durch eine Feder c an den Prüfling gepreßt. Die Kontaktfläche der Elektroden und des Prüflings betrug ungefähr 1 cm². Die Temperatur der Elektroden wurde mittels des Thermoelements t bestimmt. Der Stab d diente für die Befestigung der Elektrode am Schliff.

Die Spannung wurde mittels eines speziellen Leiters e herangeführt. Die Wärmeabfuhr vom Prüfling wurde hauptsächlich durch die Wanddicke der Schalen b bestimmt. In unseren Versuchen betrug sie 0,2 mm, so daß sich eine effektive Wärme-

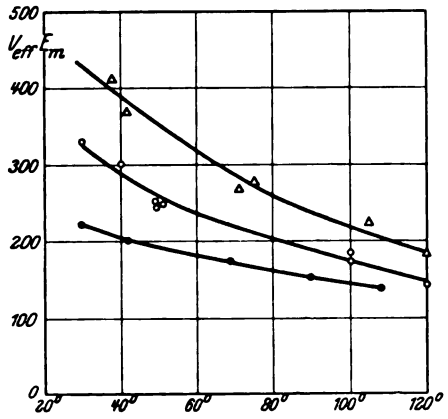


Bild 14. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur für 0,1 mm dicke Glasplatten im Vakuum.
△ Frequenz $2{,}63 \cdot 10^5$ ($\lambda = 1140$ m)
○ Frequenz $4{,}35 \cdot 10^5$ ($\lambda = 690$ m)
● Frequenz $1{,}2 \cdot 10^6$ ($\lambda = 250$ m)

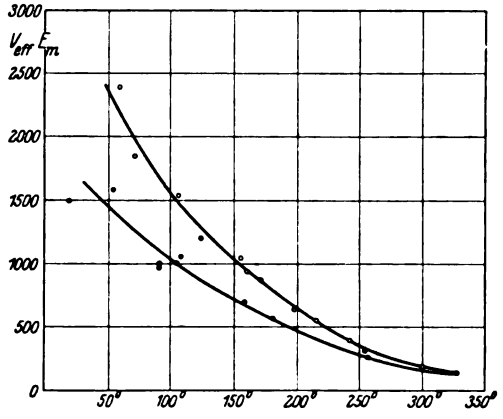


Bild 15. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur für 1,0 mm dicke Glasplatten im Vakuum.
○ Frequenz $4{,}35 \cdot 10^5$ ($\lambda = 690$ m)
● Frequenz $1{,}2 \cdot 10^6$ ($\lambda = 250$ m)

leitfähigkeit der Elektroden (Nickelschalen) von etwa 0,02 $\frac{\text{cal}}{\text{grad. sec.}}$ ergab, ein genügend kleiner Wert, damit sich die Wärmeentwicklung im Prüfling ungehindert vollziehen konnte.

Der Apparat wurde mittels zweier der Reihe nach geschalteten Quecksilberdampfpumpen und einer Vorpumpe nach Leybold evakuiert. Um das Vakuum zu verbessern, wurde vor jedem Versuch das Gefäß bis etwa 300° bei ununterbrochenem Abpumpen erwärmt. Der nach einem Mac Leod-Manometer gemessene Restdruck im Gefäß betrug ungefähr 10^{-5} mm Hg. In diesen Bedingungen war es möglich, Spannungen bis zu 2500—3000 V anzulegen, ohne daß im Gefäß irgendwelche Spuren von einer Entladung zu merken waren.

Als Prüflinge wurden Deckplatten und Objektträger der Firma Zeiß von 3 cm Kantenlänge genommen, dieselben, mit denen die Vorversuche ausgeführt wurden. Um den Kontakt zu sichern, wurden die Platten versilbert. Die Spannung wurde ebenso, wie im Fall der Glaskugel, sprungweise jedesmal um 5—10% vergrößert. Die Dauer der Exposition betrug bei den dünnen Platten 30 sec, bei den dicken 1 Minute. Zwischen den Expositionen wurde die Spannung auf eine Zeitdauer von einer bis mehreren Minuten abgeschaltet.

Digitized by Google

Zur Untersuchung kamen die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur und der Frequenz bei zwei verschiedenen Schichtdicken, nämlich 0,1 mm (Deckplatten) und 1,0 mm (Objektträger). Die Resultate dieser Messungen sind auf den Bildern 14—19 angeführt.

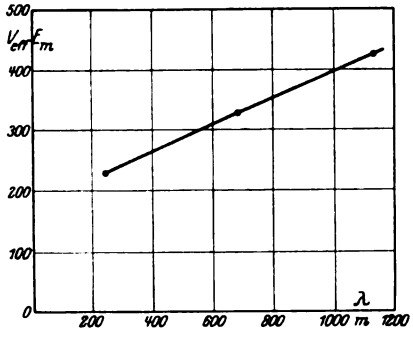


Bild 16. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Wellenlänge für 0,1 mm dicke Glasplatten im Vakuum, Temperatur 20° C.

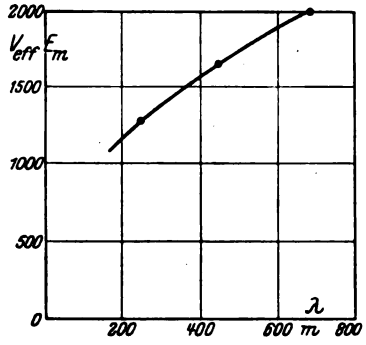


Bild 17. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Wellenlänge für 1,0 mm dicke Glasplatten im Vakuum, Temperatur 70° C.

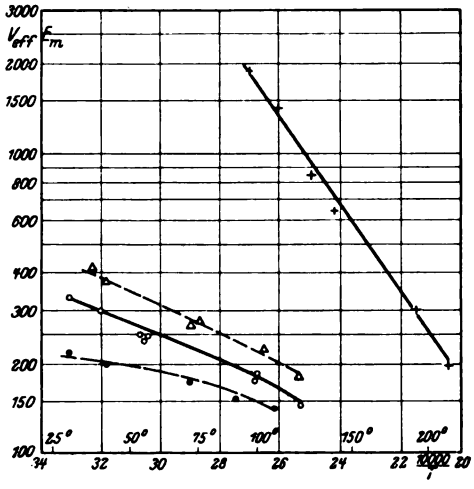


Bild 18. Abhängigkeit der Logarithmus der Durchschlagspannung von dem reziproken Wert der absoluten Temperatur für 0,1 mm dicke Glasplatten im Vakuum.
+ Frequenz 50
△ Frequenz $2{,}63 \cdot 10^5$, $\lambda = 1140$ m
○ Frequenz $4{,}35 \cdot 10^5$, $\lambda = 690$ m
● Frequenz $1{,}2 \cdot 10^6$, $\lambda = 250$ m

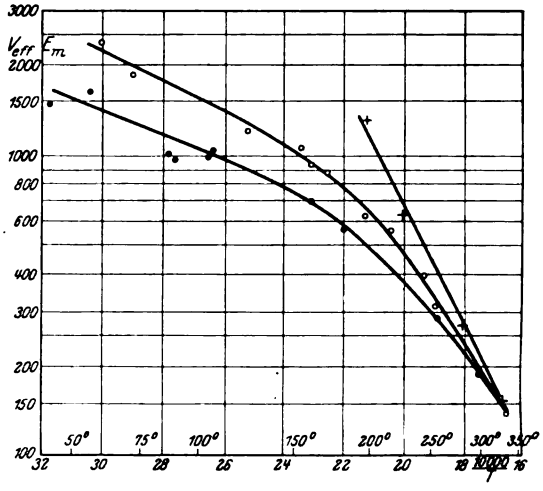


Bild 19. Abhängigkeit des Logarithmus der Durchschlagspannung von dem reziproken Wert der absoluten Temperatur für 1,0 mm dicke Glasplatten im Vakuum.
+ Frequenz 50
○ Frequenz $4.35 \cdot 10^5$, $\lambda = 690$ m
● Frequenz $1{,}2 \cdot 10^6$, $\lambda = 250$ m

Die Kurven, die sich für die Deckgläser ergaben, sind auf dem Bild 14 eingezeichnet. Die obere Kurve entspricht der Frequenz $2{,}63 \times 10^5$ ($\lambda = 1140$ m), die mittlere $4{,}35 \times 10^5$ ($\lambda = 690$ m), die untere $1{,}2 \times 10^6$ ($\lambda = 250$ m). Auf dem Bild 15 sind ebensolche Kurven für Objektträger ($d = 1$ mm) angeführt. Die Frequenzen sind hier $4{,}35 \times 10^5$ (obere Kurve) und $1{,}2 \times 10^6$ (untere Kurve). Bei der ersten von den Frequenzen konnten die Messungen nur bei Temperaturen ausgeführt werden, die höher als 60° lagen. Bei niedrigeren Temperaturen wurden die Spannungen, die für den Durchschlag erforderlich waren, so groß, daß im Prüfgefäß eine leuchtende Entladung begann.

Digitized by Google

Schon der erste Blick lehrt uns, daß die Durchschlagspannungen im Vakuum außerordentlich erniedrigt sind. Eine 0,1 mm dicke Glasplatte wurde im Xylol bei 2300 V_{eff} durchgeschlagen, im Vakuum beträgt die Durchschlagspannung derselben Platte bei derselben Frequenz bloß 330—350 V, d. h. siebenmal weniger. Die Erniedrigung der Durchschlagspannung muß durch die ungünstigen Kühlungsbedingungen erklärt werden[1].

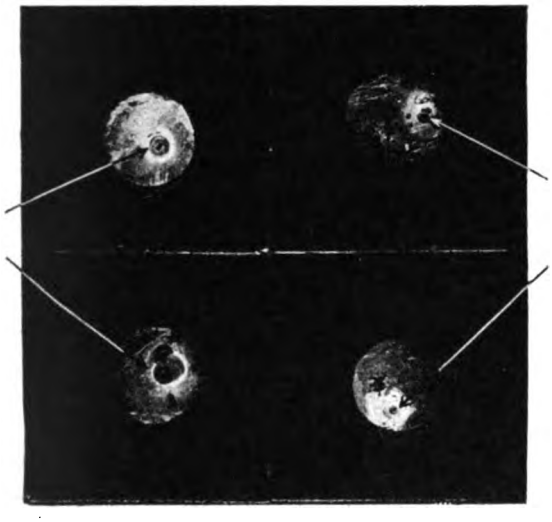


Bild 20. Photographie von vier durchgeschlagenen Glasplatten.

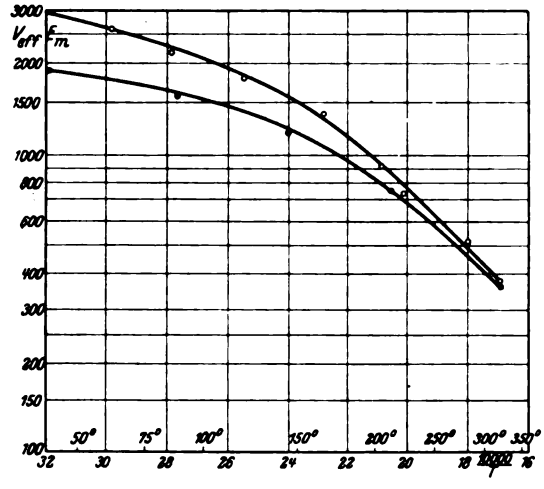


Bild 21. Abhängigkeit des Logarithmus der Durchschlagspannung von dem reziproken Wert der absoluten Temperatur für 1,8 mm dicke Porzellanplatten im Vakuum.
○ Frequenz $4{,}35 \cdot 10^5$
● Frequenz $1{,}2 \cdot 10^6$

Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Frequenz ist einzeln auf den Bildern 16 und 17 wiedergegeben. Längs der Abszissenachse sind hier nicht die Frequenzen selbst, sondern ihre Reziprokenwerte, die Wellenlängen, in Meter abgetragen. Bild 16 entspricht Deckplatten bei 20° C, Bild 17 Objektträgern bei 70° C.

Bei Temperaturerhöhung wird die Abhängigkeit von der Frequenz immer kleiner und kleiner. Oberhalb 300—350° verschwindet sie für die Objektträger vollkommen. Man könnte erwarten, daß hier auch die niedrigen Frequenzen ungefähr dieselben Werte der Durchschlagspannungen geben könnten. Diese Vermutung wurde durch spezielle Versuche bestätigt. Die bei Wechselspannung von 50 Perioden im Vakuum ermittelten Werte sind auf den Bildern 18 und 19 (Kreuze) aufgetragen; in dieselben Bildern sind außerdem auch die bei Hochfrequenz gemessenen Kurven eingezeichnet. Längs den Achsen sind hier die Logarithmen der Durchschlagspannungen und die Reziprokenwerte der absoluten Temperaturen abgetragen. Eine solche Wahl der Achsen wird für uns bei der theoretischen Behandlung des Problems von Nutzen sein. Für die Objektträger fallen von 300° an die den verschiedenen Frequenzen entsprechenden Kurven zusammen.

Der Durchschlag geschah im Vakuum sehr milde. Die Stelle, an der der Durchschlag geschehen war, lag ausnahmslos nahe zu der Mitte des versilberten Teiles der Platte, nicht an den Rändern, wie man es befürchten könnte, falls der Randeffekt

[1] Nach unseren Versuchen wird es auch begreiflich, warum Mündel (Arch. f. Elektrot. Bd. 15, S. 320, 1925) Werte für die Durchschlagspannungen von Glas bekam, die mehrmals niedriger waren, als sie von anderen Autoren gegeben werden. Er führte nämlich die Messungen im Vakuum aus, in dem, wie bei uns, die Bedingungen für die Kühlung sehr ungünstig waren, während die Messungen der anderen Autoren bei gut wärmeleitenden Elektroden geschahen.

Digitized by Google

zum Ausdruck kommen sollte. Nach dem Durchschlage waren an den Prüflingen keine Risse oder Spalten zu merken, wie dies gewöhnlich bei den niedrigen Frequenzen geschieht. Dagegen trug die durchgeschlagene Stelle selbst und ihre Umgebung deutliche Schmelzspuren. Eine Photographie von vier durchschlagenen Glasplatten ist auf dem Bild 20 gegeben. Die hellen Kreise sind die versilberten Teile der Platten; die Stellen, wo der Durchschlag stattgefunden hatte, sind durch Pfeile bezeichnet.

3. Versuche mit Porzellan. Die Versuche wurden mit 1,80 mm dicken Porzellanplatten von 4×4 cm Seitenfläche ausgeführt. Die Messungen geschahen, ebenso wie im Fall der Glasplatten, im Vakuum. Die Porzellanplatten wurden unversilbert zwischen den Elektroden eingeklemmt. Es erwies sich, daß der Prüfling bei dem Durchschlage in keiner Hinsicht beschädigt wurde und schon einige Minuten, nachdem die Spannung abgeschaltet war, seine isolierende Fähigkeit vollkommen wiederherstellte. Alle Messungen wurden deshalb mit einem und demselben Prüfling ausgeführt.

Die Resultate der Messungen sind auf dem Bild 21 gegeben. Die obere Kurve entspricht der Frequenz $4{,}35 \times 10^5$, die untere $1{,}2 \times 10^6$. Das Aussehen der Kurven ist ein genau ebensolches wie bei dem Glase, nur ist die Neigung bei dem Porzellan kleiner. Bei den niedrigen Temperaturen erweist sich die dielektrische Festigkeit des Porzellans, auf dieselbe Schichtdicke bezogen, etwas kleiner als bei dem Glase, bei den hohen Temperaturen dagegen bedeutend größer. Ebenso, wie bei dem Glase, ist bei dem Porzellan eine bedeutende Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Frequenz vorhanden, die aber bei hoher Temperatur verschwindet.

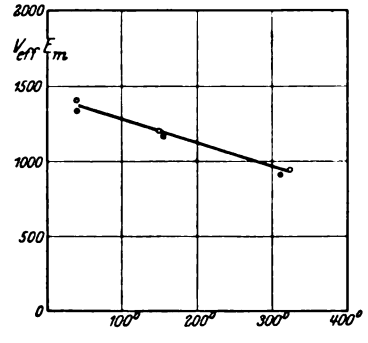


Bild 22. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur für 0,025 mm dicke Glimmerplatten im Vakuum.
○ Frequenz $1{,}35 \cdot 10^5$, $\lambda = 690$ m
● Frequenz $1{,}2 \cdot 10^6$, $\lambda = 250$ m

4. Versuche mit Glimmer. Es wurden vollkommen durchsichtige Glimmerplatten von 0,015 bis 0,04 mm Dicke und 4×4 cm Seitenfläche angewandt. Die Messungen wurden ebenso, wie bei den Glasplatten, im Vakuum ausgeführt. Da es schwierig war, Platten von genau einer und derselben Dicke herzustellen, so wurde für eine Reihe von Temperaturen und zwei Frequenzen die Abhängigkeit von der Schichtdicke in dem oben angegebenen Intervall der Dicken gemessen. Die Platten wurden nicht versilbert, sondern einfach zwischen den Elektroden eingeklemmt. Die Abhängigkeit von der Temperatur, die sich dabei für eine Schichtdicke von 0,025 mm ergab, ist auf dem Bild 22 angeführt. Jeder eingetragene Wert ist ein Mittelwert von mehreren Einzelbeobachtungen. Die schwarzen Kreise entsprechen der Frequenz $4{,}35 \times 10^5$, die weißen der Frequenz $1{,}2 \times 10^6$.

Im Gegensatz zu dem Glase und dem Porzellan hängt die Durchschlagspannung von der Frequenz gar nicht ab. Die Abhängigkeit von der Temperatur ist auch verhältnismäßig schwach ausgeprägt. Die dielektrische Festigkeit des Glimmers erweist sich als bedeutend größer als bei dem Glase, insbesonderem bei den hohen Temperaturen. Vergleicht man die Werte, die sich hier ergeben, mit denen, die in den Vorversuchen gemessen wurden, so sieht man, daß die Durchschlagspannungen im Vakuum höher liegen, als z. B. im Xylol, im Gegensatz zu dem Glase.

Unseren früheren Versuchen entsprechend betrug die Durchschlagspannung einer 0,025 mm dicken Glimmerplatte unter Öl bei Zimmertemperatur 2,5 kV_{eff} oder etwa 3,5 kV_{max}. Im Vakuum ergibt sich bei derselben Schichtdicke 1,5 kV_{eff}, oder etwa 3 kV_{max} (Scheitelfaktor 2,0), d. h. ein Wert, der jedenfalls von derselben Größenordnung ist. Wir können folglich behaupten, daß die dielektrische Festigkeit vom Glimmer von der Frequenz, wenn überhaupt, nur wenig abhängt.

Digitized by Google

6. Besprechung der Resultate.

Unsere Versuche zeigen, daß die von uns untersuchten Isolatoren nach den Eigenschaften, die sie bei Hochfrequenz aufweisen, in zwei Klassen eingeteilt werden können. Bei der ersten Klasse (Glas, Porzellan) ist eine bedeutende Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur und der Frequenz vorhanden, bei der zweiten Klasse (Glimmer) sind diese beiden Abhängigkeiten nur schwach ausgeprägt. Zweifelsohne haben wir bei der ersten Klasse der Isolatoren mit einem Wärmedurchschlag zu tun, bei der zweiten mit einem Ionisationsdurchschlag.

Wie es von uns schon erwähnt wurde, ist die Wärmetheorie des Durchschlages bis jetzt noch ungenügend entwickelt, als daß sie für die Hochfrequenz angewandt werden könnte. Wir haben aber darauf hingewiesen, daß die Formel

$$E_m = \text{const} \cdot \sqrt{\varrho}\,, \tag{5}$$

der sich für die niedrigen Temperaturen ergibt, wahrscheinlich auch bei Hochfrequenz erfüllt werden muß. Die Größe ϱ muß in letzterem Fall dem wirksamen spezifischen Widerstand $\bar{\varrho}$ des Isolators gleichgesetzt werden.

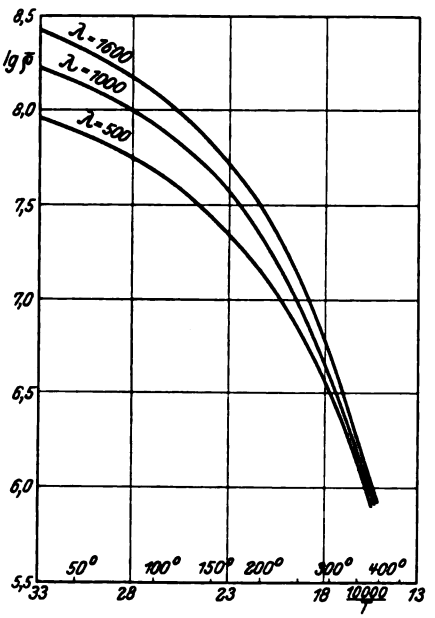


Bild 23. Abhängigkeit des Logarithmus des wirksamen Widerstandes von dem reziproken Wert der absoluten Temperatur für Zylinderglas nach Schott.

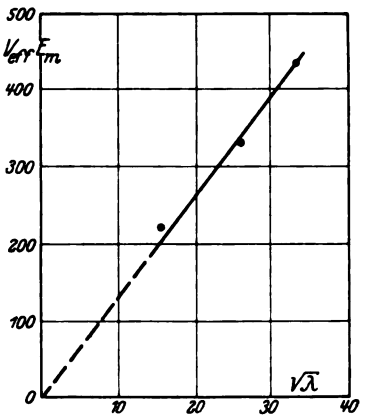


Bild 24. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Quadratwurzel aus der Wellenlänge für 0,1 mm dicke Glasplatten, Temperatur 20° C.

Der Formel (5) gemäß muß ein bestimmter Zusammenhang zwischen der Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung und derjenigen des Widerstandes $\bar{\varrho}$ existieren. Es fehlen uns leider genaue Angaben über die Temperaturabhängigkeit von $\bar{\varrho}$ für unsere Gläser. Derartige Messungen sind nach unserem Vorschlag von Herrn Protopopow unternommen worden. Wir werden aber dennoch versuchen, die Formel (5), wenn auch nicht streng quantitativ, so qualitativ nach den Angaben zu prüfen, die in der Literatur vorhanden sind.

Eine ausführliche Untersuchung über die Temperaturabhängigkeit der Verluste und des wirksamen Widerstandes von Glas bei Hochfrequenz sind von Erich Schott[1] ausgeführt worden. Die von ihm gemessenen Kurven sind auf dem Bild 23 wiedergegeben. Sie entsprechen den Wellenlängen 1600, 1000 und 500 m und einem Glas (Zylinderglas), das seiner Zusammensetzung nach dem von uns gebrauchten

[1] E. Schott, Hochfrequenzverluste von Gläsern und einigen anderen Dielektrizis, Zeitschrift f. drahtl. Teleg. und Teleph. **18**, S. 82, 1921.

Digitized by Google

nahe sein dürfte. Vergleicht man diese Kurven mit denen, die nach unseren Messungen die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur wiedergeben (Bild 18 und 19), so sieht man, daß ihr Gang vieles Gemeinschaftliche besitzt. Gleichfalls, wie bei der Durchschlagspannung, ist bei dem wirksamen Widerstande die Abhängigkeit von der Frequenz bei den Zimmertemperaturen am größten und verschwindet oberhalb 300—350°. Auch der Form nach sind die Kurven einander durchaus ähnlich. Bei hohen Temperaturen, bei denen der wirksame Widerstand dem Ohmschen Widerstande gleichgesetzt werden kann, dessen Temperaturabhängigkeit durch die bekannte Formel

$$\varrho = \varrho \cdot e^{\frac{b}{T}}$$

ausgedrückt wird, erweisen sich die Kurven in den Achsen $Lg\, E_m$, $\frac{1}{T}$, der Theorie gemäß, als Gerade. Je kleiner die Frequenz ist, desto länger ist der geradlinige Teil der Kurve.

Die Formel (5) läßt sich auf eine andere Art prüfen. Sowie die Messungen von Schott, als auch diejenigen von Goebeler zeigen, daß in dem Intervall der Frequenzen, in das unsere Messungen fallen, der Verlustwinkel von der Frequenz nur wenig abhängt. Dann muß sich aber, der Formel (8) gemäß, der wirksame Widerstand umgekehrt proportional der Frequenz oder proportional der Wellenlänge λ verändert. Zwischen der Durchschlagspannung und der Wellenlänge ließe sich dann, falls die Beziehung (5) erfüllt wäre, eine parabolische Abhängigkeit

$$E_m = \text{const}\, \sqrt{\lambda} \qquad (11)$$

erwarten. Wie es aus dem Bild 24 zu sehen ist, wird diese Abhängigkeit für die Deckplatten ziemlich genau erfüllt.

Zum Schluß wollen wir noch auf einige praktische Folgerungen hinweisen, die aus unseren Untersuchungen gezogen werden können.

Die Anwendung eines Stoffes als Isolator in dem Bereich, wo seinem Durchschlag der Wärmemechanismus zugrunde liegt, dürfte manches Bedenken erregen. So genügt z. B. in diesem Fall eine geringe Verschlechterung der Kühlung oder eine kleine Temperaturerhöhung, um seine Durchschlagsfestigkeit bedeutend herabzusetzen. Verhängnisvoll ist außerdem die Abhängigkeit von der Frequenz, die sich bei dem Wärmedurchschlag ergibt. Wie wir es gesehen haben, ändert sich bei den Isolatoren, der Verlustwinkel von der Frequenz wenig abhängt, die Durchschlagspannung proportional der Quadratwurzel aus der Wellenlänge. Würden in dem zu isolierenden System hochfrequente Schwingungen auftreten, so könnte die Isolation durchgeschlagen werden, trotzdem sie bei der Grundfrequenz allen Prüfungen standgehalten hatte. Bei sehr kurzen Wellenlängen dürften solche Isolatoren, wie Glas und Porzellan, überhaupt nicht anzuwenden sein.

Es muß außerdem betont werden, daß ein kleiner Verlustwinkel noch dazu nicht ausreicht, um den Isolator als anwendbar zu schätzen. Man muß außerdem noch eine geringe Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Frequenz oder eine Abnahme des Verlustwinkels bei wachsender Frequenz fordern.

Das einzige Material, das nach unseren Messungen allen Forderungen genügt, ist Glimmer. Die vorzüglichen Eigenschaften dieses Isolators sind auch schon seit langem praktisch ausgenutzt worden; es werden ja in Gegenwart in Schwingungskreisen mit hochgespannter Hochfrequenz fast ausschließlich Glimmerkondensatoren angewandt.

Herrn Ing. S. Wekschinski, sowie Herrn Ing. I. Kobsarew, die uns bei der Ausarbeitung der Methodik der Messungen manchen wertvollen Ratschlag gaben, sprechen wir für ihre freundliche Hilfe unseren aufrichtigen Dank aus.

Digitized by Google

Zusammenfassung.

1. Um herauszustellen, welchen Einfluß verschiedene Nebenerscheinungen auf die dielektrische Festigkeit der festen Isolatoren bei Hochfrequenz ausüben, werden die Durchschlagspannungen von Platten aus Glas, Glimmer und Porzellan in verschiedenen Medien (Luft, Transformatoröl und Xylol) bei der Frequenz $4{,}35 \times 10^5$ gemessen. Es erweist sich, daß eine Glimmentladung an den Elektroden die Durchschlagspannungen bedeutend herabzusetzen vermag. Am höchsten liegen die Durchschlagspannungen im Xylol, in dem die Glimmentladung am meisten geschwächt ist.

2. Um reinere Bedingungen zu schaffen, werden im Fall von Glas die Prüflinge als dünnwandige Kugeln geformt. Es ergeben sich dabei bei Hochfrequenz Durchschlagspannungen, die gegenüber denjenigen, die der Frequenz 50 entsprechen, ungefähr neunmal erniedrigt sind. Bei Temperaturerhöhung verkleinern sich die Durchschlagspannungen jede 100^0 C etwa zweimal. Alle Merkmale des Durchschlages weisen darauf hin, daß er von thermischer Natur, ein Wärmedurchschlag ist. Für genaue Versuche erweisen sich aber die sphärisch geformten Prüflinge als unbequem.

3. Es werden genaue Messungen über die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur und der Frequenz für Glas, Porzellan und Glimmerplatten im Hochvakuum ausgeführt. Bei dem Glase und dem Porzellan erweisen sich die Durchschlagspannungen im Vakuum wegen der schlechten Wärmeabfuhr als außerordentlich niedrig (für eine 0,1 mm dicke Glasplatte bei Zimmertemperatur je nach der Frequenz bloß 250—400 V). Es ist eine scharf ausgeprägte Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Frequenz und der Temperatur vorhanden. Bei Frequenzerhöhung nehmen die Durchschlagspannungen ungefähr proportional zu der Quadratwurzel aus der Wellenlänge ab.

Bei dem Glimmer übt sowohl die Temperatur, als auch die Frequenz einen nur geringen Einfluß auf die Werte der Durchschlagspannungen aus. Die dielektrische Festigkeit des Glimmers erweist sich bei Hochfrequenz als ungefähr dieselbe wie bei den niedrigen Frequenzen.

4. Es wird gezeigt, daß sowohl die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur, als auch diejenige von der Frequenz bei Porzellan und Glas durch die Wärmetheorie geklärt werden können, so daß wir es bei dem Glas und dem Porzellan mit einem reinen Wärmedurchschlag zu tun haben. Bei dem Glimmer ist der Mechanismus des Durchschlages entschieden ein anderer. Wahrscheinlich liegt ihm ebenso, wie bei den niedrigen Frequenzen, ein Ionisationsprozeß zugrunde.

Leningrad, Juni 1928.

Physikalisch-Technisches Laboratorium.

Digitized by Google

Ein für praktische Verwendung geeignetes Verfahren für Spannungsregelung an Generatoren mit Hilfe von Hochvakuumröhren[1].

Von

N. A. J. Voorhoeve.

1. Einleitung.

Bekanntlich ist es grundsätzlich möglich, mit Hilfe von elektrischen Entladungsröhren (Zwei- oder Dreielektrodenröhren) die Spannung von Generatoren selbsttätig zu regeln. Vergleich:

ETZ 1921, S. 689 und 725 (F. W. Meyer) und
ETZ 1924, S. 97 und 1407 (W. Taeger).

Wir wollen uns hier mit der Frage beschäftigen, ob es bei in der Praxis vorkommenden Maschinen vorteilhaft ist, eine Regelung mit Glühkathodenröhren vorzunehmen, wobei wir zur Vergleichung die Ergebnisse, die mit guten elektromechanischen Schnellregulatoren erzielt werden können, in Betracht ziehen werden.

Wir wollen hier die Regelung mit Hilfe gasgefüllter Entladungsröhren unberücksichtigt lassen, da unserer Meinung nach die Wirkung dieser Type nicht so konstant ist, daß eine genaue Regelung während längerer Frist zu erwarten ist. Eine Regelung mit Hochvakuum-Dreielektrodenröhren ist sehr gut möglich und kann derart eingerichtet werden, daß eine sehr große Genauigkeit und Geschwindigkeit der Regelung erzielt wird; solche Regelungsanordnungen werden jedoch aus Gründen, deren nähere Beschreibung wir hier unterlassen werden, zu kompliziert, um in der Praxis allgemeine Verwendung finden zu können, so daß wir zu der Auseinandersetzung von der Regelung mit Hilfe von Hochvakuumgleichrichtern oder Zweielektrodenröhren übergehen.

Bekanntlich[2] ist bei Hochvakuumglühkathodenröhren der Anodenstrom von der Temperatur des Glühdrahts in starkem Maße abhängig, und zwar namentlich im Sättigungsgebiet.

Bei elektrischer Erhitzung des Glühdrahts, wie dies praktisch immer der Fall ist, ist die Temperatur der Glühkathode durch den Heizstrom bedingt; die Abhängigkeit des Anodenstromes (Sättigungsstromes) in bezug auf den Heizstrom kann man annäherungsweise durch die folgende Funktion bezeichnen:

$$\frac{i_{a_1}}{i_{a_2}} = \left(\frac{i_{f_1}}{i_{f_2}}\right)^h.$$

i_a = Anodenstrom,

i_f = Heizstrom

oder bei kleinen Variationen

$$\frac{\Delta i_a}{i_a} = h \cdot \frac{\Delta i_f}{i_f}.$$

Der Faktor h beträgt praktisch etwa 12, wenn der Glühfaden aus Wolfram besteht.

Dieser Effekt kann nun in der Weise für Spannungsregelung benutzt werden, daß man die Temperatur der Glühkathode von der Spannung des Generators abhängig macht und den Feldstrom des Generators durch den veränderlichen Anodenstrom der Zweielektrodenröhre in irgendeiner Weise beeinflussen läßt.

[1] Veröffentlicht in „De Ingenieur" **43**, E. 45, 1928.

[2] Siehe z. B. Barkhausen „Elektronen-Röhren" Bd. 1, 2. Aufl. S. 16.

Digitized by Google

Die in Bild 1 dargestellte Schaltung eignet sich z. B. dazu, die Spannung eines Wechselstromgenerators konstant zu halten.

Steigt die Generatorbelastung, so fällt die Klemmenspannung; demgemäß fällt auch der Heizstrom (i_f) der Zweielektrodenröhre. Infolge des Vorhandenseins des Vorschaltwiderstandes r_{v_a} nimmt der Feldstrom i_m zu und die Generatorspannung steigt dementsprechend: der Spannungsabfall hat abgenommen.

Mit einer solchen Schaltung sind vorzügliche Ergebnisse zu erzielen. Durch Steigerung der Zweielektrodenröhrenenergie läßt sich eine beliebige Regelungsgenauigkeit erzielen, wobei die Regelungsgeschwindigkeit sehr groß sein kann. Die Regelungsgeschwindigkeit betrug z. B. bei Regelung einer 5-kW-Gleichstromdynamo etwa $^1/_5$ Sekunde.

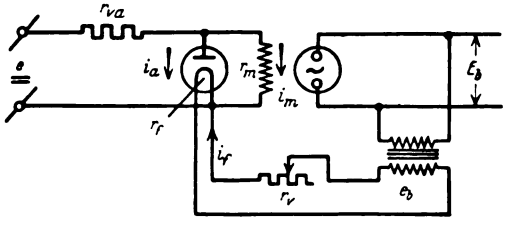


Bild 1. Spannungsregelung eines Wechselstromerzeugers mittels einer Zweielektrodenröhre.

Schade ist nur, daß der durch die Zweielektrodenröhrenregelung herbeigeführte besondere Energieverlust in vielen Fällen so groß ist, daß diese Schaltung für allgemeine Verwendung nicht in Betracht kommt, wie wir, wie folgt, dartun können.

Als Bedingung wird vorausgestellt, daß der Spannungsabfall zwischen Leerlauf und Vollbelastung nicht über 100 % beträgt; die Spannung e sei konstant.

In den stationären Zuständen gelten die folgenden Gleichungen:

Bei Leerlauf:

$$e = r_{v_a}(i_a + i_{m_0}) + i_{m_0} r_m . \tag{1}$$

Bei Vollbelastung:

$$e = r_{v_a}\{(i_a + \Delta i_a) + i_{m_v}(1 - b\,p)\} + r_m\, i_{m_v}(1 - b\,p) . \tag{2}$$

i_{m_v} ist der Feldstrom, der bei Vollbelastung dazu nötig ist, die Klemmenspannung ganz konstant zu halten. Der Faktor b bezeichnet, in welchem Maße i_m abnimmt, wenn die Klemmenspannung bei Vollbelastung um 100 % sinkt.

Ferner ist:

$$\frac{\Delta i_a}{i_a} = h\,\frac{\Delta i_f}{i_f} = h\,\frac{r_v + r_f}{r_v + \alpha r_f}\cdot\frac{\Delta e_b}{e_b} \quad \text{und} \quad \frac{\Delta e_b}{e_b} = \frac{\Delta E_b}{E_b} = p . \tag{3}$$

α ist ein Faktor, der eingeführt werden muß, weil der Glühdrahtwiderstand von der Temperatur abhängig ist.

Bei einem Wolframglühdraht ist $\alpha \sim 1{,}7$.

Aus (2) und (3) folgt nun (4):

$$e = r_{v_a}\left\{i_a\left(1 - h\,p\,\frac{r_v + r_f}{r_v + 1{,}7\,r_f}\right) + i_{m_v}(1 - b\,p)\right\} + r_m\, i_{m_v}(1 - b\,p) . \tag{4}$$

Als den „Sonderverlust" der Regelung werden wir nun die Energie betrachten, die bei Leerlauf in den Feldstromkreis aufgenommen wird, abzüglich der Energie, die der Feldspule an sich zugeführt wird. Der Sonderverlust beträgt dann:

$$W_0 = e\,(i_a + i_{m_0}) - r_m\, i_{m_0}^2$$

und die für die Glühdrahtheizung erforderliche Energie.

Die für die Heizung des Glühdrahts erforderliche Energie kann man mit dem Anodenstrom i_a in Zusammenhang bringen; der Anodenstrom hängt nämlich bei

Digitized by Google

einem bestimmten Glühdraht von der Drahttemperatur ab, die hinwiederum durch die Heizenergie bedingt wird. Ferner hängt auch die Lebensdauer einer Entladeröhre von der Temperatur des Glühdrahts ab, so daß sich alles in allem ergibt, daß die Lebensdauer durch das Verhältnis Anodenstrom : Heizenergie des Glühdrahtes festgelegt ist.

Nennen wir dieses Verhältnis $H = \frac{\text{Anzahl m. A. Anodenstrom}}{\text{Glühdrahtenergie in Watt}}$, so folgt:

$$W_0 = e\,(i_a + i_{m0}) - r_m\, i_{m0}^2 + \frac{r_v + r_f}{r_f}\,\frac{1000\, i_a}{H} \quad (i_a \text{ in Amp.});$$

nehmen wir jetzt noch an: $e = q\, r_m\, i_{m0}$ und $\varepsilon = \frac{W_0}{r_m\, i_{m0}^2}$, so ist:

$$\varepsilon = q \cdot \frac{i_a + i_{m0}}{i_{m0}} - 1 + \frac{r_v + r_f}{r_v} \cdot \frac{1000\, i_a}{H \cdot i_{m0}^2\, r_m}. \tag{5}$$

Wir sind nun imstande zu berechnen, wie groß bei einer praktisch vorkommenden Maschine das Verhältnis ε ist. Wir nehmen dazu noch an $i_{mv} = C\, i_{m0}$.

So folgt aus (1) und (4):

$$i_a = i_{m0}\,\frac{B\,K_2 - A}{A - B\,K_1}, \tag{6}$$

worin

$$A = r_m\,\{q - (1 - b\,p)\,C\},$$
$$B = (q-1)\,r_m,$$
$$K_1 = 1 - h\,p\,\frac{r_v + r_f}{r_v + 1{,}7\,r_f},$$
$$K_2 = C\,(1 - b\,p)$$

und aus (6) und (5) berechnen wir:

$$\varepsilon = q \cdot \frac{B\,(K_2 - K_1)}{A - B\,K_1} - 1 + \frac{K_3}{r_m\, i_{m0}}\,\frac{B\,K_2 - A}{A - B\,K_1} \qquad K_3 = \frac{r_v + r_f}{r_f}\,\frac{1000}{H}.$$

Wählen wir nun für q, C und b praktisch vorkommende Werte, z. B.:

$$q = 2{,}5 \qquad C = 1{,}2 \qquad b = 2{,}5$$

und stellen wir

$$p = 0{,}02 \qquad h = 12 \qquad r_v = 0{,}2\, r_f \qquad H = 5,$$

so ist

$$\mathrm{A} = 1{,}32\ r_m$$
$$\mathrm{B} = 1{,}5\ r_m$$
$$\mathrm{K_1} = 0{,}85$$
$$\mathrm{K_2} = 1{,}18$$
$$\mathrm{K_3} = 240;$$

also

$$\varepsilon = 23{,}8 + \frac{240}{r_m\, i_{m0}} \cdot 9{,}0.$$

Nehmen wir für e den praktisch vorkommenden Wert von 130 Volt an, so ist $r_m\, i_{m0} = 52$ Volt, also $\varepsilon = 65$!

Obwohl somit die Regelung nicht sehr genau ist (2%) und für q und c besonders günstige Werte angenommen wurden (C beträgt oft 1,5—2,0), so erweist sich doch der Sonderverlust der Regelung als unzulässig groß.

Etwas günstiger wird das Verhältnis, wenn man anstatt Zweielektrodenröhren mit Wolframglühdrähten Zweielektrodenröhren mit Glühdrähten verwendet, die bei niedrigerer Temperatur wirksam sind, z. B. die sog. Oxydkathoden ($H \sim 50$), und wenn man mit Rücksicht auf den Energieverlust für q den günstigsten Wert wählt (dadurch, daß man $\frac{\partial W}{\partial q} = 0$ annimmt und aus dem gefundenen Verhältnis q berechnet), aber auch dann übersteigt der Sonderverlust im allgemeinen weit den in der Praxis zulässigen Wert.

Digitized by Google

Anstatt die regelnde Zweielektrodenröhre parallel zur Feldwicklung zu schalten, kann man sie auch in Reihe mit letzterer anordnen. Bei Gleichstromgeneratoren muß man dann in Glühdrahtstromkreis eine konstante Gegenspannung einfügen, die höher als die Generatorspannung ist; bei Wechselstromgeneratoren wäre es notwendig, seine Zuflucht zu einer Hilfsfeldwicklung zu nehmen, mit der die Zweielektrodenröhre in Reihe geschaltet ist und die der Hauptwicklung entgegengesetzt ist. Schon diese letzten Bedingungen machen diese Schaltung für die Praxis weniger geeignet; allerdings ist der Sonderverlust bei dieser Regelung geringer als bei der vorhergehenden, dagegen aber läßt die Regelungsgenauigkeit vielfach zu wünschen übrig. Da in diesem Fall $i_m = i_a$, so ist

$$i_{m_v} = C\, i_{m_0} = i_{m_0} \left(1 + h \cdot p \cdot \frac{r_v + r_f}{r_v + 1{,}7\, r_f}\right),$$

so daß für $r_v = 0{,}2\, r_f$ und

$$\begin{aligned} C &= 1{,}1 \qquad p \sim 0{,}01 \\ C &= 1{,}2 \qquad p \sim 0{,}02 \\ C &= 1{,}3 \qquad p \sim 0{,}03. \end{aligned}$$

Nur bei sehr niedrigem C ist daher eine hinreichend genaue Regelung zu erwarten.

Weit bessere Ergebnisse erzielen wir nun dadurch, daß wir die Glühdrahttemperatur der regelnden Zweielektrodenröhre nicht ausschließlich von der Generatorspannung, sondern im wesentlichen von der Belastung des Generators abhängig stellen (holländische Patentanmeldung Nr. 0. A 36 912; auswärtige Patente wurden angemeldet).

2. Regelung mit Hilfe von Zweielektrodenröhren, deren Glühdrahttemperatur von der Generatorbelastung beeinflußt wird.

Wird dieses Regelungsverfahren angewendet, so sieht die Schaltung bei Gleichstromgeneratoren aus, wie dies in Bild 2 beispielsweise veranschaulicht ist. Im Glüh-

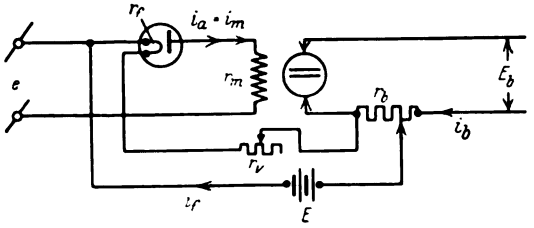


Bild 2. Spannungsregelung eines Gleichstromgeneratvrs in Abhängigkeit von dem Belastungsstrom.

drahtstromkreis liegt eine Quelle konstanter Spannung, z. B. eine Batterie, und man kann nun durch Änderung der Größe und Richtung von $i_b r_b$ eine beliebige Regelung erzielen.

Hat $i_b r_b$ die gleiche Richtung wie E, so nimmt der Heizstrom bei wachsender Belastung zu und die Generatorspannung steigt mit der Belastung (siehe Charakteristiken Bild 3a); ist $i_b r_b$ entgegengesetzt zu E, so nimmt die Spannung schneller ab mit der Belastung, als dies ohne Regelung der Fall ist (siehe Charakteristiken Bild 3b) und die Schaltung ist also z. B. für Regelung auf konstantem Strom zu verwenden.

Die Charakteristiken Bild 3a und 3b beziehen sich auf eine Gleichstromdynamo für 460 Volt 6,4 Amp. Der Widerstand der Feldwicklung beträgt 1675 Ohm, der Feldstrom bei Leerlauf 0,1 Amp. Der Spannungsabfall ohne Regelung ist abnorm groß (bei 4A Belastung schon 25%).

Digitized by Google

Anstatt die Zweielektrodenröhre in Reihe mit der Feldwicklung zu schalten, kann sie auch bei diesem Regelungsverfahren parallel zur Feldwicklung angeordnet werden (siehe Bild 5).

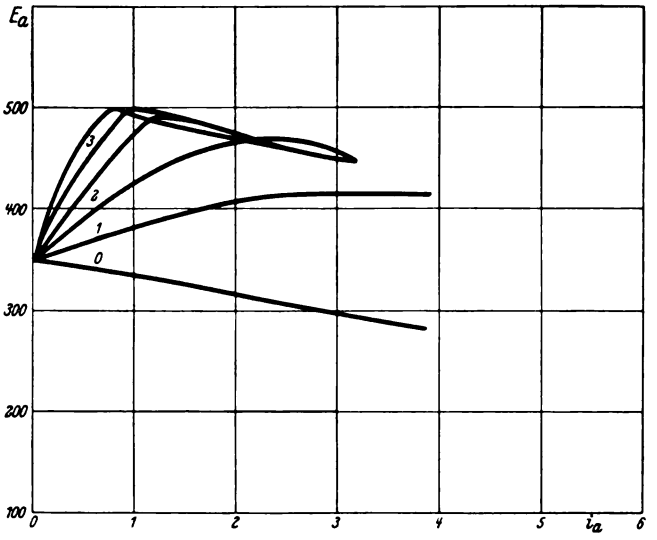


Bild 3a. 0 ohne Regelung 1–2–3 Regelung durch Zweielektrodenröhre nach Schaltung Bild 2 Überkompoundierung.

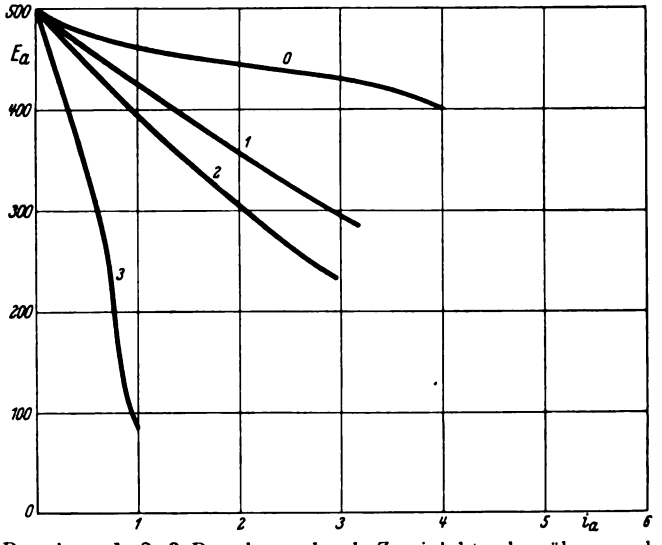


Bild 3b. 0 ohne Regelung 1–2–3 Regelung durch Zweielektrodenröhre nach Schaltung Bild 2. Unterkompoundierung.

In beiden Fällen (Reihen- oder Parallelschaltung) ist nun der besondere Energieverlust der Regelung von ganz anderer Größenordnung als bei dem Verfahren, nach dem der Heizstrom nur in Abhängigkeit von der Generatorspannung geändert wird.

Man kann sich dies sofort klar machen, wenn man erwägt, daß die Spannungsveränderung $i_b r_b$, die die Regelung bewirkt, nur einen Teil der Glühdrahtspannung e_f zu betragen braucht, um i_a stark wechseln zu lassen, und da in fast allen Fällen die Glühdrahtspannung erheblich kleiner ist als die Generatorspannung, bleibt $i_b r_b$ stets ein kleiner Teil der Generatorspannung; der Klemmenspannungsabfall ist somit nur wenig größer als gewöhnlich und die Veränderung, die i_m zu erleiden hat,

Digitized by Google

um die Klemmenspannung konstant zu halten, weicht nicht viel von der gewöhnlichen Veränderung ab (der Faktor C wird nicht viel größer). Bei Wechselstromgeneratoren kann man einen Stromtransformator verwenden, und man kann die Spannungsvariationen auf dessen Primärseite niedrig halten.

Es verbleibt jetzt noch die Wahl zwischen der Schaltung mit der Zweielektrodenröhre bzw. den Zweielektrodenröhren in Reihe mit oder parallel zu der Feldwicklung. Erstere hat den Vorteil eines geringeren Energieverlustes bei Leerlauf; dagegen aber besteht bei Störungen an den Zweielektrodenröhren, wodurch der Feldstrom plötzlich unterbrochen wird, die Möglichkeit eines Durchschlagens der Isolierung der Feldwicklung infolge des auftretenden Induktionsstoßes.

Ist die Zweielektrodenröhre parallel zur Feldwicklung geschaltet, so ist diese Gefahr nicht vorhanden; eine nicht unerhebliche Steigerung der Maschinenspannung ist jedoch bei Störungen an den Zweielektrodenröhren zu erwarten, wogegen man sich durch Anbringen eines Automaten mit Überspannungsrelais sichern kann.

Es ist empfehlenswerter, zur Erhöhung der Betriebsicherheit, eine Anzahl von Zweielektrodenröhren parallel zu erhalten. Man kann die Schaltung dann sogar so einrichten, daß bei Störungen an einer Zweielektrodenröhre der ganze Anodenstrom sich dadurch praktisch nicht ändert, daß die Temperatur der Glühdrähte der übrigbleibenden Zweielektrodenröhren selbsttätig etwas ansteigt. Zu diesem Zweck braucht man nur dem Widerstand, der den parallel geschalteten Zweielektrodenröhren gemeinsam vorgeschaltet wird, einen solchen Wert zu geben, daß die vorher erwähnte Bedingung erfüllt ist[1].

Es ist erwünscht, daß die Störungen an einer Zweielektrodenröhre baldmöglichst bemerkt werden; ein einfaches Mittel zur Erzielung dieses Zweckes besteht darin, daß an jedem Glühdraht oder in jedem Anodenstromkreis ein Glühlämpchen angebracht wird. Leuchtet ein Lämpchen nicht mehr auf, so kündigt dies eine schadhafte Zweielektrodenröhre an, die nun durch eine neue Zweielektrodenröhre ersetzt werden kann. Die Einfügung einer solchen Signallampe hat noch außerdem den Vorteil, daß sie gleichzeitig als Sicherungslämpchen dienen kann. Entsteht z. B. in einer der Zweielektrodenröhren zwischen dem Glühdraht und der Anode Kurzschluß, so brennt das Signallämpchen durch.

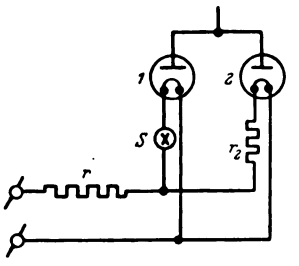


Bild 4. Schaltung einer Betriebsröhre mit selbsttätig den Betrieb übernehmenden Ersatzröhre.

Eine noch größere Betriebsicherheit kann dadurch erreicht werden, daß man zu jeder Zweielektrodenröhre eine Ersatz-Zweielektrodenröhre parallel schaltet, die beim Betrieb der Betriebszweielektrodenröhre nicht oder nahezu nicht emittiert, während bei Versagen der Betriebszweielektrodenröhre der Betrieb der Ersatz-Zweielektrodenröhre selbsttätig einsetzt. Man kann dies durch ein Relaissystem erreichen; einfacher wird der Zweck durch Verwendung der in Bild 4 dargestellten Schaltung erzielt.

Der Widerstand von r_2 wird soviel größer gewählt als der des Signallämpchens S, daß die Zweielektrodenröhre 2 wenig oder nicht emittiert, solange die Zweielektrodenröhre 1 intakt ist. Erleidet die zuletzt erwähnte Lampe eine Störung, so wird der Spannungsverlust in dem gemeinsamen Vorschaltwiderstand so viel kleiner, daß nun die Zweielektrodenröhre 2 die Emission von 1 übernimmt. Durch das Erlöschen des Signallämpchens wird man gewarnt, daß eine Zweielektrodenröhre eine Störung erlitten hat; 1 wird durch eine neue Zweielektrodenröhre ersetzt, die wieder selbsttätig die Arbeit von 2 übernimmt. Bei bekannten Glühdrahtspannungen und -strömen

[1] Patentanmeldungen im Namen von C. Bol und N. A. J. Voorhoeve in verschiedenen Ländern eingereicht.

Digitized by Google

und gegebenem Lampenwiderstand S wird es nicht schwer, die Widerstände r^2 und r zu bestimmen.

Dieses Schutzverfahren macht die Regelungsanlage freilich etwas verwickelter; eine Schwierigkeit kann dadurch entstehen, daß für die doppelte Zahl der Zweielektrodenröhren Raum vorhanden sein muß. Der Zweielektrodenröhrenverbrauch dagegen wird nicht vergrößert, da die Ersatzzweielektrodenröhren 2 eine sehr lange Lebensdauer haben.

Ein wesentlicher Vorteil der Schaltung mit den Zweielektrodenröhren parallel zur Feldwicklung besteht darin, daß man es in der Hand hat, mit Hilfe derselben Lampen so zu regeln, daß die Generatorspannung bis zur Vollbelastung infolge der Zunahme der Erregung konstant bleibt; daß aber bei starker Zunahme der Belastung über Vollbelastung, z. B. im Falle eines Kurzschlusses, die Erregung stark abnimmt und der Kurzschlußstrom somit verringert wird[1].

Es ist ein bekannter Nachteil der elektromechanischen Regulatoren, daß diese fortfahren die Erregung zu steigern auch bei Überlastung der Maschine, so daß der Kurzschlußstrom nicht unwesentlich gesteigert wird. Zur Behebung dieser Schwierigkeit haben mehrere Firmen (B.B.C., A.E.G. usw.) besondere Kurzschlußregulatoren in Verkehr gebracht, deren Betrieb einsetzt, wenn der Belastungsstrom wesentlich über den Nennwert hinaus zunimmt, und die dann die Erregung schwächen (vgl.: B.B.C., Mitteilungen 1921, S. 171 „Überstrom-Schutzregulierung", A.E.G., Mitteilungen 1925, H. 7, S. 225, Elektrotechnik und Maschinenbau 1926, S. 22).

Was man bei der obigen Zweielektrodenröhrenregelung mit Hilfe eines Satzes von Zweielektrodenröhren erzielen kann, läßt sich bei Verwendung von elektromechanischen Regulatoren, also nur durch Benutzung von zwei Regulatoren erzielen, nämlich von einem der auf konstanter Spannung regelt, und von einem, der im Falle eines Kurzschlusses die Erregung zurückregelt.

Die mit der Verringerung der Erregung im Falle eines Kurzschlusses des Generators verbundenen Vorteile, nämlich:

1. Verringerung der Kurzschlußenergie.
2. Leichteres Unterbrechen des Kurzschlußlichtbogens durch den Spannungsabfall.
3. Die Möglichkeit, Zeitrelais auf längere Frist einzustellen.
4. Das Schonen selbsttätiger Ölschalter durch Verringerung der Kurzschlußenergie

werden bei der Regelung mit den Zweielektrodenröhren parallel zur Magnetwicklung auf sehr einfachem Wege erzielt.

Wir wollen jetzt auseinandersetzen, auf welche Weise die obenerwähnte Wirkung erzielt wird.

Bei der Regelung mit Zweielektrodenröhren parallel zur Magnetwicklung (vgl. Bild 5) nimmt bei wachsender Generatorbelastung die Glühspannung und infolgedessen auch die Emission ab. Man kann es so einstellen, daß bei der Vollbelastung des Generators die Zweielektrodenröhren wenig oder gar keinen Strom mehr durchlassen. Nimmt nun die Generatorbelastung noch ferner zu, so sinkt die Heizspannung immer mehr, um bei noch stärkerer Zunahme der Belastung von neuem zu wachsen, so daß die Zweielektrodenröhren neuerdings anfangen zu emittieren und die Erregung geschwächt wird.

Bei der Schaltung mit den Zweielektrodenröhren in Reihe mit der Magnetwicklung läßt sich die obenerwähnte Wirkung nicht — jedenfalls nicht in so starkem Maße — erzielen. Bei dieser Schaltung muß bei zunehmender Generatorbelastung der Zweielektrodenstrom ebensoviel zunehmen wie der Feldstrom, um die Spannung

[1] Patentanmeldungen im Namen von N. A. J. Voorhoeve und J. C. de Haas in verschiedenen Ländern eingereicht.

Digitized by Google

konstant zu halten. Auch bei Zunahme der Generatorbelastung über Vollast hinaus fährt der Heizstrom fort zu wachsen, und man kann nun eine dauernde Zunahme des Erregerstromes nur in der Weise hintanhalten, daß man dafür Sorge trägt, daß in diesem Gebiet die Zweielektrodenröhren infolge zu niedriger Anodenspannung nicht mehr den Sättigungsstrom liefern können; die Tatsache, daß die Anodenspannung bei zunehmendem Feldstrom sinkt, ist dafür günstig. Es wird jedoch auf keinen Fall möglich sein, den Feldstrom über Vollast hinaus zu schwächen, so daß von diesem Standpunkt aus gesehen die Schaltung mit den Zweielektrodenröhren parallel zur Magnetwicklung sicher vorzuziehen ist.

Ein Vorteil der Schaltung mit den Zweielektrodenröhren parallel zur Magnetwicklung besteht schließlich darin, daß die Lebensdauer der Zweielektrodenröhren groß sein kann. Man kann im allgemeinen doch schon annehmen, daß ein Generator im Betrieb durchschnittlich mehr als halbbelastet ist, d. h. daß die Zweielektrodenröhren, die ja eben bei Vollbelastung ihre kleinste Emission geben müssen, durchschnittlich nur wenig belastet sind und da die Lebensdauer von Glühkathodenentladungsröhren bei Verringerung der Emission (und somit der Glühdrahttemperatur) sehr stark zunimmt, dürfen wir eine Lebensdauer erwarten, die einige Male größer ist als die einer normal belasteten Röhre.

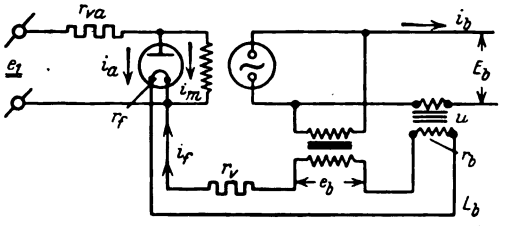


Bild 5. Für allgemeinen praktischen Gebrauch empfehlenswerte Schaltung für Spannungsregelung mittels Zweielektrodenröhren.

Als für die Praxis am meisten in Betracht kommende Schaltung dürfen wir nach allem Vorhergehenden die Schaltung betrachten, die im Prinzip in Bild 5 dargestellt ist, bei der somit eine Anzahl parallelgeschalteter Zweielektrodenröhren, die je mit einer entsprechenden Signallampe versehen sind, im Nebenschluß der Feldwicklung des Generators oder des Erregers liegen, wobei ein gemeinsamer Widerstand den Zweielektrodenröhren und der Feldwicklung vorgeschaltet ist und der Heizstrom der Zweielektrodenröhren im wesentlichen von der Generatorbelastung beeinflußt wird.

Bei Wechselstromgeneratoren verwendet man im Heizstromkreis zweckmäßig einen Heizstromtransformator und einen Stromtransformator; bei Gleichstromgeneratoren muß man im Heizstromkreis eine Akkumulatorenbatterie anbringen. Die letzte Tatsache ist zweifelsohne ein Nachteil dieser Schaltung, den man jedoch in der Weise beheben kann, daß man die Batterie nur als Ausgleichbatterie verwendet, und die Anordnung trifft, daß die Gleichstromenergie von einem Gleichrichter (oder kleinen Umformer) geliefert wird, der an das vorhandene Wechselstromnetz angeschlossen wird.

Die Zweielektrodenröhrenenergie, die sich bei Regelung auf konstanter Generatorspannung als notwendig erweist, ist bei dieser Schaltung von der Größenordnung der Energie, die das Feld bei Vollbelastung verbraucht.

Nimmt man an, daß bei Vollbelastung der Zweielektrodenröhrenstrom gleich Null geworden ist, so gelten die folgenden zwei Gleichungen (vgl. Bild 1):

Leerlauf:

$$e_1 = (i_a + i_{m0})\, r_{v_a} + i_{m0}\, r_m .$$

Digitized by Google

Vollbelastung:

$$e_1 = i_{m_v}(r_{va} + r_m).$$

Nehmen wir nun an:

$$r_{v_a} = a\,r_m,\quad i_{m_v} = c\,i_{m_0} \text{ und } i_a = y\,i_{m_v},$$

so ist

$$y = \frac{(a+1)(c-1)}{a\,c}.$$

Die Zweielektrodenröhrenenergie erreicht ihren Höchstwert bei Leerlauf, nämlich $i_a e_{m_0}$. Die Feldenergie bei Vollbelastung beträgt $i_{m_v} e_{m_v} = c\,i_{m_v} e_{m_0}$, so daß das Verhältnis zwischen Höchstwert der Zweielektrodenenergie und Feldenergie bei Vollbelastung

$$x = \frac{y}{c} = \frac{(a+1)(c-1)}{a\,c^2}$$

beträgt.

Durch Eintragen von praktisch vorkommenden Werten für a und c sieht man, daß das Verhältnis in vielen Fällen kleiner als 1, selten größer als 1 wird; z. B. bei:

$$a = 0{,}3 \begin{cases} c = 1{,}5 \text{ wird } x = 0{,}96, \\ c = 2{,}0 \text{ wird } x = 1{,}08, \end{cases}$$

$$a = 0{,}2 \begin{cases} c = 1{,}5 \text{ wird } x = 1{,}33, \\ c = 2{,}0 \text{ wird } x = 1{,}50. \end{cases}$$

(Die Werte für a sind hier niedrig, die für c hoch gewählt.)

In der vorstehend ausgeführten Berechnung der erforderlichen Zweielektrodenröhrenenergie ist von der Voraussetzung ausgegangen, daß e = die dem Feldstromkreis zur Verfügung stehende Spannung konstant sei. Dies ist der Fall bei gesonderter Erregung oder wenn der Feldstromkreis unmittelbar an die Klemmen eines Generators angeschlossen ist, dessen Spannung durch den Regulator selbst konstant gehalten wird. Bei Aggregaten mit Erregerdynamo nimmt e proportional dem Feldstrom im Hauptgenerator zu und ist somit bei Vollbelastung erheblich höher als bei Leerlauf. Hierdurch wird die Regelung im Feldstromkreis des Erregers erleichtert und die erforderliche Zweielektrodenröhrenenergie kann oft weit unter dem vorhererwähnten Betrag bleiben.

Die Zweielektrodenröhren, die für die Regelung verwendet werden, müssen eine möglichst niedrige Sättigungsspannung haben bei einer für die gegebenen Bedingungen gehörig großen Emission, und ferner ist es im Zusammenhang mit der Regelungsschnelligkeit von Wichtigkeit, daß die Wärmeträgheit der Glühdrähte möglichst gering sei. Die Zweielektrodenröhren, die wir für Regelung in der Praxis verwendet haben, haben eine Elektrodenbauart, die der der Philips-Hochvakuumgleichrichtertype 373 entspricht; die Glühkathode besteht aus einer Anzahl parallel geschalteter Drähte (z. B. 9 Drähte parallel von 25 μ Stärke, etwa 40 mm lang), die aus einem mit Bariumoxyd überzogenen hochschmelzenden Metall bestehen. Die Wärmeträgheit dieser Glühdrähte ist sehr gering; die Sättigungspannung beträgt bei einer Emission von 80 m/Amp. gut 60 Volt; die zulässige Anodenzerstreuung ist etwa 5 Watt.

Im Einklang mit der vorstehend annäherungsweise ausgeführten Berechnung der erforderlichen Zweielektrodenröhrenenergie kann man mit 12 dieser Lämpchen in Parallelschaltung Generatoren bis mindestens 100 kW regeln, falls eine Erregerdynamo vorhanden ist.

In Abwesenheit einer Erregerdynamo kann man mit der gleichen Anzahl vou Zweielektrodenröhren Generatoren bis mindestens 3 kW regeln. Bei Generatoren über 3 kW und Regelung unmittelbar im Feldstromkreis des Generators muß man seine Zuflucht entweder zu Parallelschaltung einer noch größeren Anzahl von Lampen

Digitized by Google

oder, was wahrscheinlich vorzuziehen ist, zum Bauen von Zweielektrodenröhren nehmen, die je eine größere Energie liefern können.

3. Beschreibung von zwei Anlagen, wobei die beschriebene Regelung angewendet ist.

Wir wollen jetzt zur Erörterung von zwei Regelungsanlagen mit Zweielektrodenröhren übergehen, die im Betrieb der N. V. Philips' Gloeilampenfabrieken in Eindhoven (Holland) mit gutem Erfolg praktische Anwendung gefunden haben.

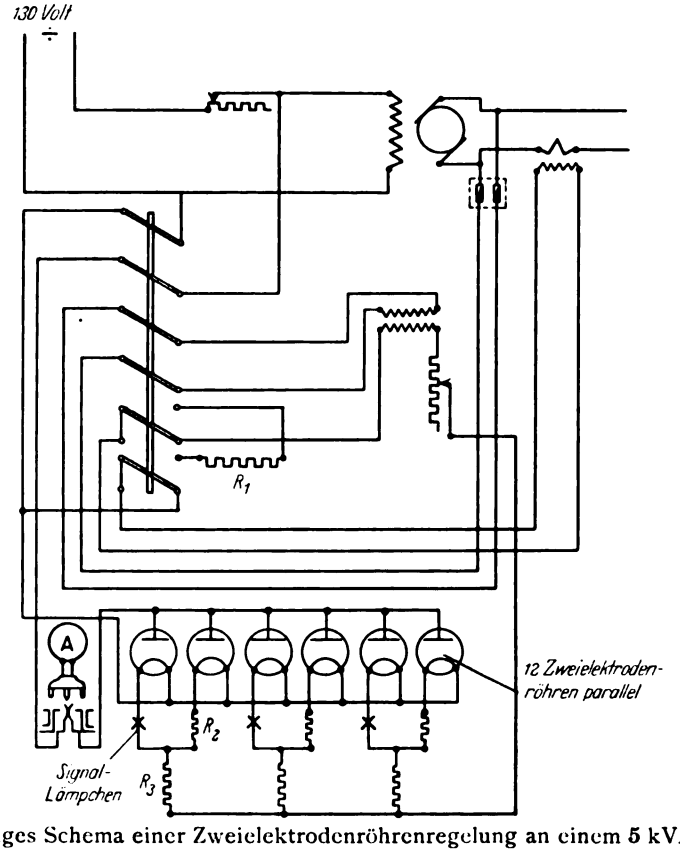


Bild 6. Vollständiges Schema einer Zweielektrodenröhrenregelung an einem 5 kVAmp. Generator.

Die erste der in Frage kommenden Anlagen dient zur Regelung der Spannung eines in der Maschinenhalle des physischen Laboratoriums aufgestellten Einphasenwechselstromgenerators. Der Generator ist gebaut für 5 kVAmp. 380 Volt 50 ∼. Das Laboratorium wollte die Maschine für 220 Volt verwenden, wobei der Spannungsabfall mit der Belastung naturgemäß abnorm groß ist (siehe Kurve 1, Bild 7), so daß es sich als wichtig herausstellte, die Belastungscharakteristik zu verbessern. Zu diesem Zweck wurde eine Zweielektrodenröhrenregelung verwendet, deren gänzliches Schema aus Bild 6 ersichtlich ist.

Wie aus dem Schema hervorgeht, wird die Spannung durch sechs parallel geschaltete Zweielektrodenröhren geregelt und zu jeder der Zweielektrodenröhren ist eine Ersatzzweielektrodenröhre, die gewöhnlich nicht emittiert, parallel geschaltet. Ein Amperemeter, das kurzgeschlossen werden kann, ermöglicht die Regelung der Größe des Gesamtanodenstroms.

Zum Umschalten von selbsttätiger Regelung auf Handregelung dient ein Paketschalter, mittels dessen durch einen Handgriff die Zweielektrodenröhren und der Spannungstransformator abgeschaltet werden und die Sekundärwicklung des Stromtransformators an einen Widerstand r_1 angeschlossen wird.

Digitized by Google

Die in dieser Schaltung verwendeten Zweielektrodenröhren sind von der auf S. 236 beschriebenen Gattung. Aus Kurve 2 von Bild 7 geht sehr deutlich die Verbesserung der Belastungscharakteristik infolge der Wirkungsweise der Zweielektrodenröhren hervor. Die Spannung bleibt bis zu einer Belastung von 12 Amp. auf etwa 2% konstant, was als ein durchaus zufriedenstellendes Ergebnis zu bezeichnen ist, wenn man der sehr ungünstigen Charakteristik ohne Regelung Rechnung trägt.

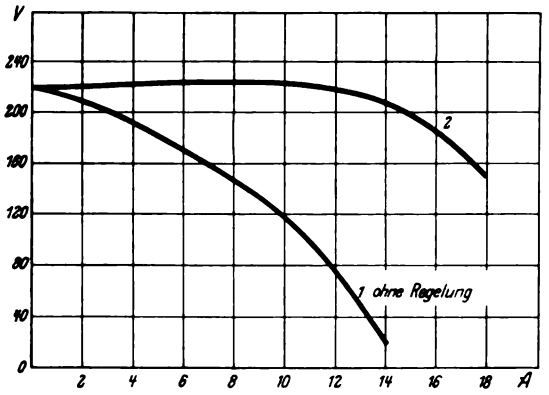


Bild 7. Ergebnis der Spannungsregelung gemäß Bild 6.

Die Zweielektrodenröhren emittieren bei Leerlauf reichlich 100 mAmp.; bei einer Belastung von 12 Amp. ist die Emission auf Null herabgesunken.

Bild 8 (Photo) veranschaulicht die Regelungsanlage als Ganzes. Wie aus dem Photo ersichtlich ist, sind die Zweielektrodenröhren mit den Signallämpchen in zwei viereckigen Kasten angeordnet, die an der Vorderseite durch Glas abgeschlossen sind,

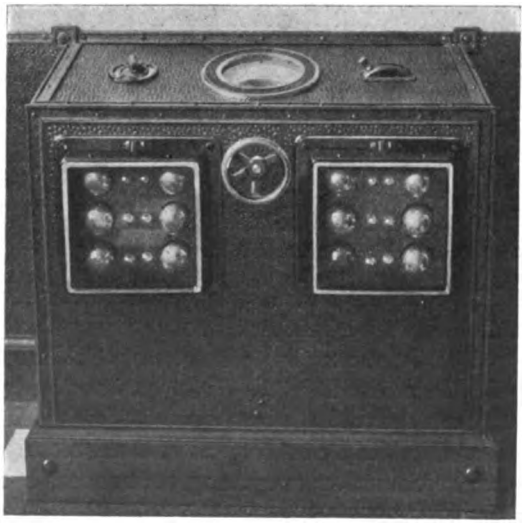


Bild 8. Regelungsanlage für 5 kVAmp. Generator. Schaltung gemäß Bild 6.

so daß es leicht wird, die Wirkungsweise der Zweielektrodenröhren an den Signallämpchen zu überwachen. Die Widerstände r_2 und r_3 sind ebenfalls in diesem Kasten untergebracht. Die Abmessungen eines Kastens betragen

$$24 \times 24 \text{ cm, Tiefe } 18 \text{ cm.}$$

Die zweite der in Frage kommenden Anlagen, deren völliges Schema in Bild 9 dargestellt ist, soll die Spannung eines Einphasen-Wechselstromgenerators von

Digitized by Google

150 kVAmp. regeln, der einem elektrischen Bogenofen zum Schmelzen von Metallen Strom liefert.

In diesem Fall ist der Zweck der Regelung in erster Linie Begrenzung der Kurzschlußenergie, in zweiter Linie ist darüber hinaus erwünscht, den Spannungsabfall bis zur normalen Vollbelastung (1000 Amp. im Sekundärstromkreis des Ofentransformators) zu vermindern.

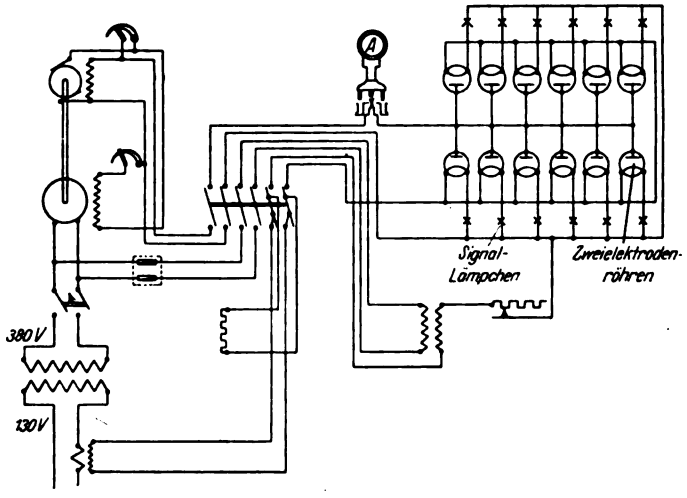


Bild 9. Selbständiges Schema einer Zweielektrodenregelung eines 150 kVAmp.-Einphasen-Wechselstromgenerators für Bogenofenbetrieb.

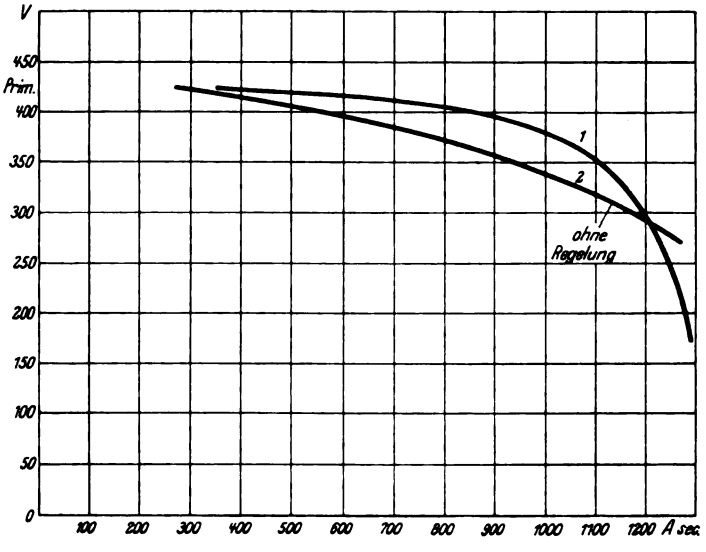


Bild 10. Ergebnis der Regelung gemäß Bild 9.

Beim Betrieb elektrischer Bogenofen kommen heftige Kurzschlüsse namentlich im Anfang des Schmelzvorgangs mannigfach vor, so daß das Begrenzen der Kurzschlußenergie in diesem Fall von größter Wichtigkeit ist.

In Bild 10 sind zwei mit und ohne Zweielektronenröhrenregelung erzielbare Charakteristiken dargestellt. Man sieht, daß bei Kurve I (mit Regelung) der Abfall über der normalen Vollbelastung erheblich größer ist als ohne Regelung; die Kurve I hat noch außerdem den Vorteil, daß bis zu ungefähr 1000 Amp. der Spannungsabfall

Digitized by Google

geringer als normal ist. Es ist somit vorteilhaft, die Regelung so einzustellen, daß Kurve I erreicht wird; man hat dann zunächst den Vorteil einer niedrigeren Kurzschlußenergie und zweitens einer kürzeren Schmelzzeit, weil die Energie, die bei der gewöhnlichen Stromstärke (1000 Amp.) in den Ofen kommt, höher ist als gewöhnlich.

Die Zahl der parallel geschalteten Zweielektrodenröhren beträgt hier 12. Der Gesamtanodenstrom bei Vollbelastung beträgt etwa 0,5 Amp. bei 50 Volt, so daß die Zweielektrodenröhren wenig belastet sind und eine lange Lebensdauer haben. Bei heftigen Kurzschlüssen steigt der Anodenstrom bis zu etwa 2 Amp. an; die Zweielektrodenröhren sind dann überlastet; da die Zeitdauer des Kurzschlusses immer gering ist, hat dies keine wesentliche Verkürzung der Lebensdauer zur Folge.

4. Vergleich zwischen Regelung durch Elektronenröhren und Regelung durch elektro-mechanische Regulatoren.

Uns erübrigt noch, einen Vergleich zu machen zwischen der beschriebenen Regelung mit Hilfe von Zweielektrodenröhren und der Regelung durch gute elektromechanische Schnellregulatoren.

Wir haben insbesondere auf die folgenden Punkte unsere Aufmerksamkeit zu lenken:

a) Regelungsgenauigkeit.
b) Betriebssicherheit.
c) Regelungsschnelligkeit.
d) Den durch die Regelung herbeigeführten besonderen Verlust.
e) Anpassungsmöglichkeit an vorhandene Maschinen.

a) Der Unempfindlichkeitsgrad guter elektromechanischer Schnellregulatoren beträgt etwa 1%. Eine solche Regelungsgenauigkeit läßt sich auch mit Hilfe von Zweielektrodenröhren fast immer durch sachverständige Dimensionierung der Größen im Heizstromkreis der Zweielektrodenröhren und durch genügend hohe Gesamtenergie der Zweielektrodenröhren erzielen. Eine Besonderheit der beschriebenen Zweielektrodenröhrenregelung ist es, daß Spannungsveränderungen, die nicht durch Belastungsvariationen, sondern durch andere Einflüsse, wie z. B. Schnelligkeitsvariationen des Motors herbeigeführt werden, nur teilweise geregelt werden. Da jedoch bei modernen Anlagen solche Spannungsvariationen nur in sehr geringem Maße auftreten, glauben wir nicht, daß diese Eigenschaft im allgemeinen als ein Übelstand anzusehen ist. Man vergesse nicht, daß auch bei den elektromechanischen Regulatoren langsam vorgehende Klemmenspannungsvariationen, z. B. durch Veränderung der Umgebunsgtemperatur, vorkommen können.

b) Die Betriebsicherheit der Zweielektrodenregelung haben wir schon ausführlich erörtert und unserer Meinung nach dargetan, daß sie praktisch nichts zu wünschen übrig läßt. Ein großer Vorteil der Zweielektrodenröhrenregelung ist die leichte Ersetzbarkeit der schadhaften Teile; man braucht nur die schadhafte Zweielektrodenröhre durch eine neue zu ersetzen, was von jedem Schaltbrettwärter vorgenommen werden kann. Ein schadhaft gewordener elektromechanischer Regulator hingegen kann im allgemeinen nur von Sachverständigen ausgebessert werden.

c) Die Regelungschnelligkeit hängt bei Zweielektrodenröhrenregelung von de Wärmeträgheit der Glühdrähte und namentlich von der elektromagnetischen Trägheit der Feldwicklung oder Feldwicklungen ab. Die erstgenannte kann sehr klein gehalten werden, so daß die Zweielektrodenröhre als regelnder Teil an sich sicher schneller ist als die elektromechanischen Regulatoren. Die guten elektromechanischen Schnellregulatoren haben natürlich wohl den Vorteil, daß sie beim Beginn der Belastungsvariation zunächst überregeln, was bei der von uns beschriebenen Zweielektrodenröhrenregelung mit Heizstromvariation durch den Generatorstrom nicht oder nur in geringem Maße der Fall ist. Bei Maschinenaggregaten mit großer elektromagnetischer Trägheit kann daher die Regelung mit Hilfe eines elektromechanischen Schnell-

Digitized by Google

regulators schneller vor sich gehen; ist dagegen die elektromagnetische Trägheit der Feldwicklung oder -wicklungen von normaler Größe, so ist die Zweielektrodenröhrenregelung, was Regelungsschnelligkeit betrifft, überlegen.

Zur Vergleichung untereinander der Regelungschnelligkeit bei Verwendung von Zweielektrodenröhren oder bei Verwendung eines elektromechanischen Regulators wurden an zwei Generatoren Oszillogramme aufgenommen, und zwar zunächst an einem (auf S. 237 erwähnten) Einphasenwechselstromgenerator für 5 kVAmp., 380 Volt, 50 ~, der, wie schon gesagt, mit Hilfe von sechs parallel geschalteten Zweielektrodenröhren geregelt wird.

Die in Bild 11 dargestellten Oszillogramme zeigen die Spannung an der Feldwicklung des Generators und die Spannung eines 50-Perioden-Wechselstromgenerators.

Spannung an der Feldwicklung eines mittels Zweielektrodenröhren geregelten Generators bei Ausschaltung der Belastung.

Dieselbe Spannung bei Einschaltung der Belastung.
Bild 11.

Bild 12. Spannung an der Feldwicklung eines Generator mit Regelung durch einen elektro-mechanischen Schnellregler.

Das letzte Oszillogramm wurde zum Zwecke aufgenommen, die Zeitmessung bequem und genau zu machen. Die Spannung an der Feldwicklung ist um eine Gegenspannung vermindert, zwecks Erzielung einer größeren Differenz in den Ausschlägen der Oszillographensaite bei den beiden Belastungszuständen; die Feldwicklungsspannung weist namentlich bei Belastung eine starke 100-Periodenwelle auf. Die Spannung wurde bei Leerlauf und bei einem Belastungstoß von 8 Amp. aufgenommen.

Bei eingehender Betrachtung des Oszillogramms entdeckt man sowohl bei Ein- als auch bei Ausschaltung der Belastung eine geringe Überregelung, was wir auf den starken Abfall oder die starke Steigerung der Generatorspannung sofort nach Ein- und Ausschalten der Belastung zurückführen. Diese Spannungsvariationen haben hier noch genügenden Einfluß, um eine Überregelung herbeizuführen. Sehen wir nun von dieser kleinen Überregelung ab, so ergibt sich, daß die neue Spannung $^1/_6$ sec nach Auftreten des Belastungstoßes erreicht ist. Auf die Regelungsgeschwindigkeit übt, wie wir schon bemerkten, die elektromagnetische Trägheit des Feldstromkreises einen großen Einfluß aus; es ist somit von Wichtigkeit, zu prüfen, wie groß diese Trägheit in diesem Fall ist. Der Gesamtwiderstand im Feldstromkreis beträgt durchschnittlich 130 Ohm; die Selbstinduktion der Feldwicklung ist durchschnitt-

Digitized by Google

lich 8,47 Henry. Die bei einem Spannungstoß am Feldstromkreis auftretende Zeitkonstante der Stromvariation beträgt somit $T_m = \frac{L_m}{R_m} = 0{,}065$ sec

In zweiter Linie wurde ein Oszillogramm an einem durch einen elektromechanischen Schnellregulator von anerkannt guter Qualität geregelten Drehstromgenerator 65 kVAmp., 380 V, 50 ~ aufgenommen. In Bild 12 sind wieder die Spannung am Feldstromkreis des Erregers und eine Wechselspannung von 50 ~ wiedergegeben. Es zeigt sich hier bei genauer Nachmessung, daß die Überregelung verhältnismäßig viel stärker ist, die Erscheinung hat jedoch einen trägeren Verlauf; der neue Endwert wird erst etwa 0,4 sec nach dem Auftreten eines Belastungstoßes erreicht. Bei Messung ergibt sich, daß die Zeitkonstante T_m durchschnittlich $\frac{2{,}43}{58} = 0{,}042$ sec beträgt; die Trägheit, welche die Feldwicklung einführt, ist hier also noch geringer als beim Einphasengenerator.

Hiermit ist dargetan, daß der betreffende Schnellregulator selbst trotz der stärkeren Überregelung eine wesentlich größere Trägheit einführt als der Zweielektrodenröhrenregulator.

d) und e) Der besondere Energieverlust der Regelung und die Anpassungsmöglichkeit stehen miteinander im Zusammenhang.

Es kann vorkommen, daß die Bedingungen so ungünstig sind, daß eine gute Regelung nur bei abnorm großem Energieverlust erzielbar ist; die Regelung mittels Zweielektrodenröhren kann in solchen Fällen nicht ohne weiteres angewendet werden. Auf S. 236 haben wir jedoch dargetan, daß bei den meisten praktisch vorkommenden Maschinen die Zweielektrodenröhrenenergie (Anodenstrom × Anodenspannung) annähernd ebenso groß ist wie die Feldenergie; daraus folgt, daß in solchen Fällen der Gesamtsonderverlust von der Größenordnung von etwa 1,6—9,0mal die Feldenergie beträgt. Der Gesamtsonderverlust beträgt, wenn wir die Zweielektrodenröhrenenergie = Feldenergie annehmen:

$$W_0 = (2\,i_m)^2\, r_{v_a} + i_m\, e_m + \frac{1000\, i_m}{H} \cdot \frac{r_v + r_f}{r_f},$$

$$i_a = i_m \qquad r_{va} = a\, r_m \qquad W_m = i_m\, e_m$$

$$W_0 = 4 \cdot a\, W_m + W_m + \frac{1000\, W_m}{H \cdot e_m} \cdot \frac{r_v + r_f}{r_f} \text{ Watt.}$$

Wir sehen, daß W_0 von a, von H, von der Größe von e_m und von dem Verhältnis von r_v und r_f abhängig ist, so daß W_0 nicht genau zu bestimmen ist.

Bei Oxydglühdrähten ist $H \sim 25$ und somit

$$W_0 = \left\{ (4\,a + 1) + \frac{40}{E_m} \cdot \frac{r_v + r_f}{r_f} \right\} W_m .$$

Nehmen wir nun ferner an, daß in der Praxis

a von $^1/_{10}$ bis zu $^1/_2$ wechselt,
e_m von 40—200 Volt wechselt,
r_v/r_f von $^1/_5$—5 wechselt,

so ergibt sich, daß W_0 von 1,64 W_m bis zu 9,0 W_m wechselt.

Hieraus folgt, daß bei kleineren Feldenergien (kleinen Generatoren oder Aggregaten mit Erregerdynamos) der Energieverlust der Zweielektrodenröhrenregelung kleiner sein wird als bei Verwendung elektromechanischer Regulatoren. Der Eigenverbrauch eines B.B.C.-Regulators für Wechselstrom (Type A 2/L) beträgt etwa 180 Watt; es kommt noch der Verlust in dem Feld vorgeschalteten Widerstand hinzu, und dieser Verlust wechselt zwischen $^1/_5$ und 1 X den Feldverlust (im Einklang mit demjenigen, was oben für

$$a = \frac{r_{v_a}}{r_m}$$

angenommen wurde).

Digitized by Google

W_m	W_0 Zweielektrodenröhren	W_0 B.B.C.-Regulator
20 Watt	33—180 Watt	184—200 Watt
30 „	50—270 „	186—210 „
50 „	82—450 „	190—230 „

Bei großen Feldenergien wird der Energieverlust bei Verwendung eines B.B.C.-Regulators wesentlich geringer als bei Zweielektrodenröhrenregelung; bei Aggregaten mit Erregerdynamos macht dies aber sowieso wenig aus, weil der Feldverlust des Erregers in bezug auf die Energie des Hauptgenerators sehr klein ist, und bei großen Generatoren ohne Erreger kommt die Zweielektrodenröhrenregelung sowie so nicht ohne weiteres in Frage, weil die Feldströme hier so groß werden, daß man zur Parallelschaltung einer unpraktisch großen Anzahl von Zweielektrodenröhren schreiten müßte.

Als große Vorteile der Zweielektrodenröhrenregelung nennen wir schließlich:

1. Die Tatsache, daß man mit einem einzigen Satz von Zweielektrodenröhren sowohl auf konstanter Spannung bis zu gewöhnlicher Belastung, als auch auf einem starken Spannungsabfall bei Kurzschluß regeln kann.
2. Die einfache Bedienung der Anlage und die leichte Ersetzbarkeit etwaiger schadhafter Teile (Lampen).
3. Der niedrige Preis der Anlage, namentlich bei kleinen Feldenergien.

Die Zweielektrodenröhrenregelung ist besonders am Platz u. a.:

Bei Aggregaten mit Erregerdynamo und

bei kleinen Generatoren, die man mit Hilfe elektromechanischer Schnellregulatoren praktisch nicht regeln kann (oder will), weil der Preis des Regulators im Verhältnis zum Preis des Generators zu hoch wird; sie kann auf Regelung auf konstanter oder mit der Belastung wachsender Spannung, für Regelung auf konstantem Strom und für Regelung auf starkem Spannungsabfall über einer gewissen Belastung (elektrisches Schweißen, Betrieb von elektrischen Bogenofen usw.) angewendet werden.

Eindhoven (Holland), den 10. April 1928.

Natuurkundig Laboratorium der N. V. Philips'-Gloeilampenfabriken.

Digitized by Google

Die isolierende Fähigkeit des Hochvakuums.

Von

N. W. Tomaschewsky, Leningrad.

Es ist eine bedeutende Anzahl von Arbeiten vorhanden, in denen die Frage über die Entladung im Hochvakuum behandelt wird. Bei einer Gruppe von diesen Versuchen wurden hohe Feldstärken, aber relativ niedrige Spannungen (von einigen Hundert bis zu einige Tausend Volt) und entsprechend kleine Elektrodenabstände (oder spezielle Elektrodenform) angewandt[1]. Von diesen Arbeiten dürften in experimenteller Hinsicht die reinsten diejenigen von Rother, Millikan und del Rosario sein, deren Resultate mit der von Schottky[2] gegebenen Theorie der Vakuument-

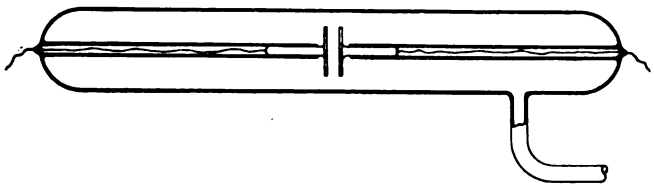


Bild 1.

ladung in guter Übereinstimmung stehen. Nach dieser Theorie wird bei gut entgasten Elektroden das Eintreten der Entladung durch ein Herausreißen von Elektronen aus der Oberfläche des Metalls bedingt. Die dazu erforderliche Feldstärke beträgt 10^7 V/cm.

Eine andere Gruppe bilden die Arbeiten, die mit der Ausarbeitung und Konstruktion von verschiedenen Typen von Röntgenröhren nach Coolidge und Lilien-

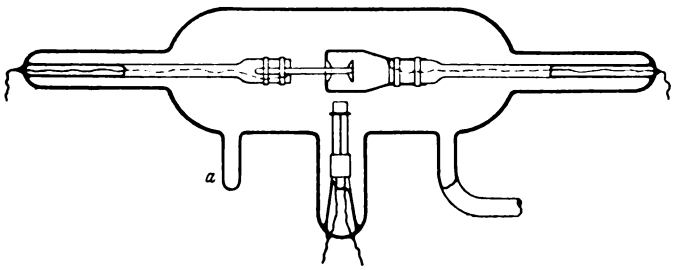


Bild 2.

feld verbunden sind. In diesen Versuchen wurden an die Elektroden hohe Spannungen angelegt, dafür aber die Elektrodenabstände groß genommen. Diese Abstände wurden so groß genommen, daß in gut entgasten Röhren, bei kalter Kathode, alle Entladungserscheinungen ausblieben.

Wegen seiner vorzüglichen isolierenden Fähigkeit konnte das Hochvakuum auch für die Praxis als Isolationsmittel Interesse bieten. Von diesem Standpunkt aus ist es wichtig, die Durchschlagspannung des Hochvakuums und den Charakter

[1] Lilienfeld, Ber. d. Sächs. Akad. d. Wiss. 72, 31, 1920; Ann. d. Phys. 61, 221, 1920; Phys. Zeitschr. 23, 506, 1922; Zeitschr. f. Phys. 15, 46, 1923. — Millikan und Sawyer, Phys. Rev. 12, 167, 1918. — Millikan und Shaekelford, Phys. Rev. 15, 239, 1920. — Millikan und Eyring, Phys. Rev. 22, 525, 1923; 27, 51, 1926. — Hoffmann, Zeitschr. f. Phys. 31, 882, 1925. — Rother, Phys. Zeitschr. 23, 423, 1922; Ann. d. Phys. 81, 317, 1926. — Rhomann, Zeitschrift f. Phys. 31, 311, 1925.

[2] Schottky, Zeitschr. f. Phys. 14, 83, 1923.

Digitized by Google

der Entladungserscheinungen im Abhang von der Entfernung zwischen den Elektroden, deren Material und der Art der Entgasung zu erforschen. Die vorliegende Arbeit stellt einen Versuch einer solchen Untersuchung dar.

In der ersten Gruppe der Versuche betrug der Abstand zwischen den Elektroden 1 mm.

Es wurden folgende Typen von Apparaten untersucht:

1. Runde scheibenförmige Elektroden aus Aluminium und Nickel (Scheibendurchmesser 15 mm, Dicke 3 mm), die in eine gläserne Röhre von 5 cm Durchmesser und 70 cm Länge eingeschmolzen waren (vgl. Bild 1).

2. Runde scheibenförmige, etwas gewölbte Elektroden von 1 mm Dicke und 15 mm Durchmesser, die in ein Gefäß eingeschmolzen waren, wie es auf dem Bild 2 dargestellt ist. Von einer Seite ist eine Glühkathode angebracht, die die Möglichkeit gab, die Elektroden durch Elektronenbombardierung zu durchglühen. Die Röhre „a" diente zum Einlegen eines Behälters mit Alkalimetallen für die chemische Entgasung durch Sublimieren dieser Metalle.

3. Elektroden, bestehend aus gekreuzten Drähten, welche durch elektrischen Strom bis zum Glühen gebracht und dadurch entgast wurden. Es wurden Platin- und Nickeldrähte geprüft.

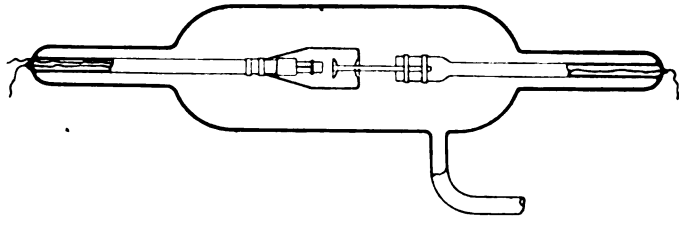


Bild 3.

4. Elektroden aus 1 mm dicken Wolframblechen, die in ein Gefäß, wie es auf dem Bild 3 dargestellt ist, eingeschmolzen waren. Bei diesem Apparat wurde die Erscheinung des Selbsterglühens der Elektroden beobachtet, welche in folgendem bestand: 2—3 Sekunden nach dem an die Elektroden hochgespannte Wechselspannung angelegt war, wurden die Elektroden durch gegenseitige Bombardierung weißglühend. Mit keinem anderen Elektrodenmaterial war es möglich, eine solche Erscheinung zu beobachten.

Die oben beschriebenen Apparate wurden durch allgemeine Durchwärmung bis 400° C, die chemische Methode der Sublimierung von Alkalimetallen, eine Elektronenbombardierung der Elektroden und hauptsächlich durch die Einwirkung der Hochspannung selbst (wie dies gewöhnlich bei der Ausfertigung von Gas-Röntgenröhren geschieht) entgast.

Das Schema der Anordnung ist auf dem Bild 4 dargestellt. *a* ist eine Induktionsspule mit einer Funkenstrecke von 60 cm, welche mit Gleichstrom durch einen Turbinenunterbrecher gespeist wurde; *b* eine Ventilröhre; *c* ein Milli-Amperemeter; *d* der Apparat; *e* eine Falle mit flüssiger Luft; *f* eine Quecksilberdampfstrahlpumpe; *g* eine Vorvakuum-Ölpumpe; *i* das Manometer nach Mack-Leod.

Die mit dieser Gruppe von Apparaten erhaltenen Resultate sind folgende: in den am besten entgasten Apparaten begann die Funkenentladung bei etwa 40 kV und wurde durch ein intensives Röntgenleuchten der Wände des Apparates gefolgt. Die Ströme, welche vor dem Beginn der Funkenentladung durch das Vakuum gingen, wurden bei diesen Versuchen nicht gemessen.

Ferner wurde die Abhängigkeit des Charakters der Entladung von der Entfernung der Elektroden bei maximaler Spannung, welche in unserer Verfügung stand,

Digitized by Google

untersucht. Da der Transformator, durch welchen wir in unseren weiteren Versuchen die Induktionsspule ersetzten, nicht mehr als 150 kV geben konnte, es jedoch zum Erlangen eines beständigen Zustandes im Apparat notwendig war, bei der Entgasung die Arbeitsspannung zu übertreffen, so suchten wir die Abhängigkeit des Charakters der Entladung von der Entfernung zwischen den Elektroden bei 100—110 kV festzustellen. Es wurden ebene Elektroden genommen und ihr Durchmesser bis auf 5 cm vergrößert. Als Material zur Ausfertigung der Elektroden dienten: Nickel (1 mm dick) im Vakuum geschmolzen, Eisenblech (1 mm dick) und spezielle Stähle[1] (3 mm dick). Die Dauer der Entgasung schwankte zwischen 10—30 Stunden bei Nickel und Eisen, bis 40—80 Stunden bei den speziellen Stählen. Die Entgasung wurde

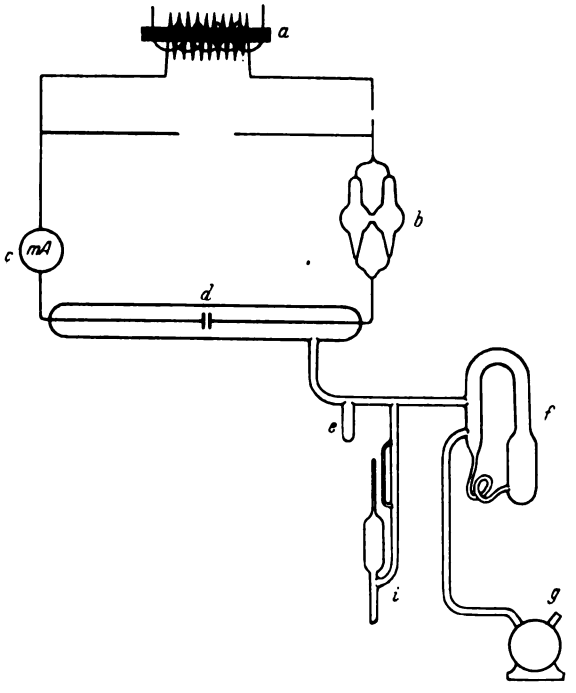


Bild 4.

durch vorhergehende Durchglühung der Elektroden im Vakuumofen bis 1000° C und durch Einwirkung von Hochspannung ausgeführt. Die bei dieser Gruppe von Apparaten erhaltenen Resultate sind folgende: Bei einem Zwischenraum von 7—8 mm zwischen den Elektroden rief eine Erhöhung der Spannung bis 150 kV keine Funkenentladung hervor. Weiter wurde die Entfernung zwischen den Elektroden allmählich vermindert und bis zu 3,5 mm gebracht. Bei dieser Entfernung wurde die Abhängigkeit des Charakters der Entladung von der Spannung genau untersucht. Für Eisen, Nickel und einige (nach ihrem Verhalten im Vakuum bessere) Sorten von speziellen Stählen ergab sie sich als folgende: Bei Erhöhung der Spannung bis 100 bis 110 kV bleibt das Gerät vollständig dunkel; bei 115—120 kV beginnen grüne Flecke an den Wänden des Gefäßes zu erscheinen, welche sich allmählich bei 125 bis 130 kV verstärken.

Bei 130—140 kV beginnt die Funkenentladung. Die durch das Vakuum gehenden Dunkelströme sind bei 100—110 kV gemessen worden. Sie haben sich als von

[1] Die Prüflinge für diese Versuche, die aus speziellen Stählen bestanden, sind uns von dem Metallographischen Laboratorium der Werke „Krasny Putilowetz" zur Verfügung gestellt worden, wofür wir dem Leiter des Laboratoriums Herrn Ing. Gudzow unseren innigsten Dank aussprechen.

Digitized by Google

der Größenordnung 10^{-7} A., jedenfalls nicht über $1-2\cdot-10^{-6}$ A. erwiesen. Es ist nicht gelungen, die Ströme genauer zu messen, da die Kriechströme in der ganzen Hochspannungsanordnung von der Größenordnung 10^{-6} A. waren. Was die Vakuumeigenschaften der Stähle anbetrifft, so muß man angeben, daß sie durch den Wuchs ihres Kohlenstoff- und Schwefelgehaltes verschlechtert werden.

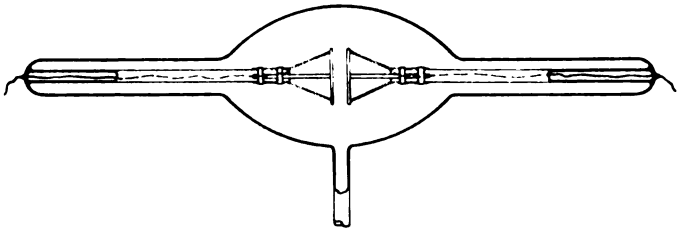


Bild 5.

Das Schema eines Apparates, das für diese Gruppe von Messungen typisch ist, ist auf dem Bild 5 dargestellt. Das Schema der Anordnung, nach welchem diese Arbeiten ausgeführt wurden, ist auf dem Bild 6 wiedergegeben: *a* ist ein Transformator von 3,5 kW, *b* eine Kugelfunkenstrecke für die Bestimmung der Maximalwerte der Spannung, *c* ein Galvanometer von Hartmann und Braun mit einer Empfindlichkeit von $3{,}6\cdot10^{-6}$ A., *d* ein Milliamperemeter, *e* ein Kenotron, *f* der Apparat, *g* eine Molekularpumpe nach Holweck.

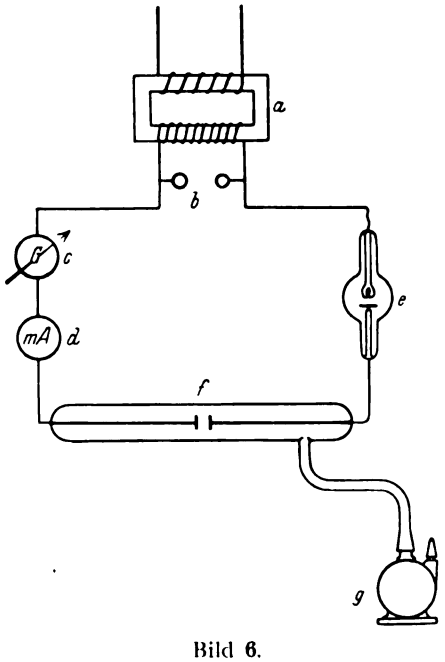


Bild 6.

Das Aufeinanderfolgen der verschiedenen Arten der Entladungen hatte in unseren Versuchen viel Gemeinsames mit den von Rother beschriebenen Erscheinungen, wobei, natürlich bei uns kein weit so hoher Grad der Entgasung erreicht wurde wie bei ihm. Die Erscheinung, welche von Rother unter der Benennung von Szintillationen geschildert ist, wurde auch in unseren Versuchen beobachtet. Von den neuen Erscheinungen muß ein periodisches Ausscheiden von Gas, welches bei Stahlelektroden beobachtet wurde und augenscheinlich mit der Diffusion des Gases aus den unteren Schichten zur Oberfläche verbunden ist, erwähnt werden. Die Erscheinung bestand in folgendem: In einem gewissen Stadium des Entgasens, als sich der Apparat bei einer Spannung von 120—140 kV befand, begann sich aus den Elektroden im Laufe von 20—50 Sekunden ein Gas auszuscheiden. Dieses Gas wurde dann abgepumpt und das Gerät wurde wieder dunkel. Darauf schied sich ein neues Gasquantum aus, wurde wieder abgepumpt usw. Diese Erscheinung konnte man stundenlang, nach regulären, beinahe genauen Zeiträumen, am öftesten 5 Minuten, beobachten. Bei weiterer Entgasung verschwand gewöhnlich diese Erscheinung.

Einige Umstände lassen vermuten, daß bei hohen Spannungen an den Elektroden der Durchschlag des Vakuums nicht durch die Feldstärke an der Oberfläche der Elektroden bedingt wird, sondern durch die angelegte Spannung selbst. Diese Vermutung wird erstens durch den Versuch mit den aus gekreuzten Drähten bestehenden Elektroden bestätigt, welche sich in einer Entfernung von 1 mm befanden;

Digitized by Google

hier fand der Durchschlag bei — 40 kV statt bei demselben Wert wie bei ebenen Elektroden, obgleich die Feldstärke von der Größenordnung von 10^6 V/cm war. Unsere Annahme wird weiterhin auch durch folgenden Versuch bekräftigt: In einem von den Apparaten, in dem ebene kreisförmige Elektroden eingeschmolzen waren, wurde von einem von den Elektroden die Hälfte abgeschnitten. Am abgeschnittenen Rande der Elektrode mußte die Feldstärke erhöht sein, aber abgesehen davon unterschied sich das Bild der Entladung durch nichts von demjenigen, den man bei zwei ganzen Elektroden bekam. Daß aber dennoch eine gewisse Abhängigkeit der Entladungserscheinungen von der Entfernung zwischen den Elektroden vorhanden war, kann man dadurch erklären, daß ein zwischen den Elektroden während ihrer Entgasung erschienenes Gaswölkchen desto länger existiert, je näher die Elektroden zueinander stehen. Bei einer kleineren Entfernung zwischen den Elektroden müssen deshalb die Bedingungen für die Entladung günstiger sein. Die oben beschriebene Erscheinung wird verständlich, wenn man annimmt, daß die Intensität der Entladungserscheinungen von der Energie abhängt, mit der die Elektronen und Ionen an die Elektroden stoßen. Einer von del Rosarios[1] Versuchen bestätigt diesen Standpunkt: In diesem Versuche wurden bei zylindrischer Elektrodenanordnung als innere Elektroden Drähte von zwei verschiedenen Durchmessern genommen. Trotzdem daß bei dem dünneren Draht die Feldstärke an der inneren Elektrode größer war als bei der dickeren, war der Charakter der Entladungserscheinungen in beiden Fällen genau derselbe, ebenso wie die Abhängigkeit des Stromes von der Spannung.

Es wurde bemerkt, daß die dem Vakuum entnommenen Elektroden bei einer Aufbewahrung in Luft in Hinsicht ihrer Vakuumeigenschaften verhältnismäßig wenig verdorben wurden. So wurde einer von den Apparaten an der Anordnung angeschmolzen, nachdem er sich 6 Monate in geöffnetem Zustande befunden hatte. Nach 20 Minuten hatte er sich bis zu dem Zustande entgast, bei welchem er seinerzeit abgeschnitten war.

Die Oberflächen der Elektroden wurden bei den Versuchen auf die verschiedensten Arten angegriffen. Während einige (Nickel, Eisen und einige Stahlsorten) eine beinahe gänzlich glatte Oberfläche bewahrten, erschienen bei anderen (den übrigen Stahlsorten und einigen Eisenprüflingen) Grübchen und Vorsprünge, welche in einigen Fällen die Form von Spitzen, bis 0,75 mm lange Nadeln annahmen, welche sich außerordentlich nahe voneinander befanden. Die Nadeln waren gewöhnlich an den Rändern der Elektroden gelegen. Der Charakter der Vertiefungen an den Stahlelektroden ist, laut den mikroskopischen Untersuchungen der metallographischen Laboratoriums der Werke „Krasny Putilowetz", ein zweiartiger: einige haben Ränder mit scharfen Umrissen, als ob einige Kristallchen ausgerissen wären, in anderen Fällen haben die Grübchen fließende, angeschmolzene Umrisse, wobei manchmal die ganze Elektrode mit einem höchst feinen amorphen dünnen Häutchen bedeckt ist. Es muß bemerkt werden, daß bei einem vorsichtigen Entgasen, bei welchem ein starkes Funkensprühen zwischen den Elektroden vermieden wird und langsamer Steigerung der Spannung die Oberfläche gewöhnlich heil bleibt. Die obenerwähnten langen Nadeln auf den Elektroden verminderten gewöhnlich etwas die Durchschlagspannung und vergrößerten die Vakuumströme.

Außer den beschriebenen Versuchen wurden noch einige ausgeführt, die das Ziel hatten, die isolierende Festigkeit von einigen gewöhnlichen Isolatoren im Hochvakuum zu prüfen. Es wurden untersucht: Röhrchen aus Quarz (geschmolzener durchsichtiger Quarz), Porzellan und Glas und zwei gläserne Rillenisolatoren, von denen einer innen hohl, der andere massiv war. Die Röhrchen aus Porzellan und Quarz zerspalteten während der Versuche und das Glasröhrchen wurde durchgeschlagen. Die gerillten Isolatoren dagegen, der hohle sowie der massive, hielten

[1] Journal of the Franklin Institute 203, 243, 1927.

Digitized by Google

Spannungen bis zu 140 kV aus, wobei die Kriechströme kleiner als $3{,}6 \cdot 10^{-6}$ A. waren. Die Dimensionen der Isolatoren waren folgende: Durchmesser der Röhrchen 1,5 cm, Länge 8 cm; bei den Rillenisolatoren Durchmesser der Röhre 2 cm, Durchmesser der Rille 5 cm. Länge des Isolators 8 cm. Die Isolatoren wurden zwischen schalenförmigen Elektroden eingeklemmt, wie es auf dem Bild 7 schematisch dargestellt ist.

Die Resultate der Untersuchung sind zu angenähert, um etwas über den Mechanismus der Erscheinungen sagen zu können. Auch ist es klar, daß die Anwendung der Hochspannung, wie es in den oben beschriebenen Versuchen geschah, alle Erscheinungen noch bedeutend komplizierter macht, als in den Arbeiten, in denen verhältnismäßig niedrige Spannungen zur Anwendung kamen.

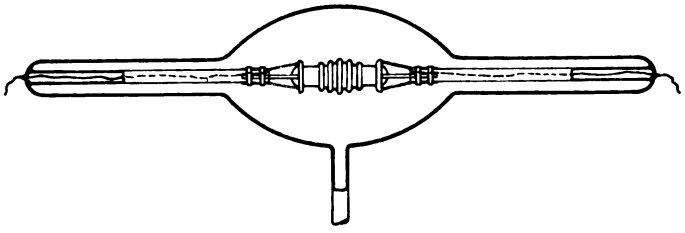


Bild 7.

Auch liegen die oben gegebenen Werte der Durchschlagfestigkeit des Vakuums weit von den theoretischen Werten, die dem Herausreißen der Elektronen aus dem Metall entsprechen. Man könnte deshalb wahrscheinlich durch eine bessere Entgasung der Elektroden und eine sorgfältigere Beseitigung aller Nebenerscheinungen die in dieser Arbeit erhaltenen kritischen Spannungen bedeutend erhöhen. Ähnliche Resultate hat auch Hayden[1] erhalten, dessen Arbeit anscheinlich bis jetzt die einzige ist, welche die Entladung im Vakuum bei hoher Spannung behandelt. Er hat eine Durchbruchfeldstärke von 400 kV/cm für schlecht entgaste Wolframkügelchen bei 1 mm Elektrodenabstand erhalten und 1200 kV/cm für gut entgaste Elektroden. Es scheint uns, daß das Interesse der von uns erhaltenen Resultate darin besteht, daß sie deutlich genug zeigen, daß man sogar mit den allereinfachsten, technisch üblichen Methoden der Entgasung und mit gewöhnlichen technischen Elektrodenmaterialen einen „Vakuumisolator" mit einer Durchschlagfestigkeit von etwa 400 kV/cm erhalten kann.

Ein großer Teil von dieser Arbeit ist von mir gemeinschaftlich mit Herrn W. Malyscheff ausgeführt worden, dem ich für seine freundliche Hilfe zu großem Dank verpflichtet bin.

Ich halte es für meine angenehme Pflicht, Herrn N. Semenoff für die Anregung zu dieser Arbeit und für sein beständiges Interesse meinen innigsten Dank auszusprechen, gleichwie Herrn Prof. M. Bogoslowsky, der uns in den die Vakuumtechnik betreffenden Fragen manche wertvolle Ratschläge gab.

Staatliches Physikalisch-Technisches Laboratorium Leningrad.

[1] Hayden, A. J. E. E. 41, 854, 1922.

Digitized by Google

Der Potential- und Feldverlauf längs einer Transformatorwicklung.

Von

Dr. Johann Labus.

Deutsche technische Hochschule in Prag.

Inhalt:

Besprechung des Problems.
Lösung mit Hilfe des zweiten Eulerschen Integrals.
Berechnung der elektrischen Feldstärke längs der Wicklung.
Ermittlung des Kraftlinienverlaufes,
Bestimmung der Verteilung der Wicklung beim Prüftransformator.
Zusammenfassung.

In einer im Archiv veröffentlichten Arbeit[1] wurde vom Verfasser eine Methode entwickelt, nach welcher man das Potential und den Vektor der elektrischen Feldstärke in jedem Punkte eines polygonal begrenzten Bereiches (der von den Wicklungen und dem Mantel eines Transformators umgrenzt wird, berechnen kann, wenn die Berandung verschiedenen Potentialen angehört, die aber längs derselben konstant sind. Der einfachste Fall ist der Transformator mit Hoch- und Niederspannungswicklung. Im letzten Kapitel wurde versucht, die Theorie auch für den Fall zu erweitern, falls das Potential längs einer Wicklung nicht mehr denselben Wert besitzt. In der vorliegenden Arbeit wird nun dieses Problem wieder aufgegriffen und vollständig durchgerechnet. Der Einfachheit halber beziehen sich sämtliche Betrachtungen auf parallelebene Felder. Es soll die allgemeinste Anordnung gewählt werden (Bild 1): die Ecke einer Wicklung und ein Teil des Mantels. Im folgenden werden zwei Fälle untersucht:

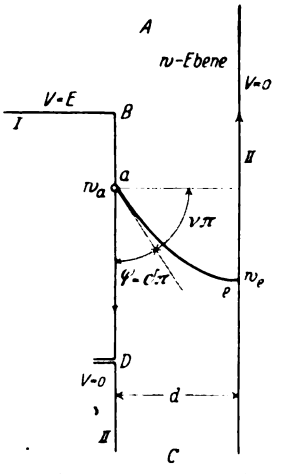


Bild 1. Bereich zwischen Wicklung *(BD)* und Mantel *(AC)* eines Transformators.

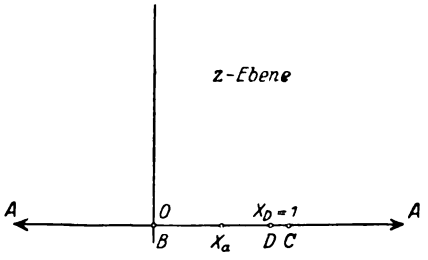


Bild 2. Die obere Halbebene z, in deren reelle Achse die Ränder der Bereiche der w- und ζ-Ebene bei der Abbildung übergehen.

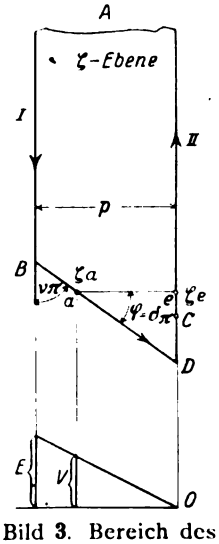


Bild 3. Bereich des homogenen Feldes, auf welches das Kraftlinienbild des Transformators abgebildet wird.

[1] Arch. f. Elektrot. Bd. XIX, S. 82.

Digitized by Google

A. Das Potential fällt von E Volt im Punkte B auf den Wert Null im Punkte D. Unterhalb dieses Punktes und längs des Mantels sei das Potential Null. Das entspricht den gewöhnlichen Transformatoren für Leistungsübertragungen.

B. Das Potential steigt vom Wert Null an der Ecke B auf die Spannung E im Punkte D und besitzt unterhalb dieses Punktes denselben Wert. Der Mantel und die Kante AB haben das Potential Null. Nach diesem System werden Transformatoren für besonders hohe Spannungen für Prüfzwecke gebaut. Die *BBC* und die Westinghouse Cy bauen diese Transformatoren in einer Einheit bis zu 750 und 1000 kV. Bei dieser Bauart ist die Stelle des höchsten Potentials, welche dem Punkte D entspricht, vom Kern nach beiden Richtungen gleich weit entfernt. Der Einfachheit halber wird nur die obere Hälfte des Transformators betrachtet und das Potential unterhalb von D soll überall den Wert E besitzen.

Im folgenden soll zunächst der Fall A behandelt werden. Die Berechnung des elektrischen Feldes erfolgt derart, daß man das Feld des Transformatorbereiches, dessen Punkte wir mit w bezeichnen wollen, auf den Bereich eines homogenen Feldes (ζ) abbilden. Gelingt es, die Funktion zu finden, welche diese Transformation leistet, so können wir jedem Punkt der w-Ebene den entsprechenden in der ζ-Ebene zuordnen und somit den Potential- und Feldverlauf in der Transformatorebene angeben. Mit Hilfe der Schwarzschen Formel

$$\frac{dw}{dz} = \frac{C}{(z-x_1)^{\nu_1}(z-x_2)^{\nu_2}\cdots} \tag{1}$$

oder

$$w = C\int \cdot \frac{dz}{(z-x_1)^{\nu_1}(z-x_2)^{\nu_2}\cdots} \tag{2}$$

wird der polygonale Bereich des Transformators auf die obere Halbebene (z) abgebildet. Diese bilden wir dann auf den Bereich des homogenen Feldes ab und führen auf diese Weise die Abbildung in zwei Schritten durch. Der Bereich des homogenen Feldes ist aus Bild 3 zu ersehen. Der Abstand p der Seiten I und II ist der Spannung E proportional. Falls das Potential zwischen den Punkten B_w und D_w linear abfällt (was einer gleichmäßigen Bewicklung des Kernes entspricht), tritt im allgemeinen an Stelle der gezeichneten Geraden $B_\zeta D_\zeta$ in der ζ-Ebene eine krumme Linie, wobei der Winkel $\varphi = \delta\pi$ zwischen einem Linienelement und der Horizontalen ae (siehe Bild 3) gleich ist dem Winkel, welchen in Bild 1 die Kraftlinie mit der Oberfläche der Wicklung einschließt. Es wäre aber diese Aufgabe mit Hilfe der Schwarzschen Formel nicht lösbar. Wir verbinden daher nach Bild 3 die beiden Ecken B_ζ und D_ζ durch eine unter dem Winkel $\nu\pi$ gegen die Richtung der imaginären Achse (Richtung der Potentiallinien) geneigte Gerade und berechnen dann die entsprechende Potentialverteilung oder, was dasselbe ist, die Verteilung der Wicklung längs der Strecke $B_w D_w$ in der Transformatorebene (w).

Infolge der Abnahme des Potentials längs der Wicklung ist parallel zu derselben eine Feldkomponente vorhanden, welche an jeder Stelle denselben Wert besitzt, wenn der Transformator gleichmäßig bewickelt ist. Diese Komponente hat ihre Ursache in der Kapazität zwischen den einzelnen Windungen (Teilspulen). Leider läßt sich aber, wie schon erwähnt, dieses Problem mit den vorhandenen Mitteln nicht lösen; es wird aber vielleicht schon genügen, wenn es gelingt, eine Wicklungsverteilung anzugeben, die derart beschaffen ist, daß die Kraftlinien in jedem Punkte unter demselben Winkel gegen die Wicklungsoberfläche geneigt sind. Aus den Ergebnissen wird man ersehen können (Bild 6), daß diese Potential- oder Wicklungsverteilung außer von diesem Neigungswinkel φ auch vom Verhältnis der Wicklungshöhe w_1 zur Kanalbreite d (Bild 1) abhängt. Bei Annahme verschiedener Werte für den Winkel φ erhält man dann für ein beliebiges $\frac{w_D}{d}$ eine Kurvenschar, welche die erforderliche Potentialverteilung längs der Wicklung darstellt. Liegt nun eine bestimmte Wicklung,

Digitized by Google

die entweder linear oder sonstwie verteilt ist, vor, so zeichnet man die bestehende Potentialverteilung längs derselben auf und vergleicht sie mit der genannten Kurvenschar. Man wählt dann diejenige Kurve, welche dem gegebenen Falle am besten entspricht. Zu den angenommenen Neigungswinkeln φ wird der Verlauf der elektrischen Feldstärke an der Wicklung berechnet werden; man kann daher auf diese Weise sowohl die Feldstärke in jedem Punkte und einen durchschnittlichen Wert für den Neigungswinkel der Feldlinien angeben und, wie später auch gezeigt wird, den Verlauf des Feldes im ganzen Bereich ermitteln. Zu diesem Zwecke und ferner zum allgemeinen Studium ähnlicher Aufgaben wird im folgenden die erforderliche Potentialverteilung für die verschiedenen Winkel $\nu\pi$ untersucht.

In den Bildern 1 und 3 sind zwei zugehörige Kraftlinien (a—e) eingezeichnet. Beide müssen die Richtung B—D unter demselben Winkel treffen, und da $B_\xi D_\xi$ eine Gerade ist, so müssen auch alle Kraftlinien, die von $B_w D_w$ ausgehen, denselben Neigungswinkel φ besitzen. Der Winkel $\varphi = \nu\pi$ wird zunächst beliebig gewählt. Jedem Winkel $\nu\pi$ entspricht dann eine andere Potentialverteilung und somit auch Anordnung der Wicklung zwischen $B_w D_w$. Obwohl nun diese Potentialverteilung vorläufig noch unbekannt ist, so ist doch die Eindeutigkeit der Aufgabe gewahrt, da die Potentialdifferenz zwischen B_w und D_w und ferner durch den Winkel $\nu\pi$ das Verhältnis zwischen Normal und Tangentialkomponente der Feldstärke in jedem Punkte vorgeschrieben sind. Es ist nur eine einzige Potentialverteilung zwischen diesen Punkten möglich, welche diesen Bedingungen genügt.

Wir gehen zur Durchführung der Abbildung über, und zwar wollen wir zunächst den Bereich des homogenen Feldes auf die obere Halbebene abbilden. Die Abbildung erfolgt, da es sich um ein Polygon (mit den Ecken A_ξ, B_ξ und D_ξ) handelt, mit Hilfe der Formeln (1) und (2). Die Berandung des Polygons geht bei der Abbildung in die reelle Achse der z-Ebene über, auf welcher man drei beliebige Punkte drei Punkten der Berandung zuordnen kann[1]. x_1, x_2... entsprechen den Ecken des Polygons; an diesen Stellen nimmt der Maßstab der Transformation einen unendlichen Wert an [Gleichung (1)]. Infolge dieser Singularität ist in den Eckpunkten die Konformität nicht vorhanden. Wir ordnen nun den Ecken A_ξ, B_ξ und D_ξ die Stellen x_A, x_B und x_D auf der X-Achse zu. Es soll x_A mit dem unendlich fernen Punkt der z-Ebene, x_B mit dem Nullpunkt und x_D mit $z = 1$ zusammenfallen (Bild 2). $\nu_1\pi$, $\nu_2\pi$... sind jene Winkel, um welche man eine Polygonseite drehen muß, um in die Richtung der nächstfolgenden im positiven Drehsinn zu gelangen, und betragen in unserem Falle $\nu\pi$ (Winkel bei B_ξ) und $(1-\nu)\pi$ (Winkel bei D_ξ). Die Abbildungsfunktion lautet dann:

$$\frac{d\zeta}{dz} = \frac{C_1}{z^\nu (z-1)^{1-\nu}}. \tag{3}$$

Wie bereits erwähnt, wollen wir die Potentialverteilung längs der Wicklung $B_w D_w$ berechnen. Diese Aufgabe ist gelöst, wenn es gelingt, zu jedem Punkte w_a auf der Strecke $B_w D_w$ den entsprechenden Punkt ζ_a auf der Strecke $B_\xi D_\xi$ in der ζ-Ebene zu finden, da dort infolge der Homogenität des elektrischen Feldes das Potential an jeder Stelle bekannt ist (Bild 3). Zu diesem Zwecke müssen wir die Gleichung (3) zwischen o und einer oberen Grenze x_a integrieren, welche das Bild des Punktes w_a bzw. ζ_a auf der X-Achse der z-Ebene ist. Mit der Annahme der den Punkten A_w, B_w und D_w (bzw. A_ξ, B_ξ und D_ξ) zugehörigen Stellen auf der X-Achse ist die Abbildung vollkommen festgelegt; es entspricht dann der Ecke C_w auf der X-Achse eine bestimmte Stelle x_C, die sich durch die Abbildung der w-Ebene auf die z-Ebene ermitteln läßt, wie später gezeigt wird. Es ergibt sich also für ζ_a:

$$\zeta_a = C_1 \int_0^{x_a} \frac{dz}{z^\nu (z-1)^{1-\nu}} = C_1 (-1)^{\nu-1} \int_0^{x_a} z^{-\nu} (1-z)^{\nu-1} dz.$$

[1] E. Weber, Arch. f. Elektrot., Bd. XVII, S. 174.

Digitized by Google

Dieses Integral besitzt die Form des zweiten Eulerschen Integrals, nur mit dem Unterschiede, daß dort die obere Grenze 1 beträgt. Wir formen daher durch die Einführung der neuen Integrationsvariablen $t = \frac{z}{x_a}$ diesen Ausdruck um:

$$\zeta_a = C_1 (-1)^{\nu-1} x_a^{1-\nu} \int_0^1 t^{-\nu} (1 - t \cdot x_a)^{\nu-1} dt. \tag{4}$$

Die Lösung dieses Integrals erhält man aus dem Vergleich mit dem genannten zweiten Eulerschen Integral[1]. Dieses lautet:

$$\frac{\Gamma(\alpha) \cdot \Gamma(\gamma - \alpha)}{\Gamma(\gamma)} \cdot F(\alpha, \beta, \gamma, x) = \int_0^1 t^{\alpha-1} (1-t)^{\gamma-\alpha-1} \cdot (1 - t \cdot x)^{-\beta} dt. \tag{5}$$

Darin ist Γ die Gammafunktion und $F(\alpha, \beta, \gamma, x)$ die Gaußsche hypergeometrische Reihe vom Argument x; α, β und γ sind Parameter. F ist eine Potenzreihe von x:

$$F(\alpha, \beta, \gamma, x) = 1 + \frac{\alpha \cdot \beta}{\gamma} \cdot x + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{1 \cdot 2 \cdot \gamma(\gamma+1)} \cdot x^2 + \ldots \tag{6}$$

Diese Reihe konvergiert für $x < 1$; eine praktisch gute Konvergenz läßt sich jedoch nur erzielen, falls $x < 1/2$ ist und außerdem die Parameter α und β ebenfalls nicht größer als $1/2$ werden.

Das Integral der Gleichung (5) geht für $x = 1$ in das bekannte erste Eulersche Integral über.

Zur Bestimmung von ζ_a vergleichen wir die Gleichungen (4) und (5) und erhalten:

$$-\nu = \alpha - 1; \qquad \nu - 1 = -\beta; \qquad \gamma - \alpha - 1 = 0; \qquad x = x_a.$$

Es ergibt sich daraus:

$$\alpha = \beta = 1 - \nu; \qquad \gamma = 2 - \nu; \qquad x = x_a.$$

Somit ist:

$$\int_0^1 t^{-\nu} (1 - t \cdot x_a)^{\nu-1} dt = \frac{\Gamma(1-\nu)\Gamma(1)}{\Gamma(2-\nu)} \cdot F(1-\nu, 1-\nu, 2-\nu, x_a)$$

und

$$\zeta_a = C_1 \left(-\frac{1}{x_a}\right)^{\nu-1} \cdot \frac{\Gamma(1-\nu)\Gamma(1)}{\Gamma(2-\nu)} \cdot F(1-\nu, 1-\nu, 2-\nu, x_a). \tag{7}$$

Die Gammafunktion besitzt für das Argument 1 den Wert 1; ferner ist nach der Beziehung

$$\Gamma(q+1) = q\,\Gamma(q)^*,$$

$$\frac{\Gamma(1-\nu)}{\Gamma(2-\nu)} = \frac{1}{1-\nu}. \tag{7a}$$

Die Integrationskonstante C_1 bestimmen wir unmittelbar aus Gleichung (3), indem wir für $z = R e^{i\varphi}$ setzen und längs des unendlich großen Kreises bei A von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \pi$ integrieren. Diesem Kreis entspricht in der ζ-Ebene die Strecke $(-p)$. Es ist dann $dz = i R e^{i\varphi} d\varphi$ und mit Vernachlässigung der endlichen Größe x_D neben der unendlichen z ergibt sich nach Gleichung (3):

$$-p = C_1 \int_0^\pi \frac{i R e^{i\varphi} d\varphi}{R e^{i\varphi}} = i C_1 \pi;$$

daraus folgt:

$$C_1 = -\frac{p}{i\pi} = i \cdot \frac{p}{\pi}.$$

[1] Nielson, Handbuch der Theorie der Gammafunktion (Verlag Teubner), S. 162.
* Jahnke-Emde S. 29.

Digitized by Google

Der Ausdruck für ζ_a lautet daher:

$$\zeta_a = i \cdot \frac{p}{\pi} \cdot \left(-\frac{1}{x_a}\right)^{\nu-1} \cdot \frac{1}{1-\nu} \cdot F(1-\nu, 1-\nu, 2-\nu, x_a). \tag{8}$$

Aus Bild 3 ist ersichtlich, daß ζ_a die Form: absoluter Betrag $x\ e^{-i\delta\pi}$ besitzen muß ($\delta\pi = 90 - \nu\pi$). Wir gelangen zu dieser Darstellung durch folgende Umformung:

$$i\left(-\frac{1}{x_a}\right)^{\nu-1} = i \cdot i^{2(\nu-1)}\left(\frac{1}{x_a}\right)^{\nu-1} = i^{2\nu-1} \cdot \left(\frac{1}{x_a}\right)^{\nu-1} = e^{i\frac{\pi}{2}(2\nu-1)}\left(\frac{1}{x_a}\right)^{\nu-1}$$

$$= e^{-i\left(\frac{\pi}{2}-\nu\pi\right)} \cdot \left(\frac{1}{x_a}\right)^{\nu-1} = e^{-i\delta\pi} \cdot \left(\frac{1}{x_a}\right)^{\nu-1}$$

Die Gleichung (8) läßt sich daher auf die Form

$$\zeta_a = \frac{p}{\pi} \cdot \frac{F(1-\nu, 1-\nu, 2-\nu, x_a)}{(1-\nu) \cdot \left(\frac{1}{x_a}\right)^{1-\nu}} \cdot e^{-i\delta\pi} \tag{9}$$

bringen. Für die weitere Rechnung interessiert uns jedoch der absolute Betrag:

$$\frac{p}{\pi} \cdot \frac{F(1-\nu, 1-\nu, 2-\nu, x_a)}{(1-\nu)\left(\frac{1}{x_a}\right)^{1-\nu}}. \tag{10}$$

Der Verlauf dieses Ausdruckes ist aus Bild 4 ersichtlich. Die Berechnung desselben erfolgte in Abhängigkeit von x_a im Bereiche von 0—1, für verschiedene Werte von ν, je nachdem in den beiden Grenzfällen, w_a nach B_w oder D_w fällt.

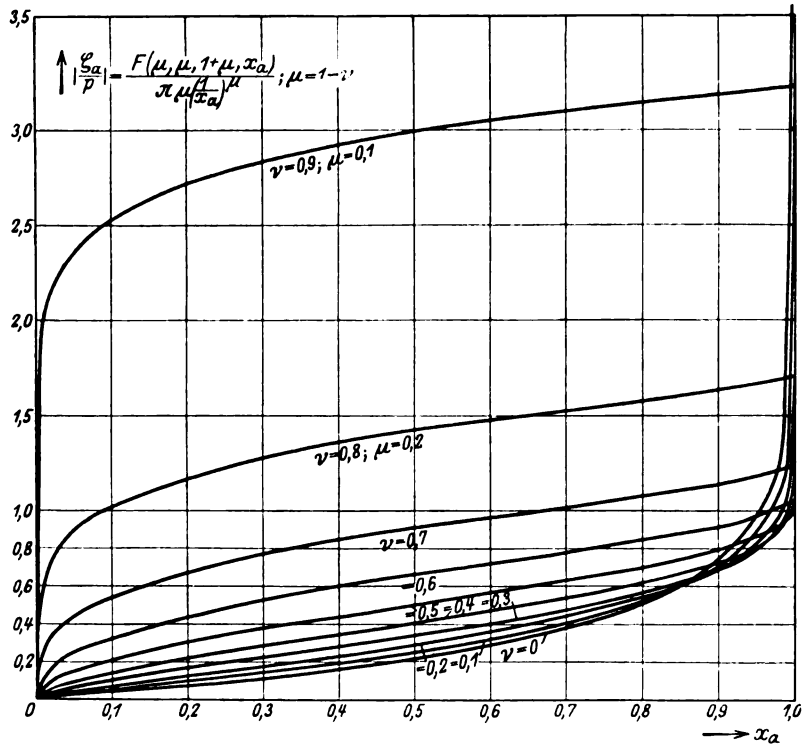


Bild 4.

In den Bereichen von $x_a = 0—0{,}5$ und $(1-\nu) = 0—0{,}5$ konvergiert der Ausdruck (10) sehr rasch, und es konnte daher die numerische Berechnung desselben nach Gleichung (6) und (10) unmittelbar durchgeführt werden. Bis zu den Grenzen dieser Bereiche kann man die hypergeometrische Reihe nach wenigen Gliedern schon abbrechen. Die numerische Auswertung wird jedoch für höhere Argumente, besonders

Digitized by Google

in der Nähe von $x_a = 1$ und $1 - \nu = 1$ ($\nu = 0$) sehr mühsam. Aus diesem Grunde soll die hypergeometrische Reihe F auf eine andere Form gebracht werden. Wir benützen dazu eine von Gauß angegebene Beziehung[1]:

$$F(\alpha, \beta, \alpha + \beta + 1 - \gamma, 1 - x) = \frac{\Pi(\alpha + \beta - \gamma)\,\Pi(-\gamma)}{\Pi(\alpha - \gamma)\,\Pi(\beta - \gamma)} \cdot F(\alpha, \beta, \gamma, x) +$$
$$+ \frac{\Pi(\alpha + \beta - \gamma)\,\Pi(\gamma - 2)}{\Pi(\alpha - 1)\,\Pi(\beta - 1)} \cdot x^{1-\gamma}(1 - x)^{\gamma - \alpha - \beta} F(1 - \alpha, 1 - \beta, 2 - \gamma, x)\,.$$

Darin bedeutet Π die von Gauß benützte Bezeichnung für die Gammafunktion, die mit der heute verwendeten durch die Beziehung

$$\Pi(\nu) = \Gamma(\nu + 1)$$

zusammenhängt. In unserem Falle ist $\alpha = \beta = \gamma = \nu$ und daher

$$F(\nu, \nu, 1 + \nu, 1 - x) = \frac{\Pi(\nu)\,\Pi(-\nu)}{\Pi(0)\,\Pi(0)} \cdot F(\nu, \nu, \nu, x) +$$
$$\frac{\Pi(\nu)\,\Pi(\nu - 2)}{\Pi^2(\nu - 1)} \cdot x^{1-\nu}(1 - x)^{-\nu} F(1 - \nu, 1 - \nu, 2 - \nu, x)$$

oder mit Rücksicht auf die genannte Beziehung und ferner wegen

$$\Pi(0) = \Gamma(1) = 1$$
$$F(\nu, \nu, 1 + \nu, 1 - x) = \Gamma(\nu + 1)\,\Gamma(-\nu + 1) \cdot F(\nu, \nu, \nu, x) +$$
$$\frac{\Gamma(\nu + 1)\,\Gamma(\nu - 1)}{\Gamma^2(\nu)} \cdot x^{1-\nu}(1 - x)^{-\nu} \cdot F(1 - \nu, 1 - \nu, 2 - \nu, x).$$

Die Koeffizienten auf der rechten Seite dieser Gleichung lassen sich auf Grund der schon benützten Gleichung

$$\Gamma(\nu + 1) = \nu \cdot \Gamma(\nu)$$

und der Beziehung

$$\Gamma(\nu)\,\Gamma(1 - \nu) = \frac{\pi}{\sin \nu\pi}\,*$$

weiter vereinfachen:

$$\Gamma(\nu + 1)\,\Gamma(1 - \nu) = \nu \cdot \Gamma(\nu)\,\Gamma(1 - \nu) = \frac{\pi}{\sin \nu\pi}$$

und

$$\frac{\Gamma(1 + \nu)\,\Gamma(\nu - 1)}{\Gamma^2(\nu)} = \frac{\nu\,\Gamma(\nu)\,\Gamma(\nu - 1)}{\Gamma^2(\nu)} = \frac{\nu \cdot 1/(\nu - 1) \cdot \Gamma(\nu)}{\Gamma(\nu)} = \frac{\nu}{\nu - 1}.$$

Es ergibt sich daher:

$$F(\nu, \nu, 1 + \nu, 1 - x) = \frac{\nu\pi}{\sin \nu\pi} \cdot F(\nu, \nu, \nu, x) + \frac{\nu}{\nu - 1} \cdot \frac{x^{1-\nu}}{(1 - x)^{\nu}} \cdot F(1 - \nu, 1 - \nu, 2 - \nu, x). \quad (11)$$

Eine weitere Vereinfachung erzielen wir, wenn wir $F(\nu, \nu, \nu, x)$ nach Gleichung (6) entwickeln:

$$F(\nu, \nu, \nu, x) = 1 + \nu x + \frac{\nu(\nu + 1)}{1 \cdot 2} \cdot x^2 + \frac{\nu(\nu + 1)(\nu + 2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot x^3 + \ldots$$

Dieser Ausdruck ist aber nichts anderes, als die Reihe für das Binom $(1 - x)^{-\nu}$ und somit ist

$$F(\nu, \nu, \nu, x) = (1 - x)^{-\nu}.$$

In Gleichung (11) eingesetzt, ergibt dies

$$F(1 - \nu, 1 - \nu, 2 - \nu, x) = \frac{\nu - 1}{\nu} \cdot \frac{(1 - x)^{\nu}}{x^{1-\nu}} \cdot \left\{ F(\nu, \nu, 1 + \nu, 1 - x) - \frac{\nu\pi}{(1 - x)^{\nu} \sin \nu\pi} \right\} \quad (12)$$

Man erhält dann nach Gleichung (9), wenn man an Stelle von x, x_a setzt:

$$\zeta_a = \frac{p}{\nu\pi} \left\{ \frac{\nu\pi}{\sin \nu\pi} - (1 - x_a)^{\nu} \cdot F(\nu, \nu, 1 + \nu, 1 - x_a) \right\} e^{-i\delta\pi}. \quad (13)$$

---

[1] C. F. Gauß, Allgemeine Untersuchungen über die Reihe $1 + \frac{\alpha\beta}{1 \cdot \gamma} x + \ldots$. (Springer), Seite 61.

* Nielson, S. 14.

Digitized by Google

ζ_a wird nach dieser Formel berechnet, falls $\nu < \frac{1}{2}$ und $x_a > \frac{1}{2}$, dagegen nach Gleichung (9), wenn $\nu > \frac{1}{2}$ und $x_a < \frac{1}{2}$ ist.

Für $x_a = 1$ geht ζ_a in

$$\zeta_a = \frac{p}{\sin \nu \pi} \cdot e^{-i\delta\pi} \tag{13a}$$

über.

Derselbe Ausdruck muß sich natürlich auch aus Gleichung (9) ergeben. Die hypergeometrische Reihe lautet nämlich für $x = 1$

$$F(\alpha, \beta, \gamma, 1) = \frac{\Gamma(\gamma)\,\Gamma(\gamma - \alpha - \beta)}{\Gamma(\gamma - \alpha)\,\Gamma(\gamma - \beta)}$$

oder in unserem Falle:

$$F(1 - \nu, 1 - \nu, 2 - \nu, 1) = \frac{\Gamma(2 - \nu)\,\Gamma(\nu)}{\Gamma(1)\,\Gamma(1)} = \Gamma(2 - \nu)\,\Gamma(\nu);$$

benützt man wieder die Beziehungen $\Gamma(\nu + 1) = \nu\Gamma(\nu)$
oder

$$\Gamma(2 - \nu) = (1 - \nu)\,\Gamma(1 - \nu)$$

und

$$\Gamma(\nu)\,\Gamma(1 - \nu) = \frac{\pi}{\sin \nu \pi},$$

so folgt

$$F(1 - \nu, 1 - \nu, 2 - \nu, 1) = \frac{(1 - \nu)\,\pi}{\sin \nu \pi}$$

und

$$\zeta_a = \frac{p}{\sin \nu \pi} \cdot e^{-i\delta\pi}.$$

Der Ausdruck der Gleichung (10) steigt in der Nähe von $x_a = 1$ für die Werte $\nu < \frac{1}{2}$ sehr rasch an und wird schließlich für $x_a = 1$ und $\nu = 0$ unendlich. Dieses Gebiet ist in Bild 5 vergrößert wiedergegeben.

In der nachstehenden Tabelle sind einige Werte für die hypergeometrische Reihe $F\left(\mu, \mu, 1 + \mu, \frac{1}{x_D}\right)$ die für $\mu = (1 - \nu) < \frac{1}{2}$ und $x_a < \frac{1}{2}$ berechnet wurden, zusammengestellt. Mit Hilfe dieser Werte läßt sich die Reihe auch für die Argumente $x_a > \frac{1}{2}$ und $\mu > \frac{1}{2}$ nach Gleichung (12) einfach berechnen.

$\mu = 1 - \nu$	x_a	F	μ	x_a	F	μ	x_a	F	μ	x_a	F	μ	x_a	F
0,1	0,1	1,0009375	0,2	0,1	1,003448	0,3	0,1	1,007191	0,4	0,1	1,011925	0,5	0,1	1,017468
	0,2	1,001936		0,2	1,00716		0,2	1,014986		0,2	1,024971		0,2	1,036754
	0,3	1,003007		0,3	1,011162		0,3	1,023510		0,3	1,039382		0,3	1,058270
	0,4	1,004162		0,4	1,015546		0,4	1,032937		0,4	1,055505		0,4	1,082660
	0,5	1,005426		0,5	1,020400		0,5	1,043510		0,5	1,073834		0,5	1,110556

Der eine Teil der Aufgabe wäre somit gelöst. Zur Ermittlung der Stelle w_a, welche dem Punkte ζ_a entspricht, müßte man jetzt aus Gleichung (9) bzw. (13) das x_a ausrechnen und könnte dann die Abbildung der w-Ebene auf die z-Ebene durchführen, da drei Punkte (x_A, x_B und x_D) auf der X-Achse vorgegeben sind. Die Berechnung von x_a aus ζ_a ist aber sehr umständlich, und wir schlagen daher einen etwas anderen Weg ein, der rascher zum Ziele führt. Es soll zunächst die Transformator-

Digitized by Google

ebene auf die obere Halbebene abgebildet werden, und zwar sind jetzt die Punkte $x_A = \infty$, $x_B = 0$ und $x_D = 1$ für die Abbildung gegeben. Diese lautet daher:

$$\frac{dw}{dz} = \frac{C}{z^{-1/2}(z - x_c)} = C \frac{\sqrt{z}}{z - x_c} \tag{14a}$$

und

$$w = C \int_0^z \frac{\sqrt{z}}{z - x_c} \cdot dz . \tag{14}$$

Das Integral läßt sich durch Einführung einer neuen Veränderlichen $y = \sqrt{z}$ leicht lösen:

$$w = 2C \int \frac{y^2 dy}{y^2 - x_c} = 2C \left\{ \int dy + x_c \int \frac{dy}{y^2 - x_c} \right\}$$

$$= 2C \left\{ y + \frac{x_c}{2\sqrt{x_c}} \cdot \left[\ln (y - \sqrt{x_c}) - \ln (y + \sqrt{x_c}) \right] \right\}$$

$$w = 2C \sqrt{z} + C \sqrt{x_c} \ln \frac{\sqrt{z} - \sqrt{x_c}}{\sqrt{z} + \sqrt{x_c}} . \tag{15}$$

w_a ergibt sich daher mit

$$w_a = \int_0^{x_a} dw = 2C \sqrt{x_a} + C \sqrt{x_c} \ln \frac{\sqrt{x_c} - \sqrt{x_a}}{\sqrt{x_c} + \sqrt{x_a}} \tag{16}$$

Die Integrationskonstante bestimmen wir auf ähnliche Weise wie bei der vorhergehenden Abbildung. Wir beschreiben um x_C einen kleinen Halbkreis, dem in der w-Ebene die Strecke d entspricht, und integrieren längs dieses Halbkreises, wobei wir in Gleichung (14) unendlich kleine Größen neben endlichen vernachlässigen. Die Gleichung dieses Halbkreises lautet:

$$z = x_c + \varrho \cdot e^{i\varphi} .$$

Daraus folgt

$$dz = i \varrho e^{i\varphi} d\varphi$$

und

$$\int dw = d = \ln C \int_{\varrho = 0}^{\pi} \frac{\sqrt{x_c + \varrho e^{i\varphi}}}{\varrho e^{i\varphi}} i \varrho e^{i\varphi} d\varphi = -iC \sqrt{x_c}\, \pi .$$

Daraus erhält man den Wert der Integrationskonstanten mit

$$C = i \frac{d}{\pi \sqrt{x_c}}$$

und somit ist

$$w_a = i \frac{d}{\pi} \cdot \left\{ \frac{2\sqrt{x_a}}{\sqrt{x_c}} + \ln \frac{\sqrt{x_c} - \sqrt{x_a}}{\sqrt{x_c} + \sqrt{x_a}} \right\} . \tag{17}$$

In dieser Gleichung ist w_a in Abhängigkeit von x_c und x_a gegeben. Da aber in Gleichung (9) das ζ_a als Funktion von x_a allein dargestellt ist, so müssen wir auch w_a durch x_a ausdrücken. Zu diesem Zwecke integrieren wir die Gleichung (15) zwischen den Grenzen 0 und 1:

$$w_D = i \frac{d}{\pi} \cdot \left\{ 2 \sqrt{\frac{1}{x_c}} + \ln \frac{1 - \sqrt{\frac{1}{x_c}}}{1 + \sqrt{\frac{1}{x_c}}} \right\} \tag{18}$$

w_D, die Höhe der Wicklung, ist bekannt und es läßt sich daher x_c aus dieser Gleichung durch die Größe $\frac{w_D}{d}$ ausdrücken.

Digitized by Google

Der Bereich des Transformators ist durch die Größe $\frac{w_D}{d}$ (Verhältnis der Wickelhöhe zur Kanalbreite) vollkommen festgelegt. Die Gleichung (18) hängt nur vom Werte $\sqrt{\frac{1}{x_C}} = \sigma$ ab. Bei gegebenem $\frac{w_D}{d}$ läßt sich σ und somit $x_C = \frac{1}{\sigma^2}$ berechnen. Für die numerische Auswertung ist es jedoch vorteilhafter, wenn man für x_C mehrere numerische Werte annimmt und $\frac{w_D}{d}$ aus Gleichung (18) ermittelt.

Auf Grund dieser Überlegungen wurde die Potentialverteilung längs der Hochspannungswicklung $B_w D_w$ für zwei Fälle durchgerechnet, und zwar für $\frac{\pi w_D}{d} = -\infty i$ und $\frac{\pi w_D}{d} = -3{,}32\, i$.

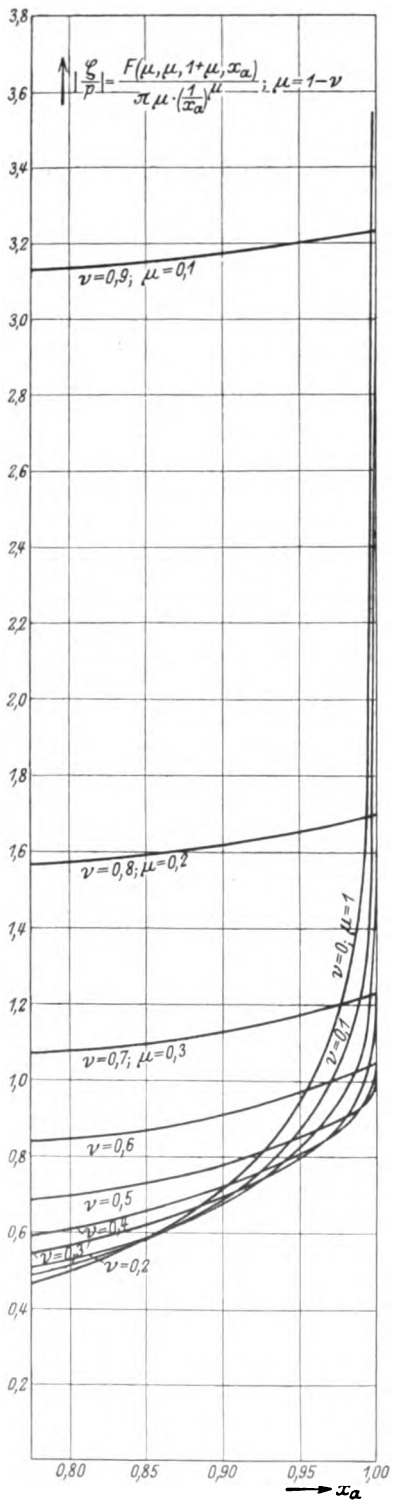


Bild 5.

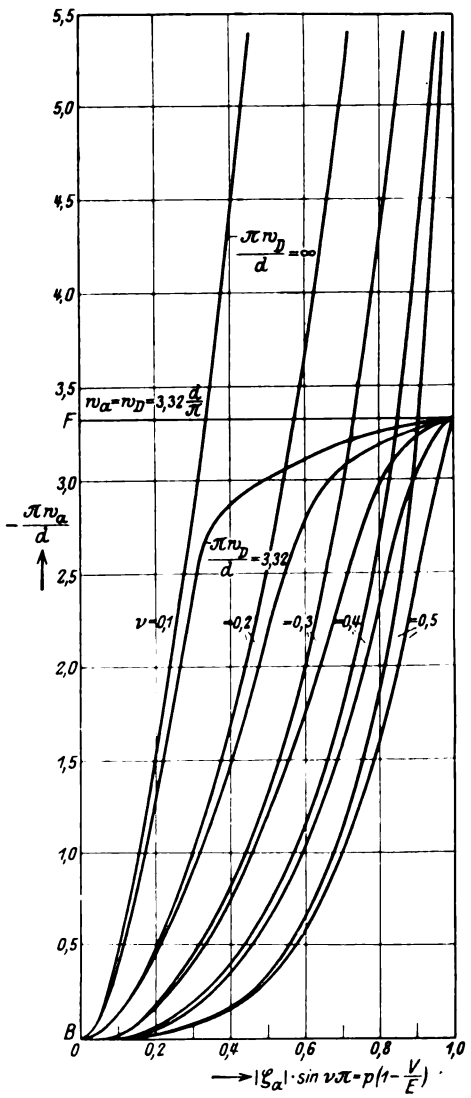


Bild 6.

Digitized by Google

Dem ersten Verhältnis entspricht nach Gleichung (18) $\sigma = 1$ oder $x_C = x_D = 1$; im zweiten Falle ist $\sigma = 0{,}99$ oder $x_C = 1{,}02$. Die weitere Rechnung erfolgt tabellarisch. Es werden für x_a einige Werte (von 0—1) angenommen und in die beiden Gleichungen (9) und (17) eingesetzt. Auf diese Weise erhält man zu jedem w_a das zugehörige ζ_a und kann somit die Potentialwerte längs der Wicklung angeben. An Stelle von ζ_a bestimmt man jedoch gleich die Größe $|\zeta_a| \cdot \sin \nu\pi$, da sie nach Bild 1 unmittelbar ein Maß für das gesuchte Potential ist; es ist nämlich

$$|\zeta_a| \cdot \sin \nu\pi = p\left(1 - \frac{V}{E}\right),$$

falls V das Potential im Punkte w_a oder an der Stelle ζ_a bezeichnet.

In Bild 6 ist der Potentialverlauf für die beiden erwähnten Fälle $\frac{\pi w_D}{d} = -\infty\, i$ und $\frac{\pi w_D}{d} - = -3{,}32\, i$ dargestellt. Für ν wurden die Werte 0,1—0,5 gewählt; das entspricht den Winkeln $\nu\pi = 18^0, 36^0, 54^0, 72^0$ und 90^0. Je kleiner das Verhältnis $\frac{w_D}{d}$ ist, desto mehr weicht für ein bestimmtes $\nu\pi$ die Potentialverteilung von der linearen (in Bild 6 eingezeichnet) ab. Bei Öltransformatoren ist aber das Verhältnis der Wickelhöhe w_D zur Kanalbreite d sehr groß; die Kurve der Potentialverteilung wird dann, wie aus der Darstellung zu ersehen ist, bei einem bestimmten Winkel $\nu\pi$ keine starke Krümmung besitzen, und es ließe sich daher die entsprechende Wicklung realisieren. Mit Hilfe der gezeichneten Kurvenscharen kann man nämlich sofort auf diejenige Wicklungsverteilung schließen, die vorhanden sein muß, damit die elektrischen Kraftlinien an jeder Stelle mit der Oberfläche der Wicklung denselben Winkel φ einschließen. Der Verlauf der Kurvenscharen für weitere Werte von $\frac{w_D}{d}$ ließe sich in erster Annäherung leicht einzeichnen. Zur genauen Bestimmung derselben muß man dann die Rechnung auf die beschriebene Weise durchführen. Es folgt nun

Die Berechnung der elektrischen Feldstärke längs der Wicklung.

Die Größe der elektrischen Feldstärke läßt sich unmittelbar aus den beiden Differentialquotienten $\frac{dw}{dz}$ und $\frac{d\zeta}{dz}$ berechnen. Der Ausdruck für die Feldstärke lautet[1]:

$$\mathfrak{E}_w = -\Re\left[\frac{\frac{d\zeta}{dz}}{\frac{dw}{dz}}\right].$$

$\Re$ deutet an, daß der konjugierte Wert des Klammerausdruckes zu nehmen ist. Durch Einsetzung der Gleichungen (3) und (14a) ergibt sich

$$\mathfrak{E}_w = -\Re\left[\frac{i\frac{p}{\pi}\frac{1}{z^\nu(z-1)^{1-\nu}}}{i\frac{d}{\pi}\frac{\sqrt{z}}{\sqrt{x_C}\,(z-x_C)}}\right] = -\frac{p}{d}\Re\left[\frac{\sqrt{x_C}\,(z-x_C)}{\sqrt{z}\cdot z^\nu(z-1)^{1-\nu}}\right]$$

Zum Zwecke der Bestimmung der elektrischen Feldstärke $\mathfrak{E}_{wa}$ an der Oberfläche der Wicklung muß man für z die den Punkten w_a auf der X-Achse entsprechenden Werte x_a einsetzen. Man erhält dann die Feldstärke in Abhängigkeit von der Variablen x_a. Somit ist:

$$\mathfrak{E}_{wa} = -\frac{p}{d}\Re\left[\frac{\sqrt{x_C}\,(x_a - x_C)}{\sqrt{x_a}\,x_a{}^\nu(x_a-1)^{1-\nu}}\right]$$

oder mit Rücksicht auf $1 = \sigma^2 \cdot x_c$

$$\mathfrak{E}_{wa} = -\frac{p}{d}\Re\left[\frac{1}{\sigma^3}\cdot\frac{(\sigma^2 x_a - 1)}{x_a{}^{\nu+\frac{1}{2}}(x_a-1)^{1-\nu}}\right].$$

[1] Arch. f. Elektrot., Bd. XVII, S. 174 und Bd. XIX, S. 87.

Digitized by Google

Wir wissen aus dem Vorhergehenden, daß immer $x_a < 1$ und $\sigma < 1$ $(x_C > 1)$ (siehe Bild 2), und bekommen daher

$$\mathfrak{E}_{wa} = -\frac{p}{d}\,\Re\left[\frac{1}{\sigma^3}\cdot\frac{1-\sigma^2 x_a}{x_a^{\nu+1/2}(1-x_a)^{1-\nu}}\cdot\frac{(-1)}{(-1)^{1-\nu}}\right] = -\frac{p}{d}\,\Re\left[\frac{1}{\sigma^3}\,\frac{1-\sigma^2 x_a}{x_a^{\nu+1/2}(1-x_a)^{1-\nu}}\cdot e^{i\pi\nu}\right].$$

Der Faktor bei $e^{i\pi\nu}$ ist jetzt reell und folglich ergibt sich

$$\mathfrak{E}_{wa} = -\frac{p}{d}\,\frac{1-\sigma^2 x_a}{\sigma^3 x_a^{\nu+1/2}(1-x_a)^{1-\nu}}\cdot e^{-i\nu\pi}. \qquad (20)$$

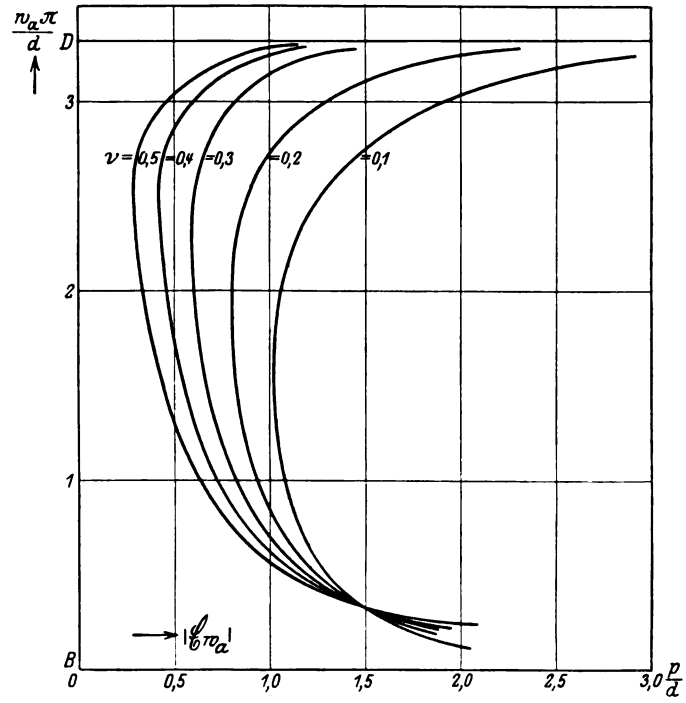


Bild 7. Verlauf der elektrischen Feldstärke längs der Wicklung $\left(\frac{\pi W_D}{d} = -3{,}32\,i\right)$.

Das negative Vorzeichen erklärt sich dadurch, daß die Strecke $-p$ der Spannung $+E$ am Transformator entspricht (Bild 3). Die Größe σ ist durch das Verhältnis $\frac{w_D}{d}$ gegeben und wird aus Gleichung (18) bestimmt; ferner kann man zu jedem x_a die Stelle w_a aus Gleichung (17) berechnen. Dadurch kann man die elektrische Feldstärke längs der Wicklung in Abhängigkeit von w_a angeben. Die numerische Auswertung erfolgte wieder für mehrere Winkel $\nu\pi$; der Verlauf von $\mathfrak{E}_{wa}$ ist aus Bild 7 zu ersehen, wobei das Verhältnis $\frac{\pi w_D}{d} = -3{,}32\,i$ beträgt, während in Bild 8 $\frac{\pi w_D}{d} = -\infty\, i$.

Die zur Oberfläche der Wicklung parallele Komponente der elektrischen Feldstärke an einer beliebigen Stelle w_a läßt sich aus dem Potentialverlauf längs der Wicklung (Bild 6) ermitteln. Sie entspricht dem Potentialabfall nach dieser Richtung und ist somit durch die Neigung der Tangente an die entsprechende Kurve gegeben. Diese Komponente ist aber auch unmittelbar aus der Feldstärke an der betreffenden Stelle [Gleichung (20)] bekannt; sie beträgt mit Rücksicht auf Bild 1

$$\mathfrak{E}_{wa}\cdot\cos(90-\nu\pi).$$

Die auf diese beiden Arten gewonnenen Werte müssen gleich groß sein, was sich auch tatsächlich leicht zeigen läßt.

Wir haben uns bisher damit beschäftigt, die Potentialverteilung längs einer Wicklung zu berechnen, falls die elektrische Feldstärke längs der ganzen Oberfläche

Digitized by Google

derselben unter demselben Winkel gegen diese geneigt ist. Da nun die Potentialdifferenz zwischen zwei benachbarten Windungen (oder Einzelspulen) durch die Größe des magnetischen Flusses im Transformator gegeben ist, sind wir imstande, auch die Verteilung der Wicklung anzugeben; schließlich können wir die Feldstärke in allen Punkten derselben berechnen. Damit ist die gestellte Aufgabe gelöst. Es läßt sich auf Grund dieser Ergebnisse das Kraftlinienbild in der Nähe der Wicklung zeichnen. Um aber den Kraftlinienverlauf im ganzen Bereich darstellen zu können, ist die Kenntnis des Anfanges und des Endpunktes der einzelnen Feldlinien erforderlich. Wir betrachten zu diesem Zwecke eine von $B\,D$ ausgehende Kraftlinie a, e (Bild 1); ihre Abbildung im Bereich des homogenen Feldes ist in Bild 3 eingetragen.

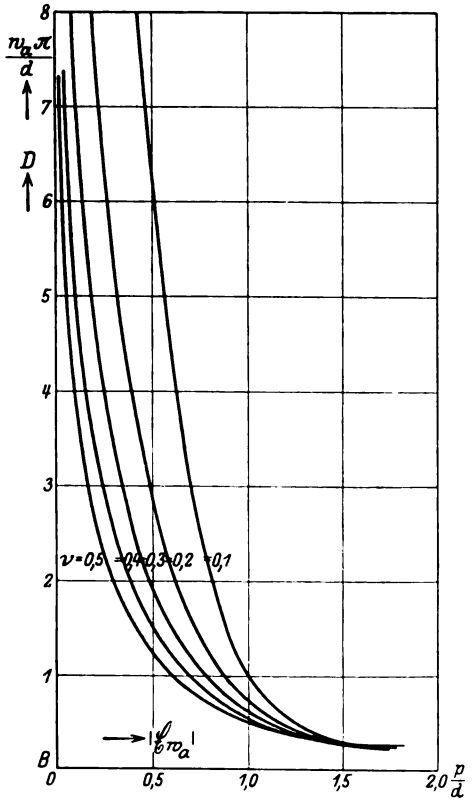


Bild 8. Verlauf der elektrischen Feldstärke längs der Wicklung $\left(\frac{\pi W_D}{d} = -i\,\infty\right)$.

Die Lage des Punktes a in der Transformatorebene haben wir gefunden, wenn wir seine Abbildung bzw. die Abbildung von e in der ζ-Ebene kennen. Wie aus Bild 3 zu ersehen ist, läßt sich für ein bestimmtes ζ_e sofort das zugehörige ζ_a angeben, und man sucht dann auf die früher beschriebene Weise oder, da die Ergebnisse bereits vorliegen, aus der Beziehung zwischen ζ_a und w_a (siehe Bild 6) die Stelle w_a auf. Zunächst integrieren wir die Gleichungen (3) und (14a) längs der X-Achse zwischen 0 und der oberen Grenze x_e (Bild 9), welche das Bild des Punktes e auf der oberen Halbebene ist. Die Integration zur Bestimmung von ζ_e lautet dann:

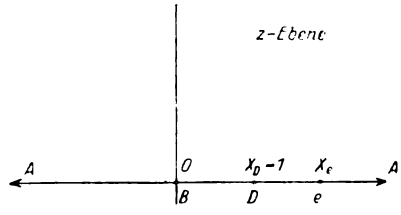


Bild 9. Ermittlung des Endpunktes e einer Kraftlinie.

$$\zeta_e = C\int_0^{x_e} \frac{dz}{z^\nu (z-1)^{1-\nu}} = C\int_0^{1} \frac{dz}{z^\nu (z-1)^{1-\nu}} + C\int_1^{x_e} \frac{dz}{z^\nu (z-1)^{1-\nu}} = \zeta_e' + \xi_e''.$$

Das erste Integral ist bereits bekannt, und zwar entspricht es dem Falle, daß ζ nach D_ζ rückt. Es ergibt sich dafür nach Gleichung (3a) der Wert:

$$\zeta_e = \frac{P}{\sin \nu\pi} \cdot e^{-i\,\delta\pi}.$$

Das zweite Integral muß offenbar die Entfernung des betreffenden Punktes ζ_e von D_ζ in der ζ-Ebene bestimmen. Zum Zwecke der Lösung dieses Integrales setzen wir:

$$t = \frac{z-1}{x_e - 1}$$

oder

$$z = 1 + t\,(x_e - 1),$$

Digitized by Google

dann ist

$$\zeta_e'' = C \int_1^{x_e} z^{-\nu} (z-1)^{\nu-1} dz = C (x_e - 1)^{\nu} \int_0^1 t^{\nu-1} [1 + t(x_e - 1)]^{-\nu} dt .$$

Die Auflösung erfolgt wieder durch Vergleich dieses Ausdruckes mit der Gleichung (5) und wir erhalten

$$\zeta_e'' = \frac{p}{\pi} (x_e - 1)^{\nu} \cdot \frac{F[\nu, \nu, 1+\nu, -(x_e-1)]}{\nu} \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} . \tag{21}$$

Aus der Phase dieses Ausdruckes läßt sich schon erkennen, daß ζ_e einen Punkt darstellt, der auf der Geraden $D_\zeta A_\zeta$ liegt.

Durch die Beziehung[1]

$$F(\alpha, \beta, \gamma, -x) = (1+x)^{-\alpha} \cdot F\left(\alpha, \gamma, -\beta, \gamma, \frac{x}{1+x}\right)$$

wird das negative Argument der hypergeometrischen Reihe (es ist nämlich $x_e > 1$) in ein positives umgewandelt und man erhält dann durch Einsetzen der entsprechenden Werte

$$\zeta_e'' = \frac{p}{\pi} \left(1 - \frac{1}{x_e}\right)^{\nu} \cdot \frac{F\left(\nu, 1, 1+\nu, 1-\frac{1}{x_e}\right)}{\nu} \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} . \tag{22}$$

Zur Ermittlung des dem Punkte ζ_e entsprechenden Punktes w_e auf der Berandung der w-Ebene (unterhalb von D_w oder auf dem Transformatormaterial $A_w C_w$) muß man jetzt die Gleichung (15) zwischen 0 und x_e integrieren:

$$w_e = i \cdot \frac{d}{\pi} \left\{ 2 \sqrt{\frac{x_e}{x_C}} + \ln \frac{1 - \sqrt{\frac{x_e}{x_C}}}{1 + \sqrt{\frac{x_e}{x_C}}} \right\}$$

x_C ergibt sich durch Integration der Gleichung (15) zwischen 0 und $x_D = 1$ [siehe Gleichung (18)], und somit ist wieder $\frac{1}{x_C} = \sigma^2$ eine Funktion des Verhältnisses $\frac{w_D}{d}$. Es ist daher

$$w_e = i \frac{d}{\pi} \left\{ 2\sigma \sqrt{x_e} + \ln \frac{1 - \sigma\sqrt{x_e}}{1 + \sigma\sqrt{x_e}} \right\} \tag{23}$$

Die numerische Berechnung der zugehörigen Werte ζ_e und w_e erfolgt so, daß man in die beiden Gleichungen (22) und (23) verschiedene Größen für x_e einsetzt. Für die Kraftlinie, welche im unendlich fernen Punkt C_w des Transformators endet, ist $w_e = -i\infty$ und es folgt daher aus Gleichung (23)

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{x_e}} \qquad \text{oder} \qquad x_e = \frac{1}{\sigma^2} .$$

Es läßt sich daraus die Lage des Ausgangspunktes dieser Kraftlinie auf der Wicklung einfach angeben.

Auf Grund dieser Erwägungen wurden zwei Beispiele durchgerechnet, und zwar für den Fall, daß $\frac{\pi w_D}{d} = -3{,}32\, i$ und der Winkel einmal $\nu\pi = 0{,}1\pi$ ($= 18^0$), das andere Mal $\nu\pi = 0{,}3\,\pi$ ($= 54^0$) beträgt. Der Punkt e, das Ende einer Kraftlinie auf der geerdeten Berandung, wird unmittelbar durch die Gleichung (23) bestimmt. Den Anfang derselben (Punkt a) ermittelt man folgendermaßen: Man sucht in der ζ-Ebene das aus Gleichung (22) gewonnene ζ_e'' auf (liegt auf $D_\zeta A_\zeta$), zieht durch diesen Punkt eine zur reellen Achse parallele Gerade und schneidet diese mit $B_\zeta D_\zeta \cdot (a_\zeta)$ Die zu diesem Schnittpunkte zugehörige Stelle auf der Begrenzung der Wicklung in der Transformatorebene findet man dann, wie bereits erwähnt, mit Hilfe der Kurven in Bild 6. Auf diese Weise wurden die Kraftlinienbilder 10 und 11 entworfen; die Dichte der Kraftlinien längs der Wicklung $B\,D$ ist proportional der aus Bild 8 entnommenen Feldstärke. Solange $\sigma\sqrt{x_e} < 1$ ist, ergibt sich für w_e [Gleichung (23)] ein rein imaginärer Wert: der Punkt e wandert auf der Strecke $D_w C_w$. Für $\sigma\sqrt{x_e} = 1$

[1] Gauß, l. c. S. 67.

Digitized by Google

fällt e, wie bereits erwähnt, mit C_w zusammen, und wenn schließlich $\sigma\sqrt{x_e} > 1$ wird, so befindet sich der Endpunkt der betreffenden Kraftlinie e auf der Geraden $C_w A_w$, die dem Mantel des Transformators entspricht; dann besteht w_e aus dem reellen Gliede d plus einem rein imaginären Glied.

Es soll nun der Vollständigkeit halber auch der erwähnte zweite Fall (B) untersucht werden:

Das Potential steigt von der Ecke B nach D an.

In D befindet sich der Anschluß der Zuleitung, während B, das Ende der Wicklung, an Erde liegt (Prüftransformator) [Bild 12]. Die Abbildung des Transformator-

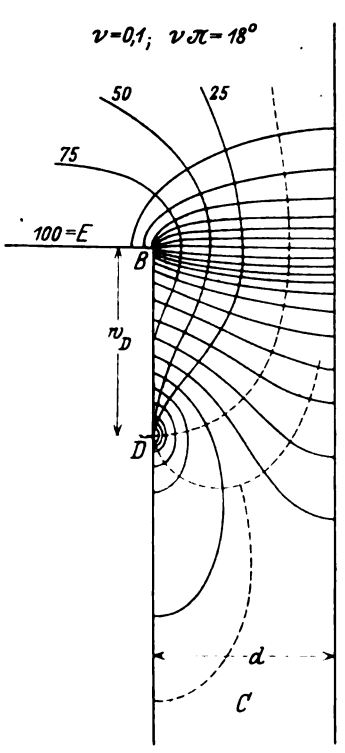


Bild 10. Kraftlinienbild $\nu\pi = 0{,}1\ \pi$ (18°)
$\frac{\pi W_D}{d} = 3{,}32$

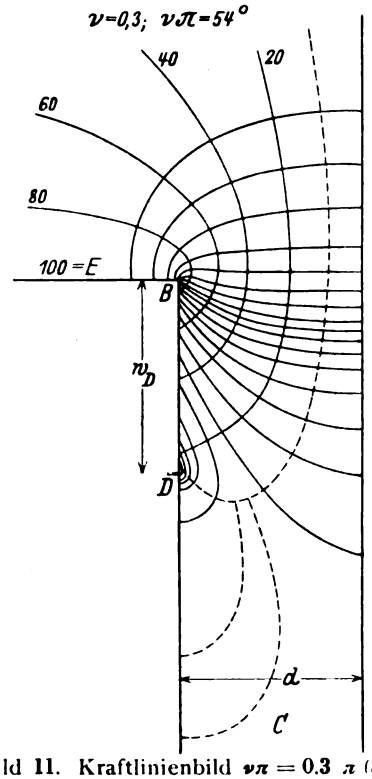


Bild 11. Kraftlinienbild $\nu\pi = 0.3\ \pi$ (54°)
$\frac{\pi W_D}{d} = 3{,}32$

bereiches auf das Gebiet des homogenen Feldes (Bild 14) erfolgt ähnlich wie im vorhergehenden Falle. Unterhalb der Stelle D_w soll das Potential überall denselben Wert E besitzen. In der Nähe von C_w ist dann das Feld homogen. In Bild 14 ist auch der Potentialverlauf in der Richtung von p eingezeichnet. Die Wicklung des Transformators soll wieder derart beschaffen sein, daß das Verhältnis der Radial- zur Tangentialkomponente der Feldstärke längs der Wicklung an jeder Stelle derselben gleich ist. Die von der Wicklung ausgehenden Kraftlinien enden zunächst, wenn man sich von der Ecke B nach D bewegt, auf der horizontalen Randlinie $A\,B$; die tieferliegenden verlaufen gegen den Mantel des Transformators $A\,C$. Dem entspricht die Begrenzung des homogenen Feldes nach Bild 14. C_ξ muß mit der unendlich fernen Ecke dieses Dreieckes zusammenfallen, da im Transformatorbereich das Potential bei C_w vom Werte 0 auf die Spannung E ansteigt, der die Strecke p proportional ist. Die übrige Begrenzung läßt sich dann folgerichtig zeichnen, wenn man den mit Pfeilen angedeuteten positiven Umlaufsinn (gegen den Uhrzeigersinn) um beide Bereiche beachtet. Mit $\nu\,\pi$ wird jetzt der Innenwinkel bei B_ξ bezeichnet.

Digitized by Google

Die Abbildung der w-Ebene auf die ζ-Ebene geschieht wieder in zwei Schritten. Im folgenden wird die Abbildung der ζ-Ebene auf die obere Halbebene kurz angedeutet.

Die Außenwinkel des Polygons in Bild 14, um welche man eine Seite im positiven Sinne drehen muß, um in die Richtung der nächstfolgenden zu gelangen, betragen $(1 - \nu\pi)$ und $\nu\pi$. Der Abbildung liegt derselbe Gedankengang zugrunde wie im vorhergehenden Beispiele: Von den drei willkürlich einander zuzuordnenden Punktepaaren der Berandungen der ζ- und z-Ebene wählt man auf der X-Achse $x_B = 0$, $x_D = 1$ und $x_C = \infty$ (Bild 13). Die Abbildung der ζ-Ebene auf die z-Ebene ermittelt man aus:

$$\frac{d\zeta}{dz} = \frac{C}{z^{1-\nu}(z-1)^{\nu}}. \tag{21}$$

Zum Zwecke der Bestimmung der Potentialverteilung an der Wicklung $B_w D_w$ berechnen wir die einem Punkte auf der Wicklung w_a zugehörige Stelle ζ_a in der ζ-Ebene durch Integration dieses Ausdruckes zwischen den Grenzen 0 und x_a:

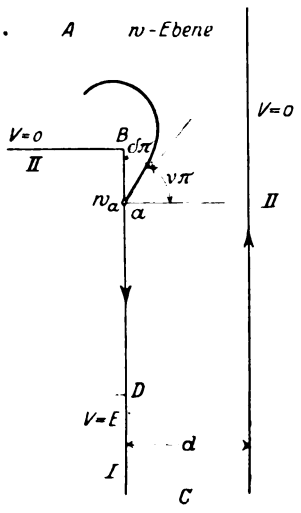


Bild 12. Bereich zwischen Wicklung und Mantel eines Transformators mit der Stromentnahme in D.

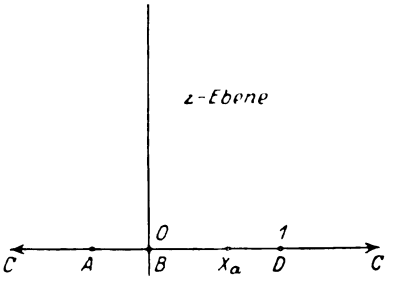


Bild 13. Obere Halbebene z.

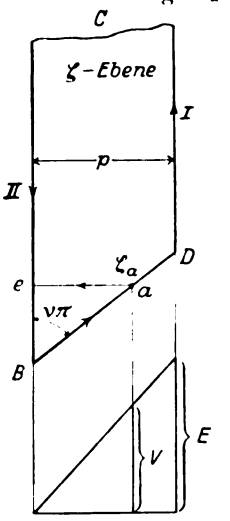


Bild 14. Bereich des homogenen Feldes, auf welchen Bild 12 abgebildet wird; Potentialverlauf zwischen I und II.

$$\zeta_a = C \int_0^{x_a} \frac{dz}{z^{1-\nu}(z-1)^{\nu}}. \tag{22}$$

Die Integrationskonstante C wird durch Integration längs des unendlich großen Halbkreises bei C_z, welchem in der ζ-Ebene die Strecke p entspricht, gewonnen. Daraus ergibt sich der Wert:

$$C = i \cdot \frac{p}{\pi}.$$

Das Integral der Gleichung (22) wird nach Gleichung (5) gelöst. Die Integrationsgrenzen müssen aber 0 und 1 betragen und wir substituieren deshalb die Integrationsvariable z durch $z = t \cdot x_a$:

$$\zeta_a = C \left(-\frac{1}{x_a}\right)^{-\nu} \int_0^1 t^{\nu-1} \cdot 1 - t\,x_a)^{-\nu}\, dt.$$

Durch den Vergleich der einzelnen Glieder mit denen der Gleichung (5) erhält man dann:

$$\zeta_a = i\,\frac{p}{\pi} \left(-\frac{1}{x_a}\right)^{-\nu} \frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(\nu+1)} \cdot F(\nu, \nu, 1+\nu, x_a). \tag{23}$$

Digitized by Google

Zu diesem Ergebnisse gelangt man auch, wenn man in Gleichung (7) die Größe $(1-\nu)$ durch ν ersetzt.

Es ist ferner:

$$i\left(-\frac{1}{x_a}\right)^{-\nu} = x_a{}^{\nu} i^{1-2\nu} = (x_a)^{\nu} e^{i\frac{\pi}{2}(1-2\nu)} = x_a{}^{\nu} \cdot e^{i\delta\pi}.$$

Schließlich ergibt sich mit Rücksicht auf die Beziehung $\Gamma(1+\nu) = \nu\,\Gamma(\nu)$ [siehe Gleichung (7a)].

$$\zeta_a = \frac{p}{\pi} x_a{}^{\nu} \cdot \frac{F(\nu, \nu, 1+\nu, x_a)}{\nu} \cdot e^{i\delta\pi}. \tag{24}$$

Der Vergleich mit Bild 12 läßt die Richtigkeit der Phase dieses Ausdruckes erkennen.

Als Nächstes erfolgt die Abbildung des Transformatorbereiches (w-Ebene) auf die obere Halbebene. Es sind bereits die drei Punkte $x_B = 0$, $x_C = \infty$ und $x_D = 1$ auf der reellen Achse der z-Ebene vorgegeben (Bild 13). Die Winkel bei den Ecken A_w und B_w betragen $\frac{3}{2}\pi$ und $-\frac{1}{2}\pi$ und man gewinnt deshalb die Abbildungsfunktion aus:

$$\frac{dw}{dz} = \frac{C}{z^{-1/3}(z+x_A)^{2/3}}. \tag{25}$$

Die gesuchte Stelle w_a wird durch Integration dieser Gleichung zwischen 0 und x_a gefunden:

$$w_a = C\int_0^{x_a} \frac{\sqrt{z}\,dz}{(z+x_A)^{2/3}}.$$

Dieses Integral soll zunächst allgemein zwischen den Grenzen o und z gelöst werden. Wir setzen $\sqrt{z} = y$ und erhalten:

$$w = C\int \frac{2y^2\,dy}{(y^2+x_A)^{2/3}}; \qquad \frac{dy}{(y^2+x_A)^{2/3}} = -\frac{1}{y}\,d(y^2+x_A)^{-1/3};$$

$$w = -2C\int y\,d(y^2+x_A)^{-1/3}.$$

Die weitere Auflösung erfolgt mit Hilfe des partiellen Integrationsverfahrens, so daß

$$w = -2C\left\{y(y^2+x_A)^{-1/3} - \int \frac{dy}{\sqrt{y^2+x_A}}\right\} = -2C\left\{\frac{y}{\sqrt{y^2+x_A}} - \ln\left[y+\sqrt{y^2+x_A}\right]\right\}.$$

Aus der Integration der Gleichung (25) längs eines großen Kreises bei C_z und der Strecke d in der w-Ebene ergibt sich die Integrationskonstante C mit $C = -i\frac{d}{\pi}$. Die Lösung lautet dann:

$$w = -2i\frac{d}{\pi}\left\{\ln\left(\sqrt{\frac{z}{x_A}} + \sqrt{1+\frac{z}{x_A}}\right) - \frac{\sqrt{\frac{z}{x_A}}}{\sqrt{1+\frac{z}{x_A}}}\right\}$$

Für $z = x_a$ folgt das gesuchte w_a mit:

$$w_a = -2i\frac{d}{\pi}\left\{\ln\left(\sqrt{\frac{x_a}{x_A}} + \sqrt{1+\frac{x_a}{x_A}}\right) - \frac{\sqrt{\frac{x_a}{x_A}}}{\sqrt{1+\frac{x_a}{x_A}}}\right\} \tag{26}$$

Wir erstrecken weiterhin die Integration von 0 bis $x_D = 1$:

$$w_D = -2i\frac{d}{\pi}\left\{\ln\left(\sqrt{\frac{1}{x_A}} + \sqrt{1+\frac{1}{x_A}}\right) - \frac{\sqrt{\frac{1}{x_A}}}{\sqrt{1+\frac{1}{x_A}}}\right\} \tag{27}$$

Mit Hilfe dieser Gleichung gewinnen wir x_A als Funktion der Wicklungshöhe w_D und der Kanalbreite d. Es läßt sich daher wieder für ein bestimmtes $\frac{w_D}{d}$, ζ_a [Gleichung (24)] und w_a [Gleichung 26)] durch x_a ausdrücken. Wir erhalten somit,

Digitized by Google

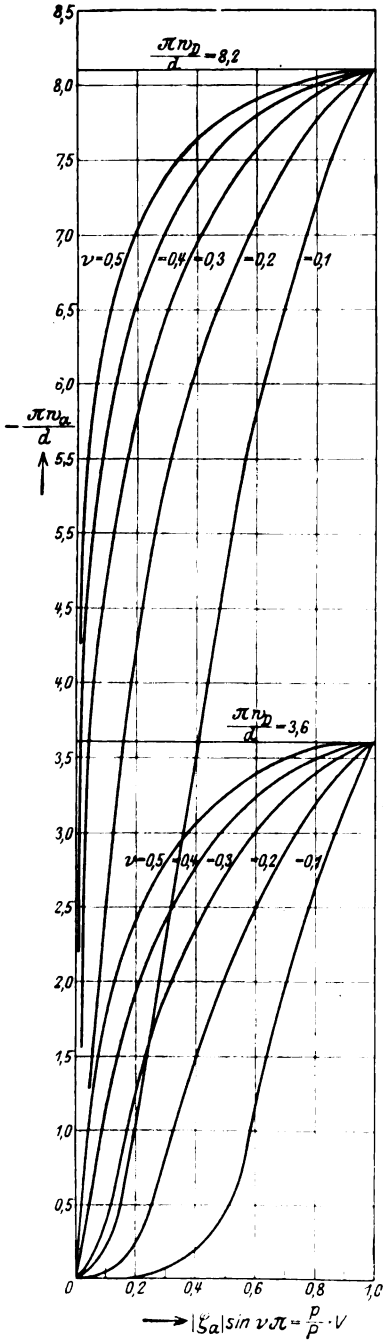


Bild 15.

wenn wir für x_a verschiedene Werte von 0 bis 1 einsetzen, eine Beziehung zwischen w_a und ζ_a und da nach Bild 14 $\zeta_a \cdot \sin \nu\pi$ proportional dem jeweiligen Potential ist, die Größe des Potentiales in w_a. In Bild 15 ist der Verlauf des Potentials längs der Wicklung für $\nu = 0{,}1$ bis $\nu = 0{,}5$ wiedergegeben, und zwar entsprechen die beiden Kurvenscharen den Verhältnissen $\frac{\pi w_D}{d} = 3{,}6$ und $\frac{\pi w_D}{d} = 8{,}2$. Über die Ermittlung der elektrischen Feldstärke und des Verlaufes der elektrischen Kraftlinien im Bereiche des Transformators gilt entsprechend dasselbe, was im vorher behandelten Falle gesagt wurde.

Zusammenfassung.

Das Potential längs der Wicklung eines Transformators steigt vom Endpunkt gegen den Anfang der Wicklung mit fortschreitender Windungszahl (bzw. Spulenzahl) an. Zum Unterschiede von der gewöhnlichen Annahme, nach welcher man den Rand der Wicklung als Leiter mit überall gleichem Potential ansieht, wird dieser Potentialverlauf längs der Wicklung bei der elektrostatischen Berechnung berücksichtigt. Die Lösung der Aufgabe erfolgt mit Hilfe der konformen Abbildung, derart, daß das elektrische Feld des Transformators auf den Bereich eines homogenen elektrischen Feldes abgebildet wird. Die Abbildung wird, da es sich um geradlinig begrenzte Bereiche handelt, auf Grund des Schwarzschen Theorems durchgeführt. Es wird aber zunächst vorausgesetzt, daß das Verhältnis zwischen der Radial- und der Tangentialkomponente der Feldstärke an der Oberfläche der Wicklung überall gleich ist. Auf diese Weise läßt sich auch der Bereich des homogenen Feldes geradlinig begrenzen. Diese Annahme ist gleichbedeutend mit der Voraussetzung, daß die Kraftlinien die Wicklung überall unter demselben Winkel φ treffen. Bei Annahme eines bestimmten Winkels φ wird nun diejenige Wicklung ermittelt, welche diese Bedingungen erfüllt. Es werden bei der Durchführung der Rechnung mehrere Werte für diesen Winkel angenommen und die jeweilige Wicklung (Potentialverlauf längs derselben) berechnet. Dadurch ergibt sich eine Kurvenschar, deren Verlauf vom Verhältnis der Höhe der Wicklung zum Abstand der Wicklung vom Mantel abhängig. Liegt dann eine bestimmte Wicklung eines Transformators vor, so vergleicht man den Potentialverlauf längs derselben mit diesen Kurven. Man wählt dann davon diejenige, die am wenigsten vom tatsächlichen Potentialverlauf abweicht. Somit hat man einen mittleren Neigungswinkel der Kraftlinien gegen die Wicklung gegeben; ferner kann man die Feldstärke in jedem Punkte längs der Wicklung berechnen und kann schließlich auch das Kraftlinienbild zeichnen, da sich der Anfang und der Endpunkt der einzelnen Kraftlinien leicht bestimmen lassen.

Digitized by Google

Zum Durchschlag fester Isolatoren.

Von

G. Güllner.

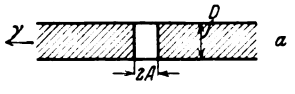
Mitteilung aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Aachen.

I. Allgemeine Übersicht.

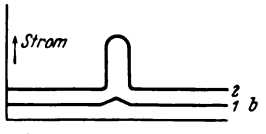
Die Frage nach dem physikalischen Vorgang des elektrischen Durchschlages fester und flüssiger Isolierstoffe ist heute nur teilweise geklärt. Im wesentlichen bestehen heute drei grundsätzlich verschiedene Auffassungen über das Wesen des elektrischen Durchschlages.

a) Die Wärmetheorien.

Die älteste Theorie, die Wärmetheorie, stammt von K. W. Wagner[1]. Ähnliche Anschauungen sind auch von Steinmetz und Hayden[2] und Günther-Schulze[3] entwickelt worden. Die Wärmetheorien beruhen auf dem negativen Temperaturkoeffizienten des Widerstandes der Isolierstoffe. Nach Wagner besitzt ein Isolationsmaterial nicht überall die gleiche Leitfähigkeit; vielmehr bevorzugt der Strom Kanäle, die gegenüber ihrer Umgebung höhere Leitfähigkeit besitzen (Bild 1). Der Isolationsstrom erwärmt das Material und besonders den Kanal mit höherer Leitfähigkeit. Dadurch steigt die Leitfähigkeit, der Strom wird größer, ebenso die Erwärmung und wieder die Leitfähigkeit usf. Von einer gewissen Spannung ab kommt das gegenseitige Emportreiben nicht zur Ruhe: es erfolgt der Durchschlag. Qualitativ gibt Wagners Rechnung Proportionalität zwischen Durchschlagspannung und Schichtdicke, kleinere Festigkeit bei Wechselspannung als bei Gleichspannung und, da die Effektivwerte für den Durchschlag maßgebend sind, höhere Festigkeit für Stoßspannung. Quantitativ kann Wagners Rechnung nicht viel aussagen, da ja die Kanaldicke unbestimmt bleibt.



a) Isolator mit Kanal höherer Leitfähigkeit



b) Stromverteilung

Bild 1.

2. Im Anschluß an K. W. Wagner hat W. Rogowski[4] und Th. von Karman[5] das Problem des Wärmedurchschlages weiter entwickelt. Rogowski läßt zunächst die Vorstellung, der Durchschlag werde durch Inhomogenitäten im Isolator hervorgerufen, fallen und zeigt, daß auch für einen homogenen gleichmäßig vom Strom durchflossenen Isolator ein Labilwerden des thermisch-elektrischen Gleichgewichtes ebenfalls eintritt. Der Vorteil gegenüber Wagners Rechnung liegt vor allem darin, daß eine quantitative Auswertung möglich ist. Rogowski zeigt an Hand seiner quantitativen Werte, daß ein Wärmedurchschlag bei kleinen Dicken und normalen

[1] K. W. Wagner, Journal of Amer. Inst. of Electrot. Engineers S. 288, 1922.
[2] Steinmetz und Hayden, Electrical World 80, S. 865, 1922.
[3] Günther-Schulze, Jahrb. der Radioaktivität und Elektronik S. 92, 1922/23.
[4] W. Rogowski, Arch. f. Elektrot. Bd. 13, S. 153, 1924.
[5] Th. v. Karman, Arch. f. Elektrot. Bd. 13, S. 174, 1924.

Digitized by Google

Temperaturen nur bei höheren Feldstärken möglich ist, als man gewöhnlich beobachtet. Besonders wichtig ist sein Beweis, daß für Stoßspannungen die Stromwärme auf den Durchschlag keinen Einfluß haben kann, da in den kurzen Zeiten gar nicht genügend Wärme zur erforderlichen Temperaturerhöhung erzeugt werden kann. Es muß also noch aus rein elektrischen Gründen ein Durchschlag erfolgen können, und so gelangte Rogowski zu der wärmeelektrischen Auffassung des Durchschlages. Während bei kleinen Dicken für den Durchschlag rein elektrische Gründe maßgebend sind, geht der Durchschlag bei größeren Dicken nach der Wärmeauffassung vor sich.

3. Eine weitere, wesentlich spätere theoretische Untersuchung über den Wärmedurchschlag rührt von V. Fock her[1]. Focks Ergebnisse wurden von L. Inge, N. Semenoff und A. Walther[2] experimentell geprüft. Sie erhielten für Steinsalz (200 bis 700°), Glas (120—300°) und für Porzellan (200—313°) qualitativ, zum Teil auch quantitativ gute Übereinstimmung mit der Theorie. Durch diese Messungen scheint es tatsächlich sichergestellt zu sein, daß bei höheren Temperaturen und Dauerbeanspruchung der Durchschlag nach der Wärmeauffassung erfolgt, wie sie von Rogowski und V. Fock vertreten wird.

b) Molekulare und technische Durchschlagsfeldstärke.

Die reine Wärmeauffassung reicht nicht aus. Es muß noch ein rein elektrischer Effekt von Bedeutung sein können. Rogowski[3] hat hier versucht, Klarheit zu schaffen. Rogowski stellt das Problem des elektrischen Durchschlages auf eine neue theoretische Grundlage und führt seine Rechnung für die Durchschlagsfeldstärke für einen möglichst einfach gebauten Isolator, für einen regulären Steinsalzkristall durch. Er unterscheidet zwischen molekularer und technischer Durchschlagsfeldstärke.

Molekulare Durchschlagsfeldstärke. Durch das elektrische Feld wird das positive Natriumgitter gegen das negative Chlorgitter verschoben, bis bei einer gewissen Feldstärke eine stabile Lage der beiden Gitter gegeneinander nicht mehr möglich ist und der Durchschlag erfolgt. Rogowski erhält so eine Durchbruchsfeldstärke von rund 100 Millionen Volt/cm. Überraschenderweise ist Joffé vor kurzem durch Messung an sehr dünnen Glasblättchen zu Feldstärken gekommen, die den Rogowskischen entsprechen[4]. Bei normalen Dicken liegen die Werte aber etwa 100mal tiefer. Es muß somit noch ein weiterer Grund hierfür aufzusuchen sein.

Technische Durchbruchsfeldstärke. Nach Forschungen von H. Siedentopf[5] gibt es im Steinsalzrealkristall, wie überhaupt in jedem Körper, ein ultramikroskopisches Spaltengefüge, in dem sich bei Steinsalz freie positive Ionen befinden. Diese freien positiven Ionen werden durch das elektrische Feld beschleunigt und vermögen bei genügend hohen Feldstärken und genügend langen Spalten, wenn nämlich ihre lebendige Energie die Platzwechselarbeit übersteigt, das Gitter zu zertrümmern. Auf diese Weise erhielt Rogowski eine Durchbruchsfeldstärke von 1,3 Millionen Volt/cm. Es sei noch erwähnt, daß A. Smekal[6] durch vergleichende Betrachtung mit der mechanischen Zerreißfestigkeit auf Grund Rogowskis Rechnungen eine Durchschlagsfestigkeit für Steinsalz von 200 kV/cm schätzte[7].

[1] V. Fock, Arch. f. Elektrot. **19**, S. 71, 1927,

[2] L. Inge, N. Semenoff und A. Walther, Arch. f. Elektrot. **17**, S. 433, 1926 und L. Inge und A. Walther, Arch. f. Elektrot. **18**, S. 542, 1927.

[3] W. Rogowski, Arch. f. Elektrot. **18**, 1927.

[4] A. Joffé, T. Kurchatoff und K. Sinelnikoff (Journal of Mathematics and Physics) haben für Glas von 10^{-3} bis $2 \cdot 10^{-6}$ cm Dicke Werte bis $100 \cdot 10^6$ Volt/cm erhalten.

[5] Siedentopf, Physik. Zeitschr. S. 131, 1923.

[6] A. Smekal, Arch. f. Elektrot. **18**, 1927.

[7] Es sei noch erwähnt, dass Joffe die Erniedrigung gegenüber dem Rogowskischen Sorten auf Jonisation zurückführt.

Digitized by Google

Wenn man nun die verschiedenen Theorien gegeneinander abwägen will, so treten infolge der verwirrenden Fülle der Durchschlagserscheinungen große Schwierigkeiten auf, zumal da die experimentellen Arbeiten vielfach sehr uneinheitlich sind und sich zum Teil in ihren Ergebnissen widersprechen. In der nachstehenden Arbeit soll nun versucht werden, die Unstimmigkeiten in den experimentellen Ergebnissen der einzelnen Autoren zu klären und an Hand von einwandfreien Versuchsbedingungen bei einfachen Materialien saubere Werte zu erhalten.

II. Vergleich der verschiedenen Methoden der Festigkeitsprüfung.

a) Die Untersuchung über die elektrischen Eigenschaften fester Isolierstoffe zeichnen sich besonders durch die großen Unterschiede aus, die dabei für die Durchschlagsfestigkeit ein und derselben Materialien angegeben werden. Folgende Tabelle zeigt die Festigkeitswerte, die einige Autoren für Glas von 0,2 mm Dicke erhalten haben.

Tabelle 1.

Autor	Gleichspannung kV/cm	Wechselspannung kV/cm
Dieterle[1]	615	385
Mündel[2]	690	425
Moszinski[3]	—	1950
Inge und Walther[4]	2130	2070
Rochow[5]	2950	2460

Ebenso haben die einzelnen Autoren für die Durchschlagsfestigkeit bei Gleich-, Wechsel- und Stoßspannung verschiedene Resultate erhalten. Von großem Interesse ist weiter die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke. Auch hier sieht man heute noch nicht klar. Es ist nun nicht anzunehmen, daß derartige Unterschiede lediglich in der Verschiedenheit der untersuchten Glassorten bedingt sind. Vielmehr ist anzunehmen, daß gewisse Unstimmigkeiten auch

Bild 2.

Bild 3.

in den Versuchsbedingungen zu suchen sind. Aus diesem Grunde untersuchte ich auf Veranlassung von Prof. Rogowski unter verschiedenen Versuchsanordnungen ein und dieselbe Glassorte, um die so erhaltenen Werte miteinander vergleichen zu können. Ähnliche Untersuchungen haben kürzlich L. Inge und A. Walther mit großem Erfolg ausgeführt[6] und bereits veröffentlicht. Die sorgfältig geschliffenen Glasplatten, an denen die Messungen ausgeführt wurden, stiftete die Osram-G. m. b. H. durch die freundliche Vermittlung von Herrn Prof. Gehlhoff.

a) Die höchsten Werte für die Festigkeit von Glas erhielten diejenigen Autoren, die sorgfältig jede Inhomogenität in der Feldverteilung vermieden. Sie gaben dem Prüfling die Form von Bikonkavlinsen (Schumann) oder auch von sphärisch aufgeblasenen Röhren (Moszinski), wobei allerdings Unsicherheiten in der Bestimmung

[1] ETZ S. **332**, 1925.
[2] E. Mündel, Arch. f. Elektrot. **15**, 1925.
[3] Moszinski, ETZ 1905.
[4] L. Inge und A. Walther, Arch. f. Elektrot. **19**, 1928.
[5] Rochow, Arch. f. Elektrot.
[6] L. Inge und A. Walther, l. c.

Digitized by Google

der genauen Schichtdicke und Feldstärke nicht zu vermeiden sind. Die Untersuchung kann man dann, wenn man für gutes Anliegen der Elektroden sorgt, in Luft oder auch unter Öl ausführen. Am besten eignet sich die Form (Bild 2), die von W. Rogowski[1] angegeben wurde und die in der kleinsten Schichtdicke einen ebenen Teil hat. Die Abrundungen sind nach Niveaulinien des Maxwellschen Plattenkondensators gebildet und so gewählt, daß die Feldstärke in dem ebenen Teil ihren größten Wert hat, während sie nach dem Rande hin immer mehr abnimmt. Erfolgt hier der Durchschlag in dem ebenen Teil der Elektrode, so ist die Feldstärkenbestimmung und die Dickenmessung sicher. Da aber das Schleifen der Form erhebliche Kosten verursacht, bei einigen Isoliermaterialien, wie z. B. Glimmer, überhaupt unmöglich ist, wurde dieser Vorschlag durch folgende Versuchsanordnung verwirklicht (Bild 3). P ist der Prüfling, auf dem die Elektrodenform A durch eine dünne Mennigeschicht B auf-

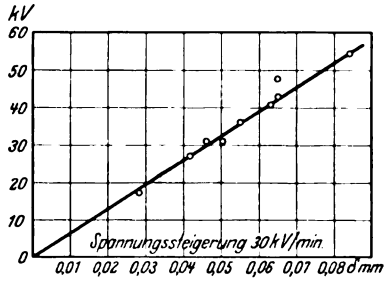


Bild 4a. Durchschlag von Glimmer bei Gleichspannung.

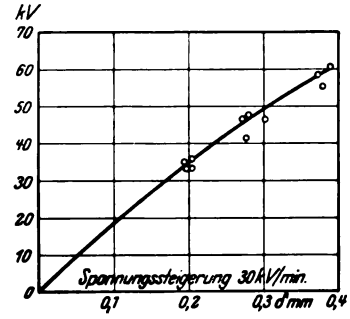


Bild 4b. Durchschlag von Glas bei Gleichspannung.

geklebt wurde. Bestand der Prüfling aus Glas, so wurde als Elektrodenform ebenfalls Glas gewählt. Die Elektrodenform war sorgfältig geschliffen, so daß der Übergang von Glasplatte zur Elektrodenform ganz allmählich vor sich ging. Als Klebmaterial wurde Mennige gewählt, die mit Olein angesetzt, in möglichst dünner Schicht aufgetragen wurde und so ein vorzüglich gleichmäßiges und luftfreies Zwischenmedium ergab. Mennige besitzt eine sehr hohe Dielektrizitätskonstante (18) und gegenüber Glas eine sehr hohe Leitfähigkeit. Da nun Mennige in sehr dünner Schicht aufgetragen wurde, wird die Feldverteilung nicht wesentlich von der bei eingeschliffener Elektrodenform abweichen, und es liegt außerdem nur ein sehr geringer Spannungsanteil an der Mennigeschicht. In die obere Elektrode wurde als Kontakt sorgfältig gereinigtes Quecksilber gefüllt. Die Rückseite des Prüflings wurde entweder versilbert, oder es wurde ebenfalls ein Quecksilberkontakt geschaffen. Der so hergerichtete Prüfling wurde, nachdem er einige Stunden in Luft getrocknet war, zum Durchschlag unter Öl gesetzt. Auf diese Weise erhielt ich in der Regel einen Durchschlag in dem ebenen Teil der Elektroden. Es war allerdings darauf zu achten, daß der Übergang von Glasplatte zur Elektrodenform sorgfältig hergestellt war. Bild 4a und b zeigen die mit dieser Anordnung mit Gleichspannung für Glimmer und Glas erhaltenen Werte. Die Festigkeitswerte betragen bei Glas 1750 kV/cm und bei Glimmer 6400 kV/cm, und es zeigt sich, daß die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke fast geradlinig ist.

b) Eine der gebräuchlichsten Prüfmethoden für feste Isolierstoffe ist der Durchschlag des Prüflings unter einem flüssigen Medium. Der Durchschlag erfolgt bei den meisten flüssigen Medien am Rande der Elektroden. Man hat sich den Durchschlagsvorgang hierbei etwa folgendermaßen vorzustellen. Bei Gleichspannung wird sich

[1] W. Rogowski, Arch. f. Elektrot. **12**, S. 1, 1923.

Digitized by Google

die Spannung am Rande der Elektroden umgekehrt wie die Leitfähigkeiten der beiden geschichteten Dielektrika aufteilen. Da nun in der Regel die Festigkeit des flüssigen Mediums sehr klein gegenüber der Festigkeit des festen Isolierstoffes ist, während bei der Leitfähigkeit beider die Verhältnisse umgekehrt liegen, so kann bei steter Spannungsteigerung der Punkt kommen, in dem der Spannungsanteil, der am flüssigen Medium liegt, groß genug ist, das Medium zu durchschlagen. Erfolgt nun ein Durchschlag des Öles, so wird an dieser Stelle der Prüfling, sei es durch den Funken oder auch durch Ionenbombardement, erwärmt oder zertrümmert und der Durchschlag erfolgt. Bestätigt wird diese Annahme durch folgende Erscheinung. Wenn man bei einigen Ölsorten die Spannung bis kurz vor dem Durchschlag steigert, so treten häufig am Rande der Elektroden leuchtende Funken im Öl auf, oder man hört auch nur knackende Geräusche. Offenbar wird das Öl dann durchschlagen. Steigert man die Spannung weiter, so erfolgt kurz darauf der Durchschlag. Nach dieser Vorstellung ist also ausschlaggebend für den Durchschlag des Prüflings die Festigkeit und Leitfähigkeit des umgebenden Mediums. Anschaulich zeigt dies Tabelle 2. In der

Tabelle 2.

Ölsorte	Spezifischer Widerstand des Öles	Festigkeit des Öles kV/cm	Dielektrizitätskonstante des Öles
Anilin	$4{,}9 \cdot 10^7$	89,4	6,9
Ger. Transformatorenöl .	$5{,}9 \cdot 10^{10}$	88,5	2,2
Unger. Transformatorenöl	$1{,}52 \cdot 10^{10}$	26,5	2,2
Rizinusöl	$1{,}32 \cdot 10^{11}$	43,5	4,4
Paraffinöl	$2{,}3 \cdot 10^{11}$	77,5	2,1

Ölsorte	Festigkeit des Glases bei Gleichspannung kV/cm	Festigkeit des Glases bei Wechselspannung kV/cm Spitzenwert	Festigkeit des Glases bei Stoßspannung kV/cm
Anilin	1660	1654	1140
Ger. Transformatorenöl .	1020	920	700
Unger. Transformatorenöl	980	640	530
Rizinusöl	740	570	880
Paraffinöl	660	635	620

Tabelle sind die Festigkeitswerte ein und derselben Glassorte bei Gleich-, Wechsel- und Stoßspannung eingetragen, die ich beim Durchschlag unter 5 verschiedenen Ölsorten erhalten habe. Weiter sind auch die spezifischen Widerstände, Festigkeitswerte und die Dielektrizitätskonstanten der Öle angegeben.

Die spezifischen Widerstände der Öle sind bei einer Feldstärke von 20 kV/cm angegeben. Ihre Dielektrizitätskonstanten sind mit einer Kapazitätsbrücke gemessen, ihre Festigkeit mit normalen Kugelelektroden und für Gleichspannung angegeben. Die Festigkeit der Öle für Gleich- und Wechselspannung ist gleich, während sie bei Stoßspannung beträchtlich höher liegt[1]. Die Schaltanordnung für die Glasdurchschläge zeigt Bild 5. Die Gleichspannung wurde nach der gebräuchlichen Methode mit Glühventil und Kondensator erzeugt. P ist das Prüfgefäß, R ein Schutzwider-

[1] Y. Toriyama, Arch. f. Elektrot. **19**, S. 31, 1927.

Digitized by Google

stand. Die Funkenstrecke F dient zur Spannungsmessung. Da die Leitfähigkeit, und damit die durch das Prüfgefäß fließenden Ströme bei den einzelnen Ölsorten stark verschieden sind (der weitaus größere Teil des Stromes fließt durch das Öl), waren es auch die Spannungsabfälle am Transformator, am Schutzwiderstand und am Glühventil. Die Meßanordnung wurde daher für jede Ölsorte neu geeicht. Auf diese Weise konnten große Fehler vermieden werden. Bei Anilin mußte sogar der Spannungswandler von 500 Volt-Ampere und $\ddot{u} = 110/50000$ durch einen Transformator von 20 kVA und $\ddot{u} = 220/250\,000$ ersetzt werden, da bei 0,2 mm

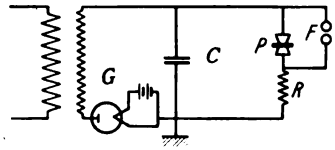


Bild 5.

Glasplatten infolge der Spannungsabfälle ein Durchschlag nicht mehr erreicht werden konnte.

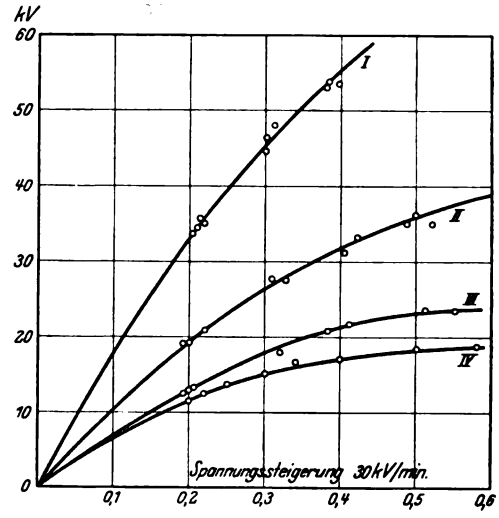


Bild 6. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke bei Glas und bei verschiedenen Versuchsanordnungen.
I. Anilin, II. Unger. Transf. Öl, III. Parafinöl, IV. Vakuum.

Tabelle 2 zeigt, daß die Glasfestigkeit bei Gleichspannung mit zunehmender Leitfähigkeit der Öle steigt, während die Dielektrizitätskonstanten in keinem Zusammenhang zur Glasfestigkeit zu bringen sind. Eine Ausnahme macht nur gereinigtes Transformatorenöl. Das ist aber auch nach dem entwickelten Mechanismus des Durchschlags ganz erklärlich; denn mit dem spezifischen Widerstand ist auch die Durchschlagsfestigkeit des gereinigten Transformatorenöles größer als die des ungereinigten, so daß sich beide Einflüsse ungefähr aufheben. Der Wert der Glasfestigkeit der beiden liegt tatsächlich auch nahe beieinander, und es ist schwer zu entscheiden, welches wirklich den höheren Wert hat, da die Unterschiede beider noch im Bereich der Fehlermöglichkeit liegen. Die erhaltenen Werte zeigen augenscheinlich, je höher die Festigkeit und Leitfähigkeit des umgebenden Mediums ist, desto höher liegt die Festigkeit des Glases. Man muß dabei noch berücksichtigen, daß die Leitfähigkeit des Glases mit wachsender Feldstärke zunimmt, so daß die Spannungsaufteilung bei höheren Spannungen für das umgebende Medium immer ungünstiger wird.

Unter Anilin scheint tatsächlich die größte Festigkeit des Glases erreicht zu sein. Denn während bei den anderen Ölsorten der Durchschlag meist am Rande der Elektroden liegt, erfolgt er bei Anilin in der Mitte. Auch bei versilberten Platten zeigt es sich, daß der Durchschlag jetzt im versilberten Teil der Platte liegt.

Diese Beobachtungen stehen in guter Übereinstimmung mit denjenigen von Inge und Walther und sind als Bestätigung dieses wichtigen experimentellen Befundes von einigem Interesse.

Bild 6 zeigt die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke bei Gleichspannung. Der parabolische Zusammenhang zwischen Durchschlagspannung und Schichtdicke geht bei Medien mit höherer Leitfähigkeit und Festigkeit immer mehr in eine Gerade über und ist bei Anilin fast linear. Weiter stimmen die Werte, die mit der Anordnung Bild 3 erhalten sind, mit den Werten unter Anilin überein.

Digitized by Google

Dies bestätigt unsere Ansicht, daß wir bei Anilin die wirkliche Festigkeit des Glases erreicht haben.

Wesentlich anders als bei Gleichspannung liegen die Verhältnisse bei Wechselspannung. Aus der Tabelle sehen wir, daß der Unterschied der Durchschlagspannung bei Gleich- und Wechselspannung zwischen Null und 32,5% liegt. Bei Anilin ist kein Unterschied festzustellen. Eine einfache Rechnung zeigt uns jetzt die Spannungsaufteilung am Rande der Elektroden. Wir nehmen den Idealfall eines Zweischichten-

Bild 7.

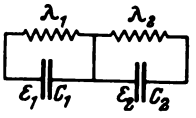


Bild 8.

kondensators (Bild 7) mit planparallelen gleich dicken Schichten und mit den Leitfähigkeiten λ_1, λ_2 und den Dielektrizitätskonstanten ε_1, ε_2. Bild 8 zeigt das Ersatzschema dieser Anordnung. Die Leitfähigkeit jeder Schicht für sich allein betrachtet ist:

$$\lambda_I = \lambda_1 + j\omega\,\varepsilon_1; \qquad \lambda_{II} = \lambda_2 + j\omega\,\varepsilon_2.$$

Anstatt der Kapazität C_1 und C_2 sind die ihnen proportionalen Dielektrizitätskonstanten ε_1, ε_2 eingeführt. Mithin ist die Spannungsaufteilung am Kondensator:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\lambda_2 + j\omega\,\varepsilon_2}{\lambda_1 + j\omega\,\varepsilon_1}.$$

Für Gleichstrom ist: $\omega = 0$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}.$$

Für $\omega = \infty$ erhalten wir:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}.$$

Bei Wechselspannung kommen also noch die Frequenz und die Dielektrizitätskonstanten hinzu, die von Ausschlag für die Spannungsaufteilung sind. Nur bei kleinen Frequenzen und bei großer Leitfähigkeit des umgebenden Öles ($\lambda_1 \gg \lambda_2$) wird man einen einwandfreien Durchschlag erwarten können. Die Werte in der Tabelle sind für Wechselstrom von 50 Perioden angegeben und zeigen tatsächlich, daß, je größer die Festigkeit, die Dielektrizitätskonstante und Leitfähigkeit der Öle ist, desto höher die Festigkeit des Glases liegt. Während bei den anderen Ölen der Durchschlag am Rande der Elektroden liegt, erfolgt er bei Anilin auch bei versilberten Platten in der Mitte. Ebenso ist ein Unterschied zwischen Gleichspannung und Wechselspannung bei Anilin nicht mehr zu bemerken. Offenbar ist bei Anilin die Leitfähigkeit so groß, daß die kapazitativen Ströme bei 50 Perioden ohne Bedeutung für die Spannungsaufteilung sind.

Die letzte Spalte der Tabelle 2 zeigt die Festigkeitswerte für Stoßspannung. Die Prüfung wurde mit Schaltung Bild 15 auf S. 277 ausgeführt. Die Wirkungsweise der Schaltung ist dort ebenfalls beschrieben. Die Form der Stoßspannung zeigt Bild 16a auf S. 277. Es ist ein einmaliger Stoß mit einem scharf ausgeprägten Spannungsmaximum, der einer sehr hohen Frequenz entspricht. Die Spannungsteigerung beträgt ungefähr $2 \cdot 10^{-11}$ Volt/sec. Wir sehen, daß wir jetzt Festigkeitswerte bekommen, die gegenüber den Gleich- und Wechselspannungswerten ganz unregelmäßig liegen. Wie zu erwarten war, bestimmen jetzt ausschließlich die Diektrizitätskonstante und Festigkeit der Öle den Wert der Durchschlagspannung.

Digitized by Google

Während L. Inge und A. Walther[1] ebenfalls den Einfluß der Leitfähigkeit und der Dielektrizitätskonstante des umgebenden Mediums auf die Festigkeit des Prüflings feststellen, ist ihnen der Einfluß der Festigkeit des umgebenden Mediums entgangen und sie deuten demgemäß die Erscheinung anders.

Aus den Versuchen erklären sich zum Teil die Widersprüche, die man in der Literatur vielfach findet. Der Einfluß des umgebenden Dielektrikums täuscht Frequenz und Dickenabhängigkeit vor, wie sie in Wirklichkeit gar nicht bestehen. Einwandfreie Werte für Gleich- und Wechselspannungen bei niedrigen Frequenzen kann man erhalten, wenn man ein Medium mit großer Leitfähigkeit und Dielektrizitätskonstante benutzt. Doch scheint bei Stoßspannungen und hohen Frequenzen nur dann eine einwandfreie Prüfung möglich zu sein, wenn man dem Prüfling eine Form gibt, wie sie auf S. 270 (Bild 2) beschrieben ist.

III. Untersuchungen im Hochvakuum und unter Druck.

Um Randentladungen (Gleitfunken) und Randdurchschläge zu vermeiden, könnte man die Durchschläge im Hochvakuum ausführen, wie es E. Mündel[1] getan hat. Denn Durchschläge unter Halbleitern, z. B. Anilin, sind nur bis zu gewissen Spannungen möglich, da dann die Erwärmung der Halbleiter infolge großer Ströme zu groß wird. Es wurden nun mit derselben Apparatur, wie sie von E. Mündel gebraucht wurde, Versuche ausgeführt. Doch stellte es sich heraus, daß man selbst nach langer

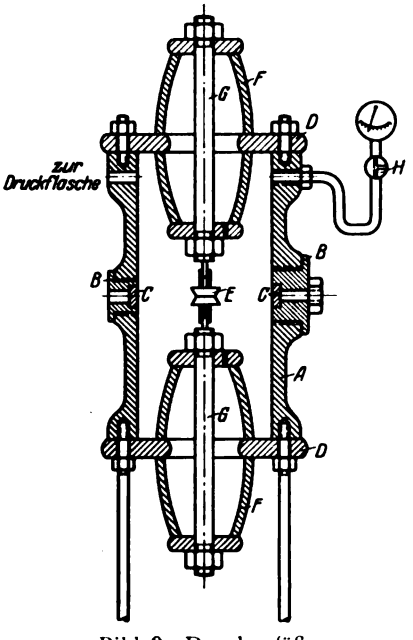


Bild 9. Druckgefäß.

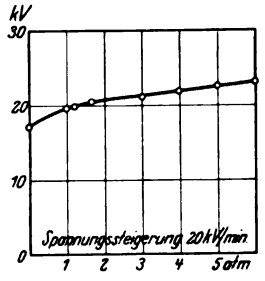


Bild 10. Randentladungen bei Glimmer in Abhängigkeit vom Druck.

Pumpzeit (4 bis 5 Stunden) die Randentladungen nicht viel über 20 kV hinaus vermeiden kann. Aus diesem Grunde versuchte ich auf Veranlassung von Prof. Rogowski die Untersuchung unter Druck auszuführen. Es war zu erwarten, daß mit erhöhter Festigkeit der Luft auch die Gleitfunken später auftreten würden, und daß man bei genügend hohen Drucken einwandfreie Durchschläge erhalten würde, vorausgesetzt, daß die Festigkeit des Isolationsmaterials nicht wesentlich mit dem Druck steigt. Bild 9 zeigt das Prüfgefäß.

A ist ein Hohlzylinder aus Rotguß mit zwei sich radial gegenüberliegenden Bohrungen *B* zum Einsetzen der Isolationsplatten. In die Verschlußmuttern dieser Bohrungen sind die Fenster *C* aus Hartglas eingelassen, um während des Versuches

[1] E. Mündel, l. c.

Digitized by Google

die Platte beobachten zu können. Das Gefäß wird auf beiden Seiten durch die Stahldeckel D abgeschlossen, an die die Durchführung F mittels der Bolzen G angepreßt werden. Die Durchführungen bestehen aus Porzellanisolatoren, deren Inneres durch eine Bohrung mit dem Druckgefäß in Verbindung steht. Dadurch wird die elektrische Sicherheit der Durchführungen je nach dem Druck erhöht. An den Durchführungen sitzen die Elektroden, die mittels einer Feder aneinandergepreßt werden. Der Druck war aus einer Stickstoffflasche mittels eines Reduzierventils einstellbar, während der Dreiweghahn H zum Entspannen des Gefäßes diente.

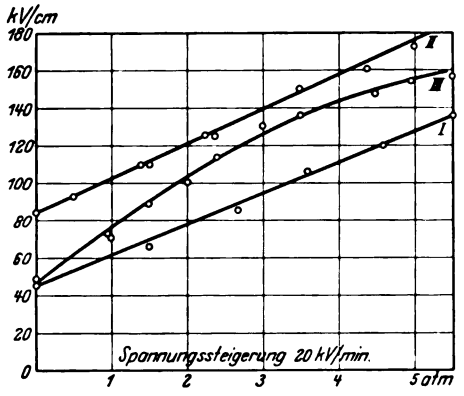


Bild 11. Durchschlag von Paraffinöl unter Druck. III. Wechselspannung, I. Gleichspannung, II. Gleichspannung gereinigtes Paraffinöl.

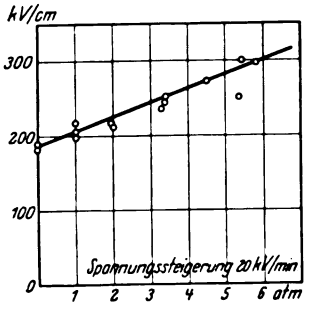


Bild 12. Durchschlag von 0,5 mm Dicke unter Druck.

Bei den Versuchen stellte es sich jedoch gegen alles Erwarten heraus, daß der Druck wenig Einfluß auf das Auftreten von Gleitfunken hat. Bild 10 zeigt das Auftreten von Randentladungen bei Glimmer von $50 \times 50 \times 0{,}075$ mm Plattengröße. Wir sehen, daß die Randentladungen bei 6 Atmosphären nur 5,6 kV, d. h. 33% später auftreten.

Sodann wurde noch Paraffinöl unter Druck mit normalen Kugelelektroden durchgeschlagen. Bild 11 zeigt die erhaltenen Werte. Bei Gleichspannung steigt die Festigkeit des Öles proportional mit dem Druck, wie es auch F. Kock[1] bis 20 Atmosphären beobachtet hat. Der Charakter der Kurve bleibt auch bei gereinigtem Öl erhalten. Gereinigt wurde das Öl nach Angabe von F. Schröter[2] durch Kochen und Filtrieren mit Hartfilter. Bei Wechselspannung biegt die Kurve schon bei ungefähr 3 Atm. ab. Während F. Kock eine Festigkeitszunahme

bei Gleichspannung von . . . . 2,8 kV/cm/Atm.
„ Wechselspannung von . . . 5,3 kV/cm/Atm.

fand, ergaben meine Versuche eine solche

bei Gleichspannung von . . . . 18 kV/cm/Atm.
„ Wechselspannung von . . . 27 kV/cm/Atm.

(im geradlinigen Teil).

Bei Preßspan (Bild 12) erhielt ich ebenfalls eine Zunahme der Festigkeit mit dem Druck (24 kV/cm/Atm.), während bei Steinsalz und Porzellan eine Zunahme der Festigkeit bis 8 Atm. nicht festgestellt werden konnte.

[1] F. Kock, ETZ **36**, S. 85, 1915.
[2] F. Schröter, Arch. f. Elektrot. **12**, S. 67, 1923.

Digitized by Google

IV. Versuche an 11 verschiedenen Glassorten.

In Tabelle 3 sind die Werte der Festigkeit und Leitfähigkeit von 11 Glassorten angegeben. Die Glasplatten von 0,2 mm Dicke stellte die Osram - G. m. b. H. durch freundliche Vermittlung von Herrn Prof. Gehlhoff zur Verfügung. Es soll durch die Versuche vor allem festgestellt werden, in welchem Zusammenhang Festigkeit und Leitfähigkeit stehen. Um die Festigkeit zu messen, wurden die Platten versilbert und unter Anilin durchgeschlagen. Zur Leitfähigkeitsmessung wurden die Platten in bekannter Weise mit Schutzringelektroden aus Platin versehen, und mit einem Spiegelgalvanometer mit einer Empfindlichkeit von $1{,}7 \cdot 10^{-11}$ Amp./mm die Stromstärke gemessen. Als Spannungsquelle diente zum Teil eine Hochspannungsbatterie, zum Teil wurde die Gleichspannung mittels Gleichrichtung mit Glühventil erhalten. Die spezifische Leitfähigkeit ist in der Tabelle bei einer Feldstärke von 36 kV/cm und 17° C angegeben. Es sei noch bemerkt, daß ich bei sämtlichen Glassorten einen Anstieg der Leitfähigkeit mit der Feldstärke erhielt.

Tabelle 3.

Glassorte	Festigkeit kV/cm	Spezifischer Widerstand Ohm/cm	Glassorte	Festigkeit kV/cm	Spezifischer Widerstand Ohm/cm
1	2180	$7{,}85 \cdot 10^{14}$	7	1300	$1{,}5 \cdot 10^{12}$
2	1640	$2{,}78 \cdot 10^{12}$	8	1220	$6{,}15 \cdot 10^{11}$
3	1620	$1{,}88 \cdot 10^{14}$	9	1160	$2{,}92 \cdot 10^{11}$
4	1570	$1{,}87 \cdot 10^{12}$	10	1135	$6{,}85 \cdot 10^{11}$
5	1440	$7{,}19 \cdot 10^{12}$	11	920	$3{,}23 \cdot 10^{11}$
6	1480	$7{,}55 \cdot 10^{12}$			

Ein Parallelismus zwischen Leitfähigkeit und Festigkeit, wie es J. Almy[1] angibt, ist nicht festzustellen. Wohl scheint mit hoher Festigkeit auch ein hoher spezifischer Widerstand verknüpft zu sein und umgekehrt. Das ist besonders bei den Glassorten Nr. 1 und 3 ausgeprägt. Doch ist ein vollständiger Parallelismus keineswegs festzustellen.

V. Herstellung der Stoßspannung.

Um bei den Festigkeitsmessungen mit Stoßspannungen einwandfreie Versuchsbedingungen zu schaffen, war es nötig, eine Stoßspannung herzustellen, die mit der jeweilig gewünschten Schnelligkeit ihr Spannungsmaximum erreicht und dann sofort wieder zusammenbricht. (Siehe Bild 16a.) Die Schaltanordnung, mit der man die Stoßspannungen, die obigen Forderungen genügt, herstellen kann, beruht auf folgender Überlegung.

Bild 13 zeigt eine beiderseitig unendlich lange Leitung, im Zug derer ein Kondensator eingeschaltet ist.

Trifft eine unendlich lange Sprungwelle auf den Kondensator, so passiert die steile Front der Welle ungehindert den Kondensator, um sodann gemäß der Aufladung des Kondensators nach einer e-Funktion abzusinken. Bild 14 zeigt den Spannungsverlauf auf der Leitung $Z_1 < Z_2$. Die Rechnung ergibt für die den Kondensator passierende Welle φ_2:

[1] J. Almy, Annal. d. Phys. 1, S. 508, 1900.

Digitized by Google

$$\varphi_2 = \varphi_1 \frac{2 Z_2}{Z_1 + Z_2} \cdot e^{-\frac{t}{(Z_1 + Z_2) C}}.$$

Darin bedeuten: Z_1, Z_2 = Wellenwiderstände, C = Kapazität des Kondensators.

Wir haben also in der den Kondensator passierenden Welle eine Stoßspannung, die den oben gestellten Forderungen entspricht. Die Schaltanordnung, mit der die Stoßspannung hergestellt wurde, zeigt Bild 15. Als Gleichspannungsquelle dient ein Kondensator C_2 von 80000 cm, der über ein Glühventil aufgeladen wurde. S ist ein Quecksilberschalter, mit dem man bis 30000 Volt schalten konnte. Die Leitungsstrecke a war 30 cm, die Leitungsstrecke b 15 m lang. Der Wellenwiderstand der

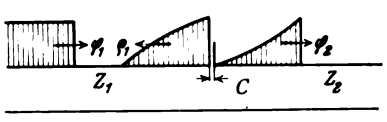


Bild 13.

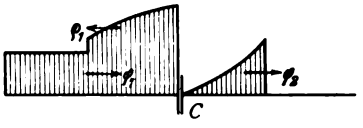


Bild 14. Spannungsverlauf für $Z_1 < Z_2$.

Leitung beträgt 375 Ohm, die Kapazität des Kondensators $C_1 = 9{,}4 \cdot 10^{-10}$ Farad. Das Prüfgefäß P und die Eichfunkenstrecke F wurden mit möglichst kurzen Leitungen am Punkt C angeschlossen. Da die Spannungsquelle direkt am Kondensator C_1 liegt, können rücklaufende Wellen nicht auftreten.

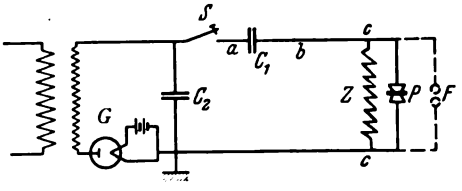


Bild 15. Schaltanordnung zur Erzeugung der Stoßwelle I.

Um Reflektionen der durchlaufenden Welle zu vermeiden, wurde das offene Ende der Leitung mit dem Wellenwiderstand Z überbrückt. Bild 16a zeigt das Oszillogramm der Welle. Die Oszillogramme wurden mit dem im Aachener Elektrotechni-

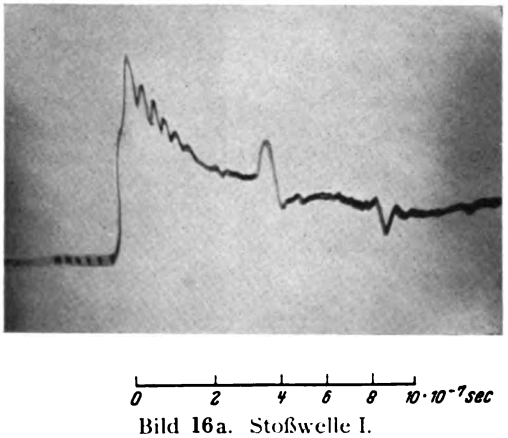


Bild 16a. Stoßwelle I.

schen Institut entwickelten Kathodenstrahloszillographen[1] gemeinsam mit Herrn Dr. R. Tamm gemacht. Ferner wurde der Abfall der Welle φ_2 berechnet und in das Oszillogramm eingetragen (Bild 16b). In Bild 16b wurde ein Oszillogramm einer

[1] W. Rogowski, E. Flegler und R. Tamm, Arch. f. Elektrot. 18. S. 513, 1927.

Digitized by Google

Stoßwelle eingetragen, bei der der Wellenwiderstand besser abgeglichen war als bei der Stoßwelle in Bild 16a. Während die Übereinstimmung im ersten Teil der Welle gut ist, ist sie im späteren Teil der Welle sehr schlecht. Der Grund ist wohl hauptsächlich darin zu suchen, daß der Wellenwiderstand noch nicht genau genug getroffen ist und dadurch Reflektionen auftreten können.

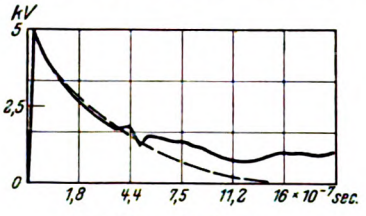


Bild 16b. Stoßwelle I.
– – – Berechnet. ——— Oszillogramm.

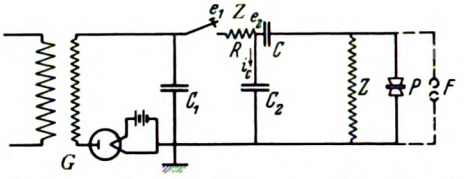


Bild 17. Schaltanordnung zur Erzeugung der Stoßwelle II und III.

Verschieden schneller Spannungsanstieg.

Um die Schnelligkeit des Spannungsanstieges der Welle φ_2 ändern zu können, wurde Schaltung Bild 17 gewählt. Zur Schaltung Bild 15 kommt noch der Widerstand R und die Kapazität C_2 hinzu.

Die Theorie ergibt für die Spannung e (vgl. Bild 17):

$$e_2 = e_1 \frac{Z_2}{Z_2 + R}\left(1 - e^{-\frac{Z_2 + R}{R C_2 Z_2} t}\right).$$

Während R, C und Z_2 den Spannungsanstieg bestimmen, bestimmt Z_2 und R die maximale Höhe der Spannung. Durch geeignete Wahl dieser Größen können wir also jede gewünschte Schnelligkeit des Spannungsanstieges erhalten. Diese Welle trifft dann auf den Kondensator C und löst dort die Stoßwelle aus.

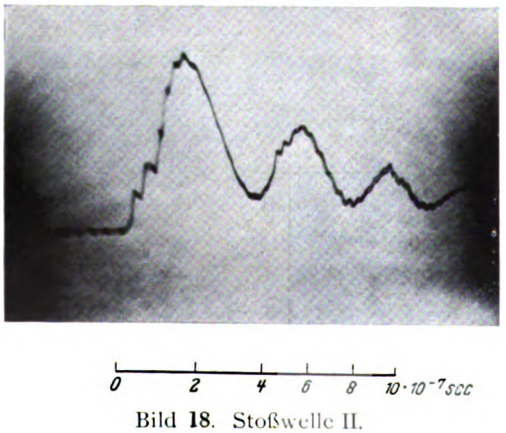


Bild 18. Stoßwelle II.

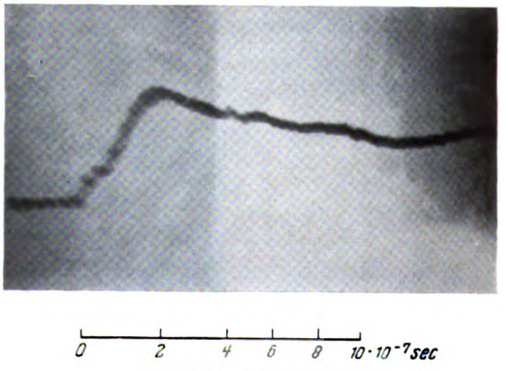


Bild 19. Stoßwelle III.

Bild 16a, 18, 19 zeigen die Oszillogramme der zu den Messungen benutzten Stoßwellen. Bei der Stoßwelle in Bild 16a (I) beträgt die Spannungssteigerung $\sim 2 \cdot 10^{11}$ Volt/sec.

Die Stoßspannung in Bild 18 (II) ist mit Schaltung Bild 17 erhalten ($R =$ 10 Ohm, $C = 7{,}2 \cdot 10^{-10}$ Farad). Die Spannungsteigerung beträgt ungefähr $4{,}4 \cdot 10^{10}$ Volt/sec. Die Schwingungen im abklingenden Teil des Stoßes sind durch Eigenschwingungen des Kondensatorkreises I zu erklären.

Bei größerer Dämpfung $D = 100$ Ohm und $C = 7{,}2 \cdot 10^{-10}$ Farad fallen diese Schwingungen fort. Stoßwelle Bild 19 (III). Die Spannungsteigerung beträgt hier ungefähr $1{,}2 \cdot 10^{10}$ Volt/sec.

Digitized by Google

Die Stoßanordnung wurde mit einer Funkenstrecke, die mit einer Quarzlampe intensiv bestrahlt wurde, geeicht. Die Funkenverzögerungen sind bei normalem Druck und intensiver Bestrahlung sehr klein, wie W. Rogowski, E. Flegler und R. Tamm[1] nachgewiesen haben, so daß ein wesentlicher Fehler durch die Funkenverzögerung nicht auftreten kann. Auch stimmen die mit dem Oszillographen gefundenen Werte mit denen der Funkenstrecke gemessenen Werten gut überein. In Bild 20 sind die Gleichspannungswerte und die Maximalwerte für Wechselspannung und für die drei Stoßspannungen in Abhängigkeit von der Primärspannung aufgetragen. Es läßt

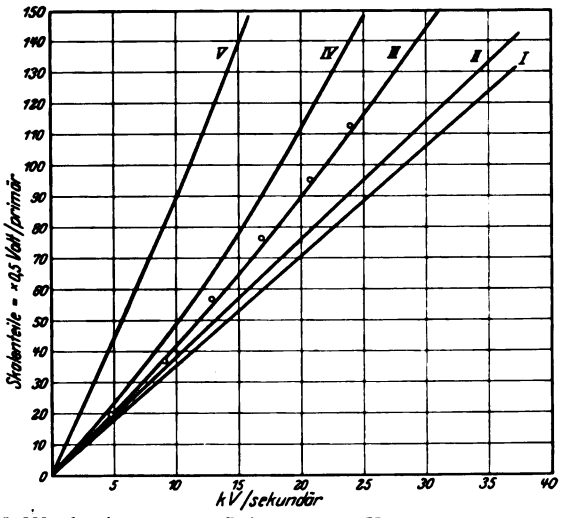


Bild 20. Eichkurven. I. Wechselspannung Spitzenwert, II. Gleichspannung. III. Stoßspannung 1, IV. Stoßspannung 2, V. Stoßspannung 3.

sich leicht zeigen, daß bei nicht unendlich steiler Front der Welle auch am Kondensator C eine Verminderung der Spannungshöhe der Stoßwelle eintritt. Wir sehen, daß die Spannungsabfälle für Stoß II und III schon recht beträchtlich sind. Die Spannungshöhe der Stoßwelle I wurde rechnerisch ermittelt und in Bild 20, Kurve III, eindetragen. Die Übereinstimmung ist befriedigend.

VI. Versuche an Steinsalz und Porzellan bei Dauerbeanspruchung und Stoßbeanspruchung.

Auf Veranlassung von Herrn Prof. Rogowski wählte ich Steinsalzkristalle, um daran weitere Festigkeitsuntersuchungen anzustellen. Denn einmal ist Kristallsteinsalz ein sehr homogenes und einfach gebautes Isolationsmaterial im Gegensatz zu Glas, Glimmer u. a., sodann hat W. Rogowski speziell für den regulären Steinsalzkristall seine Rechnung durchgeführt. Außerdem bietet Kristallsteinsalz noch den Vorteil leichter Bearbeitungsmöglichkeit. Es kam vor allem darauf an, die Höhe der Steinsalzfestigkeit zu prüfen, da die einzige bisher vorliegende Messung[2] mit Rogowskis errechneten Werten eine sehr große Diskrepanz zeigte. Als technisches Isolationsmaterial wurde sodann noch Porzellan untersucht. Um jede Fälschung der Werte durch die Versuchsanordnung zu vermeiden, mußte den Prüflingen eine Form gegeben werden, wie sie auf S. 270 beschrieben sind.

Größere Mengen Kristallsteinsalz stellte freundlicherweise die Preußische Bergwerks- und Hütten-Aktiengesellschaft, Berginspektion Vienenburg und Staßfurt

[1] W. Rogowski, E. Flegler und R. Tamm, Arch. f. Elektrot. **18**, S. 509, 1927 und R. Tamm, Arch. f. Elektrot. **19**, 1928.

[2] L. Inge, N. Smenoff und A. Walther, l. c.

Digitized by Google

zur Verfügung. Aus dem Material wurden klare rechteckige Stücke (25 × 25 bis 30 × 30 mm) von etwa 10 mm Dicke gespalten. In diese Stücke (Bild 21) wurde auf der einen Seite eine halbkugelige Elektronenform von 9 mm Durchmesser bis auf etwa 3 mm Wandstärke an der engsten Stelle eingefräst. Sodann wurde die Rückseite möglichst in Kristallebenen auf die gewünschte Wandstärke abgeschliffen. Zum Schluß wurde die Oberfläche des Kristalles, um die durch das Schleifen entstandenen Oberflächenrisse zu beseitigen, in Wasser noch etwa abgelöst, und mehrere Stunden in einem elektrischen Ofen bei 300—400° C getrocknet.

Bild 21 zeigt die Versuchsanordnung. K ist der Kristall, in dessen Elektrode gereinigtes Quecksilber gefüllt wurde. Der Kristall wurde unter Zwischenlegung der feinen Blättchen B auf die Form F gesetzt, in deren Bohrung sich ebenfalls Quecksilber befindet, das sich durch seine Kohäsionskraft über die Oberfläche der Form F wölbte. Durch das Aufsetzen der Kristalle wird die Wölbung des Quecksilbers breitgedrückt und bewirkt so eine gut anliegende Elektrode.

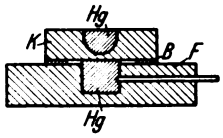


Bild 21. Versuchsanordnung für Steinsalzdurchschläge.

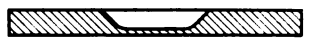


Bild 22 Form der Porzellanplatten.

In dem Steinsalzkristall haben wir die Elektrodenanordnung Kugel gegen Ebene. Da der Abstand der Kugel von der Ebene sehr klein gegenüber dem Radius der Halbkugel ist, kommt diese Anordnung der idealen Anordnung zweier parallelen Ebenen genügend nahe.

Die Porzellanplatten stellte die Hermsdorf-Schomburg Isolatoren-G. m. b. H. durch freundliche Vermittlung von Herrn Direktor Dr. Weicker zur Verfügung. In die Platten war eine Elektrodenform nach den Niveaulinien des Maxwellschen Plattenkondensators geformt (vgl. S. 270 und W. Rogowski[1]). Die Porzellanplatten zeigen Bild 23. Da die Hermsdorf-Schomburg-Isolatoren-G. m. b. H. die Platten mit einer Wandstärke von 2 mm in der Elektrodenform lieferte, mußten sie noch auf die jeweils gewünschte Wandstärke abgeschliffen werden. Als Elektrodenmaterial wurde entweder Quecksilber nach Anordnung Bild 21 gewählt, oder die Platten wurden versilbert.

a) Versuche bei normalen Temperaturen.

Steinsalz.

Bild 23 und 24 zeigen die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke bei Gleich-, Wechsel- und Stoßspannung. Bei den drei Stoßspannungen ließ sich kein Unterschied feststellen. Um bei den Stoßspannungen den Durchschlag feststellen zu können (an der Primärseite des Transformators macht sich der Durchschlag nicht bemerkbar), mußte die Hilfschaltung Bild 25 benutzt werden. In Reihe mit der kleinen Prüfkapazität C_1 war je nach der Spannung eine große Kapazität C_2 geschaltet, zu der eine Glimmlampe G parallel geschaltet war. Erfolgt der Durchschlag nicht, dann liegt der Hauptspannungsanteil an der kleinen Prüfkapazität. Im Falle eines Durchschlages dagegen kommt C_2 auf Spannung und die Glimmlampe leuchtet auf. Da die Prüfkapazität C_1 nur wenige Prozent von C_2 beträgt konnte der Spannungsanteil, der an C_2 lag, bei der Eichung vernachlässigt werden. Erst bei sehr hohen Temperaturen über 400°, wo der Widerstand des Prüflings schon sehr klein war, machte sich ein wesentlicher Einfluß bemerkbar. Es lag dann bis

[1] W. Rogowski, l. c.

Digitized by Google

zu 15% der Gesamtspannung an der Kapazität C_2. Bei Steinsalz konnte man den Durchschlag auch an den auftretenden Funken feststellen.

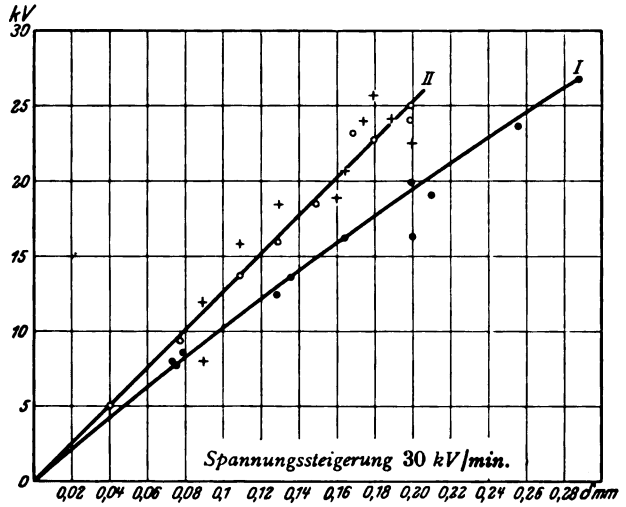


Bild 23. Durchschlag von Steinsalz.
I. Wechselspannung ●
II. Gleichspannung ○ ungefärbt
+ gefärbt.

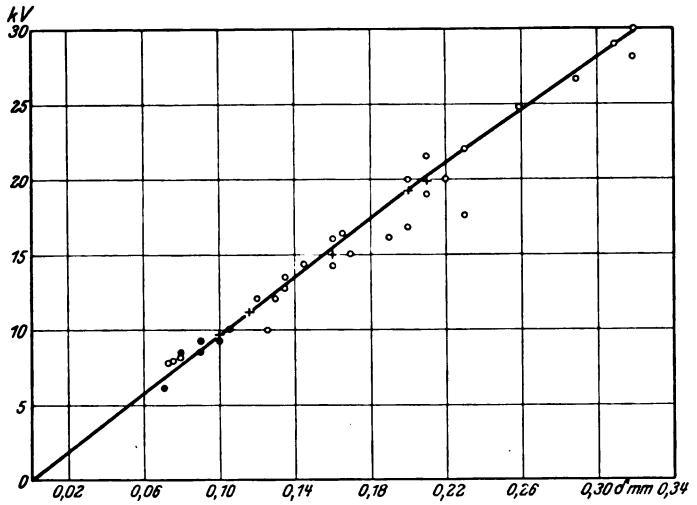


Bild 24. Durchschlag von Steinsalz. Stoßspannung 1.
○ ungefärbt
+ gefärbt
● oszillographisch.

Wir erhalten an Steinsalz eine Festigkeit:

bei Gleichspannung	1250	kV/cm
„ Wechselspannung . . .	1020	„
„ Stoßspannung	980	„

Die größte Streuung der Werte beträgt etwa 20%. In Bild 25 sind auch die Werte eingetragen, die ich bei Aufnahme von Durchschlägen mit dem Oszillographen erhielt. L. Inge und A. Walther geben für Steinsalz und Wechselspannung eine Festigkeit von 200 kV/cm an. Sie gaben dem Kristall die Form von Hohlzylindern

Digitized by Google

(Bild 26), die aus einem ganzen Einkristall gedrechselt wurden. Es ist klar, daß es sehr schwierig ist, eine derartige Bearbeitung sauber herzustellen. Außerdem haben sie als Elektrodenmaterial die Bohrungen innen mit Aluminium-Folie belegt und den Kristall nicht getrocknet, so daß auch dadurch Fehler in die Messung hineingekommen sein können. Inzwischen haben jene Autoren weitere Messungen an Steinsalz mitgeteilt und 500 bzw. 700 kV/cm angegeben. Hiermit nähern sich bereits unsere Ergebnisse.

W. Rogowski hat die Durchschlagsfeldstärke unter Berücksichtigung der inneren Spalten des Steinsalzes zu 1,3 Millionen Volt/cm geschätzt. Die Übereinstimmung muß als gut angesehen werden, zumal die Voraussetzung bei seiner Rechnung in Spaltlänge und Platzwechselarbeit nicht sicher sind.

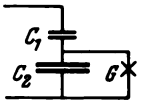


Bild 25.

Bild 26.

Der Charakter des Durchschlagsloches ist bei Stoßspannung ganz anders als bei Gleich- und Wechselspannung. Bild 27 zeigt die Photographie eines Durchschlages bei Gleichspannung, Bild 28 und 29 eines solchen bei Stoßspannung. Bei Stoßspannung macht das Durchschlagsloch den Eindruck einer mechanischen Zertrümmerung.

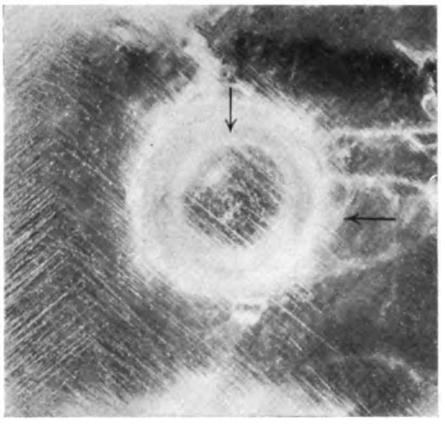


Bild 27. Durchschlagsloch bei Gleichspannung. 3fach vergrößert.

Bild 28. Durchschlagsloch bei Stoßspannung. 1,5fach vergrößert.

Der Durchschlag erfolgt so heftig, obgleich bei kleineren Feldstärken als bei Gleichspannung, daß der Kristall in 4 vom Durchschlagsloch ausgehenden Kristallebenen gespalten wird. Vielfach werden große Stücke aus dem Kristall herausgerissen (Bild 28). Bei Gleich- und Wechselspannung ist das Durchschlagsloch so klein, in Bild 27 etwa $^1/_{15}$ cm, daß man es mit bloßem Auge gar nicht wahrnehmen kann. Rechnen wir die auftretenden mechanischen Kräfte nach, so sehen wir, daß die mechanische Beanspruchung infolge der hohen Feldstärke schon recht erheblich ist. Die Maxwellsche Spannung im homogenen Feld ist bekanntlich:

$$\frac{P}{F} = \frac{\varepsilon}{8\pi} \cdot \frac{10^{-11}}{9} \cdot \mathfrak{E}^2 \frac{\text{Joule}}{\text{cm}^3} = 4{,}51 \cdot 10^{-13} \cdot \varepsilon \cdot \mathfrak{E}^2 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}.$$

Bei Steinsalz mit $\varepsilon = 6$ und $\mathfrak{E} = 9{,}8 \cdot 10^{-5}$ Volt/cm erhalten wir eine Beanspruchung von 2,6 kg/cm², während die zulässige Beanspruchung[1] $\sim$ 60 kg/cm² beträgt.

[1] Landolt-Börnstein, 1912.

Digitized by Google

Es ist also höchst unwahrscheinlich, daß die Zerstrümmerung durch mechanische Kräfte entstehen kann, zumal da bei Gleichspannung die Durchbruchsfeldstärke $\sim 25\%$ höher liegt, und keine derartige Beanspruchung zu bemerken ist.

Färbung von Steinsalz.

Um die amikroskopische Lockerstruktur des Steinsalzes bei niedriger Temperatur sichtbar zu machen, färbt man Steinsalzkristalle mit kurzwelligstem Ultraviolett, Röntgen- oder Gammastrahlung[1] gelb. Nach Smekal[1] werden dabei in den Lockerstellen des Kristalls einzelnen Chlorionen ihre elektrische Ladung entrissen und zur Neutralisation benachbarter Natriumionen verwendet. Durch die Bestrahlung entstehen in dem submikroskopischen Spaltengefüge also Natriumatome, die die Gelbfärbung bedingen. Um den Einfluß der Bestrahlung auf die Festigkeit festzustellen, färbte ich eine größere Anzahl von Kristallen mit Röntgenstrahlen intensiv gelb. Es stellte sich heraus, daß dabei keine Änderung der Durchschlagsfeldstärke eintrat. Die gefundenen Werte sind in den Kurven Bild 23 und 24 markiert. Sodann wurden einige Steinsalzstücke 100—200mal mit Stoßspannung nahe der Durchschlagspannung beansprucht und dann gefärbt. Eine Vermehrung der Lockerstellen, kenntlich durch intensivere Färbung, konnte nicht bemerkt werden. Offenbar war die Beanspruchungsdauer noch viel zu kurz.

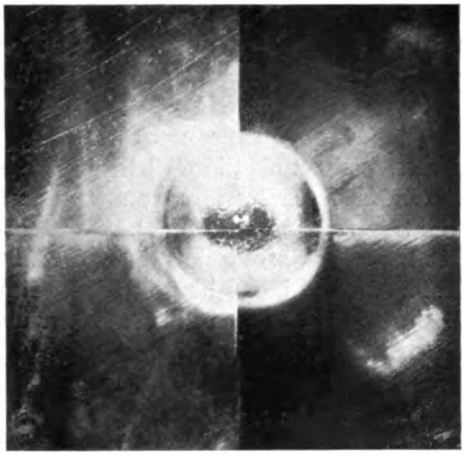


Bild 29. Durchschlagsloch bei Stoßspannung. 3fach vergrößert.

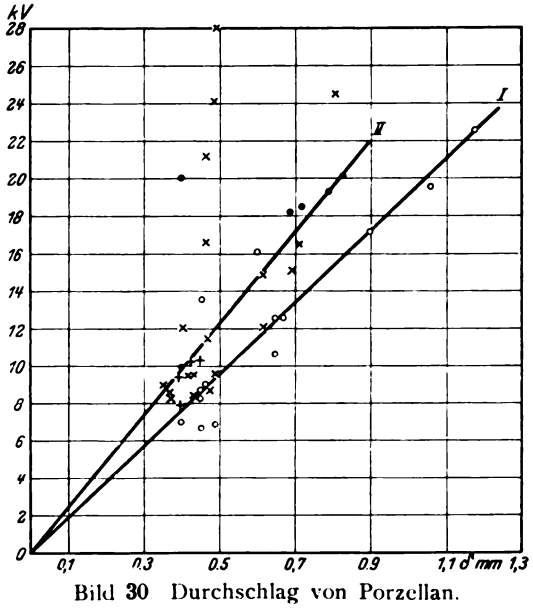


Bild 30 Durchschlag von Porzellan.
○ Gleichspannung I
× Stoßspannung 1 } II.
● „ 2 }
\+ „ 3

Porzellan.

Bild 30 zeigt die Abhängigkeit der Schichtdicke von der Durchschlagspannung bei Stoß- und Gleichspannung. Die Streuung der Werte ist so groß (zum Teil bis 130%), daß eine Kurve durch die erhaltenen Werte nur schwer zu legen war. Eine derartige Streuung ist besonders bei dünnen Platten bei Porzellan leicht erklärlich. Der Grund dafür ist darin zu suchen, daß bei der Herstellungsweise des Porzellans Inhomogenitäten nicht zu vermeiden sind. Um nun bei der großen Streuung sicher zu gehen, daß die Stoßfestigkeit tatsächlich höher liegt als die Gleichspannungs-

[1] Smekal, Wiener Akad. Anzeiger 1926, S. 195, Arch. f. Elektrot. 18, 1927.

Digitized by Google

festigkeit, und um vor allen Dingen das Verhältnis der Festigkeit bei den drei Stoßspannungen zu bestimmen, wurden noch folgende Versuchsreihen gemacht. Es wurden mehrere Platten bis nahe der Durchschlagspannungen mit Stoßspannung I beansprucht und sodann mit Gleichspannung durchschlagen. Liegen die so erhaltenen Durchschlagspannungen bei normalen Festigkeitswerten, d. h. ist die Vorbeanspruchung der Platte ohne Einfluß auf die Festigkeit, so kann man sich durch Vergleich ein Bild von dem Verhältnis der beiden Festigkeitswerte machen. Tabelle 4 zeigt eine derartige Meßreihe.

Tabelle 4.

Nr.	Beanspruchungshöhe bei Stoßspannung kV/cm	Festigkeit bei Gleichspannung kV/cm	Die Stoßfestigkeit ist höher als die Gleichspannungsfestigkeit um mehr als %
1	206	196	4,9
2	211	182	18,6
3	211	193,5	8,1
4	194	141	27,5
5	211	147	30,2

Umgekehrt wurden jetzt Platten mit Gleichspannung beansprucht und dann mit Stoßspannung durchschlagen. Daraus ergab sich, daß die Stoßspannungsfestigkeit um weniger als 30—35% größer ist. Vergleicht man beide Resultate, so kann man annehmen, daß bei Stoßspannung die Festigkeit 25—30% höher liegt als bei Gleichspannung, was auch ungefähr mit den Werten aus Bild 32 übereinstimmt. In gleicher Weise erhielt ich, daß die Festigkeit von Stoßspannung I $\sim$ 4% höher liegt als von Stoßspannung II und ungefähr 6% höher liegt als von Stoß III.

Während bei Steinsalz die Stoßfestigkeit niedriger liegt als die Gleichspannungsfestigkeit, ist es bei Porzellan umgekehrt. Ein Grund dafür ist nicht ohne weiteres ersichtlich. Ein Ausbilden von Raumladungen bei Steinsalz, wie es von D. v. Seelen[1] durch Sondenmessungen nachgewiesen wurde, ist keine Erklärung dafür. Man müßte im Gegenteil erwarten, daß die Festigkeit bei Stoßspannung höher liegt als bei Gleichspannung, da sich bei Stoßspannungen Raumladungen nicht ausbilden können und infolgedessen die Spannungsaufteilung im Dielektrikum linear ist.

b) Versuche bei hohen Temperaturen.

Steinsalz.

Der Durchschlag wurde in einem elektrischen Ofen ausgeführt. Die Temperatur wurde mit einem Thermoelement gemessen, das in unmittelbarer Nähe des Prüflings angebracht war. Der Temperaturgradient im Innern des Ofens war, wie durch Messung festgestellt wurde, sehr klein. Die Versuchsanordnung zeigt Bild 31. Als Elektrodenmaterial diente Graphit (*a*). Bei Stoßspannung wurde bei Steinsalz in die obere Elektrode ein leicht schmelzbares Metall gefüllt, während Porzellan versilbert wurde. Der Isolator *P* wurde zwischen zwei massiven Messingelektroden geklemmt, die mit ihrer großen Wärmekapazität und Leitfähigkeit die Temperatur an den Grenzflächen möglichst konstant halten sollte. Bekanntlich wird die Festigkeit beim Wärmedurchschlag erheblich von der Dauer der Beanspruchung beeinflußt. Aus diesem Grunde mußte die Beanspruchungsdauer experimentell festgestellt werden, die einer unendlich langen Beanspruchungsdauer genügend nahekommt. Bild 32 zeigt bei Gleichspannung die Festigkeit einer 0,2 mm dicken Steinsalzschicht bei

[1] D. v. Seelen, l. c.

Digitized by Google

verschiedener Beanspruchungsdauer. Auf Grund dieser Kurve wurde eine Beanspruchungsdauer von 8 Minuten gewählt.

Bild 33 zeigt den Temperaturgang der Festigkeit von 0,2 mm Steinsalz bei Stoßspannung I und Gleichspannung. Wir sehen, daß die Festigkeitsabnahme mit der Temperatur bei Stoßspannung kleiner ist als bei Gleichspannung. Zur Kontrolle wurden noch Stoßdurchschläge mit dem Oszillographen gemacht. Die Werte sind in Bild 33 eingetragen.

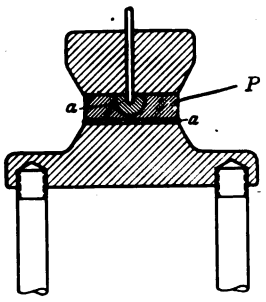


Bild 31.

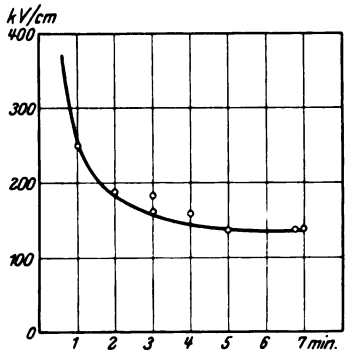


Bild 32. Durchschlag von Steinsalz von 0,2 mm Dicke bei 300° und verschiedener Beanspruchungsdauer.

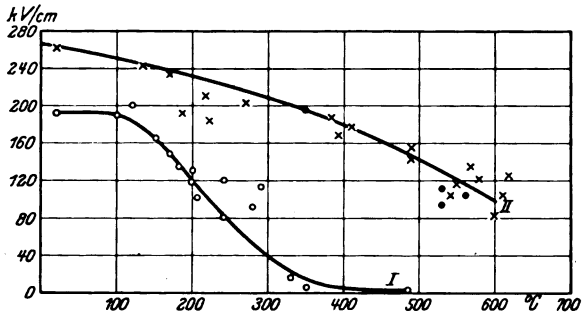


Bild 33. Wärmedurchschlag von 0,2 mm dicken Steinsalz bei Gleich- und Stoßspannung. I. Gleichspannung ×, II. Stoßspannung 1 ○, ● Oszillogramm.

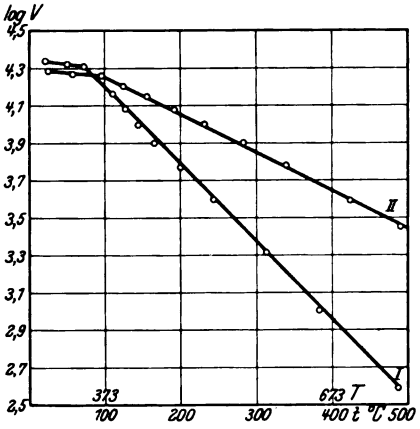


Bild 34. Abhängigkeit des Logarithmus der Durchschlagspannung von der Temperatur bei 0,2 mm dicken Steinsalz bei Gleich- und Stoßspannnug. I. Gleichspannung, II. Stoßspannung 1.

Nach L. Inge, N. Semenoff und A. Walther ist der Temperaturgang der Durchschlagspannung gegeben durch

$$\log V_m = -\frac{1}{2} a T + C .$$

Die Abhängigkeit des spezifischen Widerstandes von der Temperatur ist gegeben durch

$$\log \varrho = -a T + D .$$

Wenn die Wärmetheorie gilt, muß die Abhängigkeit des Logarithmus der Durchschlagspannung von der Temperatur eine Gerade sein, deren Neigung ($^1/_2\, a$) die Hälfte

Digitized by Google

der Neigung der Widerstandsgeraden (a) ist. Bild 34 zeigt, daß obige Forderung sowohl bei Gleichspannung als auch bei Stoßspannung von ungefähr 100° an erfüllt ist. Die Neigungen der beiden Geraden stimmen aber nicht überein. Die zweite Bedingung für den Wärmedurchschlag kann also nur in einem Falle erfüllt sein. Die Neigung der Widerstandsgeraden wird bei Steinsalz angegeben:

von F. von Rautenfeld[1] . . . . . $a = 0{,}0103$
von Benrath und Wainoff[2] . . . $a = 0{,}0102$

Aus Bild 34 findet man:

für Gleichspannung . . . . . $a = 0{,}0087$
für Stoßspannung . . . . . $a = 0{,}004$.

Wir sehen, daß bei Gleichspannung der Faktor a eine Abweichung von 15% zeigt, während bei Stoßspannung die Abweichung 61,5% beträgt.

Porzellan.

Bild 35 zeigt den Temperaturgang bei Gleich- und Stoßspannung bei einer Dicke von 1,2 mm. Die Streuung der Werte ist hier wieder recht erheblich; die Abnahme der Festigkeit bei Stoßspannung mit der Temperatur ist sehr klein. Es wurden ebenfalls Kontrollmessungen mit dem Oszillographen gemacht und die erhaltenen Werte in Bild 37 eingetragen. Als Bedingung für den Wärmedurchschlag haben wir bei Porzellan, da Porzellan ein anderes Widerstandsgesetz befolgt, daß die Abhängigkeit des Logarithmus der Durchschlagspannung von dem reziproken Wert der Temperatur geradlinig sein muß. Aus Bild 36 sehen wir, daß diese Bedingung nicht erfüllt ist.

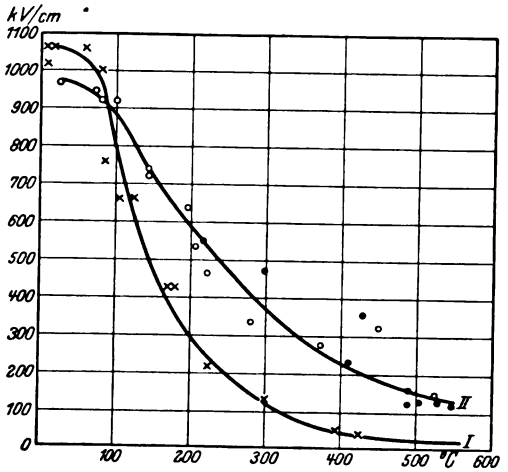


Bild 35. Wärmedurchschlag von 1,2 mm starken Porzellan bei Gleich- und Stoßspannung.
I. Gleichspannung ○
II. Stoßspannung 1 ×
Stoßspannung oszillographisch ●

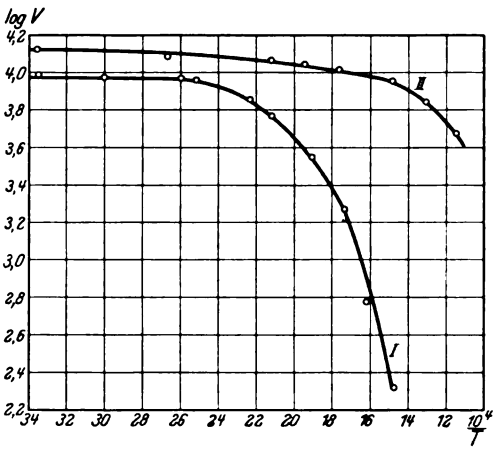


Bild 36. Abhängigkeit des reziproken Wertes der Durchschlagspannung von der Temperatur bei 1,2 mm dicken Porzellan.
I. Gleichspannung
II. Stoßspannung 1.

c) Oszillogramme von Durchschlägen.

Bild 37 zeigt das Oszillogramm eines Durchschlages von Steinsalz von 0,088 mm Dicke und normaler Temperatur. Der Durchschlag setzt nach $\sim 2 \cdot 10^{-8}$ sec ein. Der Übergang von Isolator zu Leiter geht in $\sim 3 \cdot 10^{-8}$ sec vor sich. Die Feldstärke

[1] F. v. Rautenfeld, Ann. d. Phys. 72, 617, 1923.
[2] Benrath und Wainoff, Zeitschr. f. Phys. Chemie 77, 257, 1911.

Digitized by Google

beträgt 955 kV/cm. Bei hohen Temperaturen zeigen die Oszillogramme, daß der Durchschlag bei Stoßbeanspruchung nur bei kleineren Feldstärken in denselben Zeiten vor sich geht. Ein Wärmedurchschlag, der erhebliche Zeit zur Ausbildung braucht, scheint also hier sehr unwahrscheinlich zu sein. Dagegen erhielt ich vielfach bei hohen Temperaturen und bei Beanspruchung mit unendlich langer Stoß-

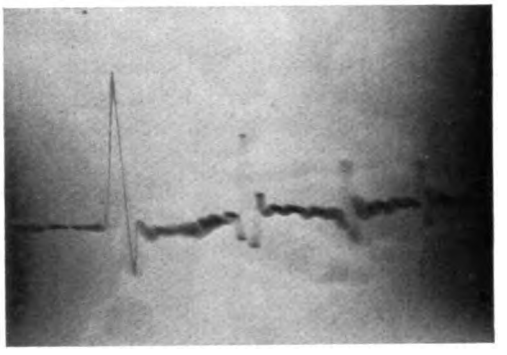


Bild 37.

welle über das ganze Oszillogramm, also nach $\sim 1{,}3 \cdot 10^{-5}$ sec, noch keinen Durchschlag. Der Prüfling jedoch hatte ein Loch, d. h. der Durchschlag ist erst später erfolgt.

Zusammenfassung.

Um die experimentellen Unstimmigkeiten, die sich bei Durchschlagsversuchen in der Literatur vielfach finden, aufzuklären, wurden Versuche an demselben Isolationsmaterial bei verschiedenen bisher üblichen Versuchsanordnungen angestellt. Dabei stellte es sich heraus, daß je nach der Art der Versuchsanordnung große Abweichungen in den Festigkeitswerten auftreten. Eine einwandfreie Festigkeitsprüfung ist nur dann möglich, wenn man dem Prüfling eine solche geometrische Form gibt, daß jegliche Inhomogenitäten in der Feldverteilung vermieden werden. Durchschläge im Vakuum oder unter Druck auszuführen, ist nur bei sehr hohem Vakuum oder Druck möglich, da sich sonst Randentladungen und Randdurchschläge nicht vermeiden lassen. Die Festigkeit von Ölen und von Preßspan nimmt mit dem Drucke zu, während bei Glas, Glimmer und Steinsalz eine Festigkeitszunahme mit dem Druck nicht gemesen wurde.

Die Frage, in welchem Zusammenhang Leitfähigkeit und Festigkeit stehen, wurde an 11 verschiedenen Glassorten einer Prüfung unterzogen. Eine Klärung der Frage ist aus den experimentellen Ergebnissen nicht ersichtlich.

Zur weiteren Klärung der experimentellen Seite der Durchschlagserscheinungen wurden bei einwandfreien Versuchsanordnungen Festigkeitsprüfungen an Kristallsteinsalz, als homogenes Material, und an Porzellan als technisches Material angestellt. Dabei stellte sich heraus, daß die Festigkeit von Kristallsteinsalz in der Nähe von der von W. Rogowski errechneten liegt. Wie zu erwarten war, ist die Streuung der Meßwerte bei Porzellan infolge seiner Inhomogenität sehr groß, während sie bei Steinsalz in normalen Grenzen liegt. Die Stoßfestigkeit liegt bei Steinsalz etwas tiefer als die Gleichspannungsfestigkeit, während es bei Porzellan umgekehrt ist. Die Festigkeit bei Gleich- und Wechselspannung liegen nahe beieinander. Die Festigkeit bei Steinsalz, Porzellan, Glas und Glimmer ist bis zu den gemessenen Dicken praktisch

Digitized by Google

konstant. Die Färbung von Steinsalz mit Röntgenstrahlen, wodurch in dem submikroskopischen Spaltangefüge Natriumatome entstehen, hat keinen Einfluß auf die Festigkeit.

Der Temperaturgang der Festigkeit ist bei Stoßspannung wesentlich anders als bei Gleichspannung. Die Gleichspannungsfestigkeit nimmt mit der Temperatur weit schneller ab als die Stoßfestigkeit. Bei Steinsalz entspricht die Form der Kurve des Temperaturganges den theoretischen Bedingungen für den Wärmedurchschlag bei Porzellan nicht.

Oszillographische Aufnahmen mit dem Kathodenstrahloszillographen zeigen, daß der Durchschlag bei Stoßbeanspruchung in sehr kurzen Zeiten in etwa $3 \cdot 10^{-8}$ sec vor sich geht.

Herrn Professor Dr.-Ing. W. Rogowski, auf dessen Veranlassung ich die Arbeit ausgeführt habe, bin ich für seine bereitwillige Unterstützung und für seine vielfachen Anregungen zu großem Dank verpflichtet.

Digitized by Google

Zur Theorie des Dreiphasen-Doppelkäfigmotors mit beliebigen Leiterzahlen der Wicklungen.

Von

Adolf Brüser, Bremen.

Einleitung.

Mehrphasen-Induktionsmotoren mit Doppelkäfigläufer wurden zuerst von Dolivo-Dobrowolsky (ETZ 1918, S. 140) und von Boucherot (Bull. de la Soc. Inst. des El. 1898) gebaut.

Der Boucherot-Motor besteht aus dem Ständer eines gewöhnlichen Induktionsmotors und einem Läufer mit zwei übereinander gelagerten Käfigwicklungen gleicher Stabzahl (Bild 1). Die äußere Wicklung ist als Anlaufwicklung gedacht und hat einen

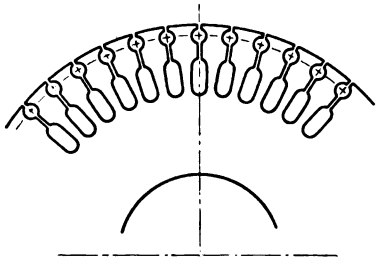


Bild 1. Blechschnitt eines Boucherot-Motors.

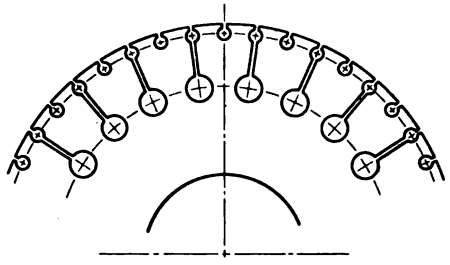


Bild 2. Blechschnitt eines Heemaf-Motors.

größeren Widerstand und eine kleinere Streuung als die innere Wicklung. Die Nuten beider Wicklungen sind durch radiale Schlitze verbunden. Man kann durch Dimensionierung der äußeren Wicklung das Anzugsmoment des Motors so legen, daß es mit dem Kippmoment zusammenfällt oder diesem nahe kommt.

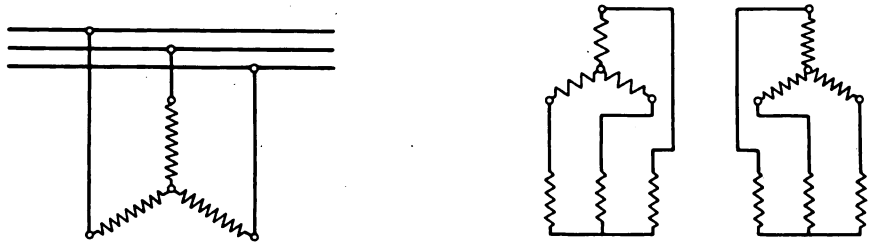


Bild 3. Schaltbild eines Dreiphasen-Induktionsmotors mit zwei Läuferwicklungen.

In neuerer Zeit hat die Firma Heemaf, Hengelo-Holland, einen ähnlichen Motor herausgebracht (D.R.P. Nr. 397873), der sich von dem Boucherot-Motor dadurch unterscheidet, daß er im Läufer zwei Käfigwicklungen verschiedener Stabzahlen hat (Bild 2).

Vorliegende Arbeit hat den Zweck, für den Entwurf eines Dreiphasen-Induktionsmotors mit zwei Läuferwicklungen beliebiger Leiterzahl Gleichungen aufzustellen, die es ermöglichen, die Arbeitsverhältnisse für jeden Betriebszustand zu ermitteln.

Die Theorie ist so entwickelt, daß sie sowohl für gewöhnliche Dreiphasen-Induktionsmaschinen mit zwei parallel geschalteten Sekundärwicklungen, als auch für Transformatoren mit zwei Sekundärwicklungen gilt.

Ausgegangen ist von dem gewöhnlichen Dreiphasen-Induktionsmotor mit zwei Läuferwicklungen, deren Enden über Schleifringe ausgeführt sind (Bild 3). Wir

Digitized by Google

können uns bei Entwicklung der Gleichungen in die Läuferstromkreise zusätzliche Ohmsche und induktive Widerstände eingeschaltet denken, die wir später bei Übertragung der Theorie auf den ausführlich behandelten Doppelkäfigmotor gleich Null setzen. Diese Widerstände entsprechen der Belastung des Transformators, auf den die Gleichungen ohne weiteres Anwendung finden, wenn die Schlüpfung des Motors gleich eins gesetzt wird.

Theorie.

Gleichungen des Doppelkäfigmotors.

Wir schließen unsere Betrachtung an die Darstellung des Vektordiagramms für den allgemeinen Induktionsapparat für Mehrphasenstrom von Ossanna in der Starkstromtechnik an (Starkstromtechnik 5. Auflage, Bd. 1, S. 263).

Es bezieht sich in folgendem der Index 1 auf die primäre Wicklung, der Index 2 auf die sekundäre äußere Wicklung und der Index 3 auf die sekundäre innere Wicklung.

Es bedeuten:

U_1 U_2 U_3 primäre und sekundäre effektive Klemmenspannungen einer Phase.

$\mathfrak{J}_{\mu 1}$ wattlose Komponente des Leerlaufstromes $\mathfrak{J}_{10}$.

$\mathfrak{J}_1$ $\mathfrak{J}_2$ $\mathfrak{J}_3$ Ströme einer Phase.

$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$ Schlüpfung.

n_1 synchrone Drehzahl.

n_2 Drehzahl des Läufers.

r_1 r_2 bzw. r_{22} r_3 bzw. r_{33} Ohmsche Widerstände einer Phase.

x_{11} x_{22} x_{33} Reaktanzen einer Phase in Ohm, bezogen auf die primäre Frequenz.

$x_{12} = x_{21} = x_{11} \cdot \frac{w_2}{w_1} = x_{22} \cdot \frac{w_1}{w_2}$ analog $x_{13} = x_{31}$ und

$x_{23} = x_{32}$ Wechselreaktanzen einer Phase in Ohm zwischen zwei Wicklungen, bezogen auf die Ständerfrequenz.

$x_{1\sigma}$ $x_{2\sigma}$ $x_{3\sigma}$ Streureaktanzen einer Phase in Ohm, bezogen auf die primäre Frequenz.

$\sigma_1 = \frac{x_{1\sigma}}{x_{11}}$; $\sigma_2 = \frac{x_{2\sigma}}{x_{22}}$; $\sigma_3 = \frac{x_{3\sigma}}{x_{33}}$ Streukoeffizienten der primären und sekundären Wicklungen.

w_1 w_2 w_3 die effektiven Windungszahlen für ein Polpaar und eine Phase der primären und sekundären Wicklung.

Der Einfluß der Eisensättigung und der Einfluß der Eisenverluste wird bei der Entwicklung der Stromgleichungen vernachlässigt.

In Bild 3 sei das Schaltbild des betrachteten Dreiphasen-Induktionsmotors mit zwei sekundären Wicklungen gegeben. Es seien Ständer- und Läuferwicklungen in Stern geschaltet. Ihre Phasenwiderstände seien r_1, r_{22}, r_{33}. Die Klemmen der Läuferwicklungen seien mit nicht induktionsfreien Widerständen in Sternschaltung verbunden. Der Ohmsche und der induktive Belastungswiderstand jeder Phase sei konstant. Wir bezeichnen den Ohmschen Belastungswiderstand einer Phase einschließlich der Zuleitung mit R_2 und R_3 und den induktiven Belastungswiderstand einer Phase, bezogen auf die Ständerfrequenz mit X_2 und X_3. Die Zuleitungen zum Ständer werden vernachlässigt.

Wird auf die drei hier vorliegenden Stromkreise die zweite Kirchhoffsche Regel angewandt, so können die Spannungsgleichungen der Maschine folgendermaßen niedergeschrieben werden:

$$\dot{U}_1 = \dot{\mathfrak{J}}_1 \cdot (r_1 - j \cdot x_{11} \cdot (1 + \sigma_1)) - j \cdot \dot{\mathfrak{J}}_2 \cdot x_{21} - j \cdot \dot{\mathfrak{J}}_3 \cdot x_{31} \qquad (1\,a)$$

$$0 = \dot{\mathfrak{J}}_2 \cdot [(r_{22} + R_2) - j \cdot s \cdot (x_{22} \cdot (1 + \sigma_2) + X_2)] - j \cdot \dot{\mathfrak{J}}_1 \cdot s \cdot x_{12} - j \cdot \dot{\mathfrak{J}}_3 \cdot s \cdot x_{32} \qquad (1\,b)$$

$$0 = \dot{\mathfrak{J}}_3 \cdot [(r_{33} + R_3) - j \cdot s \cdot (x_{33} \cdot (1 + \sigma_3) + X_3)] - j \cdot \dot{\mathfrak{J}}_1 \cdot s \cdot x_{13} - j \cdot \dot{\mathfrak{J}}_2 \cdot s \cdot x_{23} \qquad (1\,c)$$

Digitized by Google

Wir können Vereinfachungen in der Schreibweise vornehmen, wenn wir setzen:

$$r_{22} + R_2 = r_2 \tag{2a}$$
$$r_{33} + R_3 = r_3 \tag{2b}$$

und

$$x_{22}\cdot(1+\sigma_2) + X_2 = x_{22}\cdot\left(1+\sigma_2+\frac{X_2}{x_{22}}\right) = x_{22}\cdot(1+\sigma_2') \tag{2c}$$
$$x_{33}\cdot(1+\sigma_3) + X_3 = x_{33}\cdot(1+\sigma_2') \tag{2d}$$

damit wird:

$$\dot{U}_1 = \dot{\mathfrak{J}}_1\cdot(r_1 - j\cdot x_{11}\cdot(1+\sigma_1)) - j\cdot\dot{\mathfrak{J}}_2\cdot x_{21} - j\cdot\dot{\mathfrak{J}}_3\cdot x_{31} \tag{3a}$$
$$0 = \dot{\mathfrak{J}}_2\cdot(r_2 - j\cdot s\cdot x_{22}\cdot(1+\sigma_2')) - j\cdot\dot{\mathfrak{J}}_1\cdot s\cdot x_{12} - j\cdot\dot{\mathfrak{J}}_3\cdot s\cdot x_{32} \tag{3b}$$
$$0 = \dot{\mathfrak{J}}_3\cdot(r_3 - j\cdot s\cdot x_{33}\cdot(1+\sigma_3')) - j\cdot\dot{\mathfrak{J}}_1\cdot s\cdot x_{13} - j\cdot\dot{\mathfrak{J}}_2\cdot s\cdot x_{23} \tag{3c}$$

Diese drei Gleichungen gelten sowohl für den Mehrphasenmotor als auch für den Transformator, und zwar in dem letzten Falle nicht nur für den Mehrphasentransformator mit symmetrischer Belastung, sondern auch für den Einphasentransformator.

Die vorstehenden Gleichungen sind in dieser allgemeinen Form aufgestellt, um die Möglichkeit zu haben, ihre Richtigkeit für die Schlüpfung $s = 1$ für ganz beliebige Fälle an einem Transformator mit 3 Wicklungen zu prüfen[1].

Sollen die Gleichungen (3a, b, c) für einen Doppelkäfigmotor gelten, so wird

$$r_2 = r_{22} \quad \text{und} \quad \sigma_2' = \sigma_2$$
$$r_3 = r_{33} \qquad\qquad \sigma_3' = \sigma_3 .$$

Die Unbekannten der drei Gleichungen sind die Vektoren $\dot{\mathfrak{J}}_1$, $\dot{\mathfrak{J}}_2$ und $\dot{\mathfrak{J}}_3$. Wir ermitteln jede dieser Größen nacheinander durch Elimination der beiden anderen und erhalten:

$$\dot{\mathfrak{J}}_1 = \dot{U}_1\cdot\frac{G_1'}{H'} \tag{4a}$$
$$\dot{\mathfrak{J}}_2 = \dot{U}_1\cdot\frac{G_2'}{H'} \tag{4b}$$
$$\dot{\mathfrak{J}}_2 = \dot{U}_1\cdot\frac{G_3'}{H'} . \tag{4c}$$

Darin bedeutet:

$$G_1' = r_2\cdot r_3 - s\cdot j\cdot(r_3\cdot x_{22}\cdot(1+\sigma_2') + r_2\cdot x_{33}\cdot(1+\sigma_3')) + j^2\cdot s^2\cdot x_{22}\cdot x_{33}\cdot((1+\sigma_2')\cdot(1+\sigma_3') - 1)$$
$$G_2' = \frac{w_1}{w_2}\cdot(j\cdot s\cdot r_3\cdot x_{22} - j^2\cdot s^2\cdot(x_{22}\cdot x_{33}\cdot(1+\sigma_3') - x_{22}\cdot x_{33}))$$
$$G_3' = \frac{w_1}{w_3}\cdot(j\cdot s\cdot r_2\cdot x_{33} - j^2\cdot s^2\cdot(x_{22}\cdot x_{33}\cdot(1+\sigma_2') - x_{22}\cdot x_{33}))$$
$$H' = r_1\cdot r_2\cdot r_3 - j\cdot r_2\cdot r_3\cdot x_{11}\cdot(1+\sigma_1) + s\cdot[j^2\cdot(r_3\cdot x_{11}\cdot x_{22}\cdot(1+\sigma_1)(1+\sigma_2') + r_2\cdot x_{11}\cdot x_{33}\cdot(1+\sigma_1)\cdot(1+\sigma_3') - r_2\cdot x_{11}\cdot x_{33} - r_3\cdot x_{11}\cdot x_{22}) - j\cdot r_1\cdot(r_3\cdot x_{22}\cdot(1+\sigma_2') + r_2\cdot x_{33}\cdot(1+\sigma_3'))] + s^2\cdot[j^2\cdot r_1\cdot(x_{22}\cdot x_{33}\cdot(1+\sigma_2')\cdot(1+\sigma_3') - x_{22}\cdot x_{33}) - j^3\cdot x_{11}\cdot x_{22}\cdot x_{33}\cdot((1+\sigma_1)(1+\sigma_2')(1+\sigma_3') + 1 - (1+\sigma_2') - (1+\sigma_3') - (1+\sigma_1) + 1)] .$$

Diese Gleichungen sind schon insofern umgeformt, als die Wechselreaktanzen x_{12}, x_{13}, x_{23} durch die Reaktanzen x_{11}, x_{22}, x_{33} ersetzt worden sind. Es ist nämlich:

$$x_{12}\cdot x_{21} = x_{11}\cdot x_{22}$$
$$x_{13}\cdot x_{31} = x_{11}\cdot x_{33}$$
$$x_{23}\cdot x_{32} = x_{22}\cdot x_{33}$$
$$x_{12}\cdot x_{31}\cdot x_{23} = x_{11}\cdot x_{22}\cdot x_{33} .$$

Nachdem noch Zähler und Nenner durch $x_{22}\cdot x_{33}$ dividiert sind und im Nenner x_{11} ausgeklammert ist, formen wir weiter um und schreiben zur Abkürzung:

[1] Die Mitteilung dieser Untersuchungen muß hier leider verbleiben.

Digitized by Google

$$(1+\sigma_1)\cdot(1+\sigma_2')=1+\sigma_1+\sigma_2'+\sigma_1\cdot\sigma_2'=1+\sigma_{12}' \tag{5a}$$
$$(1+\sigma_1)\cdot(1+\sigma_3')=1+\sigma_{13}' \tag{5b}$$
$$(1+\sigma_2')\cdot(1+\sigma_3')=1+\sigma_{23}' \tag{5c}$$

für die Widerstandskoeffizienten:

$$\frac{r_1}{x_{11}}=\varrho_1;\ \frac{r_2}{x_{22}}=\varrho_2';\ \frac{r_3}{x_{33}}=\varrho_3'$$

und für

$$j^2=-1.$$

Dann erhalten wir schließlich für den Dreiphasen-Induktionsmotor mit zwei Läuferwicklungen die drei Gleichungen:

$$\dot{\mathfrak{J}}_1=\frac{\dot{U}_1}{x_{11}}\cdot\frac{G_1}{H} \tag{6a}$$
$$\dot{\mathfrak{J}}_2=\frac{\dot{U}_1}{x_{11}}\cdot\frac{G_2}{H} \tag{6b}$$
$$\dot{\mathfrak{J}}_3=\frac{\dot{U}_1}{x_{11}}\cdot\frac{G_3}{H} \tag{6c}$$

Darin ist:

$$G_1=\varrho_2'\cdot\varrho_3'-s\cdot j\cdot[\varrho_3'\cdot(1+\sigma_2')+\varrho_2'\cdot(1+\sigma_3')]-s^2\cdot\sigma_{23}'$$
$$G_2=\frac{w_1}{w_2}\cdot(j\cdot s\cdot\varrho_3'+s^2\cdot\sigma_3')$$
$$G_3=\frac{w_1}{w_3}\cdot(j\cdot s\cdot\varrho_2'+s^2\cdot\sigma_2')$$
$$H=\varrho_1\cdot\varrho_2'\cdot\varrho_3'-j\cdot\varrho_2'\cdot\varrho_3'\cdot(1+\sigma_1)-s\cdot[\varrho_3'\cdot\sigma_{12}'+\varrho_2'\sigma_{13}'+j\cdot\varrho_1\cdot(\varrho_3'\cdot(1+\sigma_2')+\varrho_2'\cdot(1+\sigma_3'))]-s^2\cdot[\varrho_1\cdot\sigma_{23}'-j\cdot(\sigma_1\cdot\sigma_{23}'+\sigma_2'\cdot\sigma_3')].$$

Faßt man im Zähler und Nenner die einzelnen Faktoren von s zusammen, so nehmen die Vektorgleichungen die Normalform an:

$$\dot{\mathfrak{J}}=\frac{A+B\cdot s+C\cdot s^2}{D+E\cdot s+F\cdot s^2}.$$

Gleichungen dieser Form bedeuten eine bizirkulare Quartik (Bloch. Ortskurve der Wechselstromtechnik).

Die Lösung dieser Gleichung kann in bekannter Weise graphisch vorgenommen werden. Man kann aber auch die Ortskurve des Stromes für die verschiedenen Schlüpfungen punktweise errechnen. Diese Lösung ist nicht langwieriger als die graphische Lösung und hat den Vorteil größerer Genauigkeit.

Für die rechnerische Ermittlung des Stromes ist es von Vorteil, den reellen und imaginären Stromvektor gesondert zu berechnen. Die Gleichungen (6a, b, c) lassen sich auf die Form bringen:

$$\dot{\mathfrak{J}}=\frac{\dot{U}_1}{x_{11}}\cdot\frac{a-j\cdot b}{d-j\cdot f}.$$

Werden die reellen und imaginären Glieder getrennt, so folgt:

$$\dot{\mathfrak{J}}=\frac{\dot{U}_1}{x_{11}}\cdot\frac{a\cdot d+b\cdot f}{d^2+f^2}+j\frac{\dot{U}_1}{x_{11}}\cdot\frac{a\cdot f-b\cdot d}{d^2+f^2}. \tag{7}$$

Diese Gleichung ist für alle drei Stromkreise gültig.

Für den Primärstrom $\dot{\mathfrak{J}}_1$ bedeutet darin:

$$a=\varrho_2'\cdot\varrho_3'-s^2\cdot\sigma_{23}'$$
$$b=s\cdot(\varrho_3'\cdot(1+\sigma_2')+\varrho_2'\cdot(1+\sigma_3'))$$
$$d=\varrho_1\cdot\varrho_2'\cdot\varrho_3'-s\cdot(\varrho_3'\cdot\sigma_{12}'+\varrho_2'\cdot\sigma_{13}')-s^2\cdot\varrho_1\cdot\sigma_{23}'$$
$$f=\varrho_2'\cdot\varrho_3'\cdot(1+\sigma_1)+s\cdot\varrho_1(\varrho_3'(1+\sigma_2')+\varrho_2'\cdot(1+\sigma_3'))-s^2\cdot(\sigma_1\cdot\sigma_{23}'+\sigma_2'\cdot\sigma_3').$$

Für die sekundären Ströme haben die Glieder d und f die gleichen Werte wie für den Strom $\dot{\mathfrak{J}}_1$. a und b sind jedoch hiervon verschieden.

Es ist für den auf den primären Kreis reduzierten Strom $\frac{w_2}{w_1}\cdot\dot{\mathfrak{J}}_2$ der äußeren Wicklung

Digitized by Google

$$a = s^2 \cdot \sigma_3'; \; b = -s \cdot \varrho_3',$$

für $\frac{w_3}{w_1} \cdot \dot{\mathfrak{J}}_3$ gilt analog

$$a = s^2 \cdot \sigma_2'; \; b = -s \cdot \varrho_2'.$$

Beziehung der Gleichungen des Doppelkäfigmotors zu den Gleichungen des gewöhnlichen Motors.

Da bei dem Doppelkäfigmotor die Widerstände der sekundären Stromkreise alle im Läufer eingebaut sind und die äußeren Widerstände R und X fehlen, schreiben wir in Zukunft für $\varrho' = \varrho$ und für $\sigma' = \sigma$.

Ist die Schlüpfung $s = 0$, so nimmt der Primärstrom den Wert an

$$\dot{\mathfrak{J}}_{10} = \frac{\dot{U}_1}{x_{11}} \cdot \frac{1}{\varrho_1 - j \cdot (1 + \sigma_1)}.$$

Dieser Wert ist der gleiche wie der des Leerlaufstromes des normalen Motors. Die Ordinaten des synchronen Punktes sind:

$$x_0 = \frac{U_1}{x_{11}} \frac{(1 + \sigma_1)}{\varrho_1^2 + (1 + \sigma_1)^2} \tag{8a}$$

$$y_0 = \frac{U_1}{x_{11}} \frac{\varrho_1}{\varrho_1^2 + (1 + \sigma_1)^2}. \tag{8b}$$

Ist die Ableitung der Gleichungen für den Doppelkäfigmotor exakt, so müssen aus ihnen auch die Gleichungen des normalen Motors mit einer Läuferwicklung hervorgehen. Wir können diese Gleichungen leicht aus den Gleichungen (6a, b, c) ermitteln, wenn wir den Strom in einer Wicklung Null werden lassen und dementsprechend den Ohmschen oder induktiven Widerstand eines Stromkreises unendlich annehmen. Es wird für die Ermittlung der Ströme eines Motors, der nur die äußere Käfigwicklung trägt ($\mathfrak{J}_3 = 0$), σ_3 oder $\varrho_3 = \infty$ gesetzt, für einen Motor, der nur die innere Käfigwicklung trägt ($\mathfrak{J}_2 = 0$), σ_2 oder $\varrho_2 = \infty$. Für die dann entstehenden unbestimmten Gleichungen von der Form $\mathfrak{J} = \frac{\infty}{\infty}$ wird bekanntlich der wahre Wert durch Differentiation von Zähler und Nenner nach ϱ_3 bzw. ϱ_2 oder nach σ_3 bzw. σ_2 gefunden.

Wir setzen für die innere Käfigwicklung $\varrho_3 = \infty$ und erhalten durch Differentiation von Zähler und Nenner der Gleichung 6a nach ϱ_3 die Gleichung des Primärstromes eines gewöhnlichen Mehrphasen-Induktionsmotors

$$\dot{\mathfrak{J}}_{12} = \frac{\dot{U}_1}{x_{11}} \cdot \frac{\varrho_2 - s \cdot j (1 + \sigma_2)}{\varrho_1 \cdot \varrho_2 - j \cdot \varrho_2 \cdot (1 + \sigma_1) - s \cdot (\sigma_{12} + j \cdot \varrho_1 \cdot (1 + \sigma_2))}. \tag{9a}$$

Für den sekundären Strom $\dot{\mathfrak{J}}_{22}$ ergibt sich auf gleichem Wege aus Gleichung (6b):

$$\dot{\mathfrak{J}}_{22} = \frac{\dot{U}_1}{x_{11}} \cdot \frac{\frac{w_1}{w_2} \cdot j \cdot s}{\varrho_1 \cdot \varrho_2 - j \cdot \varrho_2 \cdot (1 + \sigma_1) - s \cdot (\sigma_{12} + j \cdot \varrho_1 \cdot (1 + \sigma_2))}. \tag{9b}$$

Beide Gleichungen (9a und b) sind identisch mit den bekannten Gleichungen des gewöhnlichen Dreiphasenmotors, wenn statt der Widerstände die Koeffizienten eingeführt werden.

Ist nur die innere Läuferwicklung vorhanden und fehlt die äußere, so folgt entsprechend für den Ständer- und Läuferstrom

$$\dot{\mathfrak{J}}_{13} = \frac{\dot{U}_1}{x_{11}} \cdot \frac{\varrho_3 - s \cdot j \cdot (1 + \sigma_3)}{\varrho_1 \cdot \varrho_3 - j \cdot \varrho_3 \cdot (1 + \sigma_1) - s \cdot (\sigma_{13} + j \cdot \varrho_1 \cdot (1 + \sigma_3))} \tag{10a}$$

$$\dot{\mathfrak{J}}_{33} = \frac{\dot{U}_1}{x_{11}} \frac{\frac{w_1}{w_3} \cdot j \cdot s}{\varrho_1 \cdot \varrho_3 - j \cdot \varrho_3 \cdot (1 + \sigma_1) - s \cdot (\sigma_{13} + j \cdot \varrho_1 \cdot (1 + \sigma_3))}. \tag{10b}$$

Näherungsgleichungen.

Die Gleichungen (6a, b, c) und (7) sind für den praktischen Gebrauch unbequem, es soll deshalb versucht werden, Näherungsgleichungen zu finden.

Digitized by Google

Für kleine Schlüpfungen ist in Gleichung (6a) mit großer Annäherung $s^2 = 0$. Wird dieser Wert in die obigen Gleichungen eingeführt, so nehmen sie die Normalform von Kreisgleichungen an.

$$\dot{\mathfrak{J}} = \frac{A + B \cdot s}{D + E \cdot s}.$$

Hierdurch ist die Möglichkeit gegeben, den Schmiegungskreis der bizirkularen Quartik zu konstruieren. Der Schmiegungskreis zeigt bei genügend kleiner Schlüpfung mit großer Annäherung das Verhalten des Motors bei normalem Betrieb. Man kann die Annehmlichkeiten des Kreisdiagrammes in gewissen Grenzen für die Ermittlung der Betriebskurven dadurch ausnutzen, daß man nach bekannten Regeln die Schlüpfungs- und Drehmomentgerade einträgt und den günstigsten Leistungsfaktor mit einiger Annäherung berechnet.

Für die äußere Wicklung des Doppelkäfigmotors ist in Gleichung (6b) normalerweise $s^2 \cdot \sigma_3$ nicht sehr viel kleiner als $s \cdot \varrho_3$, infolgedessen würde die Näherungsmethode für die Ermittlung des Stromes dieser Wicklung große Ungenauigkeiten bedingen. Aus diesem Grunde wird die Näherungsmethode nur für den primären Stromkreis durchgeführt.

Die Gleichung (6a) geht mit $s^2 = 0$ über in:

$$\dot{\mathfrak{J}}_1 = \frac{\dot{U}_1}{x_{11}} \cdot \frac{\varrho_2 \varrho_3 - s \cdot j \cdot (\varrho_3 \cdot (1 + \sigma_2) + \varrho_2 \cdot (1 + \sigma_3))}{\varrho_1 \varrho_2 \varrho_3 - j \varrho_2 \varrho_3 (1 + \sigma_1) - s (\varrho_3 \sigma_{12} + \varrho_2 \sigma_{13} + j \varrho_1 (\varrho_3 (1 + \sigma_2) + \varrho_2 (1 + \sigma_3)))}. \quad (11)$$

Diese Kreisgleichung läßt sich auf folgende Normalform (Arch. f. Elektrot. Bd. 15, S. 262. 1915) bringen:

$$\dot{\mathfrak{J}} = \dot{U} \cdot \frac{s \cdot (a + j \cdot b) + c + j \cdot d}{s \cdot (f + j \cdot g) + h + j \cdot k} \quad (12a)$$

dafür sind die Mittelpunktsordinaten:

$$x_m = \frac{U}{2} \cdot \frac{h \cdot a - g \cdot d + k \cdot b - f \cdot c}{k \cdot f - h \cdot g} = \frac{U}{2} \cdot \frac{A}{C} \quad (12b)$$

$$y_m = \frac{U}{2} \cdot \frac{k \cdot a + f \cdot d - h \cdot b - g \cdot c}{k \cdot f - h \cdot g} = \frac{U}{2} \cdot \frac{B}{C}. \quad (12c)$$

Für die Konstruktion des Kreises braucht man außerdem noch den Kreishalbmesser

$$R = \frac{U}{2 \cdot |C|} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + 4 \cdot C \cdot (b \cdot c - a \cdot d)} \quad (12d)$$

oder einen Punkt des Kreisumfanges. Weil dieser für $s = 0$ sehr leicht zu ermitteln ist und weil bei konstanten primären Widerständen dieser Punkt für alle Läuferwiderstände konstant bleibt und er daher nur einmal zu berechnen ist, wollen wir von der direkten Berechnung des jeweiligen Kreishalbmessers absehen und für die Konstruktion des Kreises den Leerlaufspunkt heranziehen.

Werden die vorstehenden Gleichungen (12a, b, c) auf die Gleichung (11) angewendet, so ergeben sich als Mittelpunktskoordinaten für den Stromkreis der primären Wicklung:

$$x_{m1} = \frac{U_1}{2 x_{11}} \cdot \frac{\varrho_3 \cdot (1 + 2 \sigma_{12}) + \varrho_2 \cdot (1 + 2 \sigma_{13})}{\varrho_3 |\sigma_{12} (1 + \sigma_1) + \varrho_1^2 (1 + \sigma_2)| + \varrho_2 |\sigma_{13} (1 + \sigma_1) + \varrho_1^2 (1 + \sigma_3)|} \quad (13a)$$

$$y_{m1} = \frac{U_1}{2 x_{11}} \cdot \frac{2 \cdot \varrho_1 \cdot (\varrho_3 \cdot (1 + \sigma_2) + \varrho_2 \cdot (1 + \sigma_3))}{\varrho_3 |\sigma_{12} (1 + \sigma_1) + \varrho_1^2 (1 + \sigma_2)| + \varrho_2 |\sigma_{13} (1 + \sigma_1) + \varrho_1^2 (1 + \sigma_3)|}. \quad (13b)$$

Wird in Gleichung (11) $s = 0$ gesetzt und die dann entstehende Gleichung

$$\dot{\mathfrak{J}}_1 = \frac{\dot{U}_1}{x_{11}} \cdot \frac{1}{\varrho_1 - j \cdot (1 + \sigma_1)}$$

in die imaginären und reellen Glieder zerlegt, so ergeben sich als Koordinaten für den Leerlaufspunkt die Gleichungen (8a) und (8b).

Es sind jetzt alle Punkte, die für die Konstruktion des Kreises nötig sind, ermittelt und es kann nun zur Ermittlung der Schlupfgeraden übergegangen werden. Wir brauchen dazu noch den Kurzschlußpunkt und den Punkt unendlicher Schlüpfung. Beide Punkte werden durch Ermittlung der Phasenwinkel bestimmt.

Digitized by Google

Da die Endpunkte aller Stromvektoren auf dem Kreise liegen, so wird eine Gerade, die gegenüber der Klemmenspannung um den Winkel φ_k bzw. φ_∞ phasenverschoben ist, mit dem Kreisdiagramm zum Schnitt gebracht.

Der Neigungswinkel des Kurzschlußstromes $\mathfrak{J}_k$ ergibt sich aus

$$\operatorname{tg}\varphi_k = \frac{\varrho_2^2\,\varrho_3^2\,(1+\sigma_1)+(\varrho_2\,(1+\sigma_3)+\varrho_3\,(1+\sigma_2))\cdot(\varrho_2\,\sigma_{13}+\varrho_3\,\sigma_{12})}{\varrho_2\,\varrho_3\,(\varrho_1\,\varrho_2\,\varrho_3+\varrho_2+\varrho_3)+\varrho_1\,(\varrho_2\,(1+\sigma_3)+\varrho_3\,(1+\sigma_2))^2}. \tag{14a}$$

Im Nenner kann $\varrho_1 \cdot \varrho_2 \cdot \varrho_3$ gegen $\varrho_2 + \varrho_3$ vernachlässigt werden, ebenso ist das erste Glied des Zählers normalerweise ungefähr gleich Null.

Für den Punkt der unendlichen Schlüpfung ist:

$$\operatorname{tg}\varphi_\infty = \frac{\varrho_3\cdot\sigma_{12}+\varrho_2\cdot\sigma_{13}}{\varrho_1\cdot(\varrho_3\cdot(1+\sigma_2)+\varrho_2\cdot(1+\sigma_3))}. \tag{14b}$$

Der Punkt für $s = \infty$ läßt sich noch einfacher finden.

Bei konstanter Schlüpfung $s = \infty$ ist der Stromvektor nach Gleichung (11) und dem später Gesagten nach einer Umformung

$$\dot{\mathfrak{J}}_1 = \frac{\dot{U}_1}{x_{11}}\cdot\frac{j\,(\varrho_2\,(1+\sigma_3)+\varrho_3\,(1+\sigma_2))}{[\varrho_2\,\sigma_3+\varrho_3\,\sigma_2]\cdot[(1+\sigma_1)+j\,\varrho_1]+(\varrho_2+\varrho_3)\,(\sigma_1+j\,\varrho_1)}. \tag{15}$$

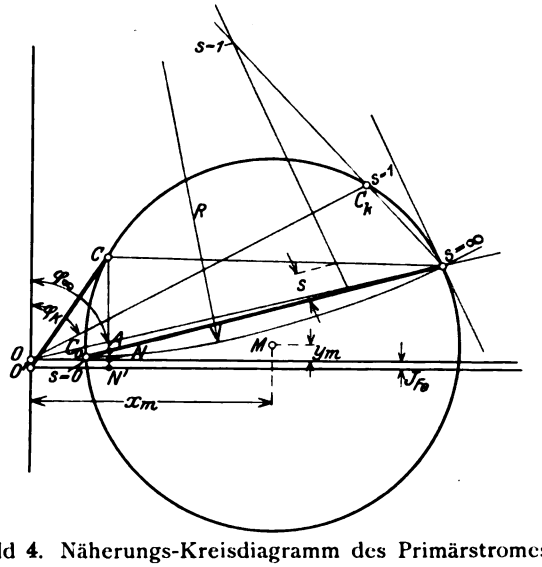


Bild 4. Näherungs-Kreisdiagramm des Primärstromes.

Wählen wir in dieser Gleichung eine Größe der sekundären Wicklungen als Veränderliche und lassen alle anderen Größen konstant, so haben wir in Vorstehendem eine Kreisgleichung, aus der Kreismittelpunkt und Radius nach Gleichung (12a, b, c) berechnet werden können. Auf dem Kreisumfange dieses Kreises liegen alle Werte der gewählten Veränderlichen zwischen ∓ 0 und ∞ also auch die Werte unserer Koeffizienten der Gleichung (11). Da die Gleichung (15) nur für $s = \infty$ gilt, so liegt der Punkt unendlicher Schlüpfung des Kreises nach Gleichung (11) im Schnittpunkt dieses Kreises mit einem Kreise nach Gleichung (15).

Die Mittelpunktskoordinaten dieses Kreises ergeben sich zu:

$$x_m = 0; \qquad y_m = \frac{U_1}{2\,x_{11}}\cdot\frac{1}{\varrho_1}. \tag{16a, b}$$

Der Radius wird:

$$R = \frac{U_1}{2\,x_{11}}\cdot\frac{1}{\varrho_1}. \tag{16c}$$

Der Stromkreis bei unendlicher Schlüpfung ist demnach nur abhängig von dem primären Ständerwiderstande r_1 bzw. dem Widerstandskoeffizienten ϱ_1.

Das Kreisdiagramm des Primärstromes ist für einen beliebigen Fall in Bild 4 dargestellt. Der Kurzschlußpunkt C_k wird mit Hilfe der Gleichung (14a) ermittelt,

Digitized by Google

der Punkt unendlicher Schlüpfung ($s = \infty$) kann durch den Kreis nach Gleichung (16a, b, c) oder auch durch den Winkel φ_∞ festgelegt werden. Wenn die Schlupfgerade eingezeichnet ist, können Drehzahl, aufgenommene Leistung und Drehmoment dem Kreisdiagramm entnommen werden.

Die dem Motor zugeführte Leistung ist für einen Belastungspunkt C dem Lot CN' proportional. Zur Berücksichtigung der Eisenverluste des Ständers, die in der Rechnung bisher vernachlässigt wurden, ist das Kreisdiagramm um den Betrag des Wattstromes dieser Verluste verschoben oder, was dasselbe ist, der Nullpunkt des Diagrammes um den negativen Wert des Verluststromes verlegt.

Die Verbindungslinie der Punkte $s = 0$ und $s = \infty$ kann wie beim normalen Motor als Drehmomentengerade aufgefaßt werden. Diese Gerade schneidet von dem Lot CN' die dem Drehmoment proportionale Strecke CA ab.

Nachdem die genaue Stromgleichung in eine Kreisgleichung umgeformt ist, soll näherungsweise für den Primärstrom noch der maximale Leistungsfaktor für den Betrieb angegeben werden.

Er ist:

$$\cos \varphi_m = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi_m}\,. \tag{17}$$

Darin bedeutet:

$$\sin^2 \varphi_m = 4 \cdot \frac{(\varrho_2 + \varrho_3 + \varrho_3 \sigma_{12} + \varrho_2 \sigma_{13})(\varrho_3 \sigma_{12} + \varrho_2 \sigma_{13})}{[\varrho_2 + \varrho_3 + 2 \cdot (\varrho_3 \cdot \sigma_{12} + \varrho_2 \cdot \sigma_{12})]^2}\,. \tag{18}$$

Es folgt aus der Art der Ableitung und der Vernachlässigungen, daß der nach dieser Gleichung ermittelte Leistungsfaktor etwas kleiner ist als der meßtechnisch gewonnene.

Kurzschluß und Drehmoment.

Bisher haben wir uns ausführlicher nur mit dem Verhalten des Doppelkäfigmotors bei kleiner Schlüpfung befaßt. Es war eingangs darauf hingewiesen, daß der Zweck der Doppelkäfigmotoren der ist, bei niedrigem Kurzschlußstrom ein hohes Anlaufmoment zu entwickeln. Wir müssen deshalb beim Entwurf des Motors dem Kurzschluß besondere Beachtung schenken.

Der Kurzschlußstrom ($s = 1$) kann bei bekannten Koeffizienten nach Gleichungen (6a) und (7) berechnet werden. Sind die Koeffizienten noch nicht bekannt und will man sie wählen, so geht man am besten graphisch vor.

Zu diesem Zwecke formen wir die Stromgleichung (6a) dadurch um, daß wir die Gleichung (5) einführen. Es wird dann die aus Gleichung (6a) entstehende Gleichung in zwei Gleichungen so geordnet, daß in der einen Gleichung der Koeffizient σ_3 und in der anderen Gleichung der Koeffizient ϱ_3 der inneren Käfigwicklung in Zähler und Nenner ausgeklammert wird. Die neue Form der Gleichung (6a) wird in Gleichung (19a, b) niedergeschrieben.

$$\left.\begin{aligned}\dot{\mathfrak{J}}_1 = \frac{\dot{U}_1}{x_{11}} \cdot \frac{\sigma_3 |s^2 (1 + \sigma_2) + j\, s\, \varrho_2| + s^2 \sigma_2 - \varrho_2 \varrho_3 + j\, s (\varrho_2 + \varrho_3 (1 + \sigma_2))}{\sigma_3 |s\, \varrho_2 (1 + \sigma_1) + s^2 \varrho_1 (1 + \sigma_2) + j (s\, \varrho_1 \varrho_2 - s^2 \sigma_{12})] - \varrho_1 \varrho_2 \varrho_3 + s (\varrho_3 \sigma_{12} + \varrho_2 \sigma_1) +} \\ + s^2 \varrho_1 \sigma_2 + j |\varrho_2 \varrho_3 (1 + \sigma_1) + s (\varrho_1 \varrho_3 (1 + \sigma_2) + \varrho_1 \varrho_2) - s^2 \sigma_1 \sigma_2|\end{aligned}\right\} \tag{19a}$$

$$\left.\begin{aligned}\dot{\mathfrak{J}}_1 = \frac{\dot{U}_1}{x_{11}} \cdot \frac{\varrho_3 |j\, s (1 + \sigma_2) - \varrho_2| + s^2 (\sigma_2 + \sigma_3 (1 + \sigma_2)) + j\, s\, \varrho_2 (1 + \sigma_3)}{\varrho_3 [s\, \sigma_{12} - \varrho_1 \varrho_2 + j (\varrho_2 (1 + \sigma_1) + s\, \varrho_1 (1 + \varrho_2))| + s^2 \varrho_1 \sigma_2 + s\, \varrho_2 \sigma_1 +} \\ + \sigma_3 (s\, \varrho_2 (1 + \sigma_1) + s^2 \varrho_1 (1 + \sigma_2)) + j |\sigma_3 (s\, \varrho_1 \varrho_3 - s^2 \sigma_{12}) + s\, \varrho_1 \varrho_2 - s^2 \sigma_1 \sigma_2|\end{aligned}\right\} \tag{19b}$$

Werden in den so entstandenen Gleichungen σ_3 und ϱ_3 als Veränderliche aufgefaßt, so sind die Gleichungen Kreisgleichungen von der Form (12a) und wir können bei Annahme konstanter Schlüpfung sowohl für veränderliches σ_3, als auch für veränderliches ϱ_3 die Kreismittelpunkte nach den Gleichungen (12b und c) berechnen. Der Kreishalbmesser wird mit Hilfe des Leerlaufspunktes ermittelt.

Digitized by Google

Für veränderliches σ_3 werden die Kreismittelpunktskoordinaten in Gleichung (20a, b) und für veränderliches ϱ_3 in Gleichung (21a, b) angegeben.

$$x_{m\,\sigma_3} = \frac{U_1}{2\,x_{11}} \cdot \frac{2\,[\varrho_3\,|s^2\,\sigma_{12}\,(1+\sigma_2) + \varrho_2^2\,(1+\sigma_1)| + s^2\,\varrho_2\,\sigma_1]}{\varrho_3\,[\varrho_2^2\,(\varrho_1^2 + (1+\sigma_1)^2) + s^2\,(\sigma_{12}^2 + \varrho_1^2\,(1+\sigma_2)^2) + 2\,s\,\varrho_1\,\varrho_2| + \overline{+\,\varrho_1\,s\,(\varrho_2^2 + s^2\,\sigma_2^2) + \varrho_2\,s^2\,(\varrho_1^2 + \sigma_1^2)}} \tag{20a}$$

$$y_{m\,\sigma_3} = \frac{U_1}{2\,x_{11}} \cdot \frac{2\,\varrho_3\,|\varrho_2\,(s + \varrho_1\,\varrho_2) + s^2\,\varrho_1\,(1+\sigma_2)^2| + s\,\varrho_2^2 + s^3\,\sigma_2^2 + 2\,s^2\,\varrho_1\,\varrho_2}{\varrho_3\,[\varrho_2^2\,(\varrho_1^2 + (1+\sigma_1)^2) + s^2\,(\sigma_{12}^2 + \varrho_1^2\,(1+\sigma_2)^2) + 2\,s\,\varrho_1\,\varrho_2| + \overline{+\,\varrho_1\,s\,(\varrho_2^2 + s^2\,\sigma_2^2) + \varrho_2\,s^2\,(\varrho_1^2 + \sigma_1^2)}} \tag{20b}$$

$$x_{m\,\varrho_3} = \frac{U_1}{2\,x_{11}} \cdot \frac{2\,\sigma_3\,|s^2\,\sigma_{12}\,(1+\sigma_2) + \varrho_2^2\,(1+\sigma_1)| + (1+2\,\sigma_1)\,(\varrho_2^2 + s^2\,\sigma_2^2) + 2\,s^2\,\sigma_1\,\sigma_2}{\sigma_3\,[\varrho_2^2\,(\varrho_1^2 + (1+\sigma_1)^2) + s^2\,(\sigma_{12}^2 + \varrho_1^2\,(1+\sigma_2)^2) + 2\,s\,\varrho_1\,\varrho_2| + \overline{+\,s^2\,(\sigma_1\,\sigma_2\,\sigma_{12} + \varrho_1^2\,\sigma_2\,(1+\sigma_2)) + (\varrho_2^2\,\sigma_1\,(1+\sigma_1) + \varrho_1^2\,\varrho_2^2)}} \tag{21a}$$

$$y_{m\,\varrho_3} = \frac{U_1}{2\,x_{11}} \cdot \frac{2\,|\sigma_3\,|\varrho_2\,(s + \varrho_1\,\varrho_2) + s^2\,\varrho_1\,(1+\sigma_2)^2| + \varrho_1\,(\varrho_2^2 + s^2\,\sigma_2\,(1+\sigma_2))|}{\sigma_3\,[\varrho_2^2\,(\varrho_1^2 + (1+\sigma_1)^2) + s^2\,(\sigma_{12}^2 + \varrho_1^2\,(1+\sigma_2)^2) + 2\,s\,\varrho_1\,\varrho_2) + \overline{+\,s^2\,(\sigma_1\,\sigma_2\,\sigma_{12} + \varrho_1^2\,\sigma_2\,(1+\sigma_2)) + (\varrho_2^2\,\sigma_1\,(1+\sigma_1) + \varrho_1^2\,\varrho_2^2)}} \tag{21b}$$

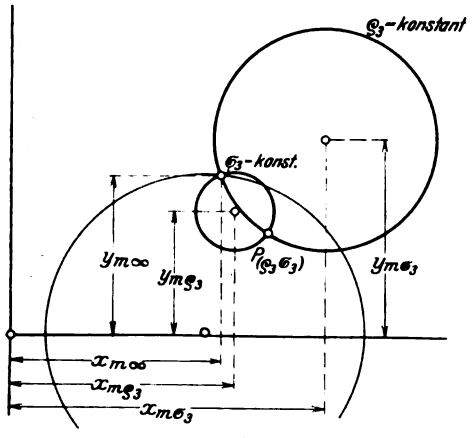


Bild 5. Kreisdiagramm für konstante Schlüpfung.

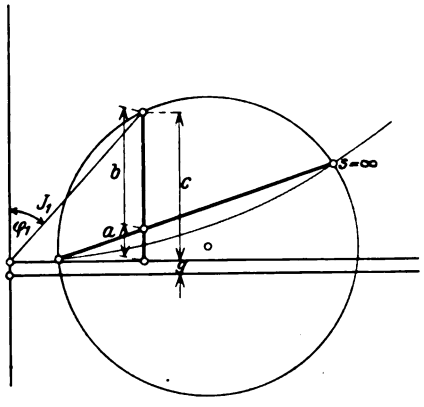


Bild 6. Die Primärverluste im Kreisdiagramm. $a = \mathfrak{J}_1^2\,r_1$, $b = U_1\,\mathfrak{J}_1 \cos\varphi_1 - \mathfrak{J}_1^2\,r_1$, $c = U_1\,\mathfrak{J}_1 \cos\varphi_1$, g = Eisenverluste (vernachlässigt).

Werden die Gleichungen (20a und b) und (21a und b) miteinander verglichen, so fällt auf, daß die Kreismittelpunktskoordinaten in Gleichung (20a, b) für $\varrho_3 = \infty$ und in Gleichung (21a, b) für $\sigma_3 = \infty$ die gleichen Werte haben, nämlich:

$$x_{m\,\infty} = \frac{U_1}{x_{11}} \cdot \frac{s^2\,\sigma_{12}\,(1+\sigma_2) + \varrho_2^2\,(1+\sigma_1)}{\varrho_2^2\,(\varrho_1^2 + (1+\sigma_1)^2) + s^2\,(\sigma_{12}^2 + \varrho_1^2\,(1+\sigma_2^2)) + 2\,s\,\varrho_1\,\varrho_2} \tag{22a}$$

$$y_{m\,\infty} = \frac{U_1}{x_{11}} \cdot \frac{\varrho_1\,\varrho_2^2 + s\,\varrho_2 + s^2\,\varrho_1\,(1+\varrho_2)^2}{\varrho_2^2\,(\varrho_1^2 + (1+\sigma_1)^2) + s^2\,(\sigma_{12}^2 + \varrho_1^2\,(1+\sigma_2)^2) + 2\,s\,\varrho_1\,\varrho_2}, \tag{22b}$$

d. h. alle Kreise für $\sigma_3 =$ veränderlich und $\varrho_3 =$ veränderlich gehen durch diesen Punkt. Es erübrigt sich deshalb, die Kreishalbmesser zu berechnen, sie sind für ein bestimmtes ϱ_3 oder σ_3 gegeben im Abstande des Kreismittelpunktes x_m, y_m vom Punkte $x_{m\,\infty}$, $y_{m\,\infty}$.

Gehen alle Kreise durch einen Punkt, so müssen die sich auch noch in einem zweiten Punkte schneiden, dieser zweite Punkt wird festgelegt durch die Koeffizienten ϱ_3 und σ_3, für die die Kreise gezeichnet wurden (Lund, Arch. f. Elektrot. Bd. 15, S. 121, 1926).

Digitized by Google

Überlagern wir diese Kreise, deren Mittelpunkte nach Gleichung (20) und (21) für konstante Schlüpfung, z. B. $s = 1$ berechnet werden, so stellt die Entfernung des Schnittpunktes $x_{m\,\infty}$, $y_{m\,\infty}$ vom Koordinatenanfangspunkt den Strom dar, den die Primärwicklung des Motors aufnehmen würde, wenn ein Koeffizient der inneren Läuferwicklung unendlich wäre. Der Motor ist in diesem Falle ein normaler Dreiphasen-Induktionsmotor und der Endpunkt des Stromvektors liegt auf dem Umfange des Kreisdiagrammes des Induktionsmotors mit einer Läuferwicklung (Bild 5).

Die Entfernung des Schnittpunktes $P_{(\varrho_3\,\sigma_3)}$ der Kreise für veränderliches σ_3 und ϱ_3 vom Koordinatenanfangspunkt ist gleich dem Vektor des Primärstromes des Doppelkäfigmotors, dessen Koeffizienten der inneren Läuferwicklung ϱ_3 nnd σ_3 sind. Sind die Kreise für $s = 1$ entworfen, so ist dieser Stromvektor ein Maß für den Kurzschlußstrom.

Wie dem Diagramm auch das Drehmoment entnommen werden kann, soll in folgendem dargestellt werden.

Das von dem Dreiphasen-Induktionsmotor entwickelte Drehmoment ist:

$$Md = \frac{L_3}{9{,}81 \cdot \pi \cdot \frac{n_1}{30}} = \frac{(U_1 \cdot \mathfrak{J}_1 \cdot \cos\varphi_1 - \mathfrak{J}_1^2 \cdot r_1) \cdot 3}{9{,}81 \cdot \pi \cdot \frac{n_1}{30}}. \qquad (23)$$

$U_1 \cdot \mathfrak{J}_1 \cdot \cos\varphi_1$ ist die aufgenommene Leistung einer Phase, der das Lot vom jeweiligen Belastungspunkte auf die imaginäre Achse entspricht. $\mathfrak{J}_1^2 \cdot r_1$ sind die Verluste des Ständers. Die Eisenverluste werden vorläufig vernachlässigt.

Es ist eine bekannte Tatsache (Arnold, Bloch u. a.), daß sich für den Fall, daß die Ortskurve des Stromes ein Kreis ist, eine Gerade angeben läßt, die auf einem Lot vom Belastungspunkt auf die imaginäre Achse mit dieser eine Strecke einschließt, die dem Quadrate des Stromvektors und damit den Stromwärmeverlusten proportional ist. Diese Gerade wird allgemein Verlustlinie genannt, weil sie die Möglichkeit gibt, die Stromwärmeverluste des Primärstromes auf einfachste Weise zu ermitteln.

In Gleichung (19a, b) sind nun bei Annahme konstanter Schlüpfung für die Ortskurve des Primärstromes eines Doppelkäfigmotors Kreisgleichungen aufgestellt. Damit ist die Möglichkeit gegeben, das Produkt $\mathfrak{J}_1^2 \cdot r_1$ und in weiterer Folge die Differenz $U_1 \cdot \mathfrak{J}_1 \cdot \cos\varphi_1 - \mathfrak{J}_1^2 \cdot r_1$ auch für den Doppelkäfigmotor in das Diagramm einzutragen. Wird die Differenz $U_1 \cdot \mathfrak{J}_1 \cdot \cos\varphi_1 - \mathfrak{J}_1^2 \cdot r_1$ nach Gleichung (23) durch eine Konstante dividiert, so erhalten wir das Drehmoment *Md*. Es ist also die Verlustlinie in anderem Maßstabe auch Drehmomentenlinie (Bild 6).

Weil die Verlust- bzw. Drehmomentenlinie im Kreisdiagramm durch eine Gerade dargestellt wird, braucht man nur zwei Punkte dieser Geraden zu bestimmen. Wir wählen am besten zwei Punkte, für die die gesamte aufgenommene Leistung Verlustleistung ist. Das ist der Fall, wenn die Verluste in den beiden Sekundärwicklungen (und damit auch die mechanische Leistung) Null sind. Wir können als Bedingungsgleichungen hierfür schreiben:

$$\mathfrak{J}_2^2 \cdot r_2 = 0; \qquad \mathfrak{J}_3^2 \cdot r_3 = 0 \qquad (24\,\text{a, b})$$

Diese Gleichungen sind erfüllt, wenn

$$\mathfrak{J}_2 = \mathfrak{J}_3 = 0$$

oder wenn

$$r_2 = r_3 = 0.$$

Gleichbedeutend mit $\mathfrak{J}_2 = \mathfrak{J}_3 = 0$ ist für konstante Schlüpfung

$$r_2 = r_3 = \infty.$$

Für diese beiden Grenzfälle können aus Gleichung (19b) bzw. (6a) die Koordinaten der beiden Primärströme und damit die zwei Punkte der Verlustlinie bei konstanter Schlüpfung leicht ermittelt werden.

Für den letzteren Fall $r_2 = r_3 = \infty$ und somit $\varrho_2 = \varrho_3 = \infty$ ergibt sich aus Gleichung (19b) der wahre Wert:

Digitized by Google

$$\dot{\mathfrak{J}}_{1\varrho\infty} = \frac{\dot{U}_1}{x_{11}} \cdot \frac{1}{\varrho_1 - j \cdot (1 + \sigma_1)} \cdot \tag{25}$$

Da die Schlüpfung s herausfällt, ist dieser Stromvektor von s unabhängig. Diese Gleichung ist, wie zu erwarten stand, identisch mit der Gleichung für den Leerlaufstrom $s = 0$, die Koordinaten sind bereits in Gleichung (8a, b) niedergeschrieben.

Ist in Gleichung (25) die Streuung σ_1 veränderlich, so hat die Gleichung die Form einer Kreisgleichung, dessen Mittelpunkt und Radius nach Gleichung (12a, b, c, d) errechnet werden.

Die Mittelpunktskoordinaten sind:

$$x_{m\varrho\infty} = 0; \qquad y_{m\varrho\infty} = \frac{U_1}{2 x_{11}} \cdot \frac{1}{\varrho_1}. \tag{26a}$$

Der Radius:

$$R_{\varrho\infty} = \frac{U_1}{2 x_{11}} \cdot \frac{1}{\varrho_1}. \tag{26b}$$

Es gibt also zwei Möglichkeiten, den ersten Punkt der Verlustlinie zu bestimmen, entweder ermittelt man den Punkt direkt nach Gleichung (8a, b), oder man zeichnet den Kreis nach Gleichung (26a, b), der Schnittpunkt dieses Kreises mit dem Lot im Endpunkt des Vektors x_0 ist ein Punkt der Verlustlinie.

Den Kreis nach Gleichung (26) haben wir schon in Gleichung (16) kennen gelernt; wir erhalten ihn auch für einen gewöhnlichen Dreiphasen-Induktionsmotor.

Es zeigt sich weiter, daß bei unserem Motor der zweite Punkt der Verlustlinie ($\varrho_2 = \varrho_3 = 0$) für konstantes ϱ_1 ebenfalls auf dem Kreise der Gleichung (26a, b) mit dem Radius $R_{\varrho\infty}$ liegt.

Für $r_2 = r_3 = 0$ und somit $\varrho_2 = \varrho_3 = 0$ folgt nämlich aus Gleichung (19a):

$$\dot{\mathfrak{J}}_{1\varrho 0} = \frac{\dot{U}_1}{x_{11}} \cdot \frac{1}{\varrho_1 - j \cdot \left(\sigma_1 + \frac{\sigma_2 \cdot \sigma_3}{\sigma_{23}}\right)} \cdot \tag{27}$$

Für veränderliches σ_1 lassen sich aus dieser Kreisgleichung die Mittelpunktskoordinaten der Gleichung (26a) und der Radius der Gleichung (26b) ermitteln. Es ist also ein geometrischer Ort für den zweiten Punkt der Verlustgeraden ebenfalls der Kreis nach Gleichung (26a, b). Die Verlustgerade ist wie beim gewöhnlichen Induktionsmotor eine Sehne dieses Kreises. Der zweite Punkt $\varrho_2 = \varrho_3 = 0$ soll durch den Schnittpunkt des Kreises nach Gleichung (26) mit einer Geraden festgelegt werden.

Vorerst wird noch festgestellt, daß auch der Stromvektor der Gleichung (27) von der Schlüpfung unabhängig ist. Der Stromvektor ergibt sich auch, wenn ϱ_2 und ϱ_3 unveränderlich angenommen werden und die Schlüpfung $s = \infty$ gewählt wird. Es ist daher der Punkt $\varrho_2 = \varrho_3 = 0$ mit dem Punkte $s = \infty$ identisch. Die Drehmomentengerade kann also für den Doppelkäfigmotor im Stromdiagramm veränderlicher Schlüpfung genau so gezeichnet werden wie für den gewöhnlichen Induktionsmotor. Es wird der Punkt $s = 0$ mit dem Punkte $s = \infty$ verbunden. Zweckmäßiger ist es jedoch, bei der Bestimmung des Punktes $s = \infty$ bzw. $\varrho_2 = \varrho_3 = 0$ vom Stromdiagramm veränderlicher Schlüpfung unabhängig zu sein.

Aus Gleichung (27) folgt die Richtung des Stromvektors, der die Verlustgerade und den Kreis der Gleichung (26a, b) in einem Punkte schneidet:

$$\operatorname{tg} \varphi_\infty = \frac{\sigma_1 + \frac{\sigma_2 \cdot \sigma_3}{\sigma_{23}}}{\varrho_1}. \tag{28}$$

Legt man durch diesen so erhaltenen Punkt und den Leerlaufspunkt ($s = 0$) eine Gerade, so liegt diese in der Richtung der Verlustgeraden.

Normalerweise ist die angegebene Konstruktion für den zweiten Punkt der Verlustgeraden nur auf größerer Zeichenfläche ausführbar. Es soll deshalb rechnerisch die Richtung der Momentenlinie ermittelt werden. Ausgegangen wird dabei vom Leerlaufspunkt x_0, y_0 Gleichung (8) und von den bisher ermittelten Größen

Digitized by Google

φ_∞, $R_{\varrho\infty}$.

Aus Bild 7 geht hervor, daß die Gerade, die den Koordinatennullpunkt mit dem Punkte $\varrho_2 = \varrho_3 = 0$ (bzw. $s = \infty$) verbindet, die Länge hat:

$$a = 2 \cdot R_{\varrho\infty} \cdot \cos\varphi_\infty = \frac{U_1}{x_{11}} \cdot \frac{\cos\varphi_\infty}{\varrho_1}.$$

Damit ist der Neigungswinkel ψ der im Leerlaufspunkt eingetragenen Verlustlinie leicht zu ermitteln aus:

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{a \cdot \cos\varphi_\infty - y_0}{a \cdot \sin\varphi_\infty - x_0} = \frac{\frac{U_1}{x_{11}} \cdot \frac{\cos^2\varphi_\infty}{\varrho_1} - y_0}{\frac{U_1}{x_{11}} \cdot \frac{\cos\varphi_\infty \cdot \sin\varphi_\infty}{\varrho_1} - x_0}. \qquad (29)$$

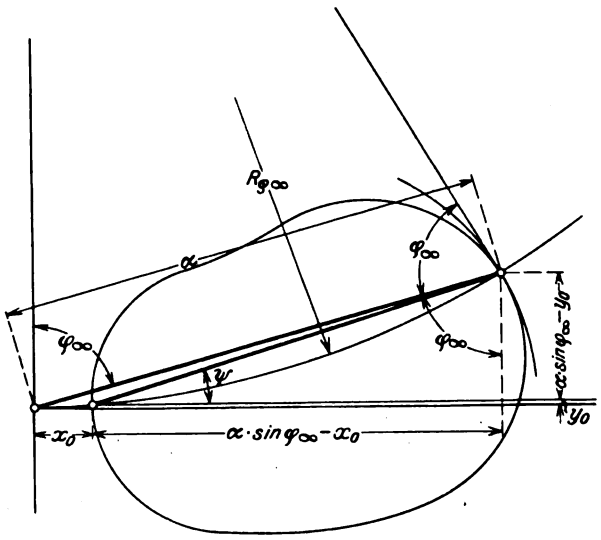


Bild 7. Drehmomentenlinie.

Die hier gezeigte Bestimmung der Verlust- bzw. Drehmomentengeraden ist unabhängig von der Schlüpfung und von den sekundären Ohmschen Widerstandskoeffizienten; wir können deshalb diese Gerade für den Doppelkäfigmotor bei bekannten ϱ_1, σ_1, σ_2, σ_3 für alle Schlüpfungen und sekundären Widerstände angeben.

Versuche.

Die Koeffizienten des Motors.

Die Prüfung der aufgestellten Theorie wurde vorgenommen an einem Heemaf-SKA-Motor, Type NK 42/4, Nr. 416951. Der Motor ist gebaut für 3,7 kW, 380 Volt, 50 Per/sec, 8 Amp., $\cos\varphi = 0{,}84$, 1440 Umdrehungen pro Minute.

Für die Rechnung müssen die 6 Koeffizienten ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3, σ_1, σ_2 und σ_3, sowie die Ständerreaktanz x_{11} bekannt sein.

Wir wollen sämtliche Koeffizienten außer für die normale auch für die Klemmenspannung 140 Volt ermitteln, weil bei dieser Spannung die Ortskurve des Primärstromes von $s = 0$ bis $s = 1$ noch meßtechnisch ermittelt werden kann, ohne daß der Läufer unzulässig heiß wird.

Für eine Klemmenspannung:

$$U_1 = 140 \text{ Volt ist } x_{11} = 213\ \Omega$$

und für

$$U_1 = 380 \text{ Volt ist } x_{11} = 188\ \Omega.$$

Der mittlere Ohmsche Widerstand der Ständerwicklung ist:

$$r_{1k} = 2{,}4\ \Omega \text{ (kalt bei } 15^0 \text{ C)}$$

Digitized by Google

bzw. $r_{1w} = 2{,}92\ \Omega$ (warm bei 75° C).

Die entsprechenden Widerstandskoeffizienten $\varrho_1 = \frac{r_1}{x_{11}}$ sind:

für 140 Volt: $\varrho_{1k} = 0{,}01126$ bzw. $\varrho_{1w} = 0{,}0137$
für 380 „ $\varrho_{1k} = 0{,}01275$ „ $\varrho_{1w} = 0{,}0155$,

Die mittlere Streuinduktivität des Ständers beträgt $x_{1\sigma} = 8{,}55\ \Omega$.

Der primäre Streukoeffizient wird damit:

$$\sigma_1 = \frac{x_{1\sigma}}{x_{11}} = 0{,}0402 \qquad \text{für 140 Volt}$$

und

$$\sigma_1 = 0{,}0455 \qquad \text{für 380 Volt.}$$

Die Koeffizienten des Läufers sind meßtechnisch an einem fertigen Motor nicht zu bestimmen. Damit sie durch den Versuch bestimmt werden konnten und damit der Einfluß der Wirbelströme auf die Stromverdrängung im Läufer bei hoher Frequenz untersucht werden konnte, hat die Firma Heemaf, Hengelo-Holland, in dankenswerter Weise zwei gesonderte Läufer zur Verfügung gestellt, von denen der eine nur die äußere Wicklung und der andere nur die innere Wicklung besitzt.

Die Reaktanz der Läuferwicklungen ist:

$$x_{22} = \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2 \cdot x_{11}$$

und

$$x_{33} = \left(\frac{w_3}{w_1}\right)^2 \cdot x_{11},$$

damit können durch die Kurzschlußmessung die Läuferkoeffizienten bestimmt werden.

Die Kurzschlußmessung wurde bei konstanter Kupfertemperatur und bei Frequenzen von 20—55 Per/sec durchgeführt. Sie ergab, daß die Widerstandszunahme der Läuferwicklungen bei hoher Frequenz vernachlässigt werden kann.

Unter Berücksichtigung der Temperaturen sind die Ohmschen Widerstände:

$r_{3k} = 0{,}000845\ \Omega$ $\qquad$ $r_{3w} = 0{,}00103\ \Omega$
$r_{2k} = 0{,}00524\ \Omega$ $\qquad$ $r_{2w} = 0{,}00638\ \Omega$.

Die Größe der Streuinduktivitäten bezogen auf 50 Per/sec ist:

$x_{3\sigma} = 0{,}00417\ \Omega$
$x_{2\sigma} = 0{,}00138\ \Omega$.

Mit den Läuferreaktanzen:

$x_{33} = 0{,}0308\ \Omega$; $x_{22} = 0{,}1232\ \Omega$ für 380 Volt

ergeben sich die Läuferkoeffizienten für 380 Volt zu:

$\varrho_{3w} = 0{,}0333$	$\varrho_{3k} = 0{,}0274$
$\varrho_{2w} = 0{,}0518$	$\varrho_{2k} = 0{,}0425$
$(\varrho_{1w} = 0{,}0155)$	$(\varrho_{1k} = 0{,}01275)$
$\sigma_3 = 0{,}135$	$\sigma_{23} = 0{,}1481$
$\sigma_2 = 0{,}0113$	$\sigma_{12} = 0{,}0573$
$(\sigma_1 = 0{,}0455)$	$\sigma_{13} = 0{,}187$.

Zwischen den drei gelieferten Läufern des Motors besteht leider der Unterschied, daß der Läufer mit Doppelkäfigwicklung schräge Nuten hat, während die Läufer mit Einfachkäfigwicklung gerade Nuten haben. Schräge Nuten sind bei gleicher Schlitzbreite schmaler als gerade Nuten, infolgedessen ist die Streuung der Einzelwicklungen des Doppelkäfigläufers größer als die Streuung der beiden Einfachkäfigläufer und es steht zu erwarten, daß der tatsächliche Leistungsfaktor niedriger liegt als der, der unter Zugrundelegung der geraden Nuten ermittelt wurde. Der Versuch zeigt, daß die Vermutung richtig ist.

Nachprüfung der aufgestellten Stromgleichungen.

Für die experimentelle Nachprüfung der aufgestellten Gleichungen sollen jetzt die Arbeitskurven des Motors berechnet werden.

Digitized by Google

Die Ortskurve des Motorstromes wird für eine Klemmenspannung von 380 Volt Δ nach Gleichung (7) vorausbestimmt.

$$\mathfrak{J}_1 = \sqrt{3} \cdot \mathfrak{J}_{1ph} = \frac{\dot{U}_1 \cdot \sqrt{3}}{x_{11}} \cdot \frac{a \cdot d + b \cdot f}{d^2 + f^2} + j \cdot \frac{\dot{U}_1 \cdot \sqrt{3}}{x_{11}} \cdot \frac{a \cdot f - b \cdot d}{d^2 + f^2}.$$

Die Glieder dieser Gleichung nehmen mit den bekannten Koeffizienten für den Primärstrom folgende Größen an:

$$a = 0{,}001725 - s^2 \cdot 0{,}1481$$
$$b = s \cdot 0{,}0921$$
$$d = 0{,}0000267 - s \cdot 0{,}0116 - s^2 \cdot 0{,}00229$$
$$f = 0{,}0018 + s \cdot 0{,}001428 - s^2 \cdot 0{,}00827.$$

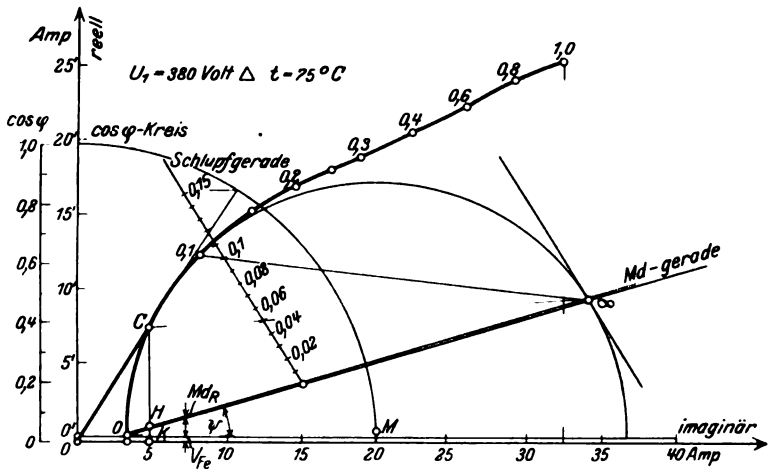


Bild 8. Ortskurve des primären Motorstromes ($s = 0$ bis 1).

Mit diesen Werten wird für die verschiedenen Schlüpfungen die Stromkurve punktweise berechnet. Um die Rechnung möglichst einfach zu gestalten, ist es zweckmäßig, Tabellen aufzustellen.

Das Ergebnis der Rechnung ist in Bild 8 und 9 eingetragen. In Bild 9 ist die Stromkurve für alle Schlüpfungen von $s = 0 \div \infty \div 0$ dargestellt. Praktische Bedeutung kommt der Stromkurve nur für $s = 0 \div 1$ zu. Diese Kurve ist in Bild 8 gezeichnet.

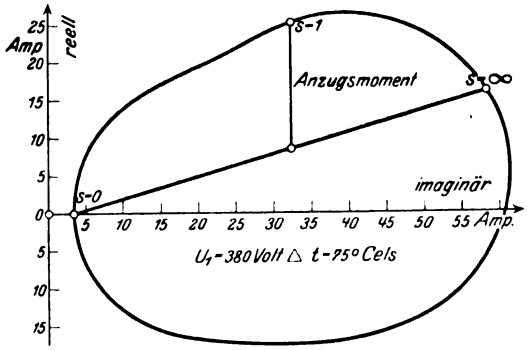


Bild 9. Ortskurve des primären Motorstromes ($s = 0$ bis ∞).

In Gleichung (7) sind die Eisenverluste vernachlässigt, sie müssen deshalb nachträglich durch eine Korrektur berücksichtigt werden. Die Eisenverluste betragen bei 380 Volt Δ:

$$V_{Fe} = 210 \text{ Watt}.$$

Digitized by Google

Der Eisenverluststrom wird $\mathfrak{J}_v = \frac{210}{380 \cdot \sqrt{3}} = 0{,}32$ Amp.

Da die Eisenverluste vom Netz gedeckt werden müssen, wird die Wattkomponente des jeweiligen Primärstromes um diesen Eisenverluststrom vergrößert. Wir müßten die Stromkurve also auf der reellen Achse in positiver Richtung um diesen Betrag verschieben. Weil dies sehr umständlich ist, verrücken wir das Koordinatensystem um den negativen Wert (—0,32 Amp.). Es ist zu den in Bild 8 auf der reellen Achse abgetragenen Stromstärken 5′, 10′ usw. dieser Strom noch zu addieren.

Für die Bestimmung der Drehmomentengeraden würde die Anwendung eines graphischen Verfahrens räumlich Schwierigkeiten machen, es wird deshalb der Neigungswinkel der Geraden nach Gleichung (29) berechnet, dazu werden folgende Größen gebraucht

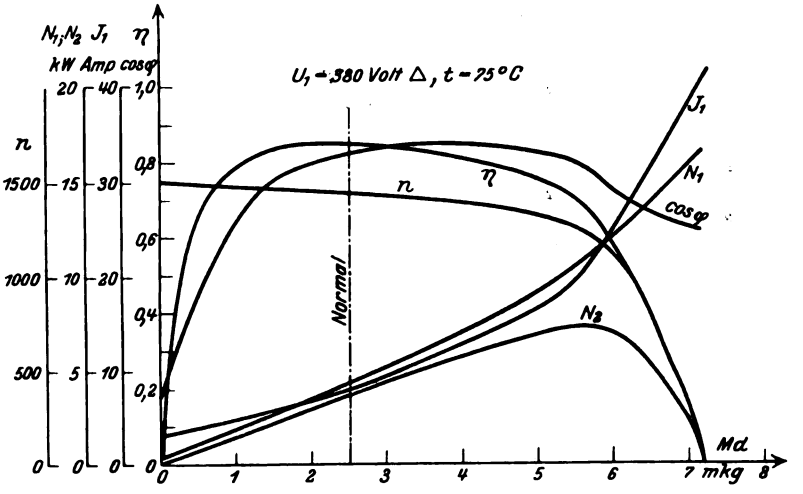


Bild 10. Rechnerisch aus Bild 8 ermittelte Bremskurven.

$$y_0 = 0{,}05 \text{ Amp.}, \qquad x_0 = 3{,}34 \text{ Amp.} \quad \text{[nach Gl. (8a, b)]}$$

$$\varphi_\infty = \operatorname{arctg} \frac{0{,}0455 + \frac{0{,}0113 \cdot 0{,}135}{0{,}1481}}{0{,}0155} \quad \text{[nach Gl. (28)]}$$

$$\varphi_\infty = \operatorname{arctg} 3{,}6 = 74^0\,30'$$

$$\cos \varphi_\infty = 0{,}267, \qquad \sin \varphi_\infty = 0{,}964,$$

damit wird:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\sqrt{3} \cdot \frac{380}{188} \cdot \frac{0{,}267^2}{0{,}0155} - 0{,}05}{\sqrt{3} \cdot \frac{380}{188} \cdot \frac{0{,}267 \cdot 0{,}964}{0{,}0155} - 3{,}34} = 0{,}293 \quad \text{[nach Gl. (29)]}.$$

Unter dieser Neigung zeichnen wir die Drehmomentengerade vom Punkte $s = 0$ aus in das Bild 8 ein.

Im Bereich des normalen Dauerbetriebes (bei kleiner Schlüpfung) kann die Stromkurve, wie bereits im ersten Teil hervorgehoben wurde, durch einen Kreisbogen ersetzt werden. Wir wollen hier den Kreismittelpunkt des die Ortskurve des Stromes genau ersetzenden Kreises feststellen. Dazu bestimmen wir graphisch den Kreismittelpunkt M für die Schlüpfungspunkte $s = 0$, 0,05, 0,1. Der durch diese drei Punkte gelegte Kreis schneidet die Momentenlinie in einem Punkte, der, bezogen auf diesen Kreis (als Kreisdiagramm), dem Punkte der unendlichen Schlüpfung entspricht, denn sowohl für die bizirkulare Quartik als auch für den Kreis ist ja die Verlustgerade bzw. Momentenlinie durch die Punkte $s = 0$ und $s = \infty$ festgelegt.

Digitized by Google

Kennen wir für einen Kreis außer den Punkten $s = 0$ und $s = \infty$ noch einen dritten Punkt, so können wir die Schlupfgerade des Kreises auf bekannte Weise eintragen. Als dritten Punkt wählen wir in unserem Beispiele $s = 0{,}1$. Die so ermittelte Schlupfgerade gilt als solche für unseren Ersatzkreis und auch für den durch den Kreis ersetzten Teil der Kurve 4. Grades.

Aus Bild 8 können nach Bestimmung der Maßstäbe die Arbeitskurven des Motors ermittelt werden.

Wie im ersten Teil erwähnt ist, gibt die Drehmomentengerade das mechanisch abgegebene Moment an. Ein Teil des abgegebenen Momentes geht noch als Reibungsdrehmoment verloren (M_{dR}). Dieser Verlust soll in dem Diagramm schon dadurch berücksichtigt werden, daß oberhalb der Drehmomentengeraden im Abstande des Reibungsmomentes, oder der Reibungsverluste eine Parallele eingezeichnet wird. Die Reibungsverluste V_R betragen 0,09 kW bei 1500 Umdr./min.

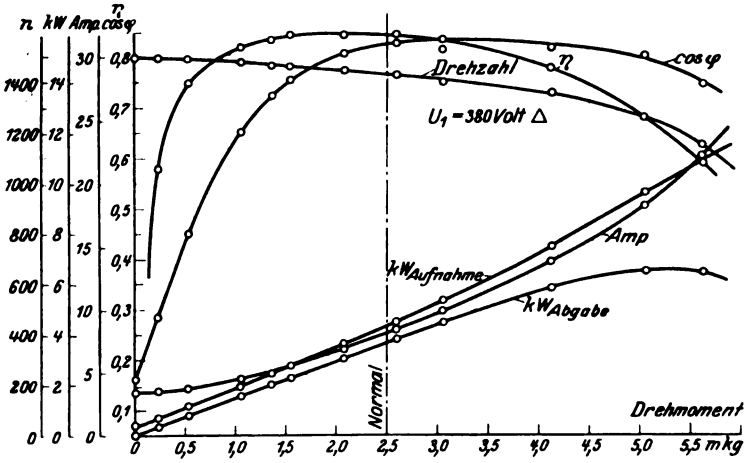


Bild 11. Experimentell ermittelte Bremskurven.

Wir entnehmen jetzt dem Diagramm für die Schlüpfungen von $0 \div 1$ die verschiedenen Größen im Zentimeter-Maßstab, tragen sie zusammen und errechnen die Bremskurven der Maschine. Die Bremskurven sind in Bild 10 aufgetragen.

In Bild 11 sind die gemessenen Kurven dargestellt. Ein Vergleich der Kurven zeigt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung.

Daß die Verluste bei höheren Belastungen größer werden als gerechnet, hat seinen Grund in den größeren Stromwärmeverlusten der äußeren Wicklung, die bei dem Bremsversuch sehr heiß wird.

Für Kurzschluß und Betrieb wollen wir noch die Stromverhältnisse im Läufer untersuchen.

Die Läuferströme sind:

im Kurzschluß

$$\mathfrak{J}_{2ph} = 737 \quad \text{Amp.}$$
$$\mathfrak{J}_{3ph} = 505 \quad ,,$$

im Betrieb ($s = 0{,}05$)

$$\mathfrak{J}_{2ph} = 69 \quad ,,$$
$$\mathfrak{J}_{3ph} = 197{,}2 \quad ,,$$

Die Stromdichten im Kurzschluß sind:

$$\Delta i_2 = 86 \quad \text{Amp./mm}^2$$
$$\Delta i_3 = 20{,}6 \quad ,,$$

im Betrieb ($s = 0{,}05$)

$$\Delta i_2 = 8{,}08 \quad ,,$$
$$\Delta i_3 = 8{,}05 \quad ,,$$

Digitized by Google

Diese Werte sagen uns, daß die Verluste pro Volumeneinheit bei größeren Schlüpfungen in der äußeren Wicklung erheblich größer werden als in der inneren; infolgedessen erwärmt sich auch die äußere Wicklung viel schneller als die innere.

Jetzt soll noch kurz die Genauigkeit der in Gleichung (11) bzw. (13a, b) gegebenen Näherungsformel für den Primärstrom geprüft werden.

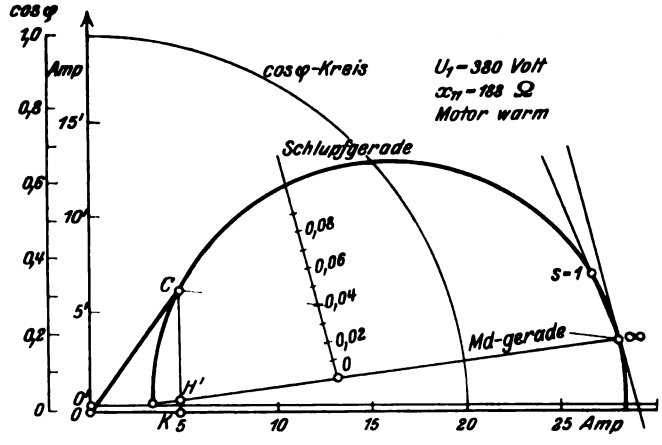


Bild 12. Kreisdiagramm des Primärstromes nach der Näherungsrechnung.

Die Mittelpunktskoordinaten des Kreisdiagrammes sind nach Gleichung (13a, b):

$$\sqrt{3} \cdot x_{m_1} = 15{,}35 \text{ Amp.}$$

$$\sqrt{3} \cdot y_{m_1} = 0{,}395 \text{ Amp.}$$

Da die Koordinaten des Leerlaufpunktes ($y_0 = 0{,}05$, $x_0 = 3{,}34$ Amp.) bekannt sind, kann der Kreis gezeichnet werden. (Bild 12.)

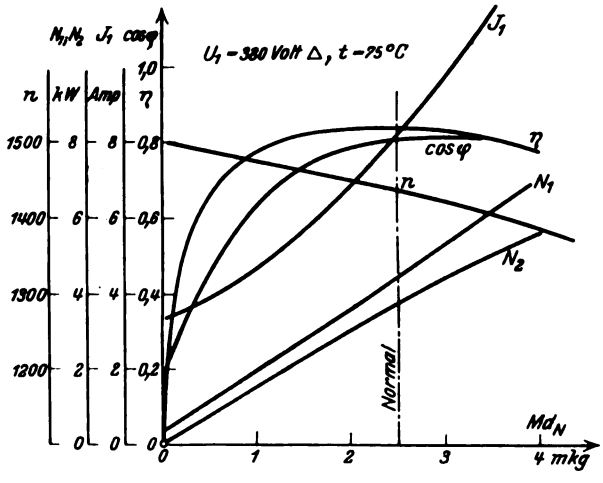


Bild 13. Bremskurven nach der Näherungsrechnung.

Den Kurzschlußpunkt und den Punkt der unendlichen Schlüpfung bestimmen wir durch Gerade, die gegen die reelle Achse um die Winkel φ_k und $\varphi\infty$ verschoben sind. Die Tangenten der Winkel sind nach Gleichung (14a, b):

$$\operatorname{tg} \varphi_k = 3{,}84$$

$$\operatorname{tg} \varphi\infty = 8{,}07.$$

Wir zeichnen jetzt die Schlupfgerade, bestimmen die Maßstäbe und entnehmen dem Diagramm die einzelnen Größen für die Berechnung des Wirkungsgrades und Leistungsfaktors.

Digitized by Google

Alle Werte sind als Funktion vom Nutzdrehmoment in Bild 13 aufgetragen. Die Kurven zeigen, daß der Wirkungsgrad und Leistungsfaktor kleiner sind als die meßtechnisch ermittelten.

Immerhin ist die Anwendung der Näherungsformel für den ersten Entwurf empfehlenswert, denn bei Normallast beträgt der Fehler in unserer Rechnung bei der Ermittlung des Leistungsfaktors 3,2%, des Wirkungsgrades 1,4%. Es liegt in der Art der Vernachlässigungen, daß nach dem Näherungsverfahren immer zu geringe Werte errechnet werden, und der erfahrene Berechner kann auf Grund der Näherungsrechnung leicht auf die wirklichen Verhältnisse beim Lauf schließen.

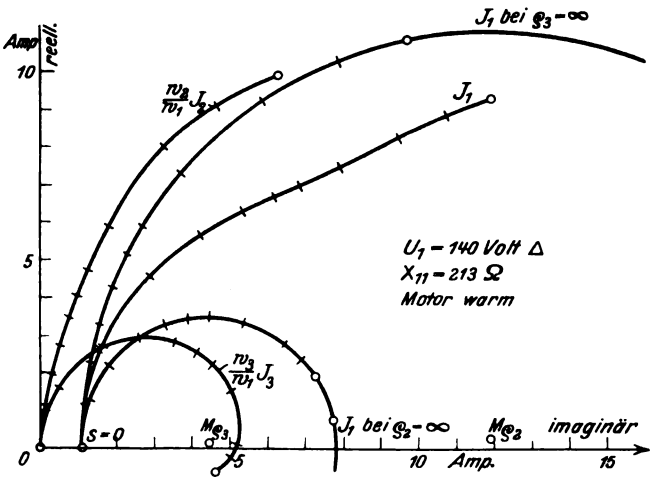


Bild 14. Ortskurven der Ströme des Doppelkäfigmotors und des Einfachkäfigmotors ($s = 0$ bis 1).

Weil für den Vergleich zwischen Rechnung und Versuch nur eine Maschine zur Verfügung stand, wurden künstlich die Koeffizienten dadurch geändert, daß außer bei der oben geschilderten normalen Spannung noch ein Versuch bei geringer Spannung vorgenommen wurde. Bei geringerer Spannung werden die Reaktanzen der

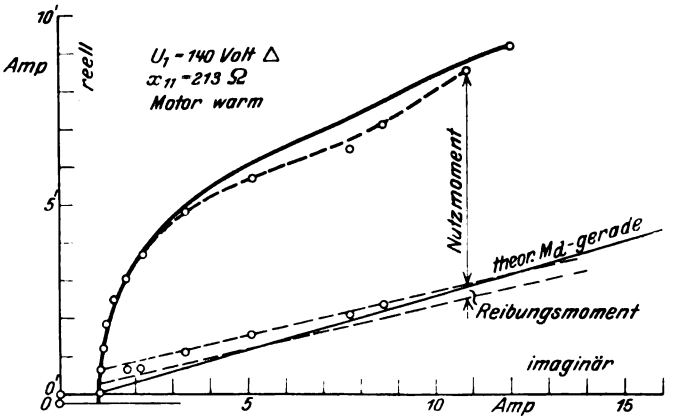


Bild 15. Rechnerisch und experimentell ermittelte Ortskurve des Primärstromes.

Wicklungen größer und die Koeffizienten kleiner. Wir können Rechnung und Versuch auch hier nur für den Primärstrom vergleichen. Wir haben bei niederer Spannung jedoch den Vorteil, fast die ganze Stromkurve aufnehmen zu können. Die Stromvektoren $\mathfrak{J} = \mathfrak{J}_{ph} \cdot \sqrt{3}$ werden unter Zugrundelegung einer Klemmenspannung von 140 Volt Δ, $x_{11} = 213$ Ohm, ermittelt.

Digitized by Google

In Bild 14 sind die errechneten Ortskurven der Ströme $\mathfrak{J}_1$, $\frac{w_2}{w_1}\mathfrak{J}_2$, $\frac{w_3}{w_1}\mathfrak{J}_3$ unter Vernachlässigung der Eisenverluste dargestellt. Die Sekundärströme sind um 180° verdreht, die Punkte gleicher Schlüpfung sind markiert ($s = 0$, 0,05, 0,1, 0,15, 0,2, 0,25, 0,3, 0,4, 0,6, 0,8, 1,0).

Die Wattkomponente des Primärstromes wird durch die Wattkomponente des Stromes der inneren Wicklung geschwächt; damit wird auch das Anzugsmoment des Doppelkäfigmotors geschwächt. Der Motor würde bei offener innerer Wicklung ein größeres Moment anziehen.

Zum Vergleich des Doppelkäfigmotors mit dem Einfachkäfigmotor sind in Bild 14 noch die Kreisdiagramme dieses Motors eingetragen. Der größere Kreis gilt für einen Motor, der nur den Außenkäfig des Doppelkäfigmotors besitzt, der kleinere Kreis gilt für einen Motor mit Innenkäfig.

In Bild 15 ist die meßtechnisch und rechnerisch ermittelte Ortskurve des Primärstromes des Doppelkäfigmotors aufgetragen. Die gestrichelte Kurve bezieht sich auf den Versuch, die durchgezogene Kurve auf die Rechnung. Die Stromvektoren werden vom Punkte 0 ab gemessen.

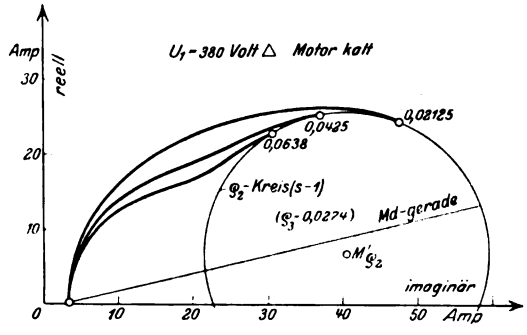


Bild 16. Ortskurven des Primärstromes bei verschiedenen Ohmschen Widerständen der äußeren Käfigwicklung.

Im ganzen kann gesagt werden, daß auch hier die Abweichung zwischen Rechnung und Messung gering ist.

In Bild 15 sind auch die Drehmomentengeraden eingezeichnet. Die obere gestrichelte Gerade ist aus den Versuchen ermittelt und gibt das Nutzmoment an. Die untere gestrichelte Gerade zeigt das gesamte mechanisch abgegebene Moment, mit dieser Geraden ist die rechnerisch ermittelte (durchgezogene) Momentenlinie zu vergleichen.

Die Kurve Bild 15 zeigt, daß die meßtechnisch ermittelte Stromkurve in der Gegend $s = 0{,}3 \div 0{,}4$ eine stärkere Einsattelung zeigt als die berechnete Kurve. Diese Einsattelung rührt von der hohen Widerstandszunahme der äußeren Wicklung infolge Erwärmung her. Um hierfür den Nachweis zu bringen, sind in Bild 16 die Ortskurven der Ströme für 3 Maschinen berechnet, deren Widerstandskoeffizienten der äußeren Läuferwicklung ϱ_2 sich im kalten Zustande wie 1 : 2 : 3 verhalten, alle anderen Koeffizienten sind unverändert. Als Klemmenspannung ist 380 Volt Δ gewählt.

Das Bild zeigt deutlich die Sattelbildung bei Vergrößerung des Widerstandskoeffizienten ϱ_2. Die Momentenlinie gibt die Verminderung des Kippmomentes bei Vergrößerung des äußeren Läuferwiderstandes an, sie zeigt aber auch, daß auch das Anzugsmoment bei kleinem ϱ_2 geringer wird.

Der Stromvektor bewegt sich im Kurzschluß bei konstanten ϱ_1, ϱ_3, σ_1, σ_2, σ_3 und bei veränderlichem ϱ_2 auf dem Kreise um $M_{\varrho'_2}$. Es schneidet die Momentenlinie auf dem Lot vom Kreisumfange auf die imaginäre Achse das Anzugsmoment ab.

Digitized by Google

Das maximal mögliche Moment bei unveränderter innerer Läuferwicklung gibt der Motor mit ungefähr $\varrho_2 = 0{,}0425$ ab.

Aus Bild 17 sind die normalen Anlaufverhältnisse des Motors bei Stern-Dreieckschaltung zu entnehmen. Die Rechnung ist für den kalten Motor durchgeführt. Die Eisen- und Reibungsverluste sind vernachlässigt. Der größeren Übersichtlichkeit wegen sind Drehmoment und Strom in Abhängigkeit von der Drehzahl in Bild 18 dargestellt.

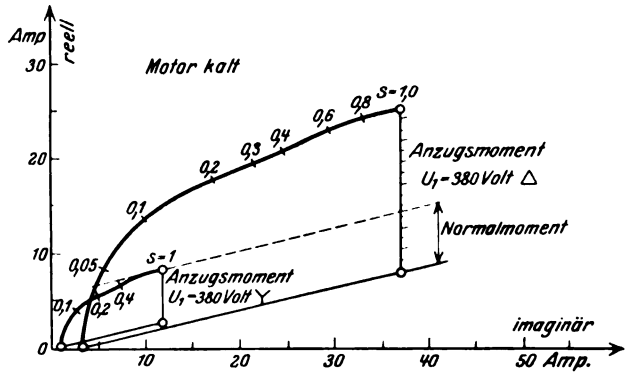


Bild 17. Primärstrom und Drehmoment bei Stern-Dreieckschaltung.

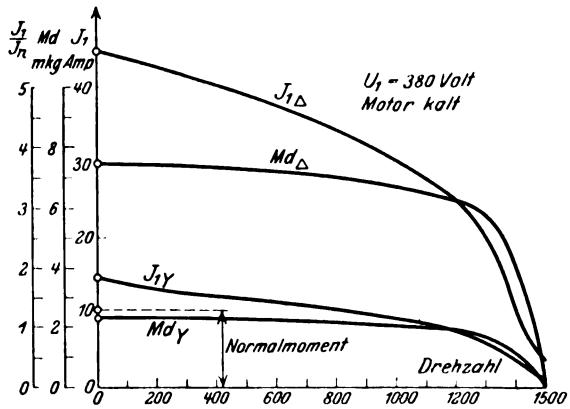


Bild 18. Primärstrom und Drehmoment bei Stern-Dreieckschaltung nach Bild 17.

Aus diesen Kurven ist auch das Verhältnis

$$\frac{\text{jeweiliger Strom}}{\text{Normalstrom}} = \frac{\mathfrak{J}_1}{\mathfrak{J}_n}$$

zu entnehmen.

Es beträgt der Kurzschlußstrom in Sternschaltung 14,5 Amp., in Dreieckschaltung 44,8 Amp., das Anzugsmoment in Sternschaltung 2,32 mkg, in Dreieckschaltung 7,43 mkg. Als Normalstrom ist 8 Amp. angegeben, als Normalmoment 2,5 mkg.

Kurzschluß des Doppelkäfigmotors.

Aus Bild 16 und 17 ist ersichtlich, daß während des Anlaufens das Drehmoment des Doppelkäfigmotors bei richtiger Dimensionierung im Bereich von $s = 1 \div 0{,}2$ nicht sehr wesentlich kleiner ist als das Anzugsmoment. Größere Abweichungen kommen erst bei größerem Widerstandskoeffizienten des Außenkäfigs vor.

Digitized by Google

Soll für ein bestimmtes Anlaufmoment ein Motor entworfen werden, so ist es hiernach am einfachsten, man begnügt sich vorerst mit der Ermittlung der Widerstands- und Streukoeffizienten, die im Kurzschluß ein Anzugsmoment bedingen, das größer ist als das verlangte Anlaufmoment.

Die Unterlagen für diese Ermittlung wurden oben gezeigt.

In Bild 19—21 sind für einige beliebige Fälle die Kurzschlußkreise entworfen. Die Widerstandskoeffizienten ϱ_1, ϱ_2 und die Streukoeffizienten σ_1, σ_2 wurden konstant gehalten und für veränderlichen Widerstandskoeffizienten ϱ_3 und konstanten Streukoeffizienten σ_3, sowie für veränderlichen Streukoeffizienten σ_3 und konstanten Widerstandskoeffizienten ϱ_3 der inneren Käfigwicklung wurden für $s = 1$ die Kreisdiagramme nach Gleichung (20a, b), (21a, b), (22a, b) berechnet.

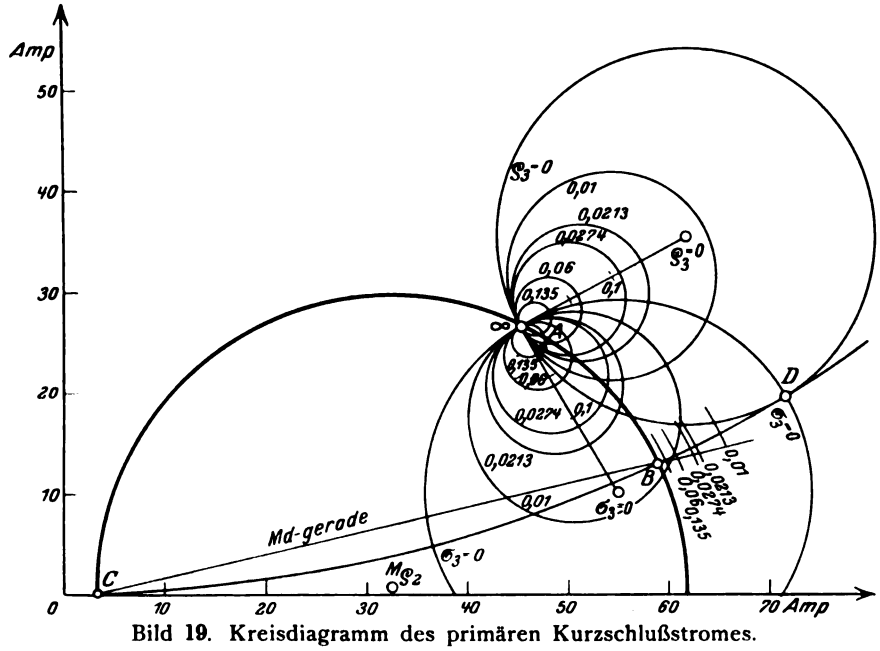


Bild 19. Kreisdiagramm des primären Kurzschlußstromes.
$U_1 = 380$ Volt Δ, $\varrho_2 = 0{,}0213$, $\sigma_2 = 0{,}0113$, $\varrho_1 = 0{,}01275$, $\sigma_1 = 0{,}0455$.

Um den Einfluß des Außenkäfigs zu übersehen, wurden die Kreise in Bild 19 für $\varrho_2 = 0{,}0213$, in Bild 20 für $\varrho_2 = 0{,}0425$ und in Bild 21 für $\varrho_2 = 0{,}0638$ entworfen. In den Bildern gelten die höher liegenden Kreise für veränderliches σ_3 und konstantes ϱ_3, die tiefer liegenden für veränderliches ϱ_3 und konstantes σ_3. Alle Kreise sind mit dem Koeffizienten bezeichnet, für den sie gelten.

Der allen Kreisen gemeinsame Schnittpunkt hat den Wert $\varrho_3 = \sigma_3 = \infty$, d. h. er liegt auf dem Kreisdiagramm des normalen Kurzschlußmotors, für dessen Käfigwicklung die Koeffizienten ϱ_2 und σ_2 gelten. Es ist dieses Diagramm in alle Bilder eingetragen. Die Koordinaten des Mittelpunktes $M_{\varrho 2}$ können aus Gleichung (9a) berechnet werden.

Es gilt in Bild 19 der durch einen kleinen Kreis kenntlich gemachte Schnittpunkt A der Kreise $\varrho_3 = 0{,}0274$ und $\sigma_3 = 0{,}135$ als Endpunkt des Stromvektors, der durch diese Koeffizienten bedingt ist.

Um einen guten Wirkungsgrad zu erzielen, muß ϱ_3 klein gehalten werden. Man kann, wie das Diagramm weiter zeigt, bei Wahl einer großen Streuung σ_3 ohne erheblichen Schaden für den Kurzschluß den konstruktiv kleinst zulässigen Widerstandskoeffizienten ϱ_3 wählen. Es wird das Anzugsmoment bei Wahl von großem σ_3 und kleinem ϱ_3 wohl geschwächt, doch nicht erheblich.

Digitized by Google

Das Anzugsmoment kann nach den früher abgeleiteten Regeln ermittelt werden, es müssen für die Konstruktion der Momentenlinie die Koeffizienten ϱ_1, σ_1, σ_2 und σ_3 bekannt sein. Für alle Werte $\sigma_3 = 0 \div \infty$ liegen die Schnittpunkte der Momenten-

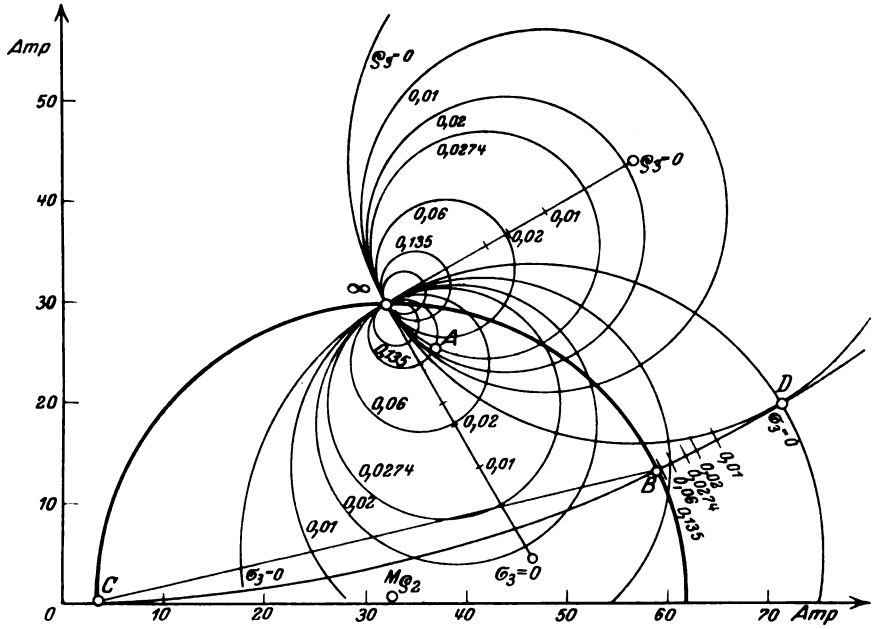


Bild 20. Kreisdiagramm des primären Kurzschlußstromes.
$U_1 = 380$ Volt Δ, $\varrho_2 = 0{,}0425$, $\sigma_2 = 0{,}0113$, $\varrho_1 = 0{,}01275$, $\sigma_1 = 0{,}0455$.

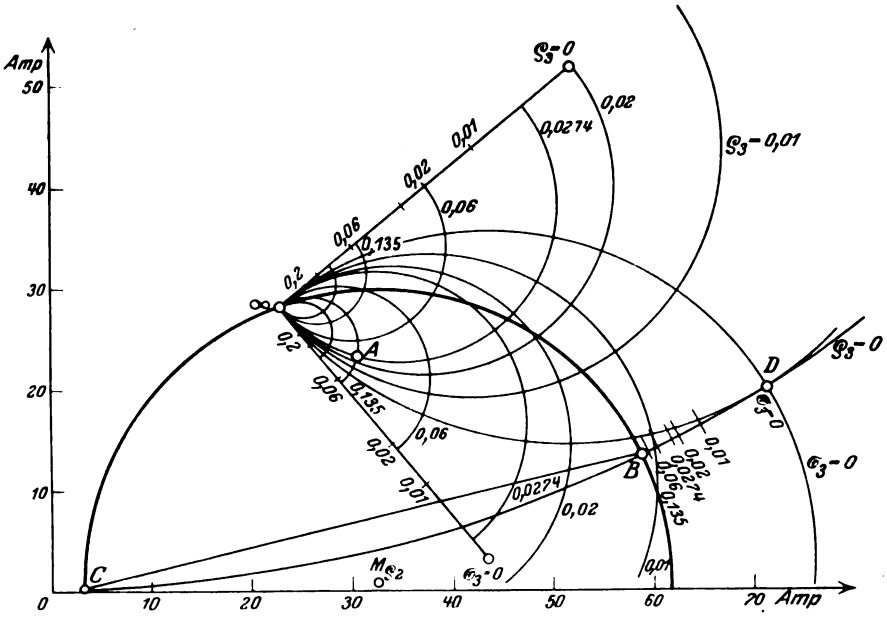


Bild 21. Kreisdiagramm des primären Kurzschlußstromes.
$U_1 = 380$ Volt Δ, $\varrho_2 = 0{,}0638$, $\sigma_2 = 0{,}0113$, $\varrho_1 = 0{,}01275$, $\sigma_1 = 0{,}0455$.

inie mit dem Kreise der Gleichung (26a, b) auf dem Kreisbogen BD. Auf diesem Kreisbogen sind die Schnittpunkte der Momentenlinie für verschiedene σ_3 (0,0, 0,01, 0,0213, 0,0273, 0,06, 0,0135) markiert. Für $\sigma_3 = 0{,}135$ ist die Momentenlinie eingezeichnet. Diese Gerade gilt für alle Werte von ϱ_2 und ϱ_3. Im allgemeinen wird es

Digitized by Google

für die Beurteilung des Anzugsmomentes genügen, wenn die Verbindungslinie CB (also die Momentenlinie des Ossannakreises) als für alle Fälle gültige Drehmomentengerade des Doppelkäfigmotors angesehen wird.

Verändern wir ϱ_2, so verschiebt sich der Punkt $\sigma_3 = \varrho_3 = \infty$ auf dem Kreise um $M_{\varrho 2}$. Aus dem Vergleich der Bilder 19, 20 und 21 geht hervor, daß das Anzugsmoment des Motors dem Maximum im allgemeinen nahe kommt, wenn das Anzugsmoment des Motors ohne innere Käfigwicklung ein Maximum wird. Das maximale Anzugsmoment zahlenmäßig festzulegen, erscheint bei der Kompliziertheit der Gleichungen nicht vorteilhaft.

Um Einsattelungen des Anlaufmomentes zu vermeiden, ist es, wie Bild 16 zeigte, empfehlenswert, den Punkt $\sigma_3 = \varrho_3 = \infty$ in Bild 19, 20, 21 nie auf die linke Hälfte des Kreises um $M_{\varrho 2}$ zu legen. Liegt der Punkt $\sigma_3 = \varrho_3 = \infty$ auf der rechten Hälfte, so ist eine nach oben gekrümmte Anlaufcharakteristik zu erwarten, auch wird der Leistungsfaktor im Betrieb besser, allerdings muß ein größerer Anlaufstrom in Kauf genommen werden.

Zusammenfassung.

Es werden die Vektorgleichungen für die Ströme des Doppelkäfigmotors mit beliebigen Leiterzahlen der Wicklungen aufgestellt. Die entwickelte Gleichung der bizirkularen Quartik wird für den primären Strom für kleine Schlüpfungen in eine Kreisgleichung umgeformt. In weiterer Folge wird gezeigt, wie das Drehmoment dem Stromdiagramm entnommen werden kann. Durch Versuche an einem Doppelkäfigmotor der Firma Heemaf, Hengelo in Holland, wird eine gute Übereinstimmung der rechnerisch und meßtechnisch ermittelten Arbeitskurven nachgewiesen.

Die Versuche wurden im Institut für Elektromaschinenbau der Technischen Hochschule Braunschweig ausgeführt. Auch an dieser Stelle möchte ich nicht versäumen Herrn Professor Dr.-techn. F. Unger für seine wertvolle Unterstützung meinen aufrichtigen Dank auszusprechen.

Literaturverzeichnis.

Arnold, E., Wechselstromtechnik. Bd. 1, Bd. V_1. — Blanc, Berechnung der Anlaufdauer von Kurzschlußmotoren. Z. d. V. D. I., 1919, S. 289. — Bloch, O., Die Ortskurven der Wechselstromtechnik. Verlag Rascher & Co., Zürich. — Casper, Zur Konstruktion des Kreisdiagramms. Arch. f. Elektrot. 1925/26, Bd. 15, S. 262. — Dolivo-Dobrowolsky, Besprechung. ETZ 1918, S. 140. — Elsässer, R., Anlauf von Drehstrommotoren. Siemens Zeitschr. 1922, S. 325. — Heiles, F., Untersuchungen eines neuen Drehstromkurzschlußmotors. Arbeiten aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule, Karlsruhe, Bd. IV, 1920—24, S. 277 usf. — Liwschitz, M., Kurzschlußläufermotoren mit veränderlichem Läuferscheinwiderstand. Arch. f. Elektrot. 1924, Bd. XIV, S. 531. — Asynchronmotoren für hohes Anlaufmoment. Siemens Zeitschrift 1925, S. 57, 123. — Lund, H., Zur Theorie des Stromverdrängungsmotors. Arch. f. Elektrotechnik 1925/26, Bd. XV, S. 121. — Meyer, R., Über das Selbstanlassen von Kurzschlußmotoren durch Stromverdrängung. ETZ 1924, H. 8. — Rüdenberg, R., Asynchronmotoren mit Selbstanlauf durch tertiäre Wirbelströme. ETZ 1918, S. 483. — Schenkel, M., Streuungsmessung an Wechselstrommaschinen. E. u. M. 1909, S. 201. — Unger, F., Über die Querfelddämpfung bei Einphasenwechselstromgeneratoren und Drehtransformatoren mit verteilter Wicklung. Verlag Mercy, Prag 1910. — Vom einphasigen Drehtransformator. Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern, 1922.

Digitized by Google

Kraftfluß-Durchsetzung und Kraftlinien-Verkettung.

Von

Dr. L. Fleischmann.

Bei der so häufig behandelten Frage der Streuung von induktiv verketteten Kreisen gelangt man deswegen nicht zu einer befriedigenden Lösung, weil man zwei Begriffe nicht genügend auseinanderhält. Meistens spricht man von dem Kraftfluß und von den Kraftlinien so, als ob beide ohne weiteres durcheinander ersetzbar wären. — Daß dies nicht der Fall ist, soll in dem Folgenden gezeigt werden:

Um mich klar auszudrücken, muß ich vom Vektorpotential Gebrauch machen. Für diejenigen, denen dieser Begriff nicht geläufig ist, sei auf die Arbeit von Rogowski, Arch. f. Elektrot. Bd. 2, S. 237 1914, über das Vektorpotential, oder auf die entsprechenden Kapitel in den Lehrbüchern von Cohn und Plank hingewiesen. Es wird dort gezeigt, daß in jedem Mittel von konstanter Permeabilität μ die Induktion B dargestellt werden kann durch den Rotor eines Vektors, der definiert ist durch $\mu \int \frac{\dot{\mathfrak{J}}\, d\tau}{r}$, wobei $\dot{\mathfrak{J}}$ den Strom nach Größe und Richtung im Volumenelement $d\tau$ und r den Abstand (nur der Größe nach) des Aufpunktes von dem Stromelement bedeutet. Haben wir mehrere Stromkreise, so ist die Induktion ebenfalls in vollständig eindeutiger Weise durch das Vektorpotential bestimmt. Bei zwei Kreisen 1 und 2, in denen im selben Zeitpunkt die Ströme $\dot{\mathfrak{J}}_1$ und $\dot{\mathfrak{J}}_2$ fließen, ist das Vektorpotential im Punkt p gegeben durch

$$\int \frac{\dot{\mathfrak{J}}_1 d\tau_1}{r_{1p}} + \int \frac{\dot{\mathfrak{J}}_2 d\tau_2}{r_{2p}},$$

wenn r_{1p} und r_{2p} die Abstände des Punktes p von den Volumenelementen $d\tau_1$ und $d\tau_2$ bezeichnet. Der Kraftfluß durch eine geschlossene Kurve ist, wie bekannt, $\int \dot{B}\, d\dot{f}$, wobei df das Flächenelement irgendeiner durch die Kurve begrenzten Fläche bedeutet.

Wenn wir feststellen wollen, welcher Fluß jeden der beiden Kreise durchsetzt, dann müssen wir die beiden Ausdrücke bilden

$$\int_{F_1} rot \left[\int \frac{\dot{\mathfrak{J}}_1 d\tau_1}{r_{1p}} + \int \frac{\dot{\mathfrak{J}}_2 d\tau_2}{r_{2p}} \right] df_1$$

und

$$\int_{F_2} rot \left[\int \frac{\dot{\mathfrak{J}}_1 d\tau_1}{r_{1p}} + \int \frac{\dot{\mathfrak{J}}_2 d\tau_2}{r_{2p}} \right] df_2.$$

Ein Teil der Flüsse kann beiden Kurven gemeinsam sein; dagegen wird ein anderer Teil nur je die eine der beiden Kurven durchsetzen; aber stets sind sowohl gemeinsamer Kraftfluß als auch nicht gemeinsamer Kraftfluß durch die Ströme und die geometrische Form der beiden Stromkreise eindeutig bestimmt. Im allgemeinen werden die beiden Flüsse ungleich sein, und der Unterschied zwischen beiden ist das, was man den Streufluß nennt. In der üblichen Darstellung schreibt man die beiden Flüsse in der Form

$$L_1 i_1 + M i_2 = \Phi_1$$
$$L_2 i_2 + M i_1 = \Phi_2.$$

Wenn man die Aufgabe stellt, die Flüsse Φ_1 und Φ_2 so zu unterteilen, daß ein Teil Φ beiden gemeinsam ist, während der Unterschied proportional zu i_1 bzw. i_2 sein soll, so kommt man zu folgendem Gleichungssystem:

$$L_1 i_1 + M i_2 = \Phi + A i_1$$
$$L_2 i_2 + M i_1 = \Phi + B i_2.$$

Digitized by Google

Das sind aber zwei Gleichungen mit drei Unbekannten Φ, A und B, die bekanntlich unendlich viele Lösungssysteme besitzen. Dieses erscheint erstaunlich, denn man ist von den Bildern, die man von derartigen Systemen gezeichnet gesehen hat und die durchaus richtig sind, daran gewöhnt, daß es Kraftlinien gibt, die nur den einen Stromkreis umschlingen, und man hat wohl daraus die Folgerung gezogen, daß diese Kraftlinien auch wegen des Durchflutungsgesetzes nur von diesem Kreis allein erzeugt sein könnten. Man hat aber dabei die ursprüngliche Definition der Kraftlinien aus dem Auge verloren, auf die wir jetzt näher eingehen wollen.

Der Einfachheit halber betrachten wir nur axialsymmetrische Felder. Dann ist in allen Punkten jeder Ebene, die wir durch die Symmetrieachse y legen, die Induktion B nur eine Funktion von y und von dem Abstand x von der y-Achse. Die Komponenten der Induktion in Richtung von x und y seien B_x und B_y, und die Differentialgleichung der Kraftlinien lautet dann $\frac{dy}{dx} = \frac{B_y}{B_x}$. Denn die Kraftlinien sind definiert als diejenigen Kurven, deren Tangentenrichtungen in jedem Punkte mit der dort herrschenden Richtung von B zusammenfallen.

Als Beispiel wollen wir jetzt die Differentialgleichung der Kraftlinien für den Fall von zwei konzentrischen Kreisen aufstellen. Die Kreise, die in einer Ebene liegen, haben die Radien A und a. Um die Komponenten B_x und B_y in irgendeinem Punkt, der von der Kreisebene den Abstand y und von der y-Achse den Abstand x haben möge, zu finden, benutzen wir die gleiche Methode, die Müller im Arch. f. Elektrot. 1926, S. 347 angegeben hat. Wir denken uns durch den Punkt $x\,y$ einen zu den beiden Kreisen konzentrischen und parallelen Kreis gelegt. Dann ist der diesen Kreis durchsetzende Fluß

$$\int_0^x 2\pi r\,dr\,B_y.$$

Dieser Fluß ist aber durch die Radien der drei Kreise und des Abstandes der Kreisebenen voneinander und durch die Stromstärken ausdrückbar. Sind die Ströme $\mathfrak{J}$ und i, so ist

$$\int_0^x 2\pi r\,dr\,B\,y = \mathfrak{J}\,4\pi\frac{\sqrt{A\,x}}{k}\left\{(2-k^2)F - 2E\right\} + i\,4\pi\frac{\sqrt{a\,x}}{k_1}\left\{(2-k_1^2)F_1 - 2E_1\right\}.$$

Hierbei sind F, E, F_1, E_1 die elliptischen Integrale erster und zweiter Art mit dem Modul

$$k = \frac{2\sqrt{A\,x}}{\sqrt{(A+x)^2+y^2}} \quad \text{bzw.} \quad k_1 = \frac{2\sqrt{a\,x}}{\sqrt{(a+x)^2+y^2}}.$$

Lassen wir den Radius x um $d\,x$ wachsen, so nimmt der Fluß um $2\pi\,x\,d\,x\,B_y$ zu, und da wir die Ableitung der rechtsstehenden Funktion, die wir mit $\mathfrak{J}\,\Phi\,(x\,y) + \varphi\,(x\,y)$ bezeichnen wollen, bilden können, erhalten wir

$$B_y = \frac{1}{2\pi x}\left\{\mathfrak{J}\frac{\partial}{\partial x}\Phi(x\,y) + i\frac{\partial}{\partial x}\varphi(x\,y)\right\}.$$

Durch eine ganz ähnliche Überlegung erhalten wir die Komponente B_x. Wir denken uns über dem Kreis mit dem Radius x einen geraden Zylindermantel, der sich in das Unendliche erstreckt. Der gesamte, durch diesen Zylindermantel tretende Fluß $= \int_y^\infty 2\pi\,x\,d\,y\,B_x$ muß gleich sein dem Fluß, der in die Kreisfläche mit dem Radius x eintritt und für den wir den Ausdruck oben gegeben haben. Verändern wir den Abstand y der Kreisfläche um $d\,y$, so ändert sich der den Zylindermantel durchsetzende Fluß um $2\pi\,x\,d\,y\,B_x$; um ebensoviel muß sich bei dieser Verschiebung der in die Kreisfläche eintretende Fluß ändern, und wir erhalten

Digitized by Google

$$\cdot \quad -B_x = \frac{1}{2\pi x}\left\{\mathfrak{F}\frac{\partial}{\partial y}\Phi(x\,y) + i\frac{\partial}{\partial y}\varphi(x\,y)\right\}.$$

Das negative Vorzeichen rührt daher, daß bei einer Zunahme des Abstandes y, also für dy positiv der Fluß abnimmt. Die Differentialgleichung der Kraftlinien lautet

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\mathfrak{F}\frac{\partial}{\partial x}\Phi(x\,y) + i\frac{\partial}{\partial x}\varphi(x\,y)}{-\left\{\mathfrak{F}\frac{\partial}{\partial y}\Phi(x\,y) + i\frac{\partial}{\partial y}\varphi(x\,y)\right\}},$$

daraus findet man als Gleichung der Kraftlinien $\Psi = \mathfrak{F}\,\Phi(x\,y) + i\,\varphi(x\,y) = C$. Diese Gleichung besagt, daß die Konfiguration der Kraftlinien und damit auch die der Kraftröhren von den Strömen in den beiden Stromkreisen abhängt. Damit entfällt auch die Möglichkeit, den magnetischen Widerstand einer Kraftröhre in einem solchen Fall allein aus der räumlichen Anordnung der Stromkreise zu definieren. Nur wenn der Verlauf von Φ oder φ für die Kurve $\Psi = C_k$ so ist, daß der Wert der einen Funktion gegen den der anderen vernachlässigbar ist, kann man von Streukraftlinien im alten Sinn sprechen.

Die Überlegungen, die wir hier für den Spezialfall von zwei konzentrischen Stromkreisen angestellt haben, können wir als allgemeingültig ansprechen. Bei beliebiger Stromverteilung im Raum treten an die Stelle einer Differentialgleichung die beiden

$$\frac{dy}{dx} = \frac{B_y}{B_x} \qquad \frac{dz}{dx} = \frac{B_z}{B_x},$$

wobei die B_x, B_y, B_z die Komponenten des Rotors des Vektorpotentiales nach den drei Achsen bedeuten. Da das Vektorpotential von sämtlichen Strömen abhängig ist, so kann man folgern, daß auch die Gleichung der Kraftlinien immer von sämtlichen Strömen abhängen wird, einerlei, ob der Verlauf der Kraftlinie so ist, daß er nur einen oder mehrere Stromkreise umfaßt.

Abgeschlossen am 26. November 1928.

Digitized by Google

Voranzeige.

In den nächsten Heften des Archivs für Elektrotechnik werden voraussichtlich folgende Arbeiten erscheinen:

W. Grösser, Über einige elektrostatische Probleme des Hochspannungstransformators.
W. Grösser und **H. Eckstein,** Methode zur absoluten Spannungsmessung von hochgespanntem Gleichstrom und von Scheitelwerten hochgespannten Wechselstromes.
L. Dreyfus, Beiträge zur Theorie des synchronen Einankerumformers unter besonderer Berücksichtigung der Ausgleichsvorgänge bei gleichstromseitigen Kurzschlüssen. Teil III: Moderne Hilfspol-Konstruktionen.
W. Geyger, Messungen an eisengeschlossenen, elektrodynamischen Wechselstrom-Leistungsmessern nach der Kompensationsmethode.
E. Kübler, Das magnetische Gesamtfeld bei Drehstrommotoren in Kurzschluß und Betrieb.
S. Franck, Anfangspannung und Gasdichte bei verschiedenen Elektrodenformen.
L. Kneissler-Maixdorf, Energieumwandlung und Energiefluß im elektromagnetischen Feld.
R. Wideroe, Über ein neues Prinzip zur Herstellung hoher Spannung.
G. Rasch, Weiteres über das kreisförmige Drehfeld.
F. Haas, Über den maximalen Spannungsgradienten in normal verseilten Dreileiterkabeln.
K. May, Unabhängigkeit der Funkenkonstante vom Luftdruck.
F. Kirschstein, Über Kippvorgänge bei Funkenentladungen.
K. Halbach, Untersuchungen über den Durchschlag und die Verluste einiger fester Isolierstoffe.
G. Frühauf, Eine neue Schaltung von Schwingungen mit linearem Spannungsverlauf.
G. A. Dimitriew und **A. Ph. Walter,** Durchschlag von öldurchtränkter Papierisolation.
M. Toepler, Elektrodenkapazität und Wanderwellengestalt.
L. und **P. Lombardi,** Messung des lokalen Leistungsverlustes in einem beschränkten Teil des magnetischen Kreises.
K. Matthies und **Ganswindt,** Über die Frequenzabhängigkeit von Verstärkertransformatoren.
W. Geyger, Eine einfache Kompensationsschaltung zur Messung der Kapazität und des dielektrischen Verlustewinkels von Kondensatoren und Kabeln.
H. Rukop, Diagramm für die Parallelschaltung beliebiger Scheinwiderstände.
Lange, Untersuchungen am Differential-Eisenprüfer nach van Lonkhuize.
E. A. Ter-Markarjanz, Theoretische und experimentelle Untersuchung des Synchronreaktionsmotors.
W. Wirz, Der Kaskadentransformator mit ungleichmäßig verteilten Wicklungen als Spannungswandler.
R. Willheim, Drehstromgeneratoren ohne Querfelddämpfung als Elemente von Resonanzkreisen.
B. D. H. Tellegen, Erzwungene Schwingungen eines linearen Systems zweiter Ordnung.
P. Rosenlöcher und **E. Rühlemann,** Äußere Einflüsse bei der Messung dielektrischer Verluste von Hartpapierdurchführungen und ihre Beseitigung.
G. Güllner, Über Polarisationsspannungen in Glas, Glimmer und Gips.
E. Werner, Die Zylinderfunkenstrecke nach Prof. Schwaiger.
H. Gries und **H. Esser,** Magnetische Messungen an Eisenviel- und Einkristallen mit einem neuartigen magnetischen Spannungsmesser.
H. G. Baerwald, Verstärkungsmessungen am rückgekoppelten Widerstandsverstärker. Konstruktion eines kompensierten Verstärkers mit gerader Frequenzkurve.
A. Smurows, Die physikalische Natur der elektrischen Vorgänge bei homogenen Isolatoren.
W. Steidinger, Beitrag zur Theorie flächenhafter Wirbelströme.
W. Suckow, Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen Strom und Spannung in einem Kunstharz.

Struktur der Materie

in Einzeldarstellungen

Herausgegeben von Professor Dr. **M. Born,** Direktor des Instituts für theoretische Physik der Universität Göttingen, und Professor Dr. **J. Franck,** Direktor des zweiten physikalischen Instituts der Universität Göttingen.

Band VI: **Fluorescenz und Phosphorescenz im Lichte der neueren Atomtheorie.** Von Professor Dr. **Peter Pringsheim,** Berlin. Dritte Auflage. Mit 87 Abbildungen. VII, 357 Seiten. 1928. RM 24.—; gebunden RM 25.20

Band VII: **Graphische Darstellung der Spektren von Atomen und Ionen mit ein, zwei und drei Valenzelektronen.** Von Dr. **W. Grotrian,** a. o. Professor der Universität Berlin, Observator am Astrophys. Observatorium in Potsdam.

Erster Teil: Textband. Mit 43 Abbildungen. XIII, 245 Seiten. 1928.

Zweiter Teil: Figurenband. Mit 163 Abbildungen. X, 168 Seiten. 1928.

RM 34.—; gebunden RM 36.40

Band VIII: **Lichtelektrische Erscheinungen.** Von Dr. **Bernhard Gudden,** o. Professor der Experimentalphysik an der Universität Erlangen. Mit 127 Abbildungen. IX, 325 Seiten. 1928. RM 24.—; gebunden RM 25.20

VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN BERLIN W 9

Digitized by Google

Der verbrannte Motor überzeugt Sie, daß die Abschmelzsicherung keine Sicherung des Motors ist, sondern nur eine Sicherung der Leitungsanlage. Bei geringer Überlastung des Motors spricht sie nicht an, obgleich er Schaden leidet. Eine vollkommene Sicherung des Motors ist nur der **Klöckner-Motorschutzschalter, er schützt** gegen Überlastung, gegen die Folgen starken Spannungsrückganges und Ausbleiben einer Phase **und spart** Abschmelzsicherung, Stromkosten durch bessere Ausnutzung des Motors, sowie Arbeitszeit, Betriebsstörungen, Ärger und Verdruß. Mit RWE-(Heinisch-Riedl)-Schutzschaltung gegen gefährliche Berührungsspannung (DRP. 277370) versehen, ist der Klöckner-Motorschutz **der vollkommenste Wächter.**

F. KLOCKNER · KÖLN-BAYENTHAL

VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN BERLIN W 9

Soeben sind erschienen:

Lehrbuch der Physik

in elementarer Darstellung

Von **Arnold Berliner**

Dr.-Ing. e. h. Dr. phil. Herausgeber der „Naturwissenschaften"

Vierte Auflage

Mit 802 Abbildungen. V, 658 Seiten. 1928. Gebunden RM 19.80

Dieses bewährte Lehrbuch liegt jetzt in vierter Auflage vor. Es hat seinen elementaren Charakter behalten entsprechend seiner Bestimmung, den angehenden Physikern als erste Einführung und allen denen, die die Physik als Hilfswissenschaft gebrauchen, wie Physiologen, Chemikern und Ingenieuren, als Lehrbuch zu dienen. Die neue Auflage ist gegenüber der vorigen wesentlich umgearbeitet und erweitert worden. Es genügt, auf die Vermehrung der Beispiele aus der Technik hinzuweisen, auf die Erweiterung der Mechanik, auf die moderne Darstellung der Kristallstruktur und auf die Erweiterung der Abschnitte über Atomphysik.

Physik

Ein Lehrbuch für Studierende an den Universitäten und Technischen Hochschulen

Von **Wilhelm H. Westphal**

a. o. Professor der Physik an der Universität Berlin

Mit 471 Abbildungen. XV, 536 Seiten. 1928. RM 18.—; gebunden RM 19.60

In diesem neuen Lehrbuch werden die großen allgemeinen Prinzipien und die fundamentalen Erhaltungssätze sowie unsere heutige Vorstellung vom Bau der Materie in den Vordergrund gestellt und die einzelnen physikalischen Gesetzmäßigkeiten von diesem Standpunkt aus entwickelt und verständlich gemacht. Die Molekular- und Atomtheorie werden infolge ihrer anschaulichen Darstellung den Lernenden in hervorragendem Maße fesseln. Der Autor, Mitherausgeber des im Erscheinen begriffenen 24bändigen „Handbuch der Physik" hat das Buch auf Grund langjähriger Lehrtätigkeit verfaßt. Da es im wesentlichen für Studierende an den Hochschulen bestimmt ist, setzt es die mathematischen Kenntnisse voraus, die den Lehrplänen der höheren Schulen entsprechen, in erster Linie die Grundbegriffe der Differential- und Integralrechnung.

Einführung in die mathematische Behandlung naturwissenschaftlicher Fragen

Von **Alwin Walther**

o. Professor für Mathematik an der Technischen Hochschule Darmstadt

Erster Teil:

Funktion und graphische Darstellung. Differential- und Integralrechnung

Mit 174 Abbildungen. VIII, 220 Seiten. 1928. RM 8.60; gebunden RM 9.60

Hierzu eine Beilage vom Verlag Julius Springer in Berlin.

Druck der Universitätsdruckerei H. Stürtz A. G., Würzburg.

Digitized by Google

Archiv
für
Elektrotechnik

Herausgegeben unter Beteiligung
des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins
von
Prof. Dr.-Ing. W. Rogowski, Aachen
Verlag von Julius Springer in Berlin

XXI. Band | 17. Dezember 1928 | 4. Heft

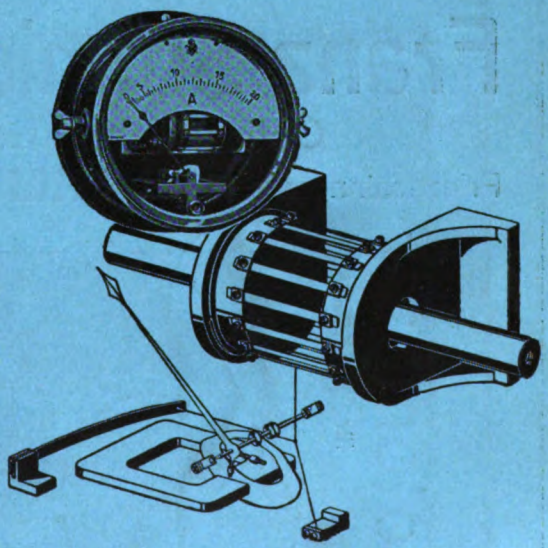
CORNELL UNIVERSITY LIBRARY ITHACA N.Y.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
G. Rasch, Weiteres über das kreisförmige Drehfeld	315
S. Franck, Anfangsspannung und Gasdichte bei verschiedenen Elektrodenformen	318
L. Kneissler-Maixdorf, Energieumwandlung und Energiefluß im elektromagnetischen Feld	375
R. Wideröe, Über ein neues Prinzip zur Herstellung hoher Spannungen	386
E. Kübler, Das magnetische Gesamtfeld bei Drehstrommotoren im Kurzschluß und Betrieb	406

H & B
Messgeräte für Hochfrequenz

Hitzband-Amperemeter für Antennenströme bauen wir in einer bewährten Sonderausführung: auf einem Kreiszylinder sind Platiniridium-Bänder als Hitzbänder angeordnet. Die Bänder dehnen sich durch die vom Meßstrom erzeugte Wärme — die Änderung der Bandlänge wird durch den Spannfaden auf den Zeiger übertragen. Dies einzigartige Gerät gibt peinlich genau Anzeige — ist verwendbar bis 300 Amp.



HARTMANN & BRAUN AG
FRANKFURT a M

Preis RM 11.20

Digitized by Google

Das Archiv für Elektrotechnik

sieht seine Hauptaufgabe darin, allen in der Elektrotechnik wissenschaftlich arbeitenden Ingenieuren ein Sammelpunkt zu sein. Seine Arbeiten werden vorwiegend auf einem Gebiet liegen, in dem technische und physikalische Fragen ineinander übergehen. Das Archiv wird daher auch für alle auf dem Grenzgebiet zwischen Physik und Elektrotechnik tätigen Physiker von Interesse sein.

Das Archiv soll eine Ergänzung der „Elektrotechnischen Zeitschrift" nach der wissenschaftlichen Seite hin bilden, zumal die „Elektrotechnische Zeitschrift" infolge der Zusammensetzung ihres Leserkreises wirtschaftliche Fragen und beschreibende Aufsätze mehr als früher in den Vordergrund rücken muß.

Beiträge sowie sonstige für den Herausgeber bestimmte Mitteilungen werden erbeten unter der Adresse: Professor Dr.-Ing. W. Rogowski, Aachen, Elektrotechnisches Institut der Technischen Hochschule.

Die Herren Verfasser werden infolge der gewaltig gestiegenen Unkosten gebeten, durch kurze und klare Fassung ihrer Mitteilungen und durch Beschränkung auf das Wesentliche an einer Herabminderung der Druckkosten mitzuwirken.

Nach einem Vorschlag des Elektrotechnischen Vereins sollen künftig von allen Archivarbeiten kurze Eigenberichte in der Elektrotechnischen Zeitschrift veröffentlicht werden. Die Herren Mitarbeiter werden gebeten, solche Eigenberichte, deren Umfang mit Rücksicht auf die heutigen Druckkosten $^1/_{10}$ der Archivarbeit nicht überschreiten soll, spätestens bei der Korrektur einzusenden, damit sie gleichzeitig mit der Archivarbeit in der Elektrotechnischen Zeitschrift erscheinen können.

Es ist erwünscht, daß sich die Verfasser bei ihren Bezeichnungen an die Vorschläge des A. E. F. halten.

Das **„Archiv für Elektrotechnik"** erscheint vom Jahrgang 1923 (Band XII) ab in einzeln berechneten Heften. Der Preis eines Heftes wird sich nach dem Umfang desselben und den entstandenen Herstellungskosten richten.

Abonnenten, die mehrere Exemplare des „Archiv für Elektrotechnik" beziehen, erhalten das erste Stück zum Ladenpreis, jedes weitere im Abonnement bezogene Stück mit einem Nachlaß von 40%.

Die Mitglieder des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins, sowie die Bezieher der „Elektrotechnischen Zeitschrift" erhalten auf den Bezugspreis einen Nachlaß von 25% für das erste, einen Nachlaß von 40% für jedes weitere von ihnen im Abonnement bezogene Exemplar.

Der Bezug kann durch den Buchhandel oder die Versandstelle des Verlages, die Hirschwaldsche Buchhandlung, Berlin NW 7, Unter den Linden 68 (Fernsprecher Zentrum 2825, 2826, 2835, 2836. Drahtanschrift: Hirschwaldbuch) erfolgen.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstr. 23/24

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050–53, 6326–28; Amt Nollendorf 755–57. — Drahtanschrift: Springerbuch Berlin.

Bank- und Postscheckkonten:

für Anzeigen, Beilagen, Sonderdrucke: Reichsbank-Girokonto, Deutsche Bank, Depositenkasse C, Berlin W 9. Postscheckkonto Berlin Nr. 118935 Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9.

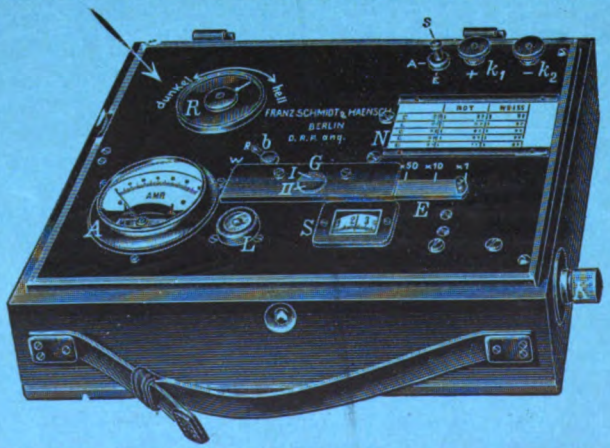
für Bezug von Büchern, Zeitschriften und einzelnen Heften: Hirschwaldsche Buchhandlung, Berlin NW 7. Postscheckkonto Berlin Nr. 33700. Disconto-Gesellschaft, Depositenkasse Berlin W 8, Unter den Linden 11.

Franz Schmidt & Haensch

Optisch-Mechanische Werkstätten

Prinzessinnenstr. 16 ▫ **BERLIN S 42** ▫ Prinzessinnenstr. 16

Photometer für wissenschaftliche und technische Zwecke



Neuer Beleuchtungsmesser (Luxmeter)

nach Bechstein,

auch in Verbindung mit Schattenwerfeinrichtung nach Norden

zur Kontrolle von Beleuchtungsanlagen

Digitized by Google

Archiv für Elektrotechnik

XXI. Band. 4. Heft. 1928.

Weiteres über das kreisförmige Drehfeld.

Von

G. Rasch, Heidelberg.

Die Arbeit des Herrn Gruhn: „Einiges über das kreisförmige Drehfeld" (Arch. f. Elektrot. Bd. II, 119ff.) gab dem Verfasser Anregung zu nachfolgenden Untersuchungen.

Herr Gruhn hatte nachgewiesen, daß man ein kreisförmiges Drehfeld — also ein mit gleichförmiger Geschwindigkeit umlaufendes Magnetfeld von gleichbleibender Stärke — auch mit zwei Magnetspulen erzielen kann, deren magnetische Achsen nicht rechtwinklig zueinander stehen, sondern einen beliebigen Winkel einschließen, wenn nur die zeitliche Phasenverschiebung der Einzelfelder den räumlichen Winkel zwischen ihren Achsen zu 180^0 ergänzt. Auch müssen die Einzelfelder in ihren Höchstwerten einander gleich sein.

Die Amplitude des erzielten Drehfeldes wird freilich nur gleich derjenigen eines Einzelfeldes multipliziert mit dem Sinus des Winkels zwischen den magnetischen Achsen, so daß also die Verschiebung um 90^0 immer die günstigste bleibt und — was ja auch ohne weiteres zu erwarten war — Verschiebungen von 0 und 180^0 zu keinem Ergebnis führen.

Im folgenden soll nun diese Untersuchung auf eine beliebig große Zahl von Magnetspulen ausgedehnt werden, die von Wechselströmen verschiedener Amplitude und Phase durchflossen und deren magnetische Achsen beliebig gerichtet sind.

Unter welchen Bedingungen wird in einem solchen Fall ein kreisförmiges Drehfeld erzeugt?

Es sei angenommen, eine der vorhandenen n-Spulen, deren magnetische Achse mit irgendeiner im Raum festgelegten Richtung den Winkel ψ_K einschließt, erzeuge für sich allein ein Wechselfeld:

$\Phi_K \sin(\omega t + \alpha_K)$, wobei Φ_K die Amplitude, ω die Winkelgeschwindigkeit, α_K die Phase und t die Zeit bezeichnet. t ist die einzige Veränderliche.

Die Achse, von der aus der Winkel ψ_K gezählt ist, sei die X-Achse. Wir können nun den Augenblickswert des Feldes Φ_K durch zwei Komponenten ersetzen:

$$\left.\begin{aligned} x_K &= \Phi_K \sin(\omega t + \alpha_K)\cos\psi_K \\ &= \tfrac{1}{2}\Phi_K \sin(\omega t + \alpha_K + \psi_K) + \tfrac{1}{2}\Phi_K \sin(\omega t + \alpha_K - \psi_K) \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

in Richtung der X-Achse und:

$$\left.\begin{aligned} y_K &= \Phi_K \sin(\omega t + \alpha_K)\sin\psi_K \\ &= \tfrac{1}{2}\Phi_K \cos(\omega t + \alpha_K - \psi_K) - \tfrac{1}{2}\Phi_K \cos(\omega t + \alpha_K + \psi_K) \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

in Richtung der im positiven Winkelsinn um 90^0 verdrehten Y-Achse (Bild 1).

Summiert man über K von $K = 1$ bis $K = n$, so folgt:

$$x = \tfrac{1}{2}\sum \Phi_K \sin(\omega t + \alpha_K + \psi_K) + \tfrac{1}{2}\sum \Phi_K \sin(\omega t + \alpha_K - \psi_K)$$

und

$$y = \tfrac{1}{2}\sum \Phi_K \cos(\omega t + \alpha_K - \psi_K) - \tfrac{1}{2}\sum \Phi_K \cos(\omega t + \alpha_K + \psi_K).$$

Digitized by Google

Es ergibt sich hieraus weiter:

$$\left.\begin{aligned} x &= (A + B)\sin\omega t + (C + D)\cos\omega t \\ y &= (C - D)\sin\omega t - (A - B)\cos\omega t \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

wenn:

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{1}{2}\sum \Phi_K \cos(\alpha_K + \psi_K) & B &= \frac{1}{2}\sum \Phi_K \cos(\alpha_K - \psi_K) \\ C &= \frac{1}{2}\sum \Phi_K \sin(\alpha_K + \psi_K) & D &= \frac{1}{2}\sum \Phi_K \sin(\alpha_K - \psi_K) \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

ist.

A, B, C und D hängen also nicht von der Zeit, sondern nur von konstanten Größen ab, sind demnach selbst konstant.

Aus den beiden Gleichungen (3) folgt:

$$\sin\omega t = \frac{(A - B)\,x + (C + D)\,y}{A^2 - B^2 + C^2 - D^2}$$

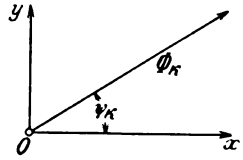


Bild 1. Das Feld Φ_K und die Koordinatenachse.

und

$$\cos\omega t = \frac{(C - D)\,x - (A + B)\,y}{A^2 - B^2 + C^2 - D^2}$$

und hieraus:

$$\left.\begin{aligned} [A^2 - B^2 + C^2 - D^2]^2 = {} & [(A - B)^2 + (C - D)^2]\,x^2 + 2\,[(A - B)\,(C + D) - \\ & - (A + B)\,(C - D)]\,xy + [(A + B)^2 + (C + D)^2]\,y^2 \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Das ist die Gleichung eines Kreises, wenn die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

$$(A - B)^2 + (C - D)^2 = (A + B)^2 + (C + D)^2$$
$$(A - B)\,(C + D) = (A + B)\,(C - D).$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt:

$$\left.\begin{aligned} A\,B + C\,D &= 0 \\ B\,C - A\,D &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Wenn Φ das resultierende Drehfeld — Radius des Kreises Gleichung (5) — bedeutet, so ist:

$$\Phi^2 = \frac{|A^2 - B^2 + C^2 - D^2|^2}{(A - B)^2 + (C - D)^2}. \quad (7)$$

Schließt dieses resultierende Feld mit der X-Achse den Winkel ψ ein, so ist

$$\psi = \operatorname{arc\,tang}\frac{y}{x} \quad (8)$$

und

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{1 + \frac{y^2}{x^2}} \cdot \frac{y'x - x'y}{x^2} = \frac{y'x - x'y}{x^2 + y^2}, \quad (9)$$

worin x' und y' die ersten Differentialquotienten von x und y nach der Zeit bedeuten. Der Nenner auf der rechten Seite der Gleichung (9) ist, falls die Bedingungen für ein Kreisfeld erfüllt sind, das Quadrat des resultierenden Feldes Φ, das nur von A, B, C und D, also nicht von der Zeit abhängig ist.

Bei der Beurteilung der Frage, ob die Winkelgeschwindigkeit $\frac{d\psi}{dt}$ des umlaufenden Feldes konstant ist oder nicht, braucht man also nur auf den Zähler des Ausdrucks (9) zu achten. Er ist nach Gleichung (3):

Digitized by Google

$$x' = \omega\,(A + B)\cos\omega t - \omega\,(C + D)\sin\omega t$$
$$y' = \omega\,(C - D)\cos\omega t + \omega\,(A - B)\sin\omega t.$$

Hieraus und aus Gleichung (3) folgt

$$y'x - x'y = \omega\,[A^2 - B^2 + C^2 - D^2]. \qquad (10)$$

Das ist von t unabhängig, also ist nach (9) die Geschwindigkeit des umlaufenden Feldes gleichbleibend.

Wir kommen nun zu den Gleichungen (6) zurück. Für ihr Zusammenbestehen gibt es drei Möglichkeiten:

1. $A = 0$ und $C = 0$
2. $B = 0$ und $D = 0$
3. $A = B = C = D = 0$.

Dieser dritte Fall kann jedoch sofort ausscheiden; denn hier kommt nach Gleichung (3) überhaupt kein Feld zustande.

Nehmen wir den Fall 1, so folgt zunächst nach (7):

$$\Phi^2 = B^2 + D^2$$

Was heißt aber $A = C = 0$?. Behandeln wir einmal die Felder Φ_K so, als wären sie Kräfte, die alle an einem Punkt angreifen und gegen eine beliebig gewählte Achse die Winkel $\alpha_K + \psi_K$ bilden. Dann bedeutet:

$$A = \frac{1}{2}\sum \Phi_K \cos(\alpha_K + \psi_K) = 0,$$

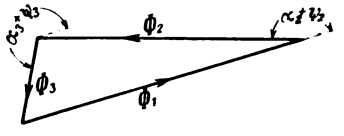


Bild 2. Ein kreisförmiges Drehfeld, gebildet aus drei Einzelfeldern, die sich wie 10:9:3 verhalten.

daß die Summe aller Komponenten in Richtung dieser Achse und

$$C = \frac{1}{2}\sum \Phi_K \sin(\alpha_K + \psi_K) = 0,$$

daß auch die Summe aller dazu senkrechten Komponenten Null sein muß; also muß die Resultierende des so definierten Kräftesystems Null sein. Das ist — auf den Sonderfall von nur zwei Spulen angewandt — genau das Ergebnis der Untersuchung des Herrn Gruhn. Setzen wir $\alpha_1 = 0$ und $\psi_1 = 0$, so stellen α_2 und ψ_2 die zeitliche und die räumliche Verschiebung der beiden Systeme gegeneinander dar. Dann wird:

$$2A = \Phi_1 + \Phi_2 \cos(\alpha_2 + \psi_2)$$
$$2C = \Phi_2 \sin(\alpha_2 + \psi_2).$$

Wenn beide Ausdrücke verschwinden sollen, muß $\alpha_2 + \psi_2 = 180^0$ und $\Phi_2 = \Phi_1$ sein. Denkt man an das oben geschilderte Diagramm, so ist klar, daß, wenn nur 2 Komponenten eine Resultierende 0 ergeben sollen, sie unter sich gleich sein und einen Winkel von 180^0 einschließen müssen.

Daß auch die Bedingung $\alpha_2 - \psi_2 = 180^0$ zu einem kreisförmigen Drehfeld führt, wird sich weiter unten ergeben.

Es sei nun beispielsweise die Frage untersucht, wie drei Spulen, welche die Einzelfelder $\Phi_1 = \Phi_1$; $\Phi_2 = 0{,}9\ \Phi_1$; $\Phi_3 = 0{,}3\ \Phi_1$ hervorbringen, anzuordnen sind, damit ein kreisförmiges Drehfeld entstehe, wenn die Phasenverschiebungen gegen die zugeführte Spannung $\alpha_1 = 20^0$; $\alpha_2 = 50^0$; $\alpha_3 = 80^0$ betragen.

Man setze $\psi_1 + \alpha_1 = 0$, hier $\psi_1 = -20^0$, lasse also die x-Achse mit der magnetischen Achse des Feldes 1 zusammenfallen. Zeichnet man dann ein Dreieck, dessen Seiten sich wie 10 : 9 : 3 verhalten (Bild 2), so ergibt sich aus bekannten trigonometrischen Beziehungen:

Digitized by Google

$$\alpha_2 + \psi_2 = 162{,}87^0;\ \alpha_3 + \psi_3 = 242{,}18^0,$$

daher:

$$\psi_2 = 112{,}87^0; \qquad \psi_3 = 162{,}18^0.$$

Dies führt zu $A = 0$ und $C = 0$. Ferner:

$$\alpha_1 - \psi_1 = +\,40^0;\ \alpha_2 - \psi_2 = -\,62{,}87^0;\ \alpha_3 - \psi_3 = -\,82{,}18^0.$$

Hieraus nach Gleichung (4):

$$2\,B = 1{,}217\,\Phi_1 \text{ und } 2\,D = -\,0{,}455\,\Phi_1$$

also:

$$\Phi = \sqrt{B^2 + D^2} = 0{,}65\,\Phi_1$$

$$\Phi_1 = 1{,}54\ \Phi;\ \Phi_2 = 1{,}39\ \Phi;\ \Phi_3 = 0{,}46\ \Phi.$$

Die Spulen sind so anzuordnen, daß zwischen den magnetischen Achsen der ersten und zweiten ein Winkel $\psi_2 - \psi_1 = 112{,}87^0 + 20^0 = 132{,}87^0$, zwischen der zweiten und dritten ein Winkel $\psi_3 - \psi_2 = 162{,}18^0 - 112{,}87^0 = 49{,}31^0$ liegt. Man kann natürlich auch von einer geeigneten Lage der Spulen ausgehen und umgekehrt die Amplituden der Einzelfelder berechnen.

Die Gleichungen (6) werden aber auch dann erfüllt, wenn B und D, also

$$\Sigma\,\Phi_K \cos(\alpha_K - \psi_K) \text{ und } \Sigma\,\Phi_K \sin(\alpha_K - \psi_K) = 0$$

werden. Das heißt aber: es muß die Resultierende eines Kräftesystems verschwinden, das genau so definiert ist wie oben, mit dem einzigen Unterschied, daß die Winkel $\alpha_K - \psi_K$ statt $\alpha_K + \psi_K$ eingezeichnet werden. Das Ergebnis wird nicht anders, nur eine Umkehrung des Drehsinnes tritt ein.

Anfangsspannung und Gasdichte bei verschiedenen Elektrodenformen.

Von

Siegfried Franck.

Mitteilung aus dem Elektrophysikalischen Laboratorium der Technischen Hochschule München.

Inhaltsübersicht.

I. Einleitung.
II. Versuchsanordnungen.
III. Versuchsergebnisse.
1. Anfangsspannung bei Atmosphärendruck und veränderlicher Temperatur.
Gase: Normale Luft, Stickstoff und Kohlendioxyd.
Gebiet: -170^0 C bis 1053^0 C.
2. Anfangsspannung bei konstanter Temperatur (20^0 C) und veränderlichem Druck.
Gase: Normale Luft, Stickstoff und Kohlendioxyd.
Gebiet: 760 mm Hg bis 38 mm Hg.
3. Anfangsspannung bei veränderlicher Temperatur und veränderlichem Druck bei veränderlicher und konstanter Gasdichte.
Gase: Normale Luft, Stickstoff und Kohlendioxyd.
Gebiet: 20^0 C bis 100^0 C, 760 mm Hg bis 380 mm Hg.
4. Einfluß des Wasserdampfdruckes auf die Anfangsspannung.
Gase: Normale Luft.
Gebiet: 20^0 C bis 150^0 C, Atmosphärendruck, 0% bis 100% relative Feuchtigkeit.
IV. Zusammenfassung.

I. Einleitung.

Ziel der vorliegenden Arbeit war, den Einfluß der Gasdichte, insbesondere der Temperatur, auf die Anfangsspannung bei den verschiedenen Elektrodenformen systematisch zu untersuchen, unter besonderer Berücksichtigung der für Hochspannungsmessungen wichtigen Kugelfunkenstrecke bei atmosphärischen Luftdichten.

Digitized by Google

Bezüglich der umfangreichen Literatur über dieses Gebiet sei auf die Zusammenstellung von W. O. Schumann (Elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen, Berlin 1923) und die Literaturangaben (Fußnoten) in dieser Arbeit hingewiesen. Außer den meist bei sehr kleinen Spannungen ausgeführten Arbeiten früherer Zeit (u. a. de la Rue, H. Müller, Baille, Cardani, Paschen, Heydweiller, Bouty, Earhart) sind neben den Arbeiten von Townsend, Watson und Edmunds besonders die Arbeiten von W. Weicker und F. W. Peek für vorliegende Arbeit von Wichtigkeit. Auf diese wird im Teil III eingegangen. Nach W. Weicker ist die Anfangsspannung proportional dem Druck und umgekehrt proportional der absoluten Temperatur (vgl. auch Heydweiller).

II. Versuchsanordnungen.

1. Spannungserzeugung und -messung.

Als Spannungsquelle für alle Versuche diente 50 periodische Wechselspannung, die über Transformatoren von einem Wechselstromgenerator geliefert wurde. Die elektrische Schaltung der Versuchsanordnung ist in Bild 1—3 angegeben.

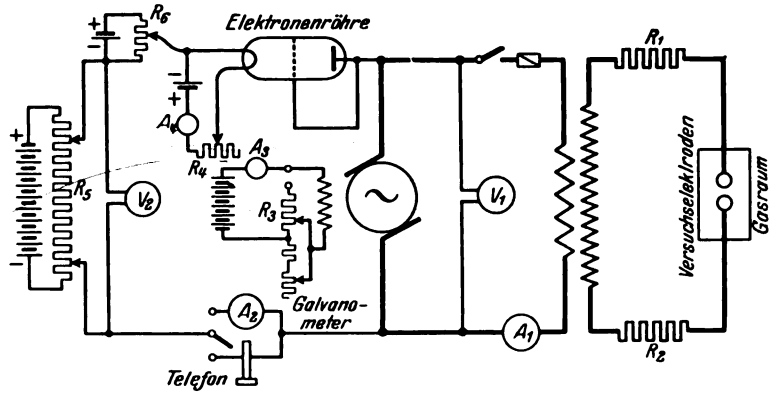


Bild 1. Schaltungsschema bei symmetrischer Spannungsverteilung an den Elektroden.

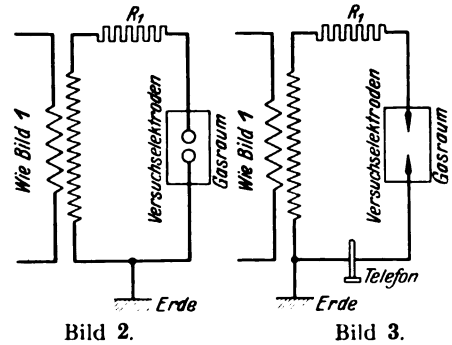


Bild 2. Bild 3.

Schaltungsschema bei unsymmetrischer Spannungsverteilung (ein Pol geerdet).

Als Haupttransformator diente ein Wechselstromtransformator von Koch und Sterzel ($^{220}/_{60\,000}$ V; $^{54,5}/_{0,2}$ A.; 12 kVA.; 50 ~). Außer Kurzschluß- und Leerlaufversuchen wurde auch eine direkte Messung der Spannung an der Hochspannungsseite mit einem Präzisionshochspannungsvoltmeter von Hartmann und Braun bis 20 kV_{max} durchgeführt. Das Übersetzungsverhältnis erwies sich bei der geringen Belastung des Transformators als sehr konstant, abgesehen von Spannungen unter

Digitized by Google

6 kV_{max}, wo es geringer wurde. Da hier auch der Scheitelfaktor (s. S. 321) sehr ungünstig durch den Transformator beeinflußt wurde, ist für Anfangsspannungen unter ungefähr 8 kV_{max} ein kleinerer Spannungswandler (A.E.G. 110/25000 V; Nenn- und Grenzleistung 125 [300] VA.; 50 ~) benutzt worden. Schließlich wurde für die kleinsten Anfangsspannungen ein Einphasenmeßtransformator von Brown-Boveri, Mannheim ($^{110}/_{2000}$ V; 50 ~) verwendet. Beim Übergang von einem Transformator zu einem anderen wurde gute Übereinstimmung der Anfangsspannungswerte hauptsächlich dadurch erzielt, daß der Scheitelfaktor ständig nach jedem Versuch gemessen wurde. Dies erwies sich für den gleichen Transformator auch deswegen als nötig, als sich durch die verschiedenartigen Elektrodenformen die Kapazität der ganzen Anordnung merkbar änderte. Da Fehler in der Bestimmung des Scheitelwertes der Anfangsspannung großen Einfluß auf die Genauigkeit der Messung haben, wurde der Scheitelfaktor nach 3 Methoden nachgeprüft und die genaueste, die Kompensationschaltung mit einer Ventilröhre (Bild 1), immer beibehalten.

Die Kompensationsmethode beruht auf dem Prinzip, die Scheitelspannung durch eine gleich große, entgegengesetzt gerichtete Gleichspannung zu kompensieren unter Zwischenschaltung einer Ventilröhre, die nur den einen zu kompensierenden Halbwert der Spannungswelle hindurchläßt. Durch ein Nullinstrument läßt sich dann, von einer Überkompensationsspannung an der Gleichspannungsseite ausgehend, gerade der Punkt gleicher Scheitel- und Gleichspannung auffinden. Der Scheitelfaktor ist dann (s. unten) $\frac{V_2}{V_1}$ (Bild 1). Als Nullinstrument diente ein Galvanometer mit der Empfindlichkeit $1 \cdot 10^{-6}$ Amp./Skalenteil. Durch einen Umschalter ließ sich auch ein empfindliches Telephon als Nullinstrument einschalten. Man hört die erste Spitze der Wechselspannung sehr deutlich als tiefes Geräusch mit der Grundfrequenz 50. Man hört dabei gewissermaßen auch die Form der Spannungswelle, indem bei hohem Scheitelfaktor mit einer ausgeprägten Spitze der Halbwelle sich ein scharf abgerissener Ton einstellt, während bei flacher Welle der Ton weicher wird.

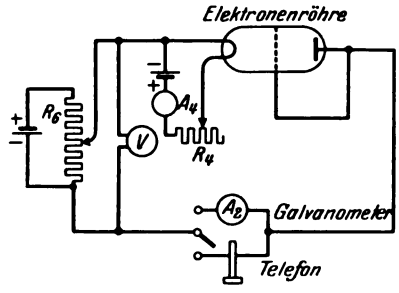


Bild 4. Bestimmung der negativen Anodenspannung.

Als Ventilröhren wurden Telefunkenröhren verwendet (*RE* 86) mit einem Heizstrom von 0,25 Amp. bei 2 V. Das Gitter wurde mit der Anode verbunden, um größere Empfindlichkeit zu bekommen. Da bei einer Anodenspannung $E = 0$ der Strom nicht Null wird, sondern gegen eine negative Anodenspannung anlaufen kann, so mußte der Genauigkeit des Nullinstrumentes entsprechend dieser Strom vernichtet werden. Die Größe der negativen Anodenspannung wurde experimentell nach Bild 4 für das Galvanometer und das Telephon bestimmt. Es wurde mit dem Spannungsteiler R_6 eine solche negative Anodenspannung eingestellt, daß die Empfindlichkeitsgrenze des Galvanometers bzw. die Hörempfindlichkeitsgrenze des Telephons (Öffnen und Schließen des Gleichstromkreises entsprechend der Wechselstromhalbwelle) erreicht wurde. Mit der verwendeten Röhre ergab sich für das Galvanometer etwa 0,9 Volt und für das Telephon etwa 0,8 Volt. Diese zur Vernichtung des Anlaufstromes nötige negative Anodenspannung ist in Bild 1 getrennt in den Röhrenstromkreis eingeprägt (R_6). Dadurch kann nun der Scheitelfaktor direkt durch das Verhältnis der beiden abgelesenen Spannungen V_1 und V_2 richtig gemessen werden, während an der Röhre selbst $V_2 + V$ als Kompensationspannung gegen V_1 wirksam ist, wenn mit V die negative Anodenspannung zur Vernichtung des Anlaufstromes bezeichnet wird. Für V_1 und V_2 wurden Präzisionselektrodynamometer von Hartmann und Braun mit umschaltbaren Meßbereichen verwendet, die geeicht und mit-

Digitized by Google

einander verglichen wurden. Wegen der Spannungsteiler müssen für V_1 und V_2 getrennte, ständig geschaltete Spannungsmesser genommen werden.

Mit dieser Kompensationsmethode wurde der Scheitelfaktor für jeden einzelnen Versuchswert, also im allgemeinen nach mehreren Einzelmessungen, bestimmt.

Nach der zweiten Methode wurde der Scheitelfaktor mit einer Glimmlampe gemessen, die auf einen bestimmten Maximalwert der Spannung anspricht und mit Gleichspannung geeicht werden kann[1]. Sie ist nicht so genau wie die erste Methode, weil die Glimmspannung sich mit der Zeit etwas ändert (Altern der Lampe) und weil die Gleichstromwerte mehr streuen als die Wechselstromwerte. Ein Nachteil ist ferner, daß man die Scheitelspannung nicht unterhalb der Glimmspannung der Lampe messen kann, wenn man nicht eine Gleichspannung noch einprägen will (Gleichspannung + Wechselspannung). In Bild 5 und 6 ist die Schaltung zur Scheitelfaktormessung und zur Gleichstromeichung angegeben.

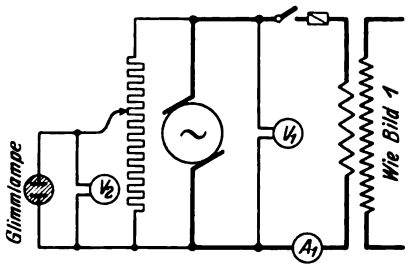


Bild 5. Scheitelfaktormessung mit einer Glimmlampe.

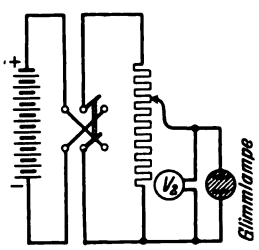


Bild 6. Gleichstromeichung der Glimmlampe.

Die Glimmlampe sprach bei einem Mittelwert von 80,18 Volt Gleichspannung an. Bei der einen Spannungsrichtung ergaben sich 1,1% höhere Werte als bei der anderen. Die Streuung um die Mittelwerte betrug maximal 1%, durchschnittlich 0,33% und 0,37% bei jeder Spannungsrichtung.

Nach der dritten Methode wurde schließlich der Scheitelfaktor mit der Kugelfunkenstrecke bestimmt, unter Benutzung der von Klemm[2] aus den Durchbruchfeldstärken interpolierten Anfangsspannungen. Die Schaltung ist wie in Bild 1 unter Weglassung der Kompensation.

Die Messungen der drei Methoden gaben gute Übereinstimmung, wie Bild 7 zeigt. Dabei war der große Transformator mit Kugelelektroden gleichbleibender geometrischer Abmessungen angeschlossen. Der Scheitelfaktor, der bei leerlaufendem Generator sehr genau gleich $\sqrt{2}$ war, ändert sich bei Belastung durch den großen Transformator sehr stark, besonders bei höheren Spannungen. Unterhalb etwa 18 Volt niederspannungsseitig sinkt er sehr stark. Ein Minimum des Scheitelfaktors, das auf eine Phasengleichheit von Strom und Spannung hindeuten würde, indem zunächst durch die Kapazität des Transformators der Strom der Spannung voreilt und bei höheren Spannungen nacheilt und durch die Feldverzerrung sich die Spannung analog ändert, wurde bei dem großen Transformator nicht beobachtet, dagegen bei den beiden kleinen Spannungswandlern. Durch Erdung eines Poles wurde die Form des Scheitelfaktors nicht geändert, doch lag er durchschnittlich 1,1% tiefer. Auf der Hochvoltseite wurde der Scheitelfaktor nicht nachgeprüft. Von Rengier[3] wurde zwischen Nieder- und Hochvoltseite ein quantitativer Unterschied festgestellt (dieselbe Form,

[1] H. Palm, Die Glimmröhre als Spannungsnormal zur Messung von Spannungsscheitelwerten. Zeitschr. f. techn. Phys. **4**, S. 233, 1923.

[2] A. Klemm, Anfangspannung und Durchbruchfeldstärke von Kugelelektroden. Arch. f. Elektrot. **12**, S. 570, 1923.

[3] H. Rengier, Die Durchbruchfeldstärke der Luft bei ebenen Elektroden mit richtiger und falscher Randausbildung. Arch. f. Elektrot. **16**, S. 79, 1926.

Digitized by Google

aber durchschnittlich 1% Unterschied in der Größe). Hier wurde durch Vergleichsmessungen mit einer festeingestellten Funkenstrecke an dem großen Transformator und an dem kleinen Spannungswandler kein Unterschied zwischen Hoch- und Niederspannungsscheitelfaktor gefunden; denn der Hochspannungsscheitelfaktor würde sich bei dem großen Transformator viel mehr ändern als bei dem kleinen Spannungswandler.

Auf der Hochspannungsseite waren zwischen den Versuchselektroden und dem Transformator bei symmetrischer Spannungsverteilung 2 gleiche Wasserwiderstände von je ungefähr 140000 Ω zwischengeschaltet, bei Erdung eines Poles nur in dem nichtgeerdeten Teil. Sie waren so berechnet, daß bei Kurzschluß der Elektroden der Transformator nicht überlastet und das Wasser erst nach 4 sec zum Kochen gebracht werden konnte.

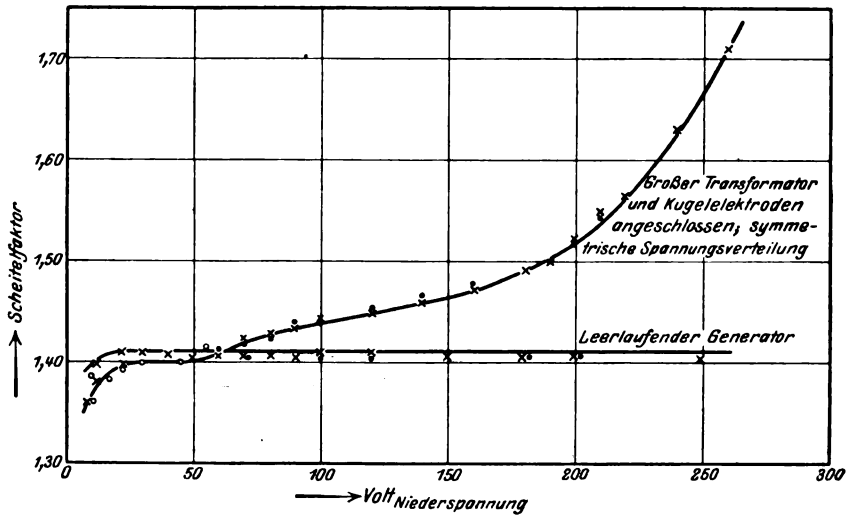


Bild 7. Scheitelfaktor des Transformators.
× Werte nach der Kompensationsmethode. ● Werte mit der Glimmlampe.
○ Werte mit der Kugelfunkenstrecke.

Die Zuleitungen vom Transformator zu den Elektroden hatten eine Länge von ungefähr 2 m je Hin- und Rückleitung und bestanden aus 8 mm starken Messingröhren. Nach Bild 3 war in dem geerdeten Teil ein empfindliches Telephon zwischengeschaltet, dessen Verbindung mit der einen Elektrode gut isoliert war, um Anfangsspannungen, die nicht mit der Funkenspannung zusammenfallen, abhören zu können. Nur bei den feinen Nadelelektroden mußte im vollständig verdunkelten Raum die Lichtwirkung der Glimmentladung beobachtet werden.

Auf der Niederspannungsseite diente als Wechselstromgenerator eine Dreiphasenmaschine in Sternschaltung (S.S.W.; 220 V; 8 kVA.; 50 ~), von der eine Phase angeschlossen wurde. Die Erregung wurde von einer Akkumulatorenbatterie mit 60 Volt gespeist. Die Spannungsänderung am Transformator geschah nur durch Änderung der Erregung des Generators; mit dem Grobstufenregler wurde bis an die Nähe der Anfangsspannung gegangen und dann mit einem parallelgeschalteten feinstufigen Schiebewiderstand, dem ein konstanter Widerstand vorgeschaltet war, die Spannung bis zur Anfangsspannung langsam gesteigert. Im Augenblick der Entladung wurde durch den Grobregler (Bild 1, R_3) die Erregerwicklung in sich kurz geschlossen.

2. Elektrodenformen.

Als Elektroden wurden Ebenen, gleiche und ungleiche Kugeln, Kugeln gegen Ebene, Kugelschalen, Spitze gegen Spitze und gegen Ebene, Zylinder ineinander und

Digitized by Google

nebeneinander und einige besondere Kombinationen mit Kugeln und Zylindern verwendet.

Von den Kugeln bestand der größte Teil aus gehärtetem und hochglanzpoliertem Stahl, die mit einer Genauigkeit von 0,05% von Fichtel und Sachs, Schweinfurt, hergestellt waren. Die Durchmesser betrugen $D = 0{,}5$, 1,0, 1,5, 2,0, 2,5, 3,0, 4,0, 5,0 und 6,25 cm. Die Kugeln waren auf kleine Metallplättchen aufgelötet, in die die 2 mm starken Zuleitungsdrähte mit Gewinde eingeschraubt waren. Nur bei dem Kugelpaar $D = 0{,}5$ cm war der Zuleitungsdraht 0,8 mm stark und direkt auf die Kugeln aufgelötet. Für die Versuche mit hohen Temperaturen wurden ungehärtete und unpolierte Stahlkugeln mit $D = 1$, 2 und 4 cm benutzt, bei denen die Zuführungsdrähte mit Gewinde in die Kugeln selbst eingeschraubt waren. Schließlich war ein größtes Kugelpaar $D = 10$ cm aus 1 mm starkem Kupferblech aus zwei Hälften zusammengesetzt, deren Pole etwas gegen die Achse versetzt waren. Die Krümmungsabweichungen betrugen nicht mehr als 0,8% und waren an den Polen geringer. Die Zuleitungen bestanden aus Messingröhren von 10 mm Durchmesser, die glatt mittels Verschraubung in die Kugeln übergingen.

Als ebene Elektroden wurden Messingelektroden von 8,7, 6,2 und 5,0 cm Durchmesser mit mittleren Erhöhungen von 0,7, 0,5 und 1,2 mm benutzt[1], die dem Rogowski-Profil angenähert entsprechen[2]. Für die Messungen bei hohen Temperaturen wurden Elektrolytkupferelektroden von 3,5 cm Durchmesser und einem Krümmungsradius von 10 cm verwendet.

Bei der Anordnung Kugel gegen Ebene wurde eine 5 mm starke polierte Zinkplatte von der Größe 25 × 25 cm benutzt, die sich auch bei den höheren Temperaturen nicht deformierte. Seitlich besitzt sie eine Klemmschraube zum Anschluß der Erdleitung.

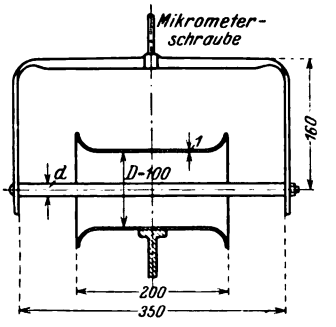


Bild 8. Anordnung der sich umhüllenden Zylinderelektroden.

Als Übergangselektroden von den Kugeln $D = 10$ cm zu den ebenen Elektroden wurden für kleinere Schlagweiten Kugelschalen aus gedrücktem, 1 mm starkem Kupferblech verwendet, die ungefähr nach einer Viertelkugel sanft umgebogen waren. Die Durchmesser der Viertelkugeln waren $D = 15$, 30 und 100 cm. Sie wurden nur bei kleinen Schlagweiten als Vergleichselektroden verwendet.

Als Spitzenelektroden wurden einmal vorn abgerundete Kugeln aus Messing mit Öffnungswinkeln von 10°, 20° und 30° und Abrundungsradien von $r = 0{,}9$, 1,8 und 3,0 mm benutzt. Die Durchmesser der Schäfte verhielten sich wie die Öffnungswinkel der Kegel und betrugen 10, 20 und 30 mm. Ferner wurden als Nadelspitzen eine feine Nähnadel Nr. 4 und eine größere Stopfnadel Nr. 3a verwendet. Die Nadeln, die oft erneuert wurden, waren innerhalb der gleichen Sorte einander gleich. Sie wurden in ein oben und unten mit Bohrungen versehenes zylindrisches Messingzwischenstück eingelötet, das sich in dem 2 mm starken Zuleitungsdraht fortsetzte.

Für einige Zylinderelektrodenversuche dienten folgende Formen: Für Kugel gegen Zylinder und gekreuzte Zylinder wurden 20 cm lange Messingrohre verwendet mit den Durchmessern $D = 4$, 2 und 1 cm. Der Zuführungsdraht von 2 mm Stärke war in der Rohrmitte angeschraubt. Für Zylinder ineinander wurde die in Bild 8 dargestellte Form verwendet. Der innere Zylinder ist in einem Bügel eingeklemmt, der sich über den äußeren Zylinder schließt und durch Befestigung an einer Mikrometerschraube beliebig kon- und exzentrisch bewegt werden kann. Die umhüllenden

[1] Zum Teil von W. Spath benutzt (Über die Durchschlagseigenschaften von Transformatorenölen. Arch. f. Elektrot. **12**, S. 333, 1923).

[2] W. Rogowski, Die Durchbruchfeldstärke bei ebenen Elektroden mit richtiger und falscher Randausbildung. Arch. f. Elektrot. **16**, S. 73, 1926.

Digitized by Google

Zylinder hatten Durchmesser von 100, 50 und 30 mm, die inneren Zylinder Durchmesser von 40, 20, 10 und 5 mm. Die Länge des äußeren Zylinders im Verhältnis zu seinem Innendurchmesser und die Länge des inneren Zylinders im Verhältnis zu der des äußeren Zylinders ist wie 2 : 1[1]. Nur bei dem größten Außenzylinder $D =$ 200 mm war das Längenverhältnis 1,75 : 1.

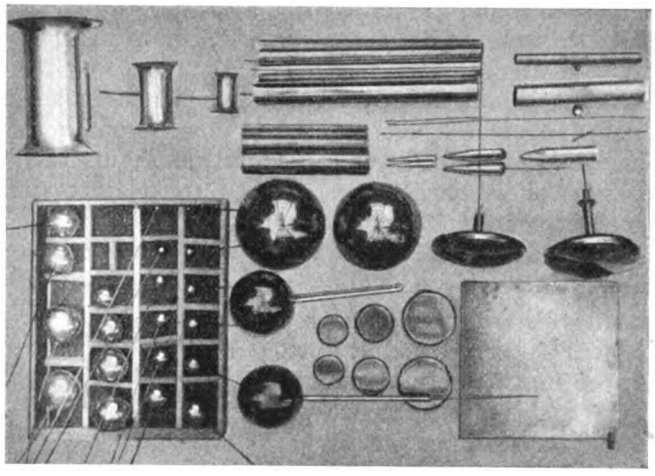


Bild 9. Die verwendeten Elektrodenformen.

Schließlich wurden zwei Stahlkugeln von 2 und 1 cm Durchmesser auf zwei Messingzylinder von 4 und 2 cm Durchmesser in der Mitte aufgelötet, eine Zylinder-Kugelanordnung.

In Bild 9 sind die wichtigsten Elektrodenformen abgebildet.

3. Temperatur- und Druckgefäße.

a) Luftgefäße im Ausgleich mit dem Atmosphärendruck.

Holzgefäß für Temperaturen von -29^0 C bis 150^0 C.

Für die Messungen bei unveränderlicher Temperatur und Atmosphärendruck wurde für das Hauptgebiet (-29 bis 150^0 C) ein in Bild 10 skizziertes Holzgefäß benutzt. Die mit den Durchführungen versehenen Grundflächen sind annähernd quadratisch (48 × 50 cm), die Höhe des rechtkantigen Gefäßes beträgt 68 cm, so daß sich ein abgeschlossener Luftraum von rund 164 Litern ergibt. Die 17 mm starken Holzwände sind innen mit einer Watteschicht und darüber mit Asbestpappe bekleidet. Die eine der vier Gefäßwände ist offen und wird durch einen mit vier Flügelschrauben versehenen Holzdeckel geschlossen. Die Durchführungen oben und unten sind als Scheibendurchführungen ausgebildet[2]. Die 6 mm starken Glasscheiben mit einem Durchmesser von 25 cm haben in der Mitte eine Bohrung von 34 mm. Durch diese sind die zur Minderung der Feldstärke verdickten Messingzylinder eingeführt, die mit Hilfe eines Ringes auf dem Glas aufsitzen. Der Zylinderdurchmesser beträgt 30 mm, so daß zwischen Glas und Metall noch 4 mm zum Ausgleich der ungleichen Wärmeausdehnungen vorhanden sind.

In der der offenen Seite gegenüberliegenden Wand wurde in der Mitte ein kleiner Ventilator eingebaut, dessen Tourenzahl beliebig geregelt werden konnte. Dadurch wurde bessere Wärmeverteilung und bessere Wärmeübertragung erreicht.

[1] W. Petersen, Hochspannungstechnik, Stuttgart 1911, S. 45.
[2] A. Schwaiger, Elektrische Festigkeitslehre, Berlin 1925, S. 324.

Digitized by Google

An zwei gegenüberliegenden Seiten sind schmale Fenster angebracht. Je ein Fenster dient zu einer optischen Vergrößerung der Schlagweite der Elektroden, um die lineare Wärmeausdehnung korrigieren zu können. Mit Hilfe einer punktförmigen Lichtquelle, zweier Bikonvexlinsen und eines etwa 4 m von den Elektroden entfernten Schirmes wurde ein umgekehrtes, reelles und vergrößertes Bild der Elektroden erzielt. Mit einer bei 20° C richtig angebenden Mikrometerschraube wurde die gewünschte Schlagweite bei 20° C eingestellt und diese Schlagweite durch die optische Einstellung mit Hilfe einer Feineinstellung (Mikrometerschraube mit Schneckenüber-

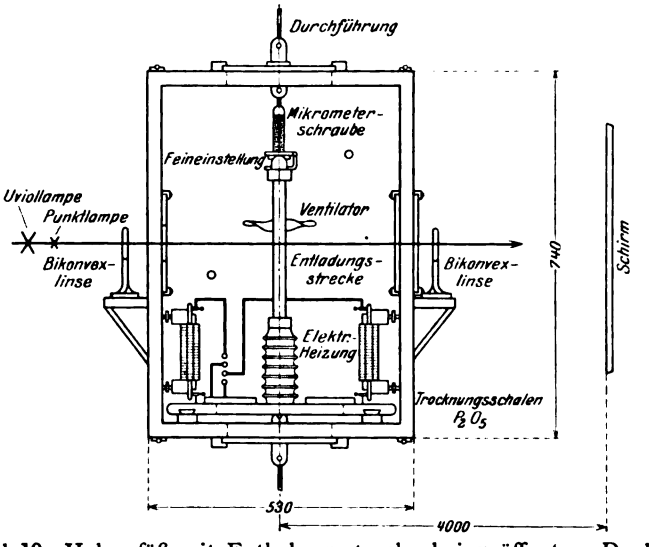


Bild 10. Holzgefäß mit Entladungsstrecke bei geöffnetem Deckel.

setzung, durch eine isolierte Stange außerhalb des Gefäßes drehbar) bei Temperaturwechsel konstant gehalten. Eine Umdrehung des Schneckenrades ergab $^1/_{100}$ mm Elektrodenverschiebung. Ein kleines Quarzglasfenster (65 × 33 mm) läßt die ultravioletten Strahlen einer Quecksilberdampflampe auf die Elektroden gelangen. Auf der Deckelseite war ferner noch ein Beobachtungsdoppelfenster angebracht.

Zur Erwärmung der Luft sind zwei Konstantanwiderstände angeordnet, deren Wärmeabgabe durch einen Vorschaltwiderstand und Reihen- oder Parallelschaltung bei 110 oder 220 Volt (6 Stufen) reguliert wurde. Die Wärmeabgabefähigkeit des gesamten Holzgefäßes betrug ungefähr 5 $\frac{\text{Watt}}{^0\text{C}}$, die Wärmekapazität ungefähr 2,5 $\frac{\text{Wattstunden}}{^0\text{C}}$, so daß sich eine Zeitkonstante der Erwärmung von ungefähr 0,5 Stunden ergab.

Zur Befestigung und Einstellung der Elektroden diente eine senkrecht angeordnete Entladungsstrecke, die in Bild 11 von schräg oben gesehen zugleich mit der Scheibendurchführung abgebildet ist. Auf einer hölzernen Grundplatte 45 × 45 cm sind zwei 15 cm hohe Stützisolatoren aus Porzellan befestigt, auf denen der Isolierrahmen aus Pertinax sitzt. Dieser besteht aus zwei 30 cm hohen Stangen von 3 cm Durchmesser und zwei rechteckigen Querleisten von 44 cm Länge und 4 cm Breite. In der Mitte der unteren Leiste ist eine Messingbüchse mit seitlichen Kugelkopfschrauben zum Festklemmen der unteren Elektrode und der Zuführung von der Durchführung her aufgesetzt. Zur Einstellung und Befestigung der oberen Elektrode dient eine Präzisionsmikrometerschraube mit einer Genauigkeit von 0,01 mm pro Skalenteil.

Der Berührungspunkt der Elektroden und damit der Nullpunkt der Mikrometerschraube wurde immer elektrisch festgestellt, indem durch die Elektroden

Digitized by Google

ein kleiner Stromkreis aus einem 2 Volt-Akkumulator, einem Widerstand von 1 Megohm und einem Telephon geschlossen wurde.

Auf dem Grundbrett der Entladungsstrecke sind Trocknungschalen mit P_2O_5 angebracht. Es wurde immer mit getrockneten Gasen gearbeitet und der Einfluß des Wasserdampfdruckes auf die Anfangsspannung getrennt untersucht (Teil III, 4). Da bis zu höheren Temperaturen (150° C) in dem Holzgefäß gegangen wurde, wäre es auch nicht möglich, eine bestimmte relative Feuchtigkeit, etwa 50%, konstant zu halten, da der höchste Sättigungsdruck des Wasserdampfes der Atmosphärendruck sein kann.

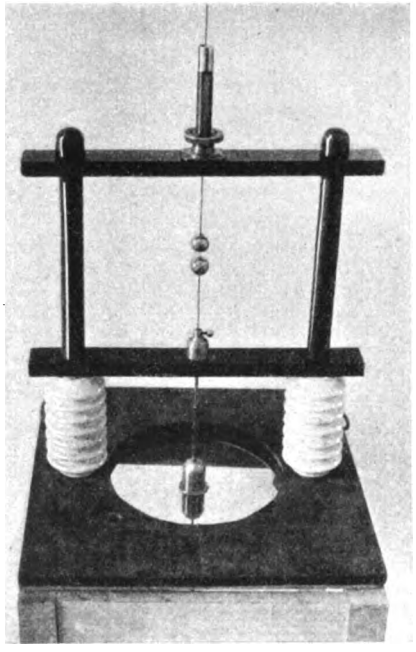


Bild 11. Entladungsstrecke mit Durchführung.

Schließlich sind an dem Holzgefäß noch die Einführungen für die elektrische Heizung, für die Erdleitung und für die Thermoelemente angebracht, und eine Reihe von kleinen Löchern ist zur Einführung der Thermometer bestimmt.

In dem Holzgefäß wurden auch tiefere Temperaturen verwendet. Während des Winters wurde einmal die natürliche atmosphärische Kälte ausgenutzt, die an einzelnen Tagen bis −8° C betrug (bei offenem Fenster im Laboratorium); außerdem wurden diese Temperaturen noch erniedrigt durch eine kleine Kühlanlage. Es wurde die atmosphärische kalte Luft durch eine Kapselpumpe durch ein Trockengefäß und durch die Vor- und Hauptkühlung getrieben. Es wird also die Luft für das Holzgefäß direkt gekühlt, nicht indirekt im Gefäß selbst. Die Vor- und Hauptkühlung besteht aus spiralig angeordneten Kupferrohren, die in ein Gemisch von Schnee und Kochsalz bzw. in ein Gefäß für flüssige Luft eintauchen. Durch diese Kühlung konnte eine Temperatur bis −30° C erreicht werden.

Schließlich ist zu erwähnen, daß für die größten Kugelelektroden ($D = 10$ und 6,25 cm) und bei größeren Schlagweiten der Kugeln $D = 5$ cm nicht mehr die Entladungsstrecke (s. S. 325) verwendet, sondern die obere Elektrode unmittelbar an dem Durchführungszylinder befestigt wurde, während die untere Elektrode auf einem Stützer aufgesetzt war. Die Schlagweite wurde mit Festlehren eingestellt. Bei der Anordnung Kugel oder Spitze gegen Platte wurde die untere Büchse der Entladungstrecke herausgenommen und die Zinkplatte auf einer Holzunterlage befestigt. Die Platte war immer geerdet.

Gefäß für tiefe Temperaturen (bis −170° C).

Für tiefe Temperaturen bis in die Nähe des Verflüssigungspunktes der Luft wurde für kleine Elektroden und kleine Schlagweiten ein geerdeter, doppelwandiger Kupferzylinder benutzt, der mit flüssiger Luft gefüllt werden konnte. Der innere Durchmesser des Gefäßes beträgt 85 mm, die Länge 220 mm. In der Mitte ist das Kupfergefäß durch eine kreisrunde Öffnung für ein doppeltes Quarzglasfenster von 20 mm Durchmesser unterbrochen. Um den Kupferzylinder herum ist eine 45 mm breite Kieselgurschicht gelegt. Oben und unten wird der Zylinder durch Pertinaxplatten abgeschlossen, auf die noch Lagen von dickem Filz angebracht sind. Ein Pentanthermometer bis −200° C ist leicht verschiebbar angebracht. Auf der unteren Pertinaxplatte steht eine mit einer Mittelbohrung versehene Glasschale mit P_2O_5. Die

Digitized by Google

Zuführung der flüssigen Luft geschieht durch ein seitlich herausgeführtes Kupferrohr, ebenso die Abführung der Dämpfe. Aus einem Dewar-Gefäß (Bild 12) wird die flüssige Luft mittels eines Hebers in das Kühlgefäß geleitet. Die Regulierung der Temperatur geschieht durch Abstufung der Menge der zur Verdampfung kommenden flüssigen Luft, die der gasförmigen Luft entsprechende Wärmemengen entzieht. Die Einstellung der Schlagweite geschieht nach Bild 12 so, daß durch ein Telephon in einem einfachen Stromkreis der Berührungspunkt der Elektroden festgestellt (siehe S. 325) und danach die Schlagweite mit der Mikrometerschraube eingestellt wird. Die Mikrometerschraube befindet sich immer außerhalb des Temperaturbades in einer Temperatur von ungefähr 20° C, wo sie richtig einstellt; so können die Temperaturausdehnungen der Elektroden und Zuführungen immer berücksichtigt werden,

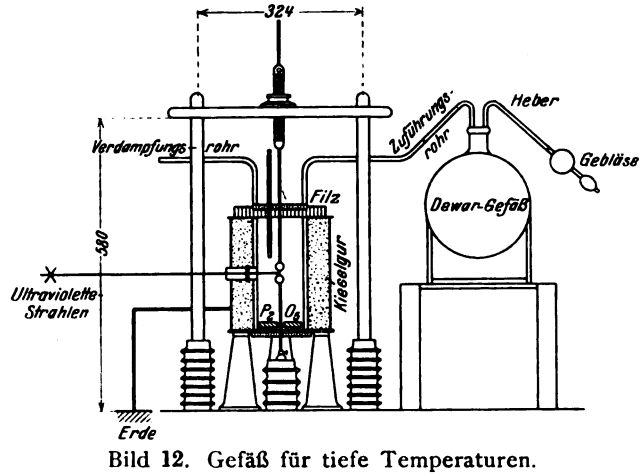


Bild 12. Gefäß für tiefe Temperaturen.

indem nach einem längeren Kältebade erst die Schlagweite eingestellt wird. Ein kleiner, bei den geringen Schlagweiten und den schnellen Einstellungen zu vernachlässigender Fehler entsteht dadurch, daß ein Teil des Zuführungsdrahtes einen Temperaturwechsel durch Herausführen aus dem Gefäß erfährt. Der Fehler ist auch deshalb sehr gering, weil längs des Zuführungsdrahtes ein allmählicher Temperaturabfall nach außen stattfindet, so daß der Temperaturwechsel nur ganz gering ist. Das Gefäß selbst ist immer geerdet, an den Elektroden herrscht symmetrische Spannungsverteilung gegen Erde; es steht im Ausgleich mit dem atmosphärischen Luftdruck, ist aber feuchtigkeitsdicht.

Gefäß für hohe Temperaturen.

Für kleine Elektroden und kleine Schlagweiten wurde ein dem Kältegefäß ähnliches Wärmegefäß benutzt. Die obere und untere Elektrodenzuführung mit dem Rahmen für die Mikrometerschraube bleibt die gleiche wie in Bild 12; statt des Kupferzylinders von 8,5 cm Durchmesser wird hier ein mit Chromnickelband bewickeltes Rohr aus Marquardtscher Masse von 6,5 cm Durchmesser und 30 cm Länge eingeschoben. Dieser Heraeus-Röhrenofen (Type *E* 3) wurde senkrecht aufgestellt und die Elektroden von den beiden Öffnungen des Rohres aus eingeführt. Abgeschlossen war das Rohr durch dicke Asbestpappe, die vorher längere Zeit durchgeglüht war, damit sich keine fremden Gase bilden; Asbest ist zugleich ein guter Isolator. Bei Temperaturen über 200° C wurden die Elektroden nicht mehr bestrahlt, es werden genügend Ionen frei. Bei 20—200° C wurden die Kugelelektroden von oben her bestrahlt. Bei den Ebenen wurde ein Zinkblechzylinder in das Rohr eingelegt und von oben bestrahlt, da Zink besonders stark Ionen auslöst. Der Zylinder aus Marquardtscher Masse war insoweit geerdet, als das Chromnickelband mit

Digitized by Google

dem einen Ende an Erde lag, mit dem anderen über einen Vorschaltwiderstand an 110 Volt Gleichspannung angeschlossen war. Die Gleichmäßigkeit der Temperatur, die mit einem Platin-Platinrhodiumthermoelement gemessen wurde, ist in dem mittleren Drittel des Rohres sehr gut, da das Chromnickelband gegen die Enden des Rohres zu dicker gewickelt ist als in der Mitte. Die Einstellung der Elektroden geschah wie bei dem Kältegefäß (siehe S. 327). Die Elektroden hatten immer symmetrische Spannungsverteilung gegen Erde.

b) Druck- und Temperaturgefäß für Luft und andere Gase.

Für Versuche bei veränderlichem Druck und konstanter oder veränderlicher Temperatur für Luft und andere Gase diente ein auf 1 mm Hg evakuierbares Gefäß. Es besteht aus einer Glasglocke von 39 cm Höhe und 30 cm Durchmesser, die mittels

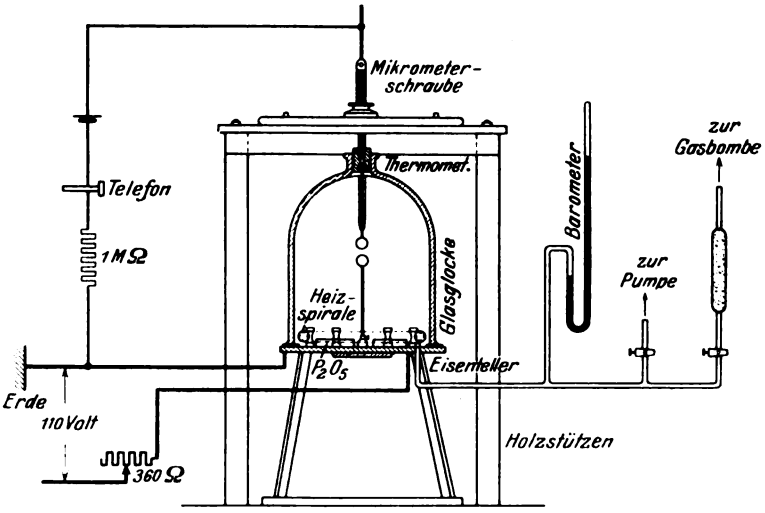


Bild 13. Druck- und Temperaturgefäß für Luft und andere Gase.

eines Gummiringes auf einem Metallteller aufsitzt. Die Zuleitung zur oberen Elektrode geschieht durch einen Glasschliff, in dem durch eine Art Stopfbüchse die Elektrode durch die Mikrometerschraube auch bei geringen Drucken eingestellt werden kann. Die untere Elektrode ist immer geerdet und mit dem geerdeten Metallteller verbunden. In dem Metallteller befinden sich die Durchführungen für die Pumpe, Gasleitung und Heizung. In Bild 13 ist die ganze Anordnung skizziert. Auf dem Metallteller ist auf kleinen Isolatoren eine Heizspirale aus Konstantandraht von ungefähr 20 Ω aufgewickelt; das eine Ende liegt am Teller (Erde), das andere ist durch den Teller herausgeführt, wobei ebenso wie bei Pumpen- und Gaszuleitung als Dichtungsmittel ein bis 200° C wärmebeständiger Glyzerinbleiglättekitt verwendet wurde. Ferner sind noch Schalen mit P_2O_5 vorhanden.

Die obere Durchführung besteht aus einem Gummipfropfen mit zwei Bohrungen. In der einen Bohrung sitzen zwei Messingbüchsen, in deren 2-mm-Bohrung die Zuführungsstahldrähte streng eingepaßt sind. Zwischen den beiden Büchsen ist der Raum mit Vaseline voll ausgefüllt. So war es möglich, auch bei kleinen Drucken von außen die Schlagweite einzustellen. In der zweiten Bohrung ist ein Thermometer beweglich geführt. Es kann auch bei geringen Drucken bis an die Elektroden geführt und für die Messung selbst nach oben gezogen werden. Für die Einstellung der Schlagweite gilt wieder das S. 327 Gesagte.

Als Pumpe diente eine Gaede-Kapselpumpe mit Öldichtung, N_2 und CO_2 wurden Gasbomben entnommen. Bestrahlt wurde die Glasglocke mit einer starken

Digitized by Google

Bogenlampe. Zum Teil wurde auch ein 0,1 mm starker Kupferdraht an der inneren Glasglockenwand befestigt und mit der oberen Elektrodenzuführung verbunden, um durch schwache Glimmentladung den Entladeverzug an den Elektroden aufzuheben.

Schließlich sei erwähnt, daß für die Feuchtigkeitsmessungen (Teil III, 4) außer dem Holzgefäß für einige Versuche ein Exsikkator, ähnlich dem zuletzt beschriebenen Gefäß für die Druckversuche, benutzt wurde, der aber ganz aus Glas war und dessen Deckel auf einem Glasschliff aufsaß. Durch eine mit Quarzglas verschlossene seitliche Öffnung wurde mit der Quecksilberdampflampe bestrahlt. An den Elektroden herrschte symmetrische Spannungsverteilung gegen Erde. Die übrige Einrichtung war wie in Bild 13 angegeben.

4. Temperatur-, Druck- und Feuchtigkeitsmessung.

a) Temperaturmessung.

Folgende zwei Bedingungen waren bei den Temperaturversuchen, bei denen viele Fehler in der Messung der Temperaturverhältnisse vorkommen können, zu erfüllen:

1. Möglichst homogenes Temperaturfeld innerhalb des elektrischen Feldes, besonders im stärksten elektrischen Feld.
2. Richtige Bestimmung der Größe des möglichst homogenen Temperaturfeldes.

Die Erfüllung der ersten Bedingung wird erschwert durch die verschiedenartige Wärmeübertragung im Gas durch Konvektion, Leitung und Strahlung; ferner durch das Vorhandensein von Fremdkörpern innerhalb des Temperaturfeldes, also durch die Elektroden selbst und durch die Temperaturmeßgeräte, die in das Temperaturfeld an zu messende Punkte eingeführt werden müssen; sie können Wärme zu- oder abführen.

Die Erfüllung der zweiten Bedingung wird erschwert durch die Wärmezu- oder -abfuhr des Temperaturmeßgerätes und durch ungünstigen Wärmeaustausch zwischen Meßgerät und Meßstelle.

Als Mittel zu möglichst weitgehender Erfüllung der ersten Bedingung dienten: Bewegung des Gases durch Ventilatoren, um die Wärmeübertragung durch Konvektion und Leitung möglichst günstig zu gestalten, die Wärmeübergangszahl zwischen Gas und Elektroden und Meßgerät durch Wärmeleitung zu erhöhen und eine gleichmäßigere Temperaturverteilung zu erreichen. Verhinderung der Wärmestrahlung von der Heizung und den Wänden auf die Elektroden durch blanke Oberflächen der Elektroden. Verhinderung der Wärmezu- oder -abführung der Elektroden durch Erzwingung des gleichen Temperaturzustandes der Elektroden mit dem Gas durch besondere Heizung bzw. Kühlung der Elektroden und genaue Messung der Elektrodentemperatur. Unterbindung der Wärmezu- oder -abfuhr an den Zuleitungen zu den Elektroden und am Temperaturmeßgerät durch gute Isolation.

Als Mittel zu möglichst weitgehender Erfüllung der zweiten Bedingung dienten: Verhinderung der Wärmeübertragung durch Strahlung von der Heizung, den Wänden und den Elektroden auf das Temperaturmeßgerät durch Versilberung der Thermometer. Verhinderung der Wärmezu- oder -abfuhr des Temperaturmeßgerätes durch gute Isolation und Erzielung eines günstigen Wärmeaustausches zwischen Meßgerät und Meßstelle durch Ventilation des Gases (siehe erste Bedingung). Schließlich Messung der Temperatur im Gas und an den Elektroden gleichzeitig.

Von diesen Mitteln sei zunächst das Thermoelement zur genauen Bestimmung der Elektrodentemperatur kurz besprochen. Es ist ein Eisen-Konstantanelement, dessen mit Silber verlötete Enden mit ihrer Längseite an der unteren Seite der Kugeln (in der Nähe des Zuleitungsdrahtes) weich mit Zinn angelötet sind. Die oxydierten

Digitized by Google

Eisen- und Konstantandrähte gehen in der Richtung der Kugeloberfläche auf einer Wärmeniveaufläche von der Lötstelle weg[1] und an dem Zuleitungsdraht für die Elektroden entlang. Die Drähte von ungefähr 0,5 mm Durchmesser stören das Feld nicht merklich; sie werden mit der Durchführung für die untere Elektrode zusammen aus dem Holzgefäß herausgeführt und mit Kupferleitungen an ein Galvanometer angeschlossen. Die Anschlußstelle und das Galvanometer haben annähernd gleiche Temperatur (20° C). Während der Entladung wurde das Instrument mit den Zuleitungen abgeklemmt. Das Thermoelement mit den Kugeln oder Ebenen wurde in einem Paraffinölbad geeicht (Erwärmung des Öles bis 150° C). Die Temperatur an der Oberfläche der Elektrode im Gas ist annähernd gleichmäßig, so daß die Elektrodentemperatur richtig gemessen wird; bei den Elektroden mit großer Wärmekapazität (Vollkugeln aus Stahl) ergab sich eine sehr lange Anheizdauer (bis über 5 Stunden), bis Gas und Elektroden gleiche Temperatur besaßen; dagegen spielte die Wärmeableitung durch die dünnen Zuleitungsdrähte keine Rolle. Bei den Hohlkugeln und Ebenen spielt dagegen die Wärmeableitung die Hauptrolle, während die Gastemperatur schneller erreicht ist.

In dem Holzgefäß und dem Druckgefäß für Luft und andere Gase wurde die Temperatur mit Präzisionsquecksilbernormalthermometern mit $^1/_{10}^0$ C und $^1/_5^0$ C-Teilung gemessen; sie waren an drei bis vier verschiedenen Stellen angebracht, hauptsächlich wurde in der Entladungsbahn genau gemessen. Im unteren Teil waren sie versilbert, so daß nur noch etwa 2% der langwelligen Wärmestrahlen absorbiert werden[2]. In der Nähe der Heizdrähte betrug z. B. die Temperaturangabe des unversilberten Thermometers 27,5° C, die des versilberten 25,7° C.

Im Kältegefäß wurde mit zwei Glasthermometern mit technischem Pentan, die bis −200° C geeicht waren, gemessen. Bei den hohen Temperaturen im Wärmeofen wurde bis 300° C ein Quecksilbernormalthermometer mit $^1/_5^0$-C-Teilung, bei höheren Temperaturen ein Platin-Platinrhodiumthermoelement benutzt, das in Röhren aus undurchsichtigem Quarzglas eingebettet war. Wegen der relativ kurzen Drähte wurde das Element durch eine Kompensationsleitung aus Nickelchrom und Kupfer, die zwischen 0° und 500° C die gleiche Thermoreihe wie das Edelelement besitzt, verlängert. Die Thermospannung wurde durch ein Millivoltmeter von Siemens und Halske gemessen.

b) Druckmessung.

Der Atmosphärendruck wurde durch ein Quecksilber-Kontroll-Barometer mit Moment-Nullpunktseinstellung, System Schroodt-Kiefer, gemessen, unter Berücksichtigung der nötigen Korrekturen.

Für die Druckmessung in dem Gefäß für Luft und andere Gase (Bild 13) wurde ein *u*-förmiges Quecksilberbarometer mit 1 cm Durchmesser verwendet.

c) Feuchtigkeitsmessung.

Die Feuchtigkeit der Luft (Teil III, 4) wurde einmal mit einem Psychrometer (unter Zugrundelegung eines mittleren Luftdruckes) und ferner mit dem Kondensationshygrometer von Nippoldt[3], besonders bei höheren Temperaturen, gemessen. Letzteres wurde in einer für das Holzgefäß zweckmäßigen Größe hergestellt und der Ätherdampf durch Schläuche aus dem Gefäß herausgeleitet. Durch das Beobach-

[1] Knoblauch-Henky, Anleitung zu genauen technischen Temperaturmessungen. München 1926.

[2] H. Hansen, Die Messung von Lufttemperaturen in geschlossenen Räumen mit nicht strahlungsgeschützten Thermometern. Zeitschr. f. techn. Phys. **5**, S. 169, 1924.

[3] W. A. Nippoldt, Ein neues Kondensationshygrometer. Meteorolog. Zeitschr. **11**, S. 157, 1894.

Digitized by Google

tungsfenster und einen schrägliegenden Spiegel wurde der Taupunkt bestimmt; die Luft war durch den Ventilator in Bewegung.

Die Angaben des Psychrometers sind ungenauer; die Übereinstimmung beider Messungen lag bei etwa 3%.

Die relative Feuchtigkeit im Laboratoriumsraum betrug durchschnittlich 45%; im Holzgefäß war sie ungefähr 10% geringer. Eine geringere relative Feuchtigkeit bewirkte Trocknung mit P_2O_5 oder mit H_2SO_4, in die Bimssteinstücke gelegt waren. Durch Verdünnung mit Wasser kann die Intensität der Trocknung beliebig geregelt werden. Zunehmende Sättigung der Luft wurde durch große, mit Wasser gefüllte Blechschalen erreicht, die fast die ganze Grundfläche des Holzgefäßes (Bild 10) ausfüllten. Durch den Ventilator streicht die Luft über die Wasserfläche hin; eine Sättigung bis 90% war damit zu erreichen. Für höhere Sättigung wurden in dem schnellaufenden Ventilator Wassertröpfchen zerstäubt, außerdem die Wände des Holzgefäßes mit Wasser durchtränkt. Auch wurde folgendes Verfahren versucht: Durch den Ventilator wurde Wasserdampf von höherer Temperatur in den Luftraum geblasen, wodurch sich die Luft stark sättigt und die Temperatur erhöht; darauf ließ man die Luft langsam abkühlen, wobei sie aber gesättigt blieb, weil ja bei verminderter Temperatur Feuchtigkeit abgegeben werden muß. Ungünstig war hier nur die Beeinflussung der Elektrodentemperatur durch den Temperaturwechsel. Es mußte immer sorgfältig auf vollkommen saubere und unbeschlagene Elektroden geachtet werden.

5. Die Genauigkeit der Messungen.

Zuerst sei der Einfluß der Änderung des Kugelvolumens infolge Erwärmung oder Abkühlung auf die Anfangsspannung besprochen. Die Vollstahlkugeln sind die einzigen Elektroden, bei denen eine Veränderung der Elektrodenform wesentlich zu berücksichtigen ist. Setzt man den kubischen Ausdehnungskoeffizienten gleich dreimal dem linearen und berücksichtigt man den maximalen Temperaturunterschied im Holzgefäß von 130° C, so beträgt die verhältnismäßige Änderung des Kugeldurchmessers 0,16%. Betrachtet man den Einfluß einer prozentual gleichen Änderung des Kugeldurchmessers auf die Anfangsspannung bei verschiedenen Schlagweiten, so sieht man, daß dieser um so größer ist, je größer die Schlagweite ist; bei konstantem Verhältnis $\frac{s}{D}$ außerdem um so größer, je größer der Kugeldurchmesser ist. Bei kleineren Schlagweiten nähern sich die Elektroden dem homogenen Feld und eine Änderung des Kugeldurchmessers hat natürlich geringeren Einfluß auf die Anfangsspannung; die Änderung ist hier teilweise umgekehrt wie bei größeren Schlagweiten (der kleineren Kugel kommt die größere Anfangsspannung zu), aber immer ist sie geringer als bei großen Schlagweiten. Nimmt man den ungünstigsten Fall, einen Kugeldurchmesser $D = 10$ cm und eine Schlagweite $s = 10$ cm, so entspricht einer Durchmesseränderung von 0,16% eine Anfangsspannungsänderung von ungefähr 0,1%. Man sieht, daß der Fehler sehr gering und im Hinblick auf die Meßgenauigkeit zu vernachlässigen ist.

Analoge Rechnungen für das Wärmegefäß bis zu Temperaturen von 1000° C ergeben bei ungünstigster Anordnung etwa 0,7% Fehler, mit Hinsicht auf die hier sehr viel geringere Meßgenauigkeit auch nicht groß.

Die Schlagweite dagegen wurde immer konstant eingestellt mit Hilfe der früher angegebenen Methoden. Die Einstellgenauigkeit betrug $^1/_{100}$ mm. Da diese konstant bleibt, ist die verhältnismäßige Schlagweitengenauigkeit bei größeren Schlagweiten am besten, also umgekehrt wie im Falle der Kugeldurchmesseränderung. Außerdem spielen bei kleinen Schlagweiten kleine Verunreinigungen der Elektrodenoberfläche und die Anziehung von Staubteilchen mit einer größeren Dielektrizitätskonstante eine große Rolle, deren Einfluß sich bei größeren Schlagweiten nicht ähnlich ändert.

Digitized by Google

Die Genauigkeit der Temperatureinstellung betrug im Holzgefäß $^1/_5{}^0$ C. Der prozentuale Einfluß einer bestimmten Temperaturänderung auf die Anfangsspannung hängt von der Temperatur selbst ab. Nimmt man in grober Annäherung für alle Elektroden Proportionalität der Anfangsspannung mit der Gasdichte an, so ändert sich die Anfangsspannung bei Änderung der Temperatur um 1^0 C bei -170^0 C um $0{,}96\%$; -30^0 C um $0{,}41\%$; 20^0 C um $0{,}34\%$; 150^0 C um $0{,}237\%$; 1000^0 C um $0{,}078\%$. Die prozentuale Genauigkeit ist also bei den tiefen Temperaturen am geringsten. Im Holzgefäß (bis -30^0 C) beträgt sie im ungünstigsten Fall $0{,}1\%$, im Kältegefäß (Einstellgenauigkeit $1 \div 2^0$ C) $0{,}9\%$ und im Wärmegefäß (Einstellgenauigkeit 10^0 C) $0{,}7\%$.

Die Genauigkeit der Druckeinstellung am Quecksilberbarometer beträgt ungefähr $^1/_5$ mm Hg. Da diese konstant bleibt, hängt die prozentuale Genauigkeit der Anfangsspannung bei Änderung des Druckes von diesem selbst ab. Die Änderung der Anfangsspannung bei Änderung des Druckes um 1 mm Hg beträgt bei 760 mm Hg $0{,}132\%$, bei 38 mm Hg $2{,}50\%$. Bei kleinen Drucken ist die Genauigkeit also viel geringer; sie beträgt bei 760 mm Hg $0{,}026\%$, bei 38 mm Hg nur $0{,}5\%$. Im Vergleich zur Temperaturmessung ist die Druckmessung in bezug auf die Anfangsspannung genauer.

Die Genauigkeit der Messung der relativen Feuchtigkeit wird auf $2 \div 3\%$ geschätzt.

Die Genauigkeit der Spannungsmessung durch den Transformator wird auf $0{,}3\%$ geschätzt.

Schließlich seien noch der Einfluß der Elektrostriktion[1] und die Abweichungen vom idealen Gaszustandsgesetz[2] bei den extremen Temperaturen besprochen. Die Gase ändern in einem sehr kleinen Maße ihr Volumen, wenn sie in ein elektrisches Feld gebracht werden. Die relative Volumenänderung ist nach Gans

$$\frac{\Delta v}{v} = -\frac{\varepsilon - 1}{8\pi} \cdot \frac{E^2}{b}.$$

Die Dichte des Gases wird im elektrischen Feld in einem sehr kleinen Maße erhöht. Im homogenen Feld müßte, um eine Dichteänderung von $0{,}2\%$ herbeizuführen, die Feldstärke einen Wert von 3000 $\frac{\text{kV}}{\text{cm}}$ erreichen, ohne das Feld vorher durch Entladungen zu verzerren oder zu zerstören. Für diese Messungen fällt diese Dichteänderung vollständig außerhalb der Meßgenauigkeit.

Da der Ausdehnungskoeffizient für Luft (Stickstoff) größer als nach dem idealen Gasgesetz ist, mußten für die extremen Temperaturen Korrektionen eingeführt werden. Am einfachsten ist es, wenn man die Abweichungen vom idealen Gasgesetz in Temperaturkorrektionen angibt, wie es beim Gasthermometer geschieht, um die Angaben auf die thermodynamische Skala zu beziehen. Ist t die Temperatur der thermodynamischen Skala (ideales Gas) und tg die Temperatur des realen Gases (Stickstoff, praktisch auch Luft), so beträgt die Korrektion $t - tg$ bei -150^0 C $+ 1{,}3^0$ C, bei -100^0 C $+ 0{,}4^0$ C, bei 200^0 C $+ 0{,}11^0$ C, bei 500^0 C $+ 0{,}65^0$ C, bei 1000^0 C $+ 1{,}7^0$ C. Es wurde z. B. bei den tiefen Temperaturen nicht die gemessene Temperatur $tg = -170^0$ C in die Kurvenblätter aufgetragen (s. Bild 31), sondern $t = -168{,}5^0$ C entsprechend einer Korrektion $t - tg = +1{,}5^0$ C bei 760 mm Hg.

Unter Berücksichtigung der gesamten erwähnten Genauigkeitsgrenzen kann man folgende Schätzung der Gesamtgenauigkeit machen:

I. Bei Schlagweiten $s >$ ungefähr 0,1 cm.

1. Temperaturmessungen:

[1] R. Gans, Über Volumänderung von Gasen durch dielektrische Polarisation. Annalen der Physik **11**, S. 797, 1903.

[2] D. Berthelot, Trav. et Mém. du Bur. int. XIII, 1907. — F. Hennig, Temperaturmessung. Hdb. d. Phys. Bd. IX, 1927.

Digitized by Google

a) Im Holzgefäß bei Temperaturen von -29^0 C bis 150^0 C $\pm$ 0,7 $\div$ 0,9%.
b) In den kleinen Gefäßen durchschnittlich $\pm$ 1,0 $\div$ 1,2%. Tiefste Temperaturen $\pm$ 3%, höchste Temperaturen $\pm$ 1,5%.

2. Druckmessungen:

$$\pm 0{,}5 \div 0{,}8\%.$$

II. Bei Schlagweiten $s <$ ungefähr 0,1 cm sinkt die Genauigkeit bis zu doppelt so hohen Werten wie oben.

III. Versuchsergebnisse.

1. Anfangspannung bei Atmosphärendruck und veränderlicher Temperatur.

a) Normale Luft. Hauptgebiet: -29^0 C bis 150^0 C.

Vorversuch.

Bei einer Luftdichte von 1,0 ($b = 760$ mm Hg, $t = 20^0$ C) wurde bei verschiedenen Elektrodenformen eine beliebige, aber für alle Elektrodenformen gleiche Anfangsspannung eingestellt. Verändert man bei konstantem Druck die Temperatur,

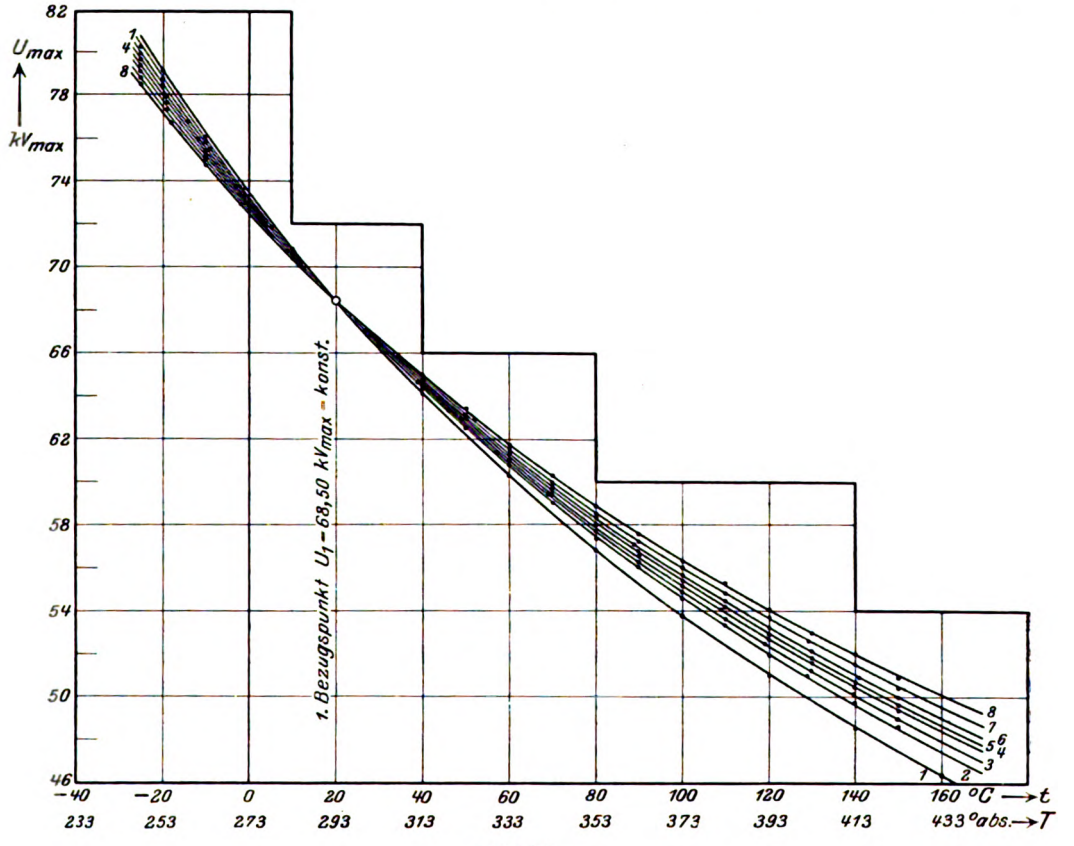


Bild 14.

Kurve 1: berechnete Werte nach dem Gesetz $U = U_1 \cdot \frac{c}{T}$.

2: gleiche Kugelschalen und symmetrische Spannungsverteilung: $D = 30$ cm, $s = 2{,}33$ cm,
3: gleiche Kugeln und symmetrische Spannungsverteilung; $D = 10$ cm, $s = 2{,}37$ cm,
4: „ „ „ „ „ $D = 5$ cm, $s = 2{,}50$ cm,
5: „ „ „ „ „ $D = 4$ cm, $s = 2{,}67$ cm,
6: „ „ „ „ „ $D = 3$ cm, $s = 2{,}95$ cm,
7: „ „ „ „ „ $D = 2$ cm, $s = 4{,}55$ cm,
8: „ „ „ „ „ $D = 1{,}5$ cm, $s = 8{,}80$ cm.

Digitized by Google

so müßte sich nach dem Gesetz $U = U_1 \cdot \frac{c}{T}$ eine einzige, für alle Elektrodenformen zusammenfallende Kurve der Anfangsspannung abhängig von der Temperatur, nämlich eine gleichseitige Hyperbel, ergeben.

Für diesen Vorversuch wurden 6 verschiedene Bezugspunkte bei $\delta = \frac{b \cdot 293}{760\,(273 + t)}$ $= 0{,}386 \cdot \frac{b}{(273 + t)} = 1$ mit gleichen Kugelelektroden von 10 cm bis 0,5 cm Durchmesser und mit gleichen Kugelschalen $D = 30$ cm bei symmetrischer Spannungsverteilung eingestellt: $U_{max} = 68{,}5$, 45,80, 32,00, 20,30, 9,75 und 4,65 kV_{max}. Die

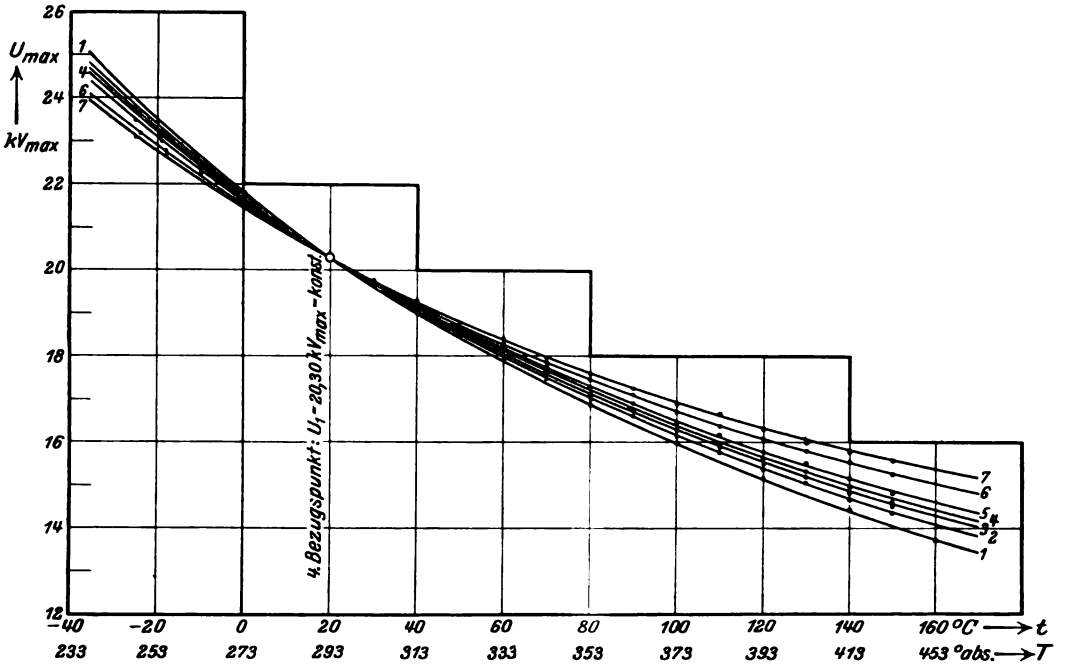


Bild 15.

Kurve 1: berechnete Werte nach dem Gesetz $U = U_1 \cdot \frac{c}{T}$.

s = konst. = 0,60 cm

2: gleiche Kugelschalen und symmetrische Spannungsverteilung; $D = 30$ cm, $s = 0{,}60$ cm.
3: gleiche Kugeln und symmetrische Spannungsverteilung; $D = 10$ cm, $s = 0{,}60$ cm,
4: „ „ „ „ „ $D = 5$ cm, $s = 0{,}60$ cm,
5: „ „ „ „ „ $D = 3$ cm, $s = 0{,}60$ cm,
6: „ „ „ „ „ $D = 1$ cm, $s = 0{,}62$ cm,
7: „ „ „ „ „ $D = 0{,}5$ cm, $s = 0{,}78$ cm.

Anfangsspannungen sind dabei nach Abschluß der Versuche entsprechend den eigenen Ergebnissen auf 760 mm Hg bezogen worden, während der Atmosphärendruck im Mittel nur 718 mm Hg betrug. Alle Versuche in dem Temperaturhauptgebiet wurden in dem größeren Holzgefäß ausgeführt (Bild 10). Die relative Feuchtigkeit betrug ungefähr 5%.

Bild 14[1] gibt die Messungen für den ersten Bezugspunkt an. Außer dem Parameter der Elektrodenform ist auch der Parameter der Schlagweite in den Kurven enthalten. Kurve 1 gibt die nach dem Gesetz $U = U_1 \cdot \frac{c}{T}$ berechnete gleichseitige Hyperbel an. Man sieht, daß die Anfangsspannung nicht diesem Gesetz folgt, sondern jede Elektrodenform eine getrennte, hyperbelähnliche Kurve besitzt. Es ist eine gleichförmige Abhängigkeit von der Elektrodenform festzustellen: Bei $D = 30$ cm liegt die Kurve am steilsten und der gleichseitigen Hyperbel am nächsten, während die anderen Kurven mit zunehmender Elektrodenkrümmung immer flacher werden.

[1] Sämtliche Tabellen zu den folgenden Bildern sind weggelassen.

Digitized by Google

Die Anfangsspannung nimmt also langsamer als umgekehrt proportional der absoluten Temperatur ab, und zwar um so langsamer, je größer die Krümmung der Elektroden ist. Das gleiche Ergebnis zeigen die Bezugspunkte $U_1 = 45{,}80$ kV_{max} und $U_1 = 32{,}00$ kV_{max}. Vergleicht man die prozentualen Abweichungen von der gleichseitigen Hyperbel, so ergibt sich z. B. bei $t = 150^0$ C, $D = 1$ cm, $s = 3{,}70$ cm

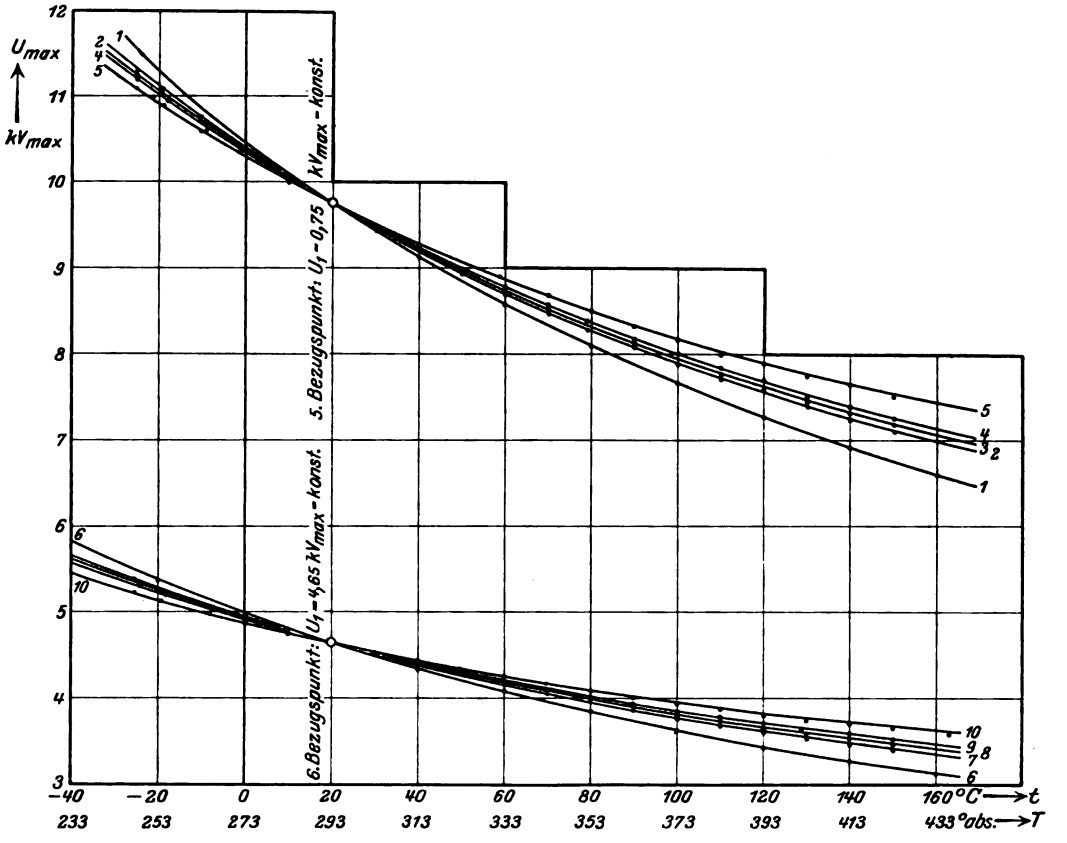


Bild 16.

Kurve 1 und 6: berechnete Werte nach dem Gesetz $U = U_1 \cdot \frac{c}{T}$.

2:	gleiche Kugelschalen und symmetrische Spannungsverteilung;	$D = 30$ cm, $s = 0{,}25$ cm,
7:	„ „ „ „	$D = 10$ cm, $s = 0{,}10$ cm,
3:	gleiche Kugeln und symmetrische Spannungsverteilung;	$D = 5$ cm, $s = 0{,}252$ cm,
8:	„ „ „ „ „	$D = 5$ cm, $s = 0{,}100$ cm,
4:	„ „ „ „ „	$D = 2$ cm, $s = 0{,}250$ cm,
9:	„ „ „ „ „	$D = 2$ cm, $s = 0{,}100$ cm,
5:	„ „ „ „ „	$D = 0{,}5$ cm, $s = 0{,}230$ cm,
10:	„ „ „ „ „	$D = 0{,}0$ cm, $s = 0{,}095$ cm.

Bild 14, 15, 16. Anfangsspannung normaler Luft als Funktion der Temperatur ($b = 760$ mm Hg) bei verschiedenen Elektrodenformen und symmetrischer Spannungsverteilung unter Einstellung der Schlagweite auf konstante Anfangsspannung bei $\delta = 1{,}0$ ($t = 20^0$ C, $b = 760$ mm Hg).

$U = 34{,}70$ kV_{max}; nach dem Gesetz $\frac{c}{T}$ würde sich 31,80 kV_{max} ergeben. Die Abweichung beträgt 9%. Bei $D = 1$ cm, $s = 1{,}27$ ist $U_{max} = 24{,}00$ kV_{max} statt 22,10 kV_{max}; die Abweichung beträgt 8,6%. In Bild 15 ist diejenige Schlagweite gewählt ($s = 0{,}6$ cm), für die bei allen hier verwendeten Kugeldurchmessern am nächsten die gleiche Anfangsspannung erreicht wird; es gilt dies nur nahezu und bei den kleinsten Kugeln ($D = 1{,}0$ und 0,5 cm, $s = 0{,}62$ und 0,78 cm) nicht mehr, da es ja für jeden Kugeldurchmesser eine Schlagweite gibt, bei der die Anfangsspannung ein Maximum ist,

Digitized by Google

wobei die Schlagweite mit dem Kugeldurchmesser wächst. In Bild 15 ergibt sich für $D = 1$ cm, $s = 0{,}62$ cm (Kurve 6) bei $t = 150^0$ C $U_{max} = 15{,}30$ kV_{max} statt 14,05 kV_{max}. Die Abweichung beträgt 8,8%. Man sieht aus diesem einen Beispiel, daß für die gleiche Kugel bei den verschiedenen Schlagweiten die Abweichung vom Gesetz $\frac{c}{T}$ prozentual annähernd gleich groß ist. Analog liegt es bei den übrigen Kugeln. Bei verschiedenen Elektrodenformen und sowohl verschiedenen wie konstanten Schlagweiten treten annähernd die gleichen Abweichungen nur von der Elektrodenform abhängig auf.

Anders ist es in Bild 16. Hier zeigen sich viel stärkere Abweichungen vom Gesetz $\frac{c}{T}$, die auch für die einzelnen Kugeln anderer Art als bisher sind. Für das Kugelpaar $D = 5$ cm ergab sich bei $t = 150^0$ C für den ersten bis vierten Bezugspunkt 4,1%, 3,8%, 4,3%, 4,0%. Bei dem fünften und sechsten Bezugspunkt (Bild 16) ist die Abweichung dagegen 6,7% und 8,8% bei $s = 0{,}252$ cm und $s = 0{,}10$ cm, also über doppelt so groß wie bei den größeren Schlagweiten. Die Abweichungen sind für alle Kugeln sehr stark, die Unterschiede zwischen den einzelnen Kugeln verschwinden aber mehr; man bekommt ein zusammengedrängtes Kurvenbüschel, dessen Kurven noch immer eine gleichförmige Abhängigkeit von der Elektrodenform erkennen lassen, das als Ganzes genommen stark von der entsprechenden gleichseitigen Hyperbel abweicht.

Hauptmessungen.

Es wurden nun Versuchsreihen bei Veränderungen je eines Parameters, also bei gleichen Schlagweiten und verschiedenen Elektrodenformen und umgekehrt, als Temperaturfunktionen ausgeführt.

Eingeführt wird eine Verhältniszahl δ', die definiert ist als das Verhältnis der Anfangsspannungen bei alleiniger Änderung und einem bestimmten Verhältnis der zugehörigen Gasdichten. Es ist also

$$\delta' = \frac{U}{U_1} = f\left(\frac{\delta}{\delta_1}\right) = f(\delta),$$

wenn U_1 die Anfangsspannung bezeichnet, die auf $\delta_1 = 1{,}0$ ($b = 760$ mm Hg, $t = 20^0$ C) bezogen ist. Es wird

$$U = \delta' \cdot U_1.$$

Ist die Anfangsspannung proportional der Luftdichte, so wird

$$\delta' = \delta$$

und

$$U = \delta \cdot U_1.$$

Der Vorversuch zeigte schon, daß an Stelle des einfachen $\delta' = \delta$ das δ' eine kompliziertere Funktion der Elektrodenform und der Schlagweite ist.

Es werden nun einige wichtigere Elektrodenformen in folgender Reihenfolge behandelt: Gleiche Kugeln, gleiche Kugelschalen und ebene Elektroden bei symmetrischer Spannungsverteilung; gleiche Kugeln bei einseitiger Erdung; Kugel gegen geerdete Ebene; ungleiche Kugeln bei symmetrischer Spannung; Spitze gegen Spitze und Spitze (Nadelspitze) gegen geerdete Ebene; Zylinderkombinationen.

Gleiche Kugeln, gleiche Kugelschalen und ebene Elektroden bei symmetrischer Spannnungsverteilung.

Es wurden Kugeln von $D = 0{,}5$ cm bis 10 cm, Kugelschalen von $D = 15$, 30 und 100 cm und drei ebene Elektroden verwendet (s. S. 323). Von letzteren wurden bis zur Schlagweite $s = 0{,}75$ cm alle drei Ebenen mit 8,7, 6,2 und 5 cm Durchmesser verwendet und Mittelwerte gebildet, bei $s = 1$ cm nur die beiden ersten und bei höheren Schlagweiten nur die Ebene mit 8,7 cm Durchmesser. Die Schlagweiten variierten bei den verschiedenen Elektroden zwischen 0,01 cm und 10 cm. Um möglichst leicht

Digitized by Google

vergleichbare Messungen zu bekommen, wurden bestimmte konstante Temperaturen für alle Elektrodenformen eingestellt, nämlich $t = -29^0$, -7^0, 20^0, 52^0, 93^0 und 145^0 C, die in den Luftdichten bei $b = 760$ mm Hg ausgedrückt $\delta = 1{,}2$, 1,1, 1,0, 0,9, 0,8 und 0,7 ergeben. Bei kleineren Abweichungen von diesen konstanten Temperaturen, die aber nie mehr wie 1^0 C betrugen, wurden die Anfangsspannungen den Ergebnissen des Vorversuchs entsprechend interpoliert.

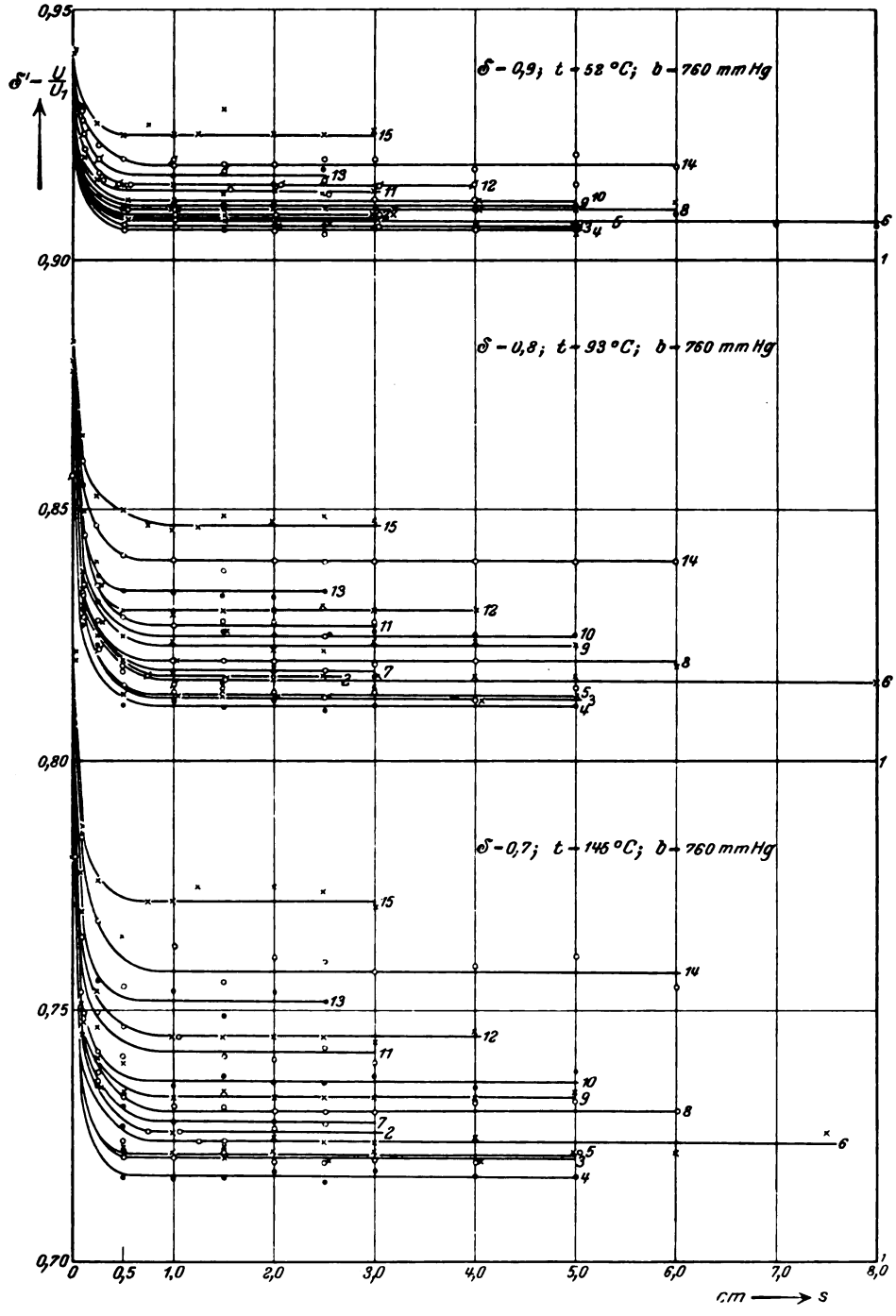


Bild 17.

Digitized by Google

In Bild 17 ist $\delta' = \frac{U}{U_1}$ als Funktion der Schlagweite s aufgetragen. Wäre die Anfangsspannung proportional der Luftdichte, so würde sich die Gerade 1 ergeben.

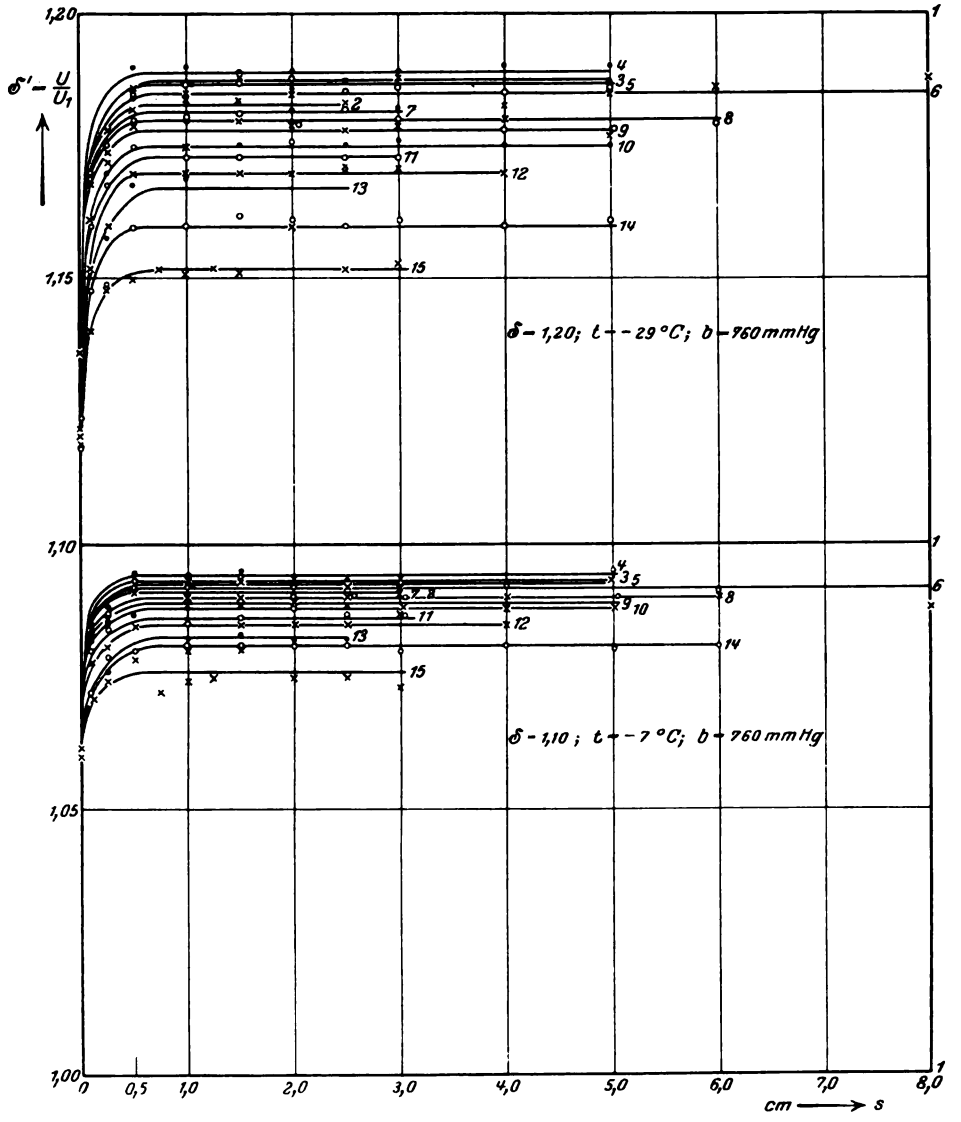


Bild 18.

Gerade 1: $\delta' = \delta$ nach dem Gesetz $\frac{c}{T}$.

Kurve 2:	ebene Elektroden.	
3:	gleiche Kugelschalen, symmetrische Spannungsverteilung:	$D = 100$ cm,
4:	„ „ „ „	$D = 30$ cm,
5:	„ „ „ „	$D = 15$ cm,
6:	gleiche Kugeln, „ „	$D = 10$ cm,
7:	„ „ „ „	$D = 6{,}25$ cm,
8:	„ „ „ „	$D = 5$ cm,
9:	„ „ „ „	$D = 4$ cm,
10:	„ „ „ „	$D = 3$ cm,
11:	„ „ „ „	$D = 2{,}5$ cm,
12:	„ „ „ „	$D = 2$ cm,
13:	„ „ „ „	$D = 1{,}5$ cm,
14:	„ „ „ „	$D = 1{,}0$ cm,
15:	„ „ „ „	$D = 0{,}5$ cm.

Bild 17 und 18. $\delta' = \frac{U}{U_1}$ in Abhängigkeit von der Schlagweite bei verschiedenen Elektrodenformen und konstanten Luftdichten.

Digitized by Google

Die Messungen, Kurve 2 mit 15, ergeben eine Abhängigkeit der Anfangsspannung mit der Temperatur sowohl von der Elektrodenform wie von der Schlagweite. Von der Elektrodenform zunächst, indem mit wachsender Elektrodenkrümmung auch δ' wächst, und zwar bei starker Krümmung ($D = 1$ cm und 0,5 cm) viel stärker als bei großen Kugeldurchmessern. Von der Schlagweite dagegen scheint δ' nur unterhalb einer bestimmten Schlagweite abhängig zu sein. Man sieht in Bild 17, daß oberhalb von $s \approx 0{,}5$ cm δ' mit einiger Genauigkeit konstant bleibt, unterhalb von ungefähr 0,5 cm aber plötzlich sehr stark ansteigt. Diese Schlagweite scheint nicht von einem bestimmten konstanten Verhältnis $\frac{s}{D}$ der Kugeln abhängig zu sein, sondern ist für alle Kugeln und auch bei den ebenen Elektroden annähernd konstant 0,5 cm. Der plötzliche Anstieg ist bei den schwach gekrümmten Elektroden besonders groß, bei den stark gekrümmten Elektroden schwächer, so daß bei den kleinsten Schlagweiten δ' sehr groß, aber für alle Elektrodenformen annähernd gleich wird; die Einflüsse der Elektrodenform verschwinden eben bei den kleinsten Entfernungen sehr stark, die Elektroden werden Ebenen ähnlich. So ist bei $\delta = 0{,}7$ ($t = 145^0$ C) und $s =$ 0,01 cm δ' für $D = 0{,}5$ cm 0,822; für $D = 2$ cm 0,820; für $D = 5$ cm 0,821; für $D =$ 10 cm 0,820; bei den ebenen Elektroden im Mittel 0,781. Als größte Schlagweite wurde bei den Kugeln $D = 10$ cm bei $\delta = 0{,}7$ $s = 12$ cm eingestellt; bei den kleinen Kugeln wurde bis zu $\frac{s}{D} = 6{,}0$ gegangen. Man sieht, daß δ' annähernd konstant bleibt bei Schlagweiten oberhalb $\approx 0{,}5$ cm.

Die Abhängigkeit des δ' von der Elektrodenform ist bei schwach gekrümmten Elektroden und beim Übergang zu den Ebenen scheinbar nicht so gleichförmig wie bei stärkerer Krümmung. Für die Ebenen wird δ' nicht am kleinsten, sondern für die Kugelschalen $D = 30$ cm. Bei den Kugelschalen $D = 100$ cm steigt δ' wieder an, noch mehr bei den Ebenen, so daß $D = 10$ cm und die Ebenen ungefähr das gleiche δ' aufweisen.

Man sieht ferner an Bild 17 und 18 (wo δ' für die tieferen Temperaturen aufgetragen ist und immer kleinere Werte als δ aufweist), daß für bestimmte konstante Schlagweiten δ' annähernd linear mit δ verläuft. Es gilt dies, wie später noch gezeigt wird, nur für einen kleineren Bereich annähernd. Bei Schlagweiten $s < 0{,}5$ cm entsprechen den hohen Werten von δ' in Bild 17 niedere Werte in Bild 18; die Kurven in Bild 18 für $\delta = 1{,}1$ und 1,2 sind annähernd das Spiegelbild der Kurven in Bild 17 für $\delta = 0{,}9$ und 0,8; sie sind annähernd symmetrisch zueinander in bezug auf die $\delta = 1{,}0$-Gerade.

Kurz zusammengefaßt ändert sich also die Anfangsspannung nicht umgekehrt proportional der absoluten Temperatur oder proportional mit der Zahl der Moleküle zwischen den Elektroden, sondern sie nimmt schwächer ab; und zwar um so schwächer, je größer die Krümmung der Elektroden ist. Von der Schlagweite ist die Änderung der Anfangsspannung mit der Temperatur annähernd nur unterhalb einer Schlagweite von ungefähr 0,5 cm abhängig; von dieser Schlagweite ab ist in zunehmendem Maße die Abnahme der Anfangsspannung sehr viel schwächer als umgekehrt proportional der absoluten Temperatur, im Verhältnis besonders bei kleineren Elektrodenkrümmungen. Der Verlauf der Anfangsspannung mit der Luftdichte bei konstanten Elektrodendimensionen ist in diesem Temperaturbereich annähernd linear. Bei schwach gekrümmten Elektroden und Ebenen ist die gleichförmige Abhängigkeit von der Krümmung nicht mehr vorhanden.

Die Ergebnisse sollen nun unter Ähnlichkeitsgesichtspunkten betrachtet werden. Nach Townsend bleibt die Anfangsspannung konstant, wenn die Funktion $\left(\frac{E}{p}\right)$ bzw. $(E \cdot \lambda_m)$, die Spannung je mittlere freie Weglänge, konstant bleibt. Bleibt nämlich

Digitized by Google

der Weglängengradient konstant, so herrschen an homologen Punkten der Entladungsbahnen gleiche Ionisationszustände, allerdings unter Voraussetzung gewisser Bedingungen[1] (die Absolutzahl der Moleküle und Ionen pro Volumeneinheit und der Absolutwert der Feldstärke darf auf den Entladungsvorgang keinen Einfluß haben). Bei Ebenen muß nach diesen Bedingungen einfach die Schlagweite im umgekehrten Verhältnis vom Druck geändert werden, d. h. $p \cdot s$ bzw. $\delta \cdot s$ muß konstant bleiben (Paschensches Gesetz). Bei Kugeln muß außerdem das Verhältnis $\frac{s}{D}$ konstant bleiben; E ändert sich dann als Anfangsfeldstärke im umgekehrten Verhältnis mit der Schlagweite; wird der Druck bzw. die Dichte ebenfalls in umgekehrtem Verhältnis mit der Schlagweite geändert, so bleibt $\frac{E}{p}$ konstant.

Für die zunächst vorgenommene Betrachtung der Kugelversuche werden die Funktionen U_{max}, $\frac{s}{D}$ und $\delta \cdot s$ oder $\delta \cdot D$ (bei konstantem $\frac{s}{D}$ ist je s und D vertauschbar) in geeigneter Weise dargestellt.

Aus später noch erwähnten meßtechnischen Gründen wird U_{max} als Funktion von $\frac{s}{D}$ mit dem Parameter $\delta \cdot D$ dargestellt. Um eine möglichst große Genauigkeit auch in den kleinen Meßbereichen zu bekommen und um die Gasdichtengesetze einfacher übersehen zu können, wird die Darstellung in doppellogarithmischen Koordinaten gebracht (Bild 19). Es ändert sich jetzt also log U nach einer arithmetischen Reihe, wenn U sich nach einer geometrischen Reihe bewegt; ebenso $\frac{s}{D}$ und log $\frac{s}{D}$. Bei Gültigkeit des Gesetzes der Proportionalität zwischen Anfangsspannung und Gasdichte und bei Gültigkeit der Ähnlichkeitsbedingungen würden sich immer für Kurven mit verschiedenem Parameter D und einer Dichte $\delta = 1{,}0$ bei einer Änderung der Dichte auf die Hälfte ($\delta = 0{,}5$) zu ersterem parallele Kurven im konstanten Abstand log 1 — log 0,5 ergeben. Man wird also die Gasdichtengesetze leicht übersehen können.

In Bild 19 ist zunächst für die Luftdichte $\delta = 1{,}0$ nur der Parameter des Kugeldurchmessers D aufgetragen (x- Punkte). Nun wurden die Anfangsspannungen für die verschiedenen Kugeln bei $t = 93^0$ C ($\delta = 0{,}8$, ⬟-Punkte) und $t = -29^0$ C ($\delta = 1{,}2$, ●-Punkte) eingetragen. Das Produkt $\delta \cdot D$ setzt sich also aus $\delta = 1{,}0$, $\delta = 0{,}8$ oder $\delta = 1{,}2$ und den verschiedenen Kugeldurchmessern zusammen (siehe Bezeichnung der Kurven rechts).

Man betrachte nun einmal die Kurve $\delta \cdot D = 4{,}0$. Die x-Punkte geben die Kurve für $\delta = 1{,}0$ wieder. Außerdem sind in ⬟-Bezeichnung die Punkte für $D = 5{,}0$ bei einer Luftdichte von 0,8 ($t = 93^0$ C) eingetragen. Man sieht, daß x- und ⬟-Punkte auf einer einzigen Kurve liegen; in beiden Fällen ist das Produkt $\delta \cdot D$ gleich 4,0. Und zwar liegen die Punkte bis zu den kleinsten Verhältnissen $\frac{s}{D}$ zusammen; der niedrigste Wert der Anfangsspannung für $\delta = 0{,}8$ liegt bei $\frac{s}{D} = 0{,}002$ ($U_{max} = 845$ Volt). Oder man betrachte die Kurve mit dem Parameter $\delta \cdot D = 5{,}0$; es sind sowohl die Punkte für $\delta = 1$, $D = 5{,}0$ wie für $\delta = 0{,}8$, $D = 6{,}25$ cm auf der gleichen Kurve. Oder bei einer Dichteerhöhung ergibt sich z. B. für $D = 2{,}5$ und $\delta = 1{,}2$ ein $\delta \cdot D = 3{,}0$. Die Punkte für $D = 3{,}0$ und $\delta = 1{,}0$ liegen tatsächlich auf der gleichen Kurve. Oder für den Fall $\delta \cdot D = 2{,}4$ ist einmal die Anfangsspannung bei $D = 3{,}0$ und $\delta = 0{,}8$ abhängig von $\frac{s}{D}$ aufgetragen, andererseits bei $D = 2{,}0$ und $\delta = 1{,}2$. Beide Punktarten liegen ziemlich genau auf einer einzigen Kurve. Ebenso liegt es bei $\delta \cdot D = 1{,}2$ für $D = 1{,}5$ und $\delta = 0{,}8$ und für $D = 1{,}0$ und $\delta = 1{,}2$. Soweit die Kurven bei

[1] R. Holm, Phys. Zeitschr. **15**, S. 289, 1914. — Wissensch. Veröff. a. d. Siemenskonzern III S. 159, 1923. — Phys. Zeitschr. **25**, S. 497, 1924; **26**, S. 412, 1925.

Digitized by Google

konstantem Produkt $\delta \cdot D$ nicht zusammenfallen, schließen sie sich dem Produkt $\delta \cdot D$ entsprechend in der richtigen Folge und dem richtigen Abstand aneinander an.

Um zu zeigen, daß die Kurven $\delta \cdot D$ = konstant mit großer Genauigkeit zusammenfallen, ist in Bild 20 in größerem Maßstab noch einmal der Teil des Bildes 19 für $\frac{s}{D} = 0{,}1$ bis 1,0 und $U_{max} = 10$ bis 100 kV_{max} herausgenommen. Hier sind die Anfangs-

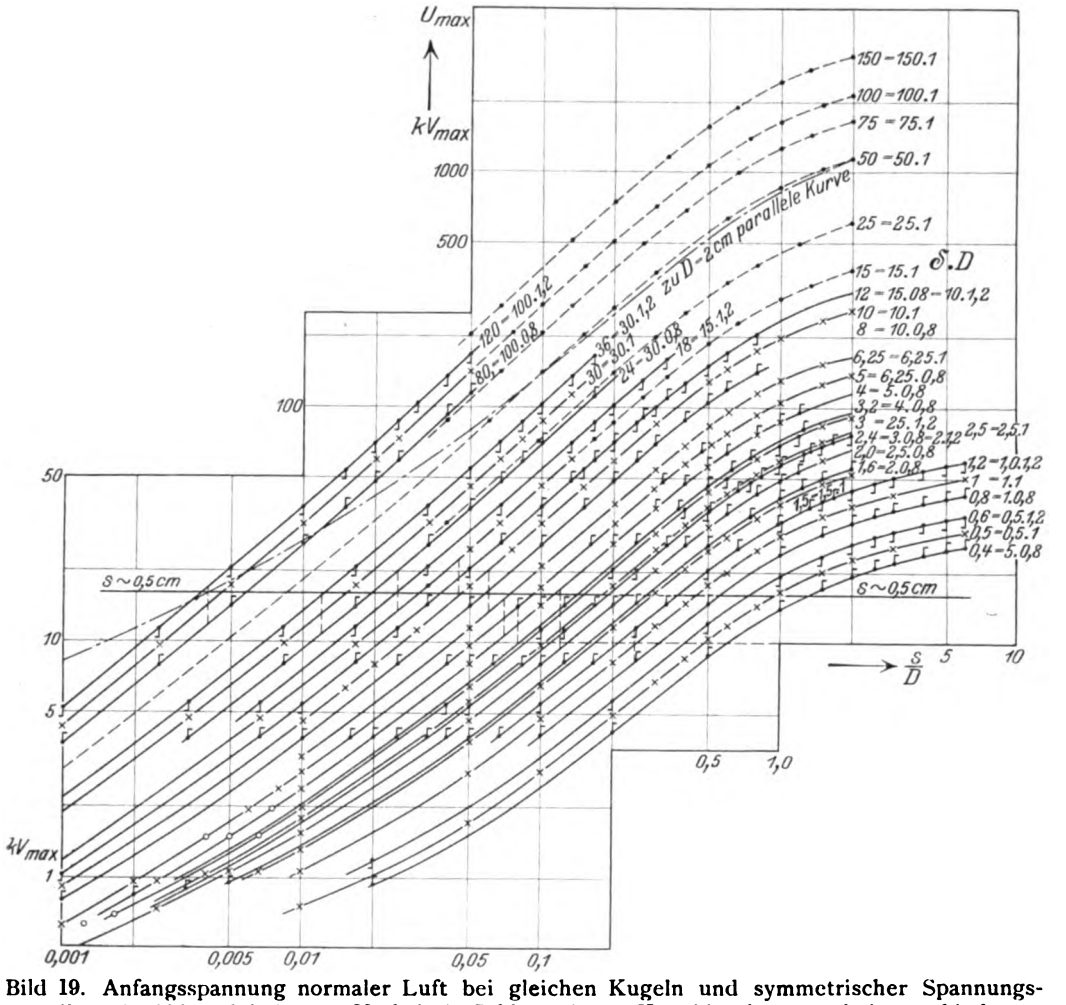


Bild 19. Anfangsspannung normaler Luft bei gleichen Kugeln und symmetrischer Spannungsverteilung in Abhängigkeit vom Verhältnis Schlagweite zu Kugeldurchmesser bei verschiedenem Produkt von Luftdichte und Kugeldurchmesser; $b = 760$ mm Hg.

× $\delta = 1{,}0$ ($t = 20°$ C; $b = 760$ mm Hg)
● $\delta = 0{,}8$ ($t = 93°$ C; $b = 760$ mm Hg)
● $= 1{,}2$ ($t = -29°$ C; $b = 760$ mm Hg)
} Eigene Meßwerte,
○ $\delta = 1{,}0$ nach Klemm,
● $\delta = 1{,}0$ nach Peek bzw. Reiche.

spannungen für alle gemessenen Dichten, also für $\delta = 1{,}2$, 1,1, 1,0, 0,9, 0,8 und 0,7 bzw. $t = -29°$, $-7°$, 20°, 52°, 93° und 145° C bei den verschiedenen Kugeldurchmessern eingetragen. Die Genauigkeit der Originalgröße war so, daß eine Dichteänderung von $^1/_2\,\%$ (entsprechend ungefähr 1,5° C bei 20° C) noch bequem abzulesen war (U_{max} von 10 kV_{max} bis 100 kV_{max} gleich 25 cm, ebenso groß $\frac{s}{D} = 0{,}1$ bis 1,0). Immer fallen die Kurven mit gleichem Produkt $\delta \cdot D$ genau zusammen, bzw. die Kurven folgen entsprechend dem Produkt $\delta \cdot D$ in dem richtigen Abstand aufeinander.

Digitized by Google

Es werde nun Bild 17 und 18 mit Bild 19 und 20 verglichen. In Bild 19 seien zunächst noch einige Anfangsspannungswerte für größere Kugeln (15 cm bis 150 cm Durchmesser) nach Peek[1] bzw. Reiche[2] für $\delta = 1{,}0$ nachgetragen (gestrichelte Kurven), auch von Klemm[3] wurden für kleinste Schlagweiten einige Werte benutzt,

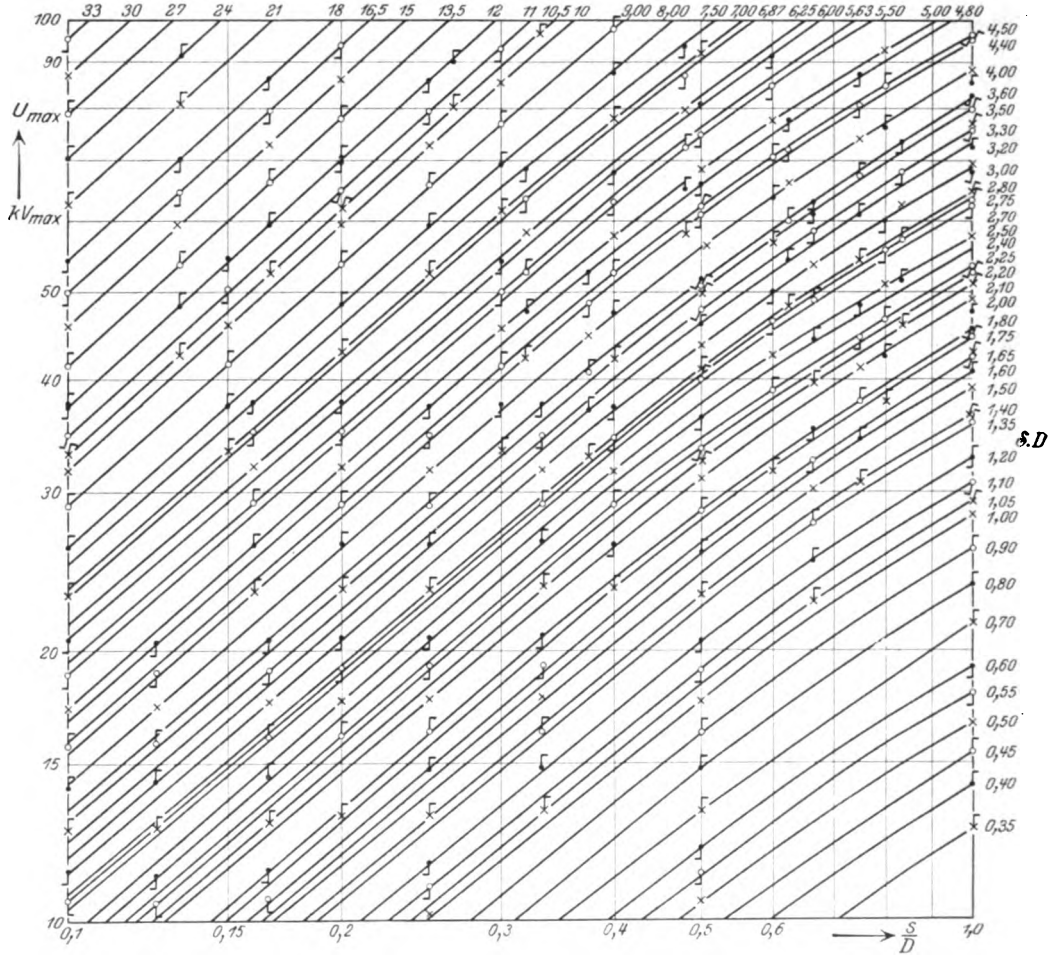


Bild 20. Anfangsspannung normaler Luft bei gleichen Kugeln und symmetrischer Spannungsverteilung in Abhängigkeit vom Verhältnis Schlagweite zu Kugeldurchmesser bei verschiedenem Produkt von Luftdichte und Kugeldurchmesser; $b = 760$ mm Hg.

× $\delta = 1{,}0$ ($b = 760$ mm Hg, $t = 20°$ C)
♂ $\delta = 0{,}9$ ($b = 760$ mm Hg, $t = 52°$ C)
● $\delta = 0{,}8$ ($b = 760$ mm Hg, $t = 93°$ C)
✳ $\delta = 0{,}7$ ($b = 760$ mm Hg, $t = 145°$ C)
♀ $\delta = 1{,}1$ ($b = 760$ mm Hg, $t = -7°$ C)
● $\delta = 1{,}2$ ($b = 760$ mm Hg, $t = -20°$ C)

die sich gut an die eigenen Meßwerte anschließen. Es sei in Bild 19 $\delta \cdot D$ immer im Verhältnis 1 : 2 geändert; bei konstantem D sei also die Dichte z. B. auf die Hälfte verkleinert. Wäre die Anfangsspannung proportional der Luftdichte, so wären bei konstantem Verhältnis $\frac{s}{D}$ die entsprechenden Anfangsspannungen immer um die gleiche Strecke $\log 1 - \log 0{,}5$ entfernt; d. h. die neue Kurve $\frac{\delta}{2} \cdot D$ müßte parallel zur $\delta \cdot D$-Kurve im Abstand $\log 1 - \log 0{,}5$ verlaufen. In Wirklichkeit ist die An-

[1] F. W. Peek, Dielectric Phenomena in High Voltage Engineering. New York 1920.
[2] W. Reiche, ETZ **46**, S. 1650, 1925.
[3] l. c., S. 575.

Digitized by Google

fangsspannung nicht proportional der Luftdichte. Man sieht die Abweichungen direkt an den von der Strecke log 1 — log 0,5 abweichenden, veränderlichen Strecken zwischen den angegebenen Punkten. Vergleicht man z. B. auf dem Abszissenpunkt $\frac{s}{D} = 1{,}0$ die Anfangsspannungen von $\delta \cdot D = 100$ und 50 oder 50 und 25 oder 10 und 5 oder 5 und 2,5 oder endlich 1 und 0,5, so sieht man, daß die Strecken mit kleinerem Kugeldurchmesser immer kleiner werden; d. h. ja, je größer die Krümmung der Elektroden, um so schwächer nimmt die Anfangsspannung mit sinkender Luftdichte ab. Aber selbst bei den größten Werten von $\delta \cdot D$, bei sehr schwach gekrümmten Elektroden ($\delta \cdot D = 150$ und 75), ist die angegebene Strecke immer noch kleiner als log 1 — log 0,5; also auch hier herrscht nicht Proportionalität zwischen Anfangsspannung und Luftdichte. Man sieht auch, daß bei großen Krümmungen die Strecken sehr rasch kleiner werden.

Vergleicht man nun die Strecken bei verschiedenem Verhältnis $\frac{s}{D}$, so sieht man, daß die Kurven $\delta \cdot D = 100$, 50, 25, 10, 5, 2,5, 1 und 0,5 annähernd parallel zueinander verlaufen bis zu bestimmten kleineren Werten von $\frac{s}{D}$. Das heißt ja, die verhältnismäßige Änderung der Anfangsspannung mit der Temperatur ist oberhalb bestimmter kleinerer Werte von $\frac{s}{D}$ von dieser annähernd unabhängig, nur abhängig von der Elektrodenform (s. S. 339). Die Kurven laufen also bis zu bestimmten kleineren Werten von $\frac{s}{D}$ annähernd parallel, die Entfernung der Kurven mit gleichem Verhältnis $\delta \cdot D$ wird aber mit kleinerem $\delta \cdot D$ immer kleiner. Interessant ist nun in Bild 19 die Bestimmung der Schlagweite bzw. des Verhältnisses $\frac{s}{D}$, von dem ab die Schlagweite einen größeren Einfluß auf die relative Änderung der Anfangsspannung mit der Dichte hat. In Bild 19 sind die Stellen, an denen die Kurven nicht mehr annähernd parallel verlaufen, sondern die einzelnen Kurvenbahnen sich zu verengen beginnen, durch gestrichelte senkrechte Linien angegeben. Man sieht, daß diese Stellen nicht von einem bestimmten konstanten Verhältnis $\frac{s}{D}$ abhängen; sonst müßten diese Verengungsstellen senkrecht übereinanderliegen. Sie liegen annähernd wagrecht nebeneinander, bei ganz verschiedenem Verhältnis $\frac{s}{D}$. In Bild 19 gibt die parallel zur Abszisse verlaufende Gerade ungefähr die Punkte für $s = 0{,}5$ cm an; die Verengungsstellen liegen annähernd um diese Gerade herum, also bei etwa 0,5 cm. Die Verengung der einzelnen Kurvenbahnen wird mit kleinerer Schlagweite immer größer, d. h. die Anfangsspannung fällt mit der Luftdichte immer langsamer ab. Man sieht auch, daß die Verengung für die großen Kugeldurchmesser verhältnismäßig größer ist als für die kleinen Kugeln. Bei den kleinsten Schlagweiten ist die Verengung bei allen Kugeln ungefähr gleich groß, die Einflüsse der Elektrodenform verschwinden stark. Die Anfangsspannung fällt hier sehr viel schwächer als umgekehrt proportional der absoluten Temperatur ab.

Der Vergleich von Bild 17 und 18 mit Bild 19 und 20 zeigt also eine recht genaue Übereinstimmung zwischen experimentellem Versuch und den theoretischen Ableitungen des Ergebnisses aus Ähnlichkeitsbetrachtungen. Die Gesetze über die Änderung der Anfangsspannung mit der Luftdichte sind damit zurückgeführt auf die Gesetze über die Anfangsspannung und Durchbruchfeldstärke in Abhängigkeit von Elektrodenform und Schlagweite bei konstanter Luftdichte.

Um den Verlauf von δ', besonders die annähernde Konstanz von δ' bei größeren Schlagweiten noch etwas genauer zu prüfen, muß man auf den Verlauf der Durchbruchfeldstärken zurückgehen. Aus der Beziehung zwischen Anfangsspannung und Anfangsfeldstärke

Digitized by Google

$$U = E \cdot s \cdot \frac{1}{f},$$

wenn f die bekannte von $\frac{s}{D}$ allein abhängige Russel-Kirchhoffsche Funktion ist,

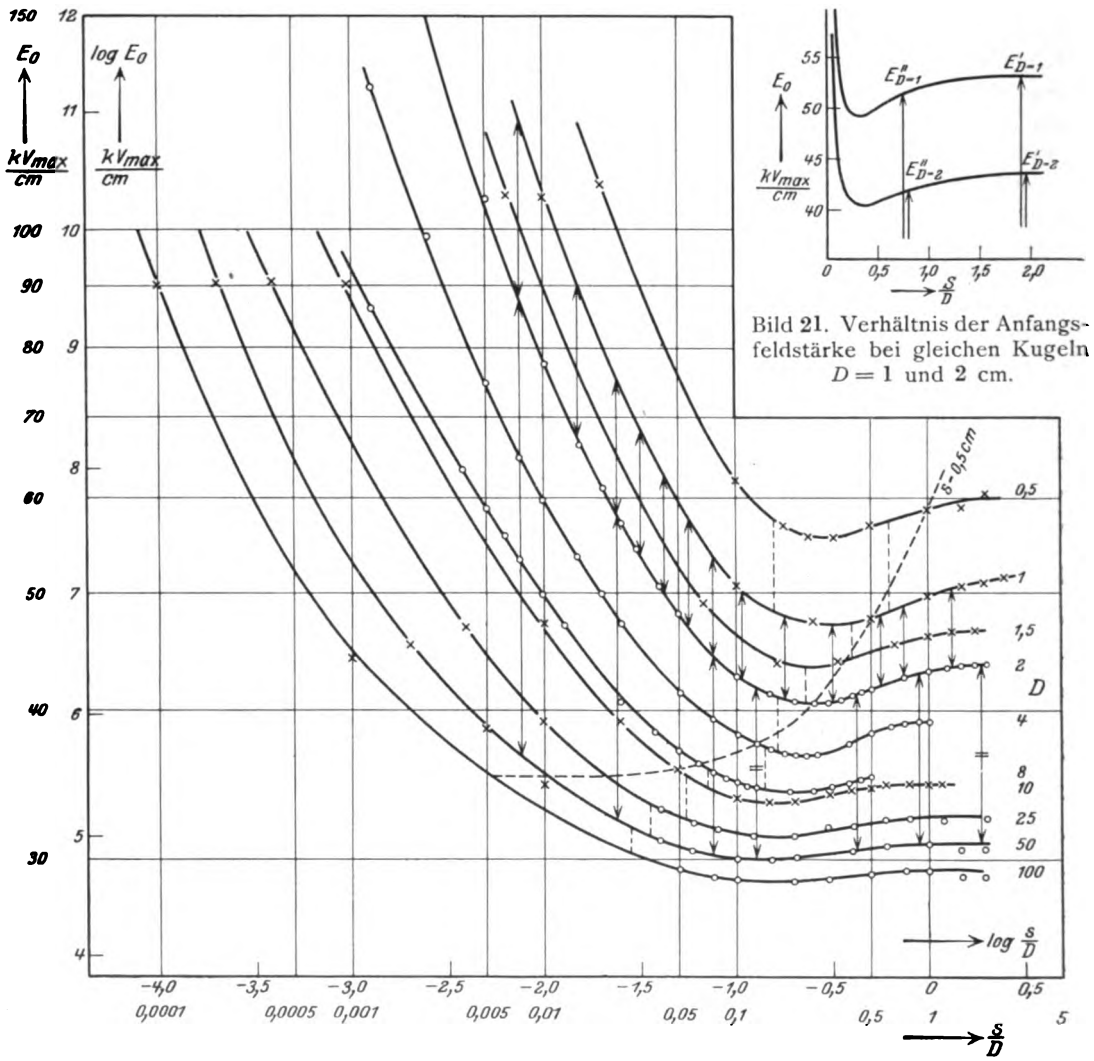


Bild 21. Verhältnis der Anfangsfeldstärke bei gleichen Kugeln $D = 1$ und 2 cm.

Bild 22. Durchbruchfeldstärke normaler Luft bei gleichen Kugeln und symmetrischer Spannungsverteilung in Abhängigkeit vom Verhältnis Schlagweite zu Kugeldurchmesser.
O Werte nach Klemm und Reiche,
× Eigene Werte,
¦ Erweiterungsstellen.

ergibt sich, daß bei konstantem Verhältnis $\frac{s}{D}$ bei verschiedenem Kugeldurchmesser D Anfangsspannung und Anfangsfeldstärke in einem bestimmten, mit D wechselnden Verhältnis stehen, das bei verschiedenem Verhältnis $\frac{s}{D}$ konstant bleibt, wenn das Verhältnis der betreffenden Feldstärken konstant bleibt.

Betrachtet man z. B. in Bild 21 gleiche Kugeln von $D = 1$ cm und 2 cm, so wird bei verschiedenem Verhältnis $\frac{s}{D}$ das Verhältnis der Anfangsspannungen zwischen

Digitized by Google

$D = 1$ cm und $D = 2$ cm konstant bleiben, wenn das Verhältnis der Anfangsfeldstärken zwischen $D = 1$ cm und $D = 2$ cm konstant bleibt. Ist also

$$\frac{E'_{D=1}}{E'_{D=2}} = \frac{E''_{D=1}}{E''_{D=2}},$$

so sind auch die Verhältnisse der Anfangsspannungen an diesen Stellen von D gleich, d. h. δ' ist in beiden Fällen von $\frac{s}{D}$ gleich. Sind die Verhältnisse der Anfangsfeldstärken nicht gleich, so sind auch die Verhältnisse der Anfangsspannungen und damit δ' nicht gleich.

Um die Verhältnisse der Anfangsfeldstärken leicht bestimmen zu können, ist in Bild 22 der Logarithmus von E_0 aufgetragen, außerdem auch log $\frac{s}{D}$. Solange jetzt z. B. die Feldstärkenkurven für $D = 1$ cm und $D = 2$ cm parallel verlaufen, solange bleibt δ' konstant, weil in diesem Fall das Verhältnis der Anfangsfeldstärken konstant bleibt und damit δ'. Eine Vergrößerung des Abstandes der beiden Kurven bedingt auch eine Vergrößerung von δ' bzw. eine Verengung der Anfangsspannungskurven in Bild 19 und umgekehrt. In Bild 22 ist durch senkrechte Strecken der gegenseitige Verlauf der Feldstärkenkurven für $D = 1$ cm und $D = 2$ cm als Beispiel herausgegriffen. Man sieht sehr deutlich, daß für kleine Verhältnisse $\frac{s}{D}$ δ' außerordentlich stark ansteigt, dagegen ungefähr oberhalb des Minimums annähernd konstant bleibt, sofern man nur kleine Dichteänderungen bzw. kleine Durchmesseränderungen in Betracht zieht. Durch kleine gestrichelte Linien sind die Erweiterungsstellen zwischen den einzelnen Kurven angegeben; sie liegen nicht direkt beim Minimum, sondern bei einer annähernd konstanten Schlagweite ($s \approx 0{,}5$ cm), wie es Bild 19 auch gezeigt hat; bei großen Kugeln bei verhältnismäßig kleinem $\frac{s}{D}$.

Man erkennt vor allem in Bild 22, daß die Konstanz des δ' bei größeren Schlagweiten ($> 0{,}5$ cm) nur für kleinere Dichte- bzw. Kugeldurchmesseränderungen gilt, daß δ' also strenggenommen nicht konstant bleibt, sondern für jede Schlagweite und jede Elektrodenform einen verschiedenen Wert annimmt. Denn bei den Kugeln $D = 2$ cm oder 1 cm ist der Anstieg der Anfangsfeldstärke nach dem Minimum stärker als etwa bei den Kugeln $D = 10$ cm oder 50 cm. Vergleicht man den gegenseitigen Verlauf von $D = 2$ cm und $D = 50$ cm in Bild 22 und geht vom größten Verhältnis $\frac{s}{D} = 2{,}0$ aus, so sieht man, daß sich die beiden Kurven zunächst gegenseitig nähern, δ' wird also kleiner; es durchläuft ein Minimum und steigt dann wieder an. Für dieses Beispiel ist bei $\frac{s}{D} = 0{,}13$ δ' genau so groß wie bei $\frac{s}{D} = 2$; es wächst nun bei kleinerem $\frac{s}{D}$ sehr rasch stark an. Bei größerem Kugeldurchmesser- bzw. Dichteunterschieden kann man diesen Verlauf von δ' mit dem Minimum gut erkennen, der sich natürlich auch in Bild 19 bei den Anfangsspannungen zeigen muß. In Bild 19 ist zu diesem Zweck bei $D = 50$ cm eine zu $D = 2$ cm parallele Kurve eingezeichnet, ausgehend von $\frac{s}{D} = 2{,}0$ (strichpunktierte Kurven). Man sieht jetzt deutlich, daß der Abstand der wirklichen Kurven $D = 50$ cm und $D = 2$ cm sich zunächst vergrößert (δ' wird also kleiner), bei $\frac{s}{D} \approx 0{,}11$ gleich dem bei $\frac{s}{D} = 2{,}0$ ist und bei noch kleinerem $\frac{s}{D}$ sich stark verringert (δ' wird also sehr viel größer). Hat man nur einen kleinen Dichte- bzw. Kugeldurchmesserunterschied, so ist das Minimum von δ' nur schwer zu erkennen, δ' ist oberhalb $\approx 0{,}5$ cm annähernd konstant; am besten erkennt man es bei den kleinen Kugeln, z. B. zwischen $D = 1{,}5$ cm und $D = 1$ cm oder $D = 0{,}5$ cm. Je größer die Krümmung der Elektroden ist, um so ausgeprägter ist das Minimum von δ' schon bei kleinen Dichte- bzw. Kugeldurchmesserunterschieden. Es ist inter-

Digitized by Google

essant, daß bei noch kleineren Kugeln, als solche hier die gut abgerundeten Kegelspitzen mit den Öffnungswinkeln 10^0, 20^0 und 30^0 angesehen werden können, dieses Minimum von δ' schon bei den kleinen Dichteunterschieden von $\delta = 0{,}9$ bis $0{,}7$ deutlich zu erkennen ist. Später in Bild 27 ist δ' abhängig von der Schlagweite s wie in Bild 17 aufgetragen; man sieht deutlich das Minimum von δ' vor dem etwas größeren Anstieg bei sehr kleinen Schlagweiten; darauf wird bei den Spitzenversuchen noch eingegangen.

δ' hat also einen prinzipiell ähnlichen Verlauf wie die Anfangsfeldstärke; von hohen Werten fällt es auf ein Minimum und steigt in geringem Maße wieder an.

Bild 22 zeigt, daß δ' eine sehr komplizierte Funktion von Elektrodenform und Schlagweite ist.

Zu Bild 19 und 20 sei bemerkt, daß diese Darstellung gerade für Meßzwecke so gewählt wurde: Sie ist für Meßzwecke einfach, genau und physikalisch begründet. Sie ist einfach, weil jede Korrektion auf eine bestimmte Luftdichte und Normalanfangsspannung fortfällt; auch lassen sich die kleinsten und größten Anfangsspannungen und Schlagweiten einheitlich darstellen. Es stehe z. B. ein bestimmtes Kugelpaar D zur Spannungsmessung zur Verfügung. Man braucht dann nur die bei dem Versuch herrschende, meistens während des Versuches konstante, aber von $\delta = 1$ verschiedene Luftdichte zu bestimmen und hat damit $\delta \cdot D$ (man mißt dann in gewissem Sinne mit einem Kugelpaar $D' = \delta \cdot D$). Durch das konstante D ist die Abszisse einfach in der Schlagweite geeicht $\left(\frac{s}{D},\ D = \text{konstant}\right)$. Die Anfangsspannung ergibt sich dann aus einer kontinuierlichen Kurve bzw. man kann zwischen 2 kontinuierlichen Kurven bequem interpolieren, weil sie annähernd parallel verlaufen. Jede Luftdichtenkorrektion am Anfangsspannungswert fällt weg; dabei sind auch Messungen bei kleinsten Schlagweiten immer bezüglich der Luftdichtenänderung richtig wiedergegeben. Bild 19 hat also für Meßzwecke allgemeingültigen Charakter. Für D wird man zweckmäßig Kugeldurchmesser nehmen, die zum Dezimalsystem in einfachen Beziehungen stehen, wie dies auch meistens geschieht ($D = 100$, 50, 25, 10, 5, 2 cm). Die Eichung der Abszisse $\frac{s}{D}$ für $D = \text{konstant}$ ist dann einfach durchzuführen.

Aus dieser Darstellung ergibt sich auch, daß die Genauigkeit der Luftdichtenkorrektion mit der Genauigkeit der zur Verfügung stehenden Eichwerte für Anfangsspannungen bei konstanter Luftdichte in einfachem Zusammenhang steht. Je genauer die Eichtabellen für Anfangsspannungen bei konstanter Luftdichte sind, um so genauer können auch die Anfangsspannungen bei den veränderten Luftdichten angegeben werden. Mit Verbesserungen der Eichtabellen ist damit auch eine Verbesserung der Luftdichtenkorrektion gegeben.

In diesem Zusammenhang sei kurz auf die Peeksche[1] Formel für gleiche Kugeln eingegangen. Peek stellt für die Durchbruchfeldstärke die zuerst bei parallelen Zylindern abgeleitete Form auf

$$E = A + \frac{B}{\sqrt{D}}.$$

Für konstantes D wird E als konstant, also als unabhängig von der Schlagweite s angenommen, während die Durchbruchfeldstärke abhängig von $\frac{s}{D}$ bekanntlich von sehr hohen Werten bei kleinem $\frac{s}{D}$ bis zum Minimum sinkt und danach wieder zunächst rascher, dann langsamer ansteigt. Nur oberhalb der Grenzschlagweite[2]

[1] l. c., S. 40 u. 82.

[2] Siehe W. O. Schumann, l. c., S. 225.

Digitized by Google

kann man E annähernd unabhängig von s ansehen. Peek nimmt für A und B Mittelwerte für die Durchbruchfeldstärken oberhalb des Minimums; der Fehler wird, wie ein Vergleich der Durchbruchfeldstärken bei verschiedenen Kugeln zeigt, besonders bei kleinen Kugeln größer sein. Unterhalb des Minimums gilt die Formel natürlich überhaupt nicht mehr. Nach Townsend wird nun abgeleitet

$$\frac{E}{\delta} = A + \frac{B}{\sqrt{\delta \cdot D}}$$

$$E = \delta\left(A + \frac{B}{\sqrt{\delta \cdot D}}\right)$$

Man sieht, daß die Ähnlichkeitsbedingungen erfüllt sind, denn bei konstantem $\delta \cdot D$ ändert sich die Durchbruchfeldstärke proportional der Dichte, d. h. $\frac{E}{\delta}$ bleibt konstant bei konstantem $\frac{s}{D}$. Für die Anfangsspannung ergibt sich einfach

$$U = E \cdot s \cdot \frac{1}{f},$$

wenn f die bekannte von $\frac{s}{D}$ abhängige Russel-Kirchhoffsche Funktion ist.

$$U = A' \cdot \delta \cdot D + B' \sqrt{\delta \cdot D},$$

$$A' = \frac{A \cdot s}{f \cdot D}, \quad B' = \frac{B \cdot s}{f \cdot D}.$$

Aus dieser Formel ergibt sich der Korrektionsfaktor:

$$\delta' = \frac{U}{U_1} = \delta \cdot \frac{1 + \frac{B}{\sqrt{\delta \cdot D}}}{1 + \frac{B}{\sqrt{D}}}.$$

δ' hängt also nach Peek nur vom Kugeldurchmesser ab. Die Kurven in Bild 19 und 20 würden also nach der Peekschen Formel genau parallel verlaufen, was nicht erfüllt ist. Außer bei kleinen Kugeln scheint δ' auch bei großen Kugeln und beim Übergang zum homogenen Feld nicht zu stimmen. Bild 17 und 18 und die nachfolgenden Ähnlichkeitsbetrachtungen zeigen, daß δ' für große Kugelschalen und für Ebenen wieder etwas ansteigt, während nach der Peekschen Formel δ' immer kleiner wird. Für $D = \infty$ wird nach letzterer $\delta' = \delta$; Peek nimmt an, daß die Luftfestigkeit im homogenen Feld direkt mit der Luftdichtigkeit abnimmt[1], was ja, wie im folgenden noch gezeigt wird, nicht zutrifft.

Bild 19 zeigt also, daß δ' eine kompliziertere Funktion von Elektrodenform und Schlagweite ist auch noch im Bereich nach dem Minimum.

Die Versuche für das homogene Feld sind in Bild 23 dargestellt. Die Anfangsspannung für das homogene Feld ist in ähnlicher Weise wie in Bild 19 aufgetragen, nur ergibt sich hier in einfacherer Weise $U = f(\delta \cdot s)$ nach dem Paschenschen Gesetz. Da die Darstellung wieder in doppellogarithmischen Koordinaten erfolgt, so müßte sich bei Proportionalität der Anfangsspannung mit der Luftdichte eine unter 45^0 gegen die Abszisse geneigte Gerade ergeben. Man sieht in Bild 23, daß das Paschensche Gesetz gut erfüllt ist, da alle Punkte bei den verschiedenen Schlagweiten und Luftdichten ziemlich genau auf einer einzigen Kurve liegen. Man sieht ferner, daß auch im homogenen Feld die Anfangsspannung nicht proportional der Luftdichte st, sondern mit dieser langsamer abnimmt; man erkennt auch deutlich, von welcher Stelle ab die Anfangsspannung sehr viel langsamer als proportional der Luftdichte abnimmt. Während oberhalb von $\delta \cdot s \approx 0{,}45$ cm die Kurve der Anfangsspannung ungefähr geradlinig verläuft, biegt sie unterhalb von $\delta \cdot s \approx 0{,}45$ cm konvex zur

[1] l. c., S. 196.

Digitized by Google

Abszisse ab. Der geradlinige Verlauf des oberen Kurventeiles ist durch eine gestrichelte Gerade nach unten verlängert, um die Abbiegung deutlicher zu machen. Die starke Abweichung von δ' tritt wie bei den Kugelversuchen ungefähr bei $\delta \cdot s \approx 0{,}5$ cm auf, bei $\delta = 1$ also bei $\delta \approx 0{,}5$ cm. Ungefähr bei dieser Stelle steigt die Durchbruchfeldstärke des homogenen Feldes stark an.

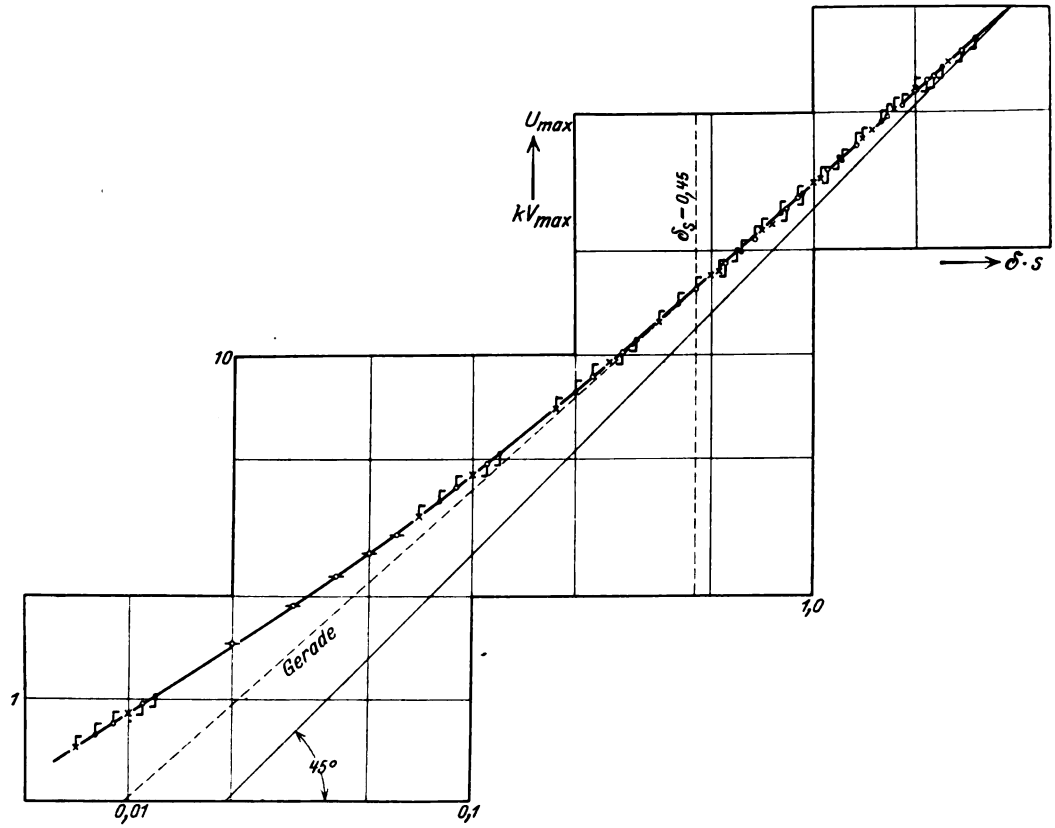


Bild 23. Anfangsspannung normaler Luft im homogenen Feld in Abhängigkeit vom Produkt aus Schlagweite und Luftdichte; $b = 760$ mm Hg.

× $\delta = 1{,}0$ ($t = 20°$ C; $b = 760$ mm Hg),
$\delta = 0{,}9$ ($t = 52°$ C; $b = 760$ mm Hg),
$\delta = 08$, ($t = 93°$ C; $b = 760$ mm Hg),
$\delta = 0{,}7$ ($t = 145°$ C; $b = 760$ mm Hg),
$\delta = 1{,}1$ ($t = -7°$ C; $b = 760$ mm Hg),
$\delta = 1{,}2$ ($t = -29°$ C; $b = 760$ mm Hg),
○ $\delta = 1$ nach W. O. Schumann.

Es wurde früher erwähnt (Bild 17 und 18), daß bei großen Kugeln und beim Übergang zu Ebenen die gleichförmige Abhängigkeit von der Elektrodenkrümmung nicht mehr vorhanden sei. Bei Schlagweiten $s >$ ungefähr 0,5 cm wurde bei den Kugelschalen $D = 30$ cm am nächsten Proportionalität mit der Dichte erreicht, bei den Kugelschalen $D = 100$ cm und den Ebenen wurde die Abweichung wieder stärker. Man kann dies nun direkt aus den Ähnlichkeitsdarstellungen in Bild 19 und 23 feststellen, indem man z. B. für $D = 150$ cm und für die Ebenen die Dichte der Luft oder den Durchmesser der Kugeln in einem bestimmten Verhältnis ändert und das Verhältnis der Anfangsspannungen vergleicht $\left(\text{bei konstantem } \frac{s}{D}\right)$. Die wieder in geringem Maße ansteigende Abweichung ist offenbar nicht durch Meßungenauigkeiten hervorgerufen, sondern ergibt sich auch aus den Ähnlichkeitsbetrachtungen. Zum Vergleich wurden auch die ausgeglichenen Werte für das homogene Feld von W. O. Schumann bis zu Schlagweiten von 11 cm benutzt.

Digitized by Google

Gleiche Kugeln bei einseitiger Erdung.

Diese Anordnung konnte wegen des Einflusses der Gefäßwände nur bei kleineren Kugelpaaren durchgeführt werden; die Messungen haben auch nur Kontrollcharakter. Die Art der Messung und Wahl der Temperaturen ist die gleiche wie im vorhergehenden Abschnitt.

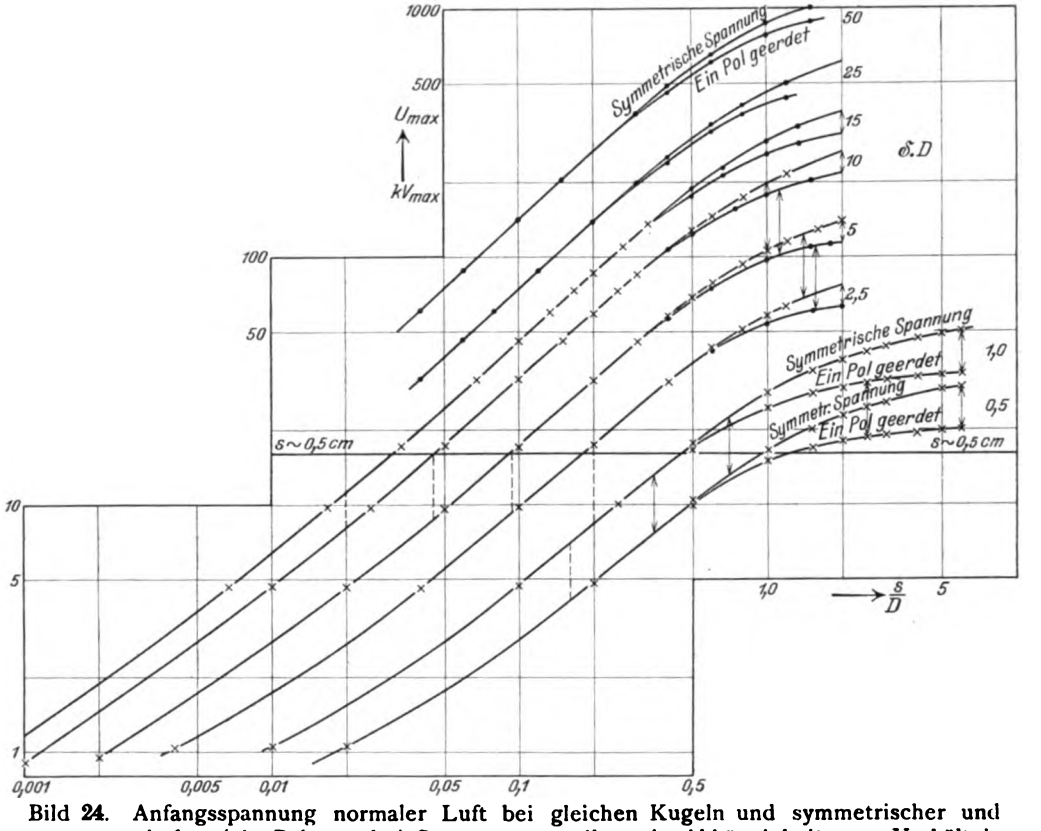


Bild 24. Anfangsspannung normaler Luft bei gleichen Kugeln und symmetrischer und unsymmetrischer (ein Pol geerdet) Spannungsverteilung in Abhängigkeit vom Verhältnis Schlagweite zu Kugeldurchmesser bei verschiedenem Produkt von Luftdichte und Kugeldurchmesser; $b = 760$ mm Hg.

× Eigene Werte,
● nach Klemm und Reiche.

In Bild 24 ist dem Bild 19 entsprechend die Anfangsspannung in Abhängigkeit vom Verhältnis Schlagweite zu Kugeldurchmesser bei symmetrischer und unsymmetrischer Spannungsverteilung (ein Pol geerdet) aufgetragen. Für die größeren Kugeln wurden die Anfangsspannungen nach Klemm ($D = 2{,}5$ und 5 cm) und Peek bzw. Reiche ergänzt. Bereits bei $D = 2{,}5$ und größeren Schlagweiten machten sich die Wände des Gefäßes bemerkbar. Sobald die Wände des Gefäßes einen Einfluß auf die Feldverteilung haben, kann man Ähnlichkeitsbetrachtungen nur anstellen, wenn auch der durch die Wände abgegrenzte Raum mit ähnlich geändert wird. Dies ist später bei dem Gefäß für tiefe Temperaturen (s. S. 357) auch geschehen; in demselben Verhältnis wie die Kugeldurchmesser wurde dort der Durchmesser des umgebenden geerdeten Zylinders geändert. Da hier aber auch Messungen anderer Autoren bei größeren Kugeln berücksichtigt werden, muß ein reines Kugelfeld zugrunde gelegt werden.

In Bild 24 verlaufen zunächst die Kurven für konstantes Produkt $\delta \cdot D$ bis $\frac{s}{D} = 0{,}3 \div 0{,}4$ gleich mit denen für symmetrische Spannungsverteilung; dann wächst

Digitized by Google

die Anfangsspannung bei einem geerdeten Pol langsamer an als bei symmetrischer Spannungsverteilung. Man sieht, daß die einzelnen Kurvenbahnen sich bei einem geerdeten Pol gegenüber symmetrischer Spannungsverteilung sehr wenig ändern. Die senkrechten Strecken in Bild 24 sollen andeuten, daß die Entfernung zwischen zwei entsprechenden Kurven (Kurven mit gleichem $\delta \cdot D$) annähernd konstant bleibt in beiden Fällen; bleibt diese konstant, so bleibt ja $\delta' = \frac{U}{U_1}$ konstant. Die Strecken selbst zwischen $\delta \cdot D = 10$ und 5 cm sind natürlich größer als zwischen $\delta \cdot D = 1$

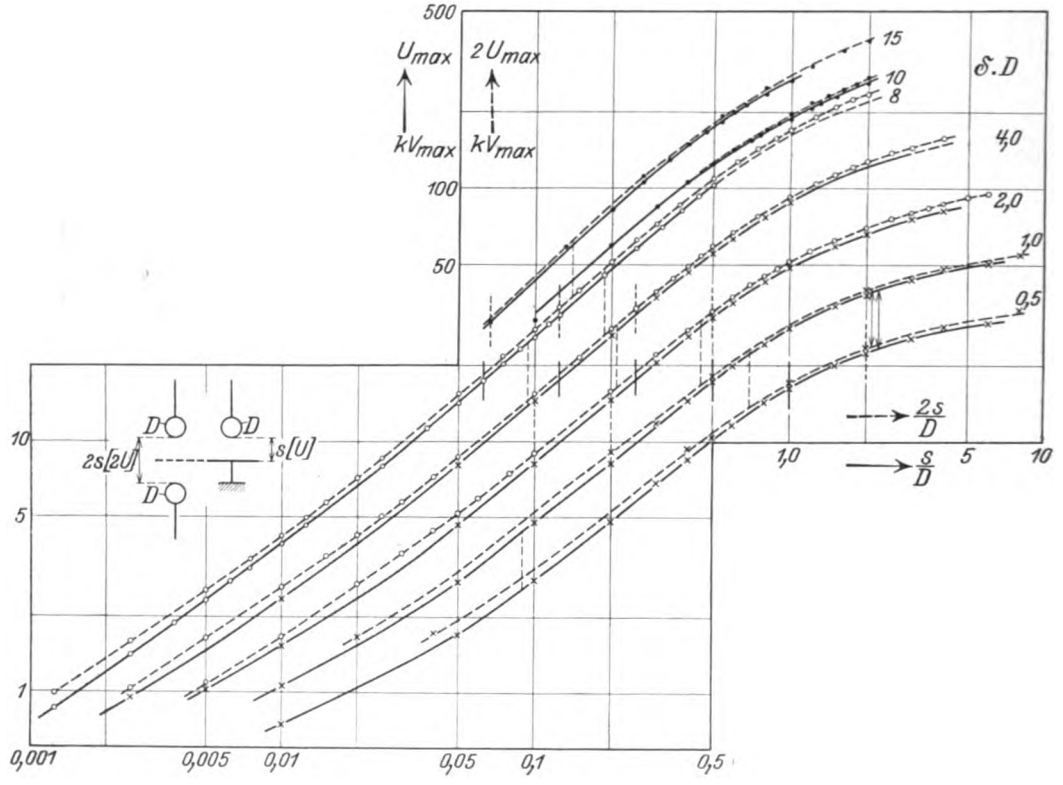


Bild 25. Anfangsspannung normaler Luft bei gleichen Kugeln und symmetrischer Spannungsverteilung im Vergleich mit Kugeln gegen geerdete Ebene in Abhängigkeit vom Verhältnis Schlagweite zu Kugeldurchmesser $\left(U_{max} = f\left(\frac{s}{D}\right)\right.$ bzw. $\left. 2U_{max} = f\left(\frac{2s}{D}\right)\right)$ bei verschiedenem Produkt von Luftdichte und Kugeldurchmesser; $b = 760$ mm Hg.

● Werte nach Weicker,
O Werte nach Klemm,
× Eigene Werte.

Ausgezogene Kurven: Kugeln gegen geerdete Ebene.
Gestrichelte Kurven: Gleiche Kugeln und symmetrische Spannungsverteilung.

| Stellen für $\delta \cdot s = 0{,}5$ cm. ¦ Verengungsstellen.

und 0,5 cm, weil die Anfangsspannung um so schwächer mit der Luftdichte abnimmt, je größer die Krümmung der Elektroden ist.

Die Gleichheit von δ' bei symmetrischer Spannungsverteilung und bei einem geerdeten Pol ist nur annähernd erfüllt und gilt nicht streng, weil hier verschiedene Felder vorliegen. Wie in Bild 22 könnte auch hier der Verlauf der Durchbruchfeldstärken dargestellt und auf den Verlauf von δ' geschlossen werden. Es sei hier auf die Klemmschen Untersuchungen hingewiesen[1]. Der Verlauf der Durchbruchfeld-

[1] A. Klemm, l. c., S. 573.

Digitized by Google

stärken ist bei einem geerdeten Pol ein wesentlich anderer als bei symmetrischer Spannungsverteilung. Peek rechnet trotzdem mit der gleichen Feldstärke in beiden Fällen; natürlich ist damit auch die Formel für δ' die gleiche wie bei symmetrischer Spannungsverteilung. Daß in Bild 24 die senkrechten Entfernungen zwischen zwei entsprechenden Kurven bei symmetrischer und unsymmetrischer Spannungsverteilung nicht streng gleich groß sein können, beweist auch die Überlegung, daß die Stelle, wo die Anfangsspannungen für symmetrische und unsymmetrische Spannungsverteilung voneinander abzuweichen beginnen, nicht genau bei einem konstanten Verhältnis $\frac{s}{D}$ liegt. Bliebe die Entfernung genau gleich groß, so müßte diese Stelle bei einem konstanten Verhältnis $\frac{s}{D}$ liegen, wie es die Peeksche Formel voraussetzt. Dagegen ist nach Klemm[1] für den von ihm untersuchten Kugelbereich die empirische Regel gültig, daß die Anfangsspannungen bis zu $\frac{s}{D} = 0{,}1143 + \frac{1}{D}$ für symmetrische und unsymmetrische Spannungsverteilung übereinstimmen. Dabei ist 0,1143 das Verhältnis $\frac{s}{D}$, bis zu dem die Durchbruchfeldstärken in beiden Fällen übereinstimmen. δ' ist auch hier eine kompliziertere Funktion von Elektrodenform und Schlagweite, die in der Darstellung Bild 24 streng erfaßt werden kann.

Eine größere Ähnlichkeit der Feldformen liegt bei dem Fall gleicher Kugeln bei symmetrischer Spannungsverteilung und dem Fall Kugel gegen geerdete Ebene vor, der im folgenden behandelt wird.

Kugel gegen geerdete Ebene.

Diese Anordnung wurde mit Kugeln $D = 0{,}5$, 1 und 2 cm durchgeführt; außerdem sind Werte von Klemm und Weicker benutzt. In Bild 25 ist dem Bild 19 und 24 entsprechend die Anfangsspannung in Abhängigkeit vom Verhältnis $\frac{s}{D}$ mit dem Parameter des Produktes aus Luftdichte und Kugeldurchmesser aufgetragen; und zwar ist U_{max}, $\frac{s}{D}$ und $\delta \cdot D$ für gleiche Kugeln und symmetrische Spannungsverteilung, $2\,U_{max}$, $\frac{2s}{D}$ und $\delta \cdot D$ für Kugel gegen geerdete Ebene aufgetragen. Nach den Gesetzen der elektrostatischen Spannungsverteilung müßte ja die Anfangsspannung einer Entladungsstrecke aus zwei gleichen Kugeln und symmetrischer Spannungsverteilung gleich der doppelten Anfangsspannung einer Entladungstrecke aus einer Kugel und einer geerdeten Ebene sein, wenn $s_{sym} = 2 \cdot s_{K-Eb}$. Bekanntlich ist aber die doppelte Anfangsspannung immer etwas größer als die Anfangsspannung bei Kugel-Kugel. $\frac{2\,U_{K-Eb}}{U_{sym}}$ ist > 1, ebenso das Verhältnis der Durchbruchfeldstärken. In Bild 25 sieht man, daß die ausgezogenen Kurven ($2\,U_{max}$ abhängig von $\frac{2s}{D}$ für Kugel-Ebene) durchwegs höher liegen als die gestrichelten Kurven (U_{max} abhängig von $\frac{s}{D}$ für Kugel-Kugel). Der Entladungsvorgang ist aber in beiden Fällen sehr ähnlich. Die senkrechte Entfernung der entsprechenden Kurven (mit gleichem Produkt $\delta \cdot D$) und damit δ' ist bei größeren Schlagweiten ziemlich genau im Fall Kugel-Kugel und Kugel-Ebene gleich; besonders bei den Klemmschen und den eigenen Werten ist gute Übereinstimmung vorhanden, bei den großen Kugeln ($D = 10$ und 15 cm) nach Weicker sind etwas unregelmäßige Werte vorhanden.

Bei den kleineren Schlagweiten bei Bestimmung der Verengungsstellen dagegen zeigen sich deutliche Abweichungen. Die ausgezogenen Kurven (Kugel-Ebene) verengen sich schon viel eher als im Fall Kugel-Kugel bei symmetrischer Spannungs-

[1] l. c., S. 574.

Digitized by Google

verteilung. Die ausgezogenen senkrechten Linien geben die Verengungsstellen bei Kugel-Ebene, die gestrichelten senkrechten Linien bei Kugel-Kugel (symmetrische Spannung) an. Man sieht deutlich, daß sich die ausgezogenen Kurven viel eher verengen, und zwar ungefähr um die Strecke log 2 — log 1 eher. Dies zeigt, daß die stärkere Änderung von δ' bei ungefähr konstanter Schlagweite liegt ($\delta \cdot s \approx 0{,}5$ cm). Da in Bild 25 $\frac{s}{D}$ bzw. $\frac{2s}{D}$ aufgetragen ist, ergibt sich die Verschiebung der Verengungsstellen um log 2 — log 1. In Bild 25 sind auch noch durch kleine ausgezogene oder gestrichelte Linien die genauen Stellen der Anfangsspannung für $\delta \cdot s = 0{,}5$ cm angegeben. Die stärkeren Abweichungen $\frac{2 U_{K-Eb}}{U_{sym}} > 1{,}0$ an diesen bei ganz verschiedenem Verhältnis $\frac{s}{D}$ bzw. $2\frac{s}{D}$ auftretenden Stellen lassen sich also in der angegebenen Weise erklären.

Ungleiche Kugeln bei symmetrischer Spannung.

Die Ähnlichkeitsbetrachtungen seien auch auf einen Versuch mit ungleichen Kugeln ausgedehnt. Es wurden verschiedene Ungleichheitsgrade gewählt, nämlich $\frac{d}{D} = 0{,}8,\ 0{,}6,\ 0{,}5,\ 0{,}2$ und $0{,}1$, wenn d der Durchmesser der kleineren und D der größeren Kugel ist. Innerhalb jedes Ungleichheitsgrades wurden verschiedene kleine und große Kugeln genommen, nämlich:

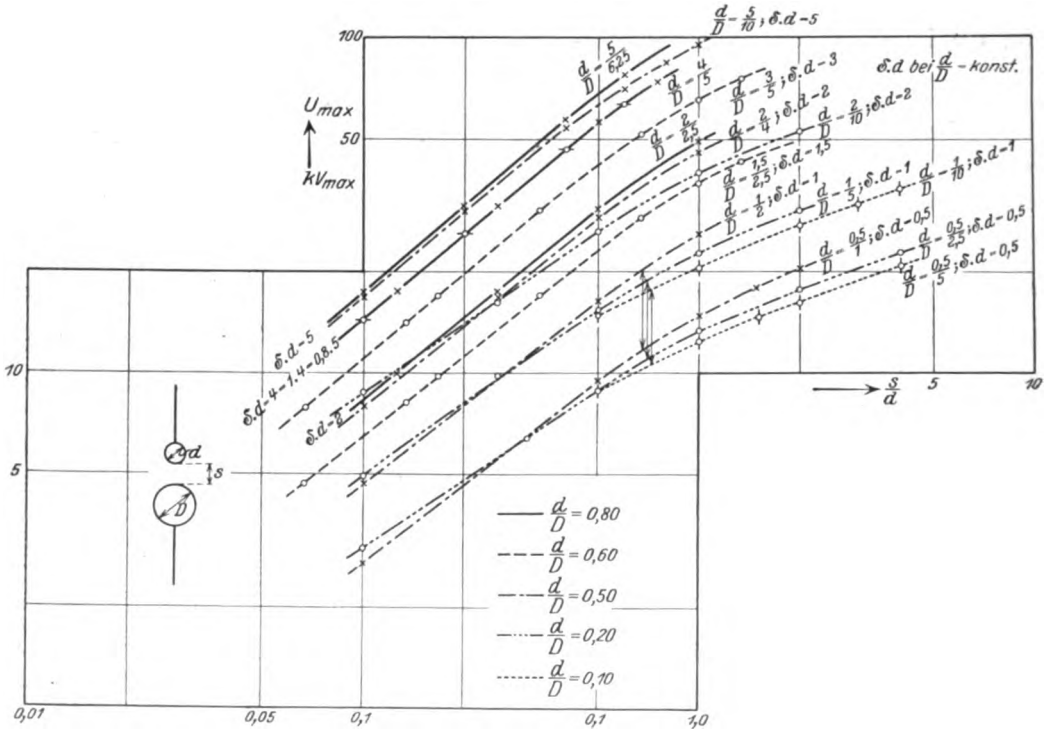


Bild 26. Anfangsspannung normaler Luft bei ungleichen Kugeln und symmetrischer Spannungsverteilung in Abhängigkeit vom Verhältnis Schlagweite zu Durchmesser der kleineren Kugel bei verschiedenem Verhältnis der kleinen und der großen Kugel und verschiedenem Produkt aus Luftdichte und kleiner Kugel bei konstantem Verhältnis der kleinen und der großen Kugel.

O $\delta \cdot d = 4$ bei $\frac{d}{D} = 0{,}8$; $\delta = 0{,}8$, $d = 5$ cm.

$$\frac{d}{D} = 0{,}8 = \frac{5}{6{,}25} = \frac{4}{5} = \frac{2}{2{,}5};\quad \frac{d}{D} = 0{,}6 = \frac{3}{5} = \frac{1{,}5}{2{,}5};\quad \frac{d}{D} = 0{,}5 = \frac{5}{10} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{0{,}5}{1};$$

$$\frac{d}{D} = 0{,}2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = \frac{0{,}5}{2{,}5};\quad \frac{d}{D} = 0{,}1 = \frac{1}{10} = \frac{0{,}5}{5}.$$

Digitized by Google

In Bild 26 ist wie in Bild 19, 24 und 25 die Anfangsspannung abhängig vom Verhältnis Schlagweite zu Durchmesser der kleinen Kugel aufgetragen. Für die Kurven sind jetzt 2 Parameter zu unterscheiden; einmal der Parameter $\frac{d}{D}$ und andererseits bei konstantem $\frac{d}{D}$ der Parameter $\delta \cdot d$. Die Kurven für konstantes $\frac{d}{D}$ sind als zusammengehörig bezeichnet worden (ausgezeichnete, gestrichelte oder strichpunktierte Kurven). Es sei z. B. $\frac{d}{D} = 0{,}8$ betrachtet (ausgezogene Kurven), mit den Einzelkugeln

$$\frac{d}{D} = \frac{5}{6{,}25} = \frac{4}{5} = \frac{2}{2{,}5}.$$

$\delta \cdot d$ ist also 5, 4 und 2 cm. Ist $\delta = 0{,}8$ bei $d = 5$ cm, so ergibt sich tatsächlich genau die gleiche Kurve wie bei $\delta = 1$ und $d = 4$ cm. Die Kurve $\delta \cdot d = 4$ ist also aus Punkten mit $\delta = 1$, $d = 4$ cm und mit $\delta = 0{,}8$, $d = 5$ cm zusammengesetzt. Alle drei Kurven ($\delta \cdot d = 5$, 4 und 2 cm) sind annähernd parallel, d. h. die Anfangsspannung ändert sich mit der Dichte prozentual gleich bei einem bestimmten Kugeldurchmesser und verschiedenen Schlagweiten, konstantes Verhältnis $\frac{d}{D}$ und Schlagweiten $>$ ungefähr 0,5 cm vorausgesetzt. Man sieht in Bild 26 deutlich, daß alle Kurven für konstantes $\frac{d}{D}$ annähernd parallel sind, nicht aber bei verschiedenem Verhältnis $\frac{d}{D}$ oder Ungleichheitsgrad. Je größer der Ungleichheitsgrad ist, um so langsamer steigt die Anfangsspannung mit dem Verhältnis $\frac{s}{D}$ an. So sind z. B. die Kurven für den Ungleichheitsgrad

$$\frac{d}{D} = 0{,}5 = \frac{10}{5} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1} = \frac{1}{0{,}5}$$

annähernd parallel zueinander, während die Kurven für

$$\frac{d}{D} = 0{,}1 = \frac{1}{10} = \frac{0{,}5}{5}$$

unter sich annähernd parallel sind, aber viel langsamer mit $\frac{s}{D}$ ansteigen. Vergleicht man δ' nach Bild 26 mit δ' nach Bild 19 für gleiche Kugeln und symmetrische Spannunsverteilung, so sieht man, daß δ' für ungleiche Kugeln wesentlich durch die kleinere Kugel bestimmt ist; es ergeben sich sehr nahe die gleichen Verhältnisse $\delta' = \frac{U}{U_1}$ wie bei gleichen Kugeln, wenn man die kleinere der beiden ungleichen Kugeln mit den gleichen Kugeln vergleicht. In Bild 26 ist dies an den 6 Kurven

$$\frac{d}{D} = 0{,}5 = \frac{1}{2} = \frac{0{,}5}{1}; \quad \frac{d}{D} = 0{,}2 = \frac{1}{5} = \frac{0{,}5}{2{,}5} \quad \text{und} \quad \frac{d}{D} = 0{,}1 = \frac{1}{10} = \frac{0{,}5}{5}$$

zu erkennen. Bei allen drei Ungleichheitsgraden ist $d = 1$ und 0,5, während die größeren Kugeln D Durchmesser von 1 cm bis 10 cm haben. Die drei senkrechten Strecken in Bild 26 deuten an, daß die senkrechte Entfernung und damit δ' für die drei Ungleichheitsgrade zwischen den Kurven $\delta \cdot d = 1{,}0$ und 0,5 cm ungefähr gleich groß sind; die kleinen Kugeln sind in allen drei Fällen immer $d = 1$ und $d = 0{,}5$ cm. Die Anfangsspannung sinkt bei diesen drei Ungleichheitsgraden mit der Luftdichte annähernd im gleichen Maße.

Spitze gegen Spitze und Spitze (Nadelspitze) gegen geerdete Ebene.

Als Spitzen wurden die S. 323 beschriebenen Messingkegel mit Öffnungswinkeln von 10^0, 20^0 und 30^0 benutzt, außerdem bei der Anordnung Spitze gegen geerdete Ebene Nadelspitzen.

Gemessen wurden nur die Anfangsspannungen, nicht die späteren raumladungsbeschwerten Entladungsformen (Schaltung siehe Bild 3), unter sorgfältiger Beseitigung

Digitized by Google

des Entladungsverzuges. In Bild 27 ist als Beispiel die Anordnung Spitze gegen geerdete Ebene benutzt. $\delta' = \frac{U}{U_1}$ ist abhängig von der Schlagweite s aufgetragen. Da die Streuung bei Spitzen größer ist als bei Kugeln, wurde ein verhältnismäßig kleiner Maßstab gewählt. Die Werte von δ' sind für die drei Öffnungswinkel getrennt aufgetragen. Man sieht einmal, daß δ' immer sehr viel größer ist als δ, eine analoge Fortsetzung der früher bei Kugeln gefundenen Krümmungsabhängigkeit. Andererseits sieht man, daß δ' von größeren zu kleineren Schlagweiten hin zunächst langsam sinkt, um dann nach Durchlaufen eines Minimums wieder anzusteigen. Auf das Minimum von δ' wurde S. 346 bei Betrachtung der Durchbruchfeldstärken schon

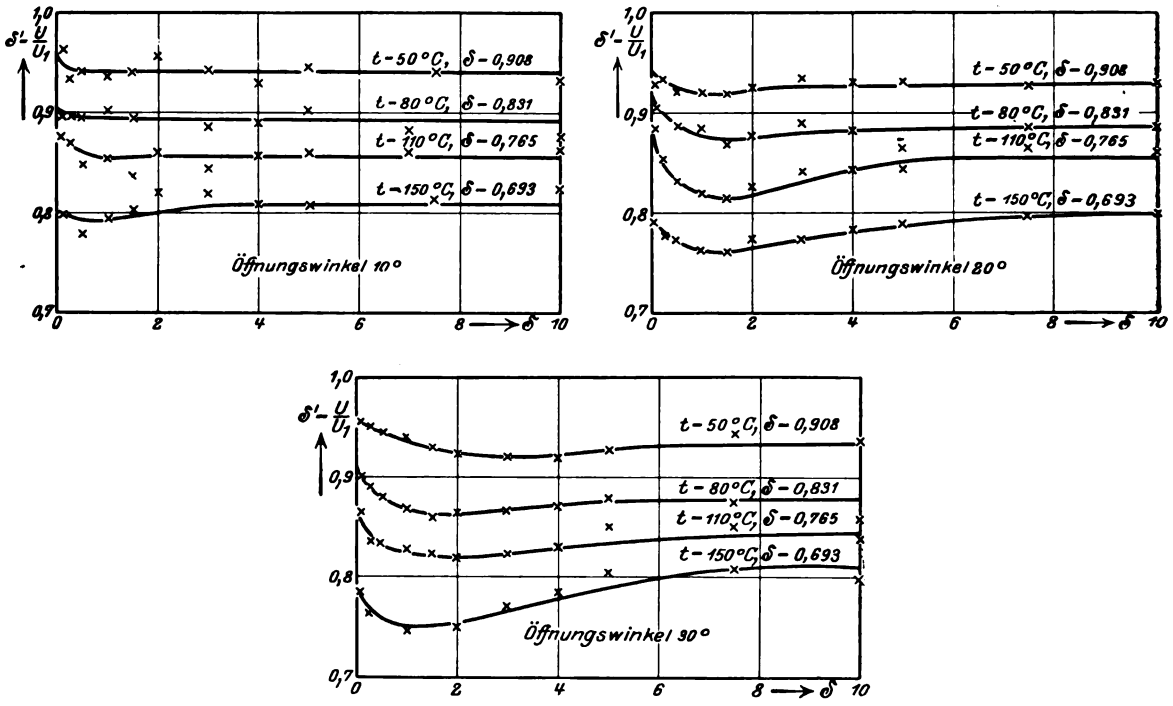


Bild 27. $\delta' = \frac{U}{U_1} = f(\delta)$ in Abhängigkeit von der Schlagweite und von der Luftdichte bei Spitzen gegen geerdete Ebene; $b = 760$ mm Hg.

aufmerksam gemacht; bei den kleinsten Kugeln war dieser Verlauf des δ' mit dem Minimum bei kleineren Dichteänderungen aus den Durchbruchfeldstärken schon zu ersehen, während bei den größeren Kugeln dieser Verlauf von δ' erst bei größeren Dichte- bzw. Kugeldurchmesseränderungen zu erkennen war. Besonders bei den Spitzen mit den Öffnungswinkeln 20^0 und 30^0 ist das Minimum von δ' deutlich zu erkennen. Der Anstieg von δ' ist wie bei den Kugeln bei ungefähr $s = 0{,}5$ cm vorhanden. Die Größe von δ' reiht sich den Werten von δ' bei den kleinsten Kugeln an, man bekommt hier die höchsten Werte von δ'; die Anfangsspannung nimmt also mit der Luftdichte sehr viel langsamer als proportional ab.

Ganz ähnliche Kurven ergaben sich bei dem Fall Spitze gegen Spitze und Nadelspitze gegen Ebene, die nicht näher angegeben sind. Um die starke Abweichung des δ' von δ zu zeigen, ist in Bild 28 für eine konstante Schlagweite $s = 3$ cm δ' abhängig von δ für alle Spitzenversuche zusammengestellt. Die ausgezogenen Kurven geben den Fall Spitze gegen Ebene und die gestrichelten Kurven den Fall Spitze gegen Spitze wieder. Die Unterschiede von δ' zwischen den einzelnen Spitzen sind

Digitized by Google

nicht sehr groß und wegen der größeren Streuung nicht sehr sicher. Doch sieht man einmal im ganzen genommen die sehr viel langsamere Abnahme der Anfangsspannung als umgekehrt proportional der absoluten Temperatur, die bei Spitzen am schwächsten von allen Elektrodenformen ist, wie es nach den Kugelversuchen zu erwarten war. In Bild 28 ist auch δ' für das kleinste Kugelpaar $D = 0{,}5$ cm angegeben, um die Fortsetzung durch die Spitzenelektroden zu zeigen. Ferner sieht man, daß δ' beim Öffnungswinkel 10^0 sowohl im Fall Spitze gegen Ebene wie im Fall Spitze gegen Spitze

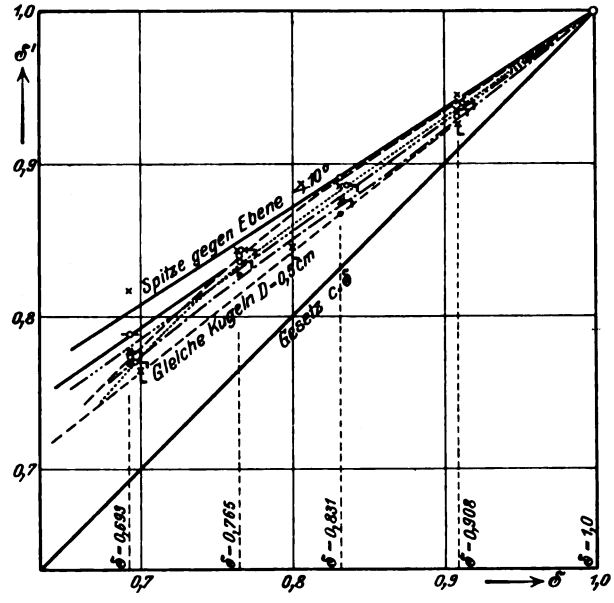


Bild 28. $\delta' = \frac{U}{U_1}$ in Abhängigkeit von der Luftdichte bei Spitzenelektroden; $b = 790$ mm Hg; $s = 3$ cm.

× Spitze gegen Ebene, ∢ 10°, Kurve ——————
o „ „ „ ∢ 20°, „ — — — — —
● „ „ „ ∢ 30°, „ —·—·—·—·—
× Spitze gegen Spitze, ∢ 10°, „ —··—··—·—
o „ „ „ ∢ 20°, „ .....
Nadelspitze gegen Ebene, „ ——————
Gleiche Kugeln, $D = 0{,}5$ cm, symmetrische Spannungsverteilung, Kurve ------.

am größten ist; es folgen dann ∢ 20^0 und 30^0. Dies ist analog der bei den Kugeln gefundenen Krümmungsabhängigkeit. Die Werte von δ' sind bei Spitze gegen Spitze etwas niedriger als bei Spitze gegen Ebene. Der Wert von δ' für Nadelspitzen gegen geerdete Ebene ist ein Mittelwert aus 6 Einzelversuchen ($s = 3$ cm).

Zylinderkombinationen.

Da Versuche mit Zylindern bei größeren Spannungen und Schlagweiten sehr große Räume beanspruchen, konnten in dem Holzgefäß keine befriedigenden Ergebnisse erzielt werden, da auch die Änderung der Anfangsspannung mit der Luftdichte viel weniger vom Zylinderdurchmesser abhängt als bei Kugeln. Es wurden nur durch ähnliche Änderung der Elektrodendimensionen Ähnlichkeitsbeziehungen aufgestellt und ferner das Ansteigen von δ' bei Schlagweiten unterhalb ungefähr $\delta \cdot s \approx 0{,}5$ cm untersucht; wie bei den Kugeln und Ebenen ist es auch bei den Zylindern der Fall.

Digitized by Google

Da nach den Versuchen mit Kugeln und Ebenen bei größeren Schlagweiten δ' annähernd unabhängig von der Schlagweite bleibt, kann umgekehrt aus der annähernden Gleichheit von δ' bei ähnlicher Änderung der Elektrodendimensionen ohne Änderung der Dichte auf die Gesetzmäßigkeit der Ähnlichkeitsbetrachtungen geschlossen werden. Es ergibt sich z. B. bei der Anordnung Kugel gegen Zylinder und symmetrischer Spannungsverteilung, wenn Kugeldurchmesser (D_k) und Zylinderdurchmesser (D_z) gleich groß sind und Schlagweite und Durchmesser im Verhältnis 1 : 2 ähnlich geändert werden, bei $D_{k1} = 2$ cm, $D_{z1} = 2$ cm und $D_{k2} = 4$ cm, $D_{z2} = 4$ cm bei $\delta = 1{,}0$ folgende Anfangsspannung:

$$\left.\begin{array}{l} s_1 = 1 \text{ cm } 28{,}2\,\mathrm{kV_{max}} \\ s_2 = 2 \text{ cm } 50{,}5\,\mathrm{kV_{max}} \end{array}\right\} \delta' = \frac{U_{s1}}{U_{s2}} = 0{,}558,$$

$$\left.\begin{array}{l} s_1 = 1{,}5 \text{ cm } 35{,}6\,\mathrm{kV_{max}} \\ s_2 = 3 \text{ cm } 64{,}2\,\mathrm{kV_{max}} \end{array}\right\} \delta' = \frac{U_{s1}}{U_{s2}} = 0{,}555,$$

$$\left.\begin{array}{l} s_1 = 2 \text{ cm } 41{,}2\,\mathrm{kV_{max}} \\ s_2 = 4 \text{ cm } 74{,}3\,\mathrm{kV_{max}} \end{array}\right\} \delta' = \frac{U_{s1}}{U_{s2}} = 0{,}555.$$

Man sieht, daß δ' bei den verschiedenen Schlagweiten annähernd konstant bleibt, und kann nun nach den vorhergehenden Versuchen umgekehrt schließen, daß man das gleiche δ' bekommt, wenn man bei $D_{k2} = 4$ cm und $D_{z2} = 4$ cm bei den Schlagweiten $s_2 = 2$, 3 und 4 cm die Luftdichte um die Hälfte verringert. Oder es sei die Kugel größer als der Zylinder: $D_{k1} = 5$ cm, $D_{z2} = 2$ cm und $D_{k2} = 10$ cm, $D_{z2} = 4$ cm. Bei $\delta = 1{,}0$ wurde gemessen:

$$\left.\begin{array}{l} s_1 = 1{,}5 \text{ cm } 44{,}5\,\mathrm{kV_{max}} \\ s_2 = 3 \text{ cm } 81{,}6\,\mathrm{kV_{max}} \end{array}\right\} \delta' = \frac{U_{s1}}{U_{s2}} = 0{,}545,$$

$$\left.\begin{array}{l} s_1 = 2 \text{ cm } 56{,}2\,\mathrm{kV_{max}} \\ s_2 = 4 \text{ cm } 103{,}6\,\mathrm{kV_{max}} \end{array}\right\} \delta' = 0{,}543.$$

Man sieht außer dem annähernd konstanten δ' auch, daß im Fall der größeren Kugel gegen kleineren Zylinder δ' etwas kleiner ist als im Fall gleicher Kugeln und Zylinder, bei gleich großen Zylindern in beiden Fällen, wie es nach der Krümmungsabhängigkeit des δ' auch zu erwarten ist.

In der folgenden Tabelle ist noch eine Kombination zwischen Kugel, Zylinder und Ebene angegeben, die auch im Verhältnis 1 : 2 ähnlich geändert wurde. Die Kugel ist in der Mitte des größeren Zylinders befestigt (s. S. 324). Auch hier ergibt sich ein annähernd konstantes δ'. Das gleiche δ' wird sich ergeben, wenn die Elektrodendimensionen konstant bleiben und die Luftdichten im Verhältnis 1 : 2 geändert werden.

s_1 cm	U_{max} kVmax	s_2 cm	U_{max} kVmax	$\delta' = \frac{U_{s1}}{U_{s2}}$
Zylinder-Kugel gegen geerdete Ebene				
0,5	16 05	0,25	9,15	0,570
1	25,65	0,5	14,60	0,569
2	37,50	1	21,40	0,571
3	46,30	1,5	26 50	0,573
4	54,00	2	30,60	0,567
Zylinder-Kugel gegen größere Kugel				
1	29,45	0,5	16 60	0,565
2	49,10	1	28,10	0,573
4	81,50	2	46,50	0,570

Digitized by Google

Grenzgebiet: −170° C bis + 1053° C.

Tiefe Temperaturen: 20° C bis −170° C.

Die Versuche wurden in dem S. 326 beschriebenen Gefäß mit Hilfe von flüssiger Luft ausgeführt. Als Elektroden wurden verwendet ebene Elektroden, gleiche Kugeln $D = 3{,}0$ und 1,5 cm und gleiche Spitzen mit einem Öffnungswinkel von 20°. Die Schlagweiten variierten zwischen 0,05 cm und 1 cm. Die Spannungsverteilung an den Elektroden war immer symmetrisch, die Kupferzylinder des Gefäßes wurden

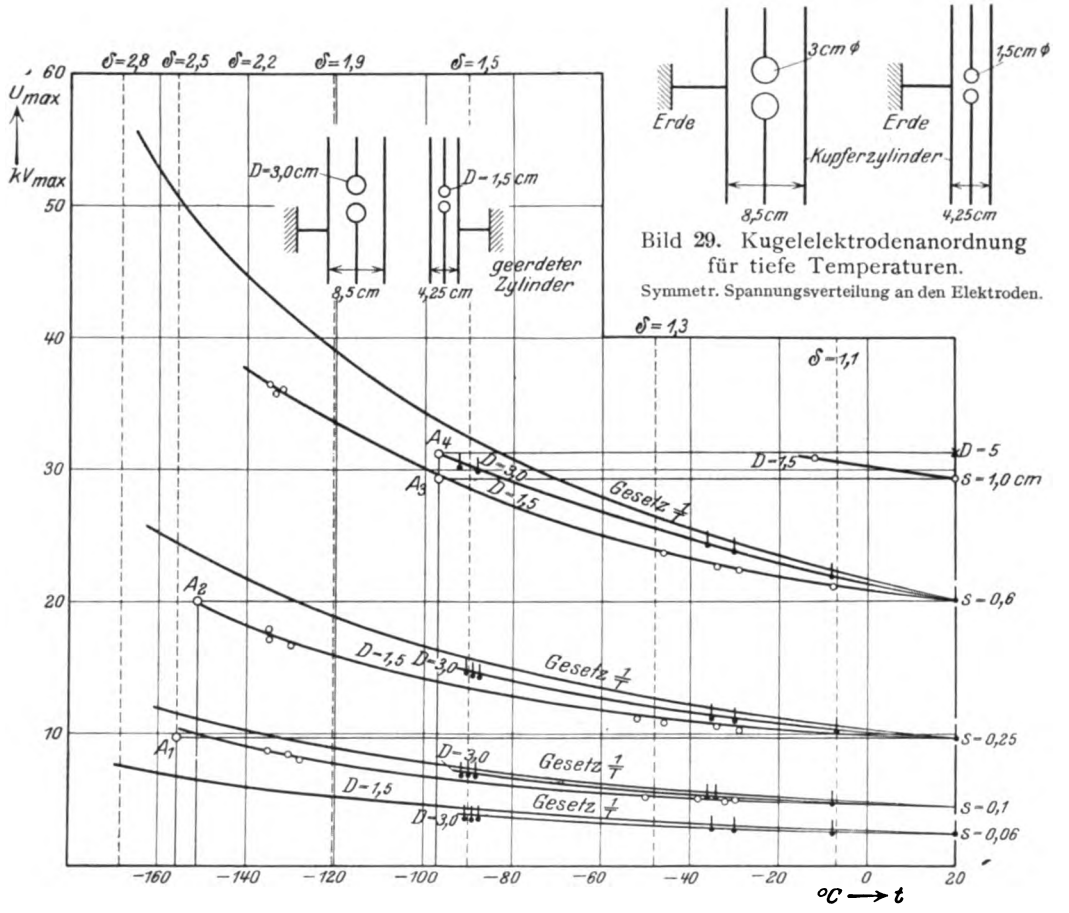


Bild 29. Kugelelektrodenanordnung für tiefe Temperaturen.
Symmetr. Spannungsverteilung an den Elektroden.

Bild 30. Anfangsspannung normaler Luft als Funktion der Temperatur bei gleichen Kugeln und symmetrischer Spannungsverteilung; $b = 760$ mm Hg.
$A_1 \ldots A_4$ Anfangsspannungen nach Ähnlichkeitsbedingungen.

immer geerdet; durch diese werden die Felder natürlich beeinflußt. Um dennoch Ähnlichkeitsbetrachtungen anstellen zu können, wurde mit den Elektroden auch der Entladungsraum ähnlich geändert. Das wurde bei den Kugeln $D = 3$ und 1,5 cm folgendermaßen ausgeführt: Bei $D = 3$ cm blieb der umgebende Zylinder das Gefäß mit 8,5 cm Durchmesser, die Entladungsstrecke wird mit diesem konstanten Zylinder gemessen. Bei den Kugeln $D = 1{,}5$ cm wurde ein zweiter Kupferblechzylinder von 4,25 cm Durchmesser in das Gefäß gestellt und die Entladungsstrecke mit diesem konstanten Zylinder durchgemessen. Zwischen diesen beiden Kugeln können nun Ähnlichkeitsbetrachtungen angestellt werden. Bild 29 skizziert diese Anordnung. Die kleine Kreisöffnung (s. S. 326) für die Bestrahlung ist natürlich auch in dem zweiten 4,25-cm-Durchmesser-Zylinder angebracht, aber ebenfalls mit ähnlich geändert, also halb so groß wie bei dem 8,5-cm-Durchmesser-Zylinder.

Digitized by Google

In Bild 30 sind die Anfangsspannungen für die gleichen Kugeln als Funktion der Temperatur dargestellt. Die Kurvenpunkte sind hier wie in Bild 31 nicht mehr Mittelwerte, sondern Einzelmessungen. Der Verlauf nach dem Gesetz $\frac{c}{T}$ ist ebenfalls mit angegeben. Die Anfangsspannungen verlaufen langsamer als umgekehrt proportional der absoluten Temperatur abnehmend, und zwar um so langsamer, je größer die Krümmung der Kugeln ist. Die Kurven bilden also eine analoge Fortsetzung der Kurven in dem Hauptgebiet der Temperaturen. Wichtig ist nun die Ähnlichkeitsbetrachtung. In Bild 30 sind vier Punkte $A_1 \ldots A_4$ angegeben, die sich aus Ähnlichkeitsbetrachtungen in der Figur selbst ergeben. Bestimmt man bei $D = 1{,}5$

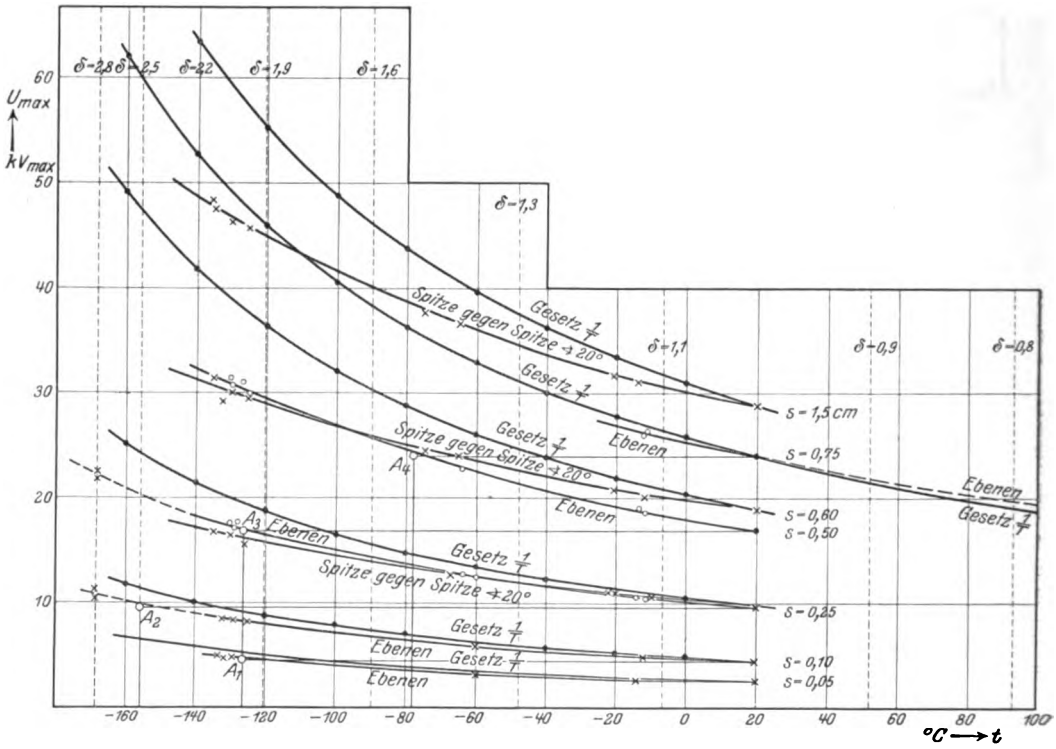


Bild 31. Anfangsspannung normaler Luft als Funktion der Temperatur bei Ebenen und bei Spitze gegen Spitze ($\sphericalangle$ 20°) bei symmetrischer Spannungsverteilung; $b = 760$ mm Hg.
$A_1 \ldots A_4$ Anfangsspannungen nach Ähnlichkeitsbedingungen.

die Anfangsspannung bei $s = 0{,}1$ cm und $\delta = 1{,}0$ ($t = 20^0$ C) und ebenso bei $D = 3{,}75$ cm und $s = 0{,}25$ cm, so muß sich letztere Anfangsspannung ebenfalls ergeben, wenn man $D = 1{,}5$ und $s = 0{,}1$ beibehält und die Dichte auf den 2,5fachen Betrag erhöht. Denn dann ist $\delta \cdot D = 3{,}75 \cdot 1 = 1{,}5 \cdot 2{,}5$ in beiden Fällen gleich groß und $\frac{s}{D} = \frac{0{,}1}{0{,}25} = \frac{0{,}25}{3{,}75}$ konstant geblieben. Der Wert für $D = 3{,}75$ fällt bei dieser Meßgenauigkeit praktisch mit dem für $D = 3$ cm zusammen. Analog sind die anderen Punkte gefunden. Bild 30 zeigt bis zu den tiefsten Temperaturen eine sehr gute Übereinstimmung mit den Ähnlichkeitsbedingungen.

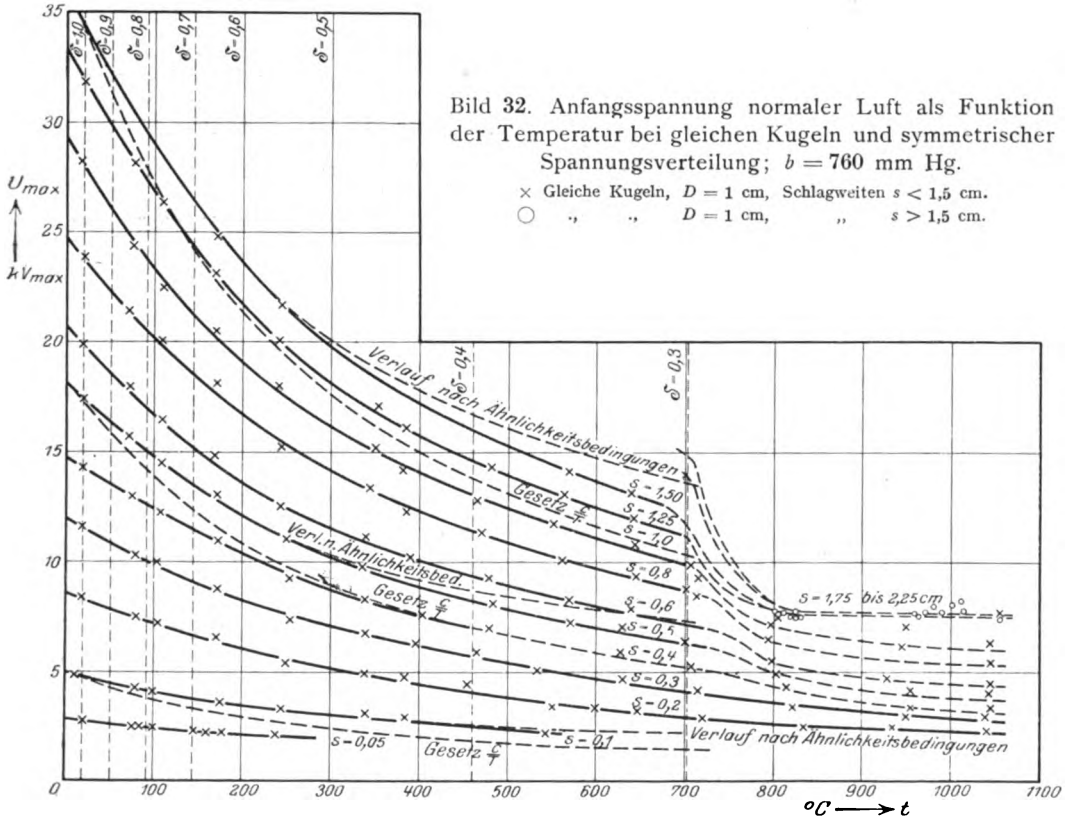
In Bild 31 sind die Anfangsspannungen für Ebenen und Spitze gegen Spitze $\sphericalangle$ 20° abhängig von der Temperatur aufgetragen. Man sieht sofort, daß für Spitzen die Abweichungen vom Gesetz $\frac{c}{T}$ am stärksten sind, wie es schon im Hauptgebiet der Temperaturen zu sehen war. Für das homogene Feld sind Ähnlichkeitsbetrachtungen leicht auszuführen, weil das homogene Feld durch den umgebenden Zylinder

Digitized by Google

kaum gestört wird; A_1 bis A_4 ergibt sich durch Konstanthalten von $\delta \cdot s$. Man sieht, daß diese Ähnlichkeitsbedingungen bis zu den tiefsten Temperaturen gelten (tiefste Temperatur -170^0 C). An der allgemeinen Zustandszeichnung für ideale Gase wurde eine Korrektion in der Weise angebracht (s. S. 332), daß z. B. statt der Gastemperatur -170^0 C, die gemessen wurde, auf der Abszisse von Bild 31 die auf das ideale Gasgesetz bezogene Temperatur $-168{,}5^0$ C aufgetragen wurde. Neue Momente treten also bei den tiefen Temperaturen nicht auf.

Hohe Temperaturen: 20^0 C bis 1053^0 C.

Die Versuche wurden in dem S. 327 beschriebenen Wärmegefäß ausgeführt. Als Metallelektroden wurden verwendet gleiche Kugeln mit den Durchmessern $D = 1$, 2 und 4 cm, ebene Elektroden und Spitze mit dem Öffnungswinkel 10^0 gegen geerdete



Ebene. Kugeln und Ebenen hatten symmetrische Spannungsverteilung. Die Schlagweiten variierten zwischen $s = 0{,}05$ cm und 1,5 cm. Die Temperaturmessung ist S. 330 angegeben worden. Die Kurvenpunkte sind jetzt im Gegensatz zu den tiefen Temperaturen wieder eine Zusammenfassung mehrerer Einzelwerte.

In Bild 32 ist die Anfangsspannung als Funktion der Temperatur bei gleichen Kugeln $D = 1$ cm aufgetragen. Man sieht zunächst, daß auch bis zu hohen Temperaturen die Anfangsspannungen langsamer als umgekehrt proportional der absoluten Temperatur abnehmen (siehe gleichseitige Hyperbel). Nach Bild 19 wurde für $D =$ 1 cm der Verlauf der Kurven nach Ähnlichkeitsgesetzen ermittelt und in Bild 32 eingetragen (gestrichelte Kurven). Man sieht, daß bis ungefähr $350 \div 400^0$ C der Verlauf der Anfangsspannung den Ähnlichkeitsbedingungen entspricht; bei höheren Temperaturen fällt diese stärker mit der Temperatur ab. Es kommt hier eine neue Erscheinung hinzu; von ungefähr 400^0 C ab wird durch eine starke Erhöhung der Therm-

Digitized by Google

ionen das Feld verzerrt und die Anfangsspannung herabgesetzt. Nun gelten natürlich die Ähnlichkeitsgesetze nicht mehr. Der Abfall der Anfangsspannung mit der Temperatur, der größer ist als den Ähnlichkeitsbedingungen entsprechend, ist zunächst bis etwa 700° C nur gering. Bei ungefähr 700° C ist vor allem bei den größeren Schlagweiten ein sehr starker plötzlicher Abfall der Anfangsspannung festzustellen; bei 800° C wurden noch größere Schlagweiten eingestellt: von $s = 1{,}75$ bis 2,25 cm blieb die Anfangsspannung ungefähr konstant; bei noch größeren Schlagweiten traten Entladungen zu den Wänden des Gefäßes auf. Bei 700—800° C tritt jedenfalls eine stärkere Elektronenemission auf, die die Anfangsspannung stark heruntersetzt. Die Stahlkugeln haben eine kirschrote bis orangene Glühfarbe.

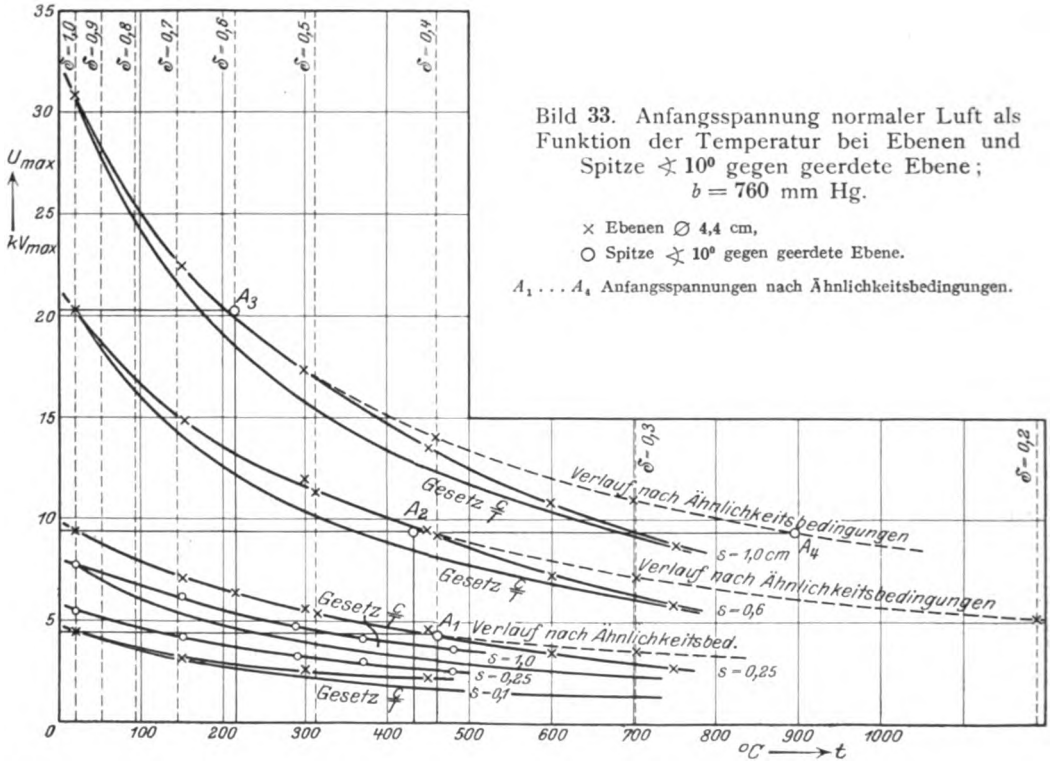


Bild 33. Anfangsspannung normaler Luft als Funktion der Temperatur bei Ebenen und Spitze ∢ 10° gegen geerdete Ebene; $b = 760$ mm Hg.

× Ebenen ∅ 4,4 cm,
○ Spitze ∢ 10° gegen geerdete Ebene.
$A_1 \ldots A_4$ Anfangsspannungen nach Ähnlichkeitsbedingungen.

Ein ganz ähnlicher Verlauf ergibt sich bei den Kugeln $D = 2$ und 4 cm; der stärkere Abfall der Anfangsspannung tritt auch hier bei ungefähr 400° C bei allen Schlagweiten auf ($s = 0{,}05$ bis 1 cm).

In Bild 33 ist die Anfangsspannung als Funktion der Temperatur bei ebenen Elektroden und Spitze gegen geerdete Ebene aufgetragen. Man sieht zunächst wieder, daß bei Ebenen die Abweichung vom Gesetz $\frac{c}{T}$ verhältnismäßig am geringsten (da hier ja keine großen Kugeln benutzt sind), bei Spitzen sehr stark ist. Für die Ebenen ergeben sich unmittelbar aus dem Bild einige Ähnlichkeitspunkte (s. S. 358), außerdem ist der Verlauf nach Ähnlichkeitsbedingungen nach Bild 23 angegeben. Wie bei den Kugeln ergibt sich, daß die Ähnlichkeitsgesetze bis ungefähr 400° C gelten; von da ab bei höheren Temperaturen fällt die Anfangsspannung stärker ab. Hier wurde nur bis etwa 750° C gegangen.

In Bild 34 ist $\delta' = \frac{U}{U_1}$ abhängig von der Luftdichte δ aus den Bildern 30—33 entnommen, und zwar für Schlagweiten $s = 0{,}5$ bis 1 cm. δ' schwankt ja bei kleinen Schlagweitenänderungen (abgesehen von kleinen Schlagweiten) nicht erheblich,

Digitized by Google

so daß in Bild 34 nur der Parameter der Elektrodenform maßgebend ist. Bild 34 gibt einen Überblick des Verlaufes von δ' bei den Grenztemperaturen. δ' oder die Anfangsspannung verläuft mit wachsender Dichte um so langsamer ansteigend, je größer die Krümmung der Elektroden ist; es ergibt sich die Reihenfolge Ebene-Kugel $D = 4, 3, 1{,}5, 1$ cm-Spitze. δ' verläuft nicht geradlinig mit δ, sondern ist schwach zur Abszisse konkav; nur in einem kleinen Bereich kann man δ' als geradlinig annehmen (s. S. 339). Man sieht, wie stark δ' vom Verlauf nach dem Proportionalitätsgesetz abweicht.

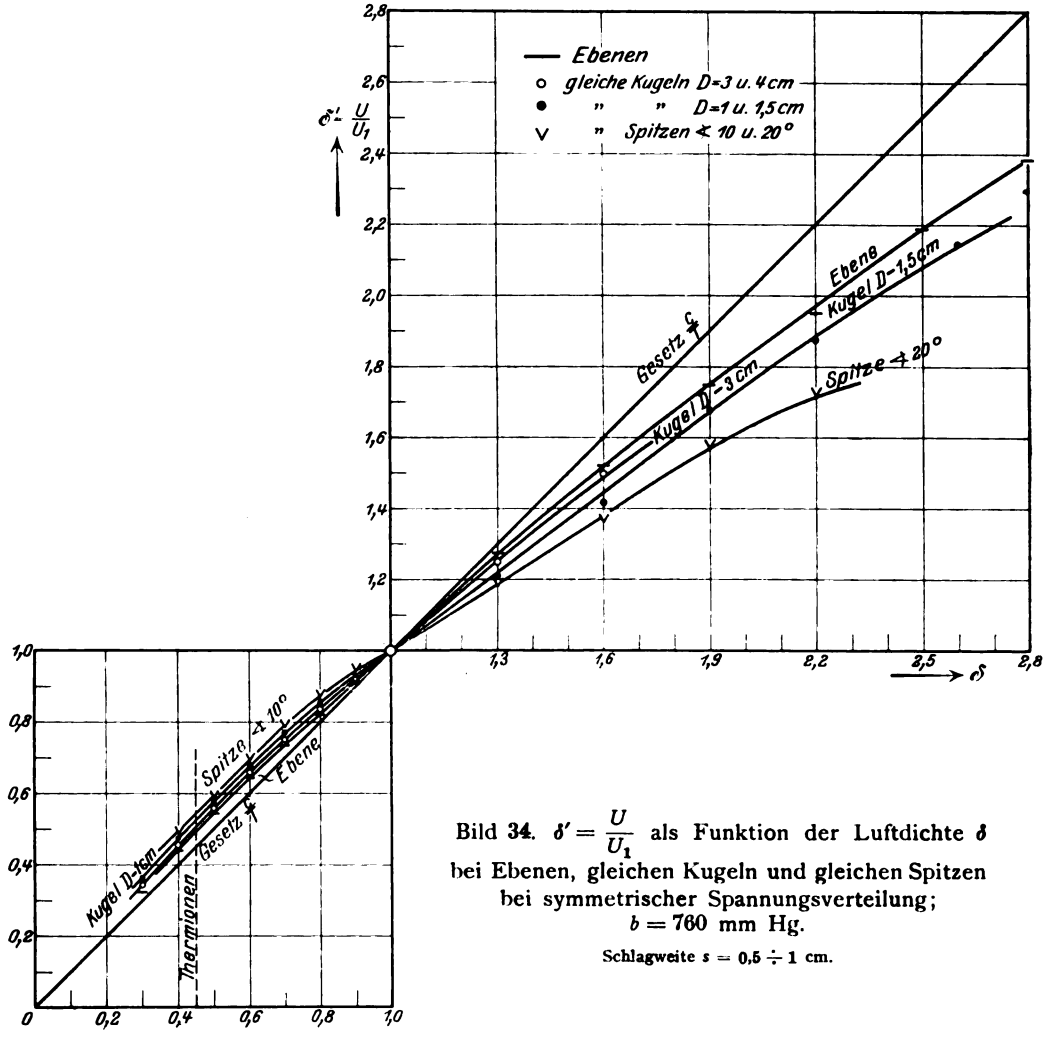


Bild 34. $\delta' = \frac{U}{U_1}$ als Funktion der Luftdichte δ bei Ebenen, gleichen Kugeln und gleichen Spitzen bei symmetrischer Spannungsverteilung; $b = 760$ mm Hg.
Schlagweite $s = 0{,}5 \div 1$ cm.

In diesem Zusammenhange sei erwähnt, daß es für die Anfangsspannung nur auf die Größe und Zahl der mittleren freien Weglängen oder auf die Zahl der Moleküle zwischen den Elektroden (vom Feld abgesehen) ankommt; dagegen hat die mittlere thermische Energie bzw. mittlere thermische Geschwindigkeit keinen Einfluß, da sie gegenüber der Stoßenergie bzw. Stoßgeschwindigkeit so gering ist, daß die Relativstoßenergie bzw. Relativstoßgeschwindigkeit der Ladungsträger, die ja bei der Ionisierung nur in Betracht kommt, gleich ist der absoluten Stoßenergie bzw. absoluten Stoßgeschwindigkeit. Während die Ionisierungsgeschwindigkeit, ausgedrückt in einer Spannungsdifferenz, die der Ladungsträger frei durchlaufen muß, in der Größenordnung einer Zehnerpotenz von Volt liegt, ist die mittlere thermische

Digitized by Google

Translationsgeschwindigkeit bei 1000° C erst von der Größenordnung 0,1 Volt und auch die höheren Geschwindigkeiten, die nach dem Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilungsgesetz vorhanden sind, sind sehr gering.

b) Andere Gase: Stickstoff- und Kohlendioxyd.

Gebiet: 20 bis 100° C.

Diese Versuche wurden in dem Druck- und Temperaturgefäß für Luft und andere Gase ausgeführt. Als Elektroden dienten gleiche Kugeln $D = 2$ cm und gleiche Kugelschalen $D = 30$ cm, wobei immer ein Pol geerdet war. Die Schlagweiten waren $s = 1$ cm und $s = 2$ cm. In Bild 35 ist die Anfangsspannung als Funktion der Temperatur

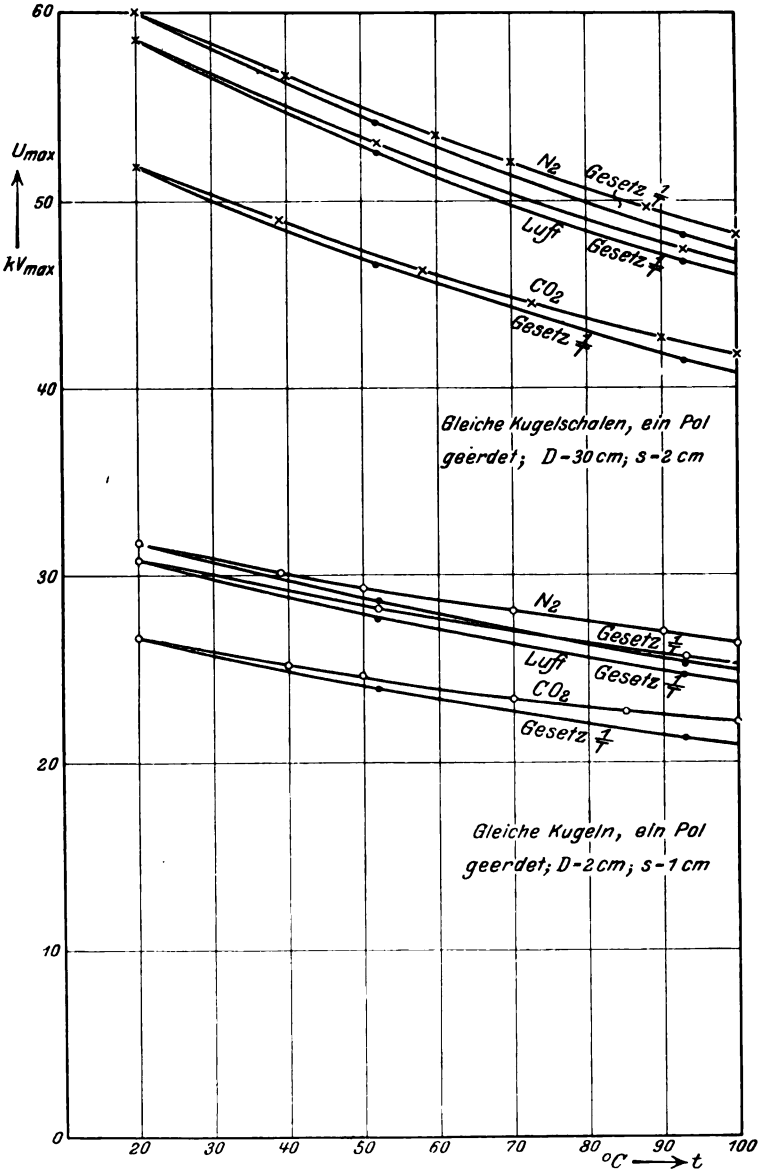


Bild 35. Anfangsspannung von Stickstoff und Kohlendioxyd im Vergleich mit Luft in Abhängigkeit von der Temperatur bei gleichen Kugeln und Kugelschalen (ein Pol geerdet); $b = 760$ mm Hg.

Digitized by Google

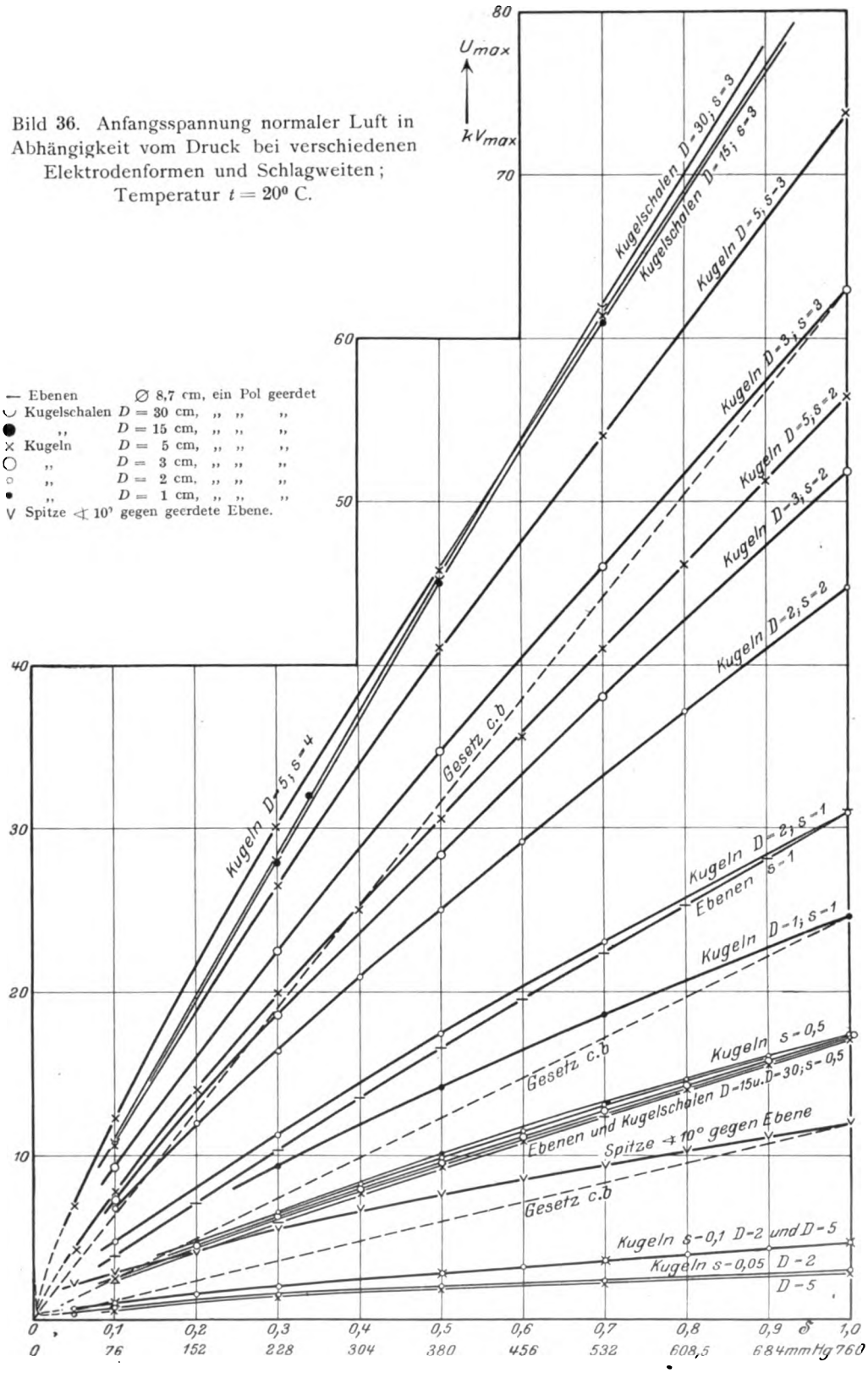


Bild 36. Anfangsspannung normaler Luft in Abhängigkeit vom Druck bei verschiedenen Elektrodenformen und Schlagweiten; Temperatur $t = 20^0$ C.

Digitized by Google

bei N_2, CO_2 und zum Vergleich auch bei normaler Luft angegeben. Die Anfangsspannung liegt bei den gleichen Elektrodendimensionen für N_2 ungefähr 3% höher, für CO_2 ungefähr $12{,}5\%$ tiefer als für Luft. Man sieht, daß zwischen Luft und den beiden anderen Gasen ein qualitativer Unterschied im Verlauf der Anfangsspannung mit der Temperatur nicht besteht. Bei $t = 100^0$ C, $\delta = 0{,}786$ ist bei $D = 2$ cm, $s = 1$ cm $\delta' = 0{,}826$ und $0{,}827$ bei N_2 und CO_2, während δ' bei den Kugelschalen $D =$

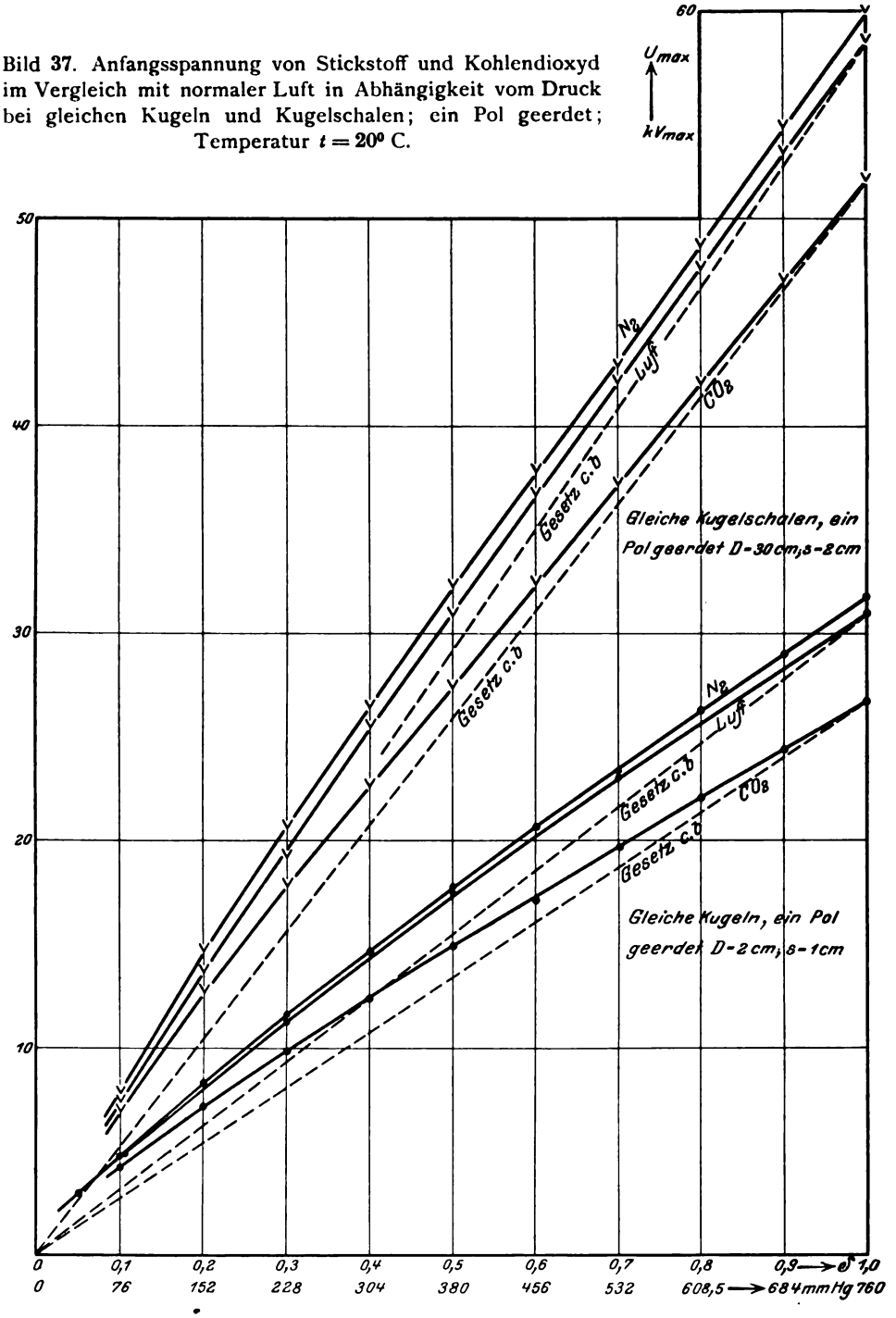


Bild 37. Anfangsspannung von Stickstoff und Kohlendioxyd im Vergleich mit normaler Luft in Abhängigkeit vom Druck bei gleichen Kugeln und Kugelschalen; ein Pol geerdet; Temperatur $t = 20^0$ C.

Digitized by Google

36 cm 0,800 und 0,804 beträgt. Abschnitt 2 und 3 wird weitere Beispiele für die qualitative Übereinstimmung mit Luft bringen.

2. Anfangspannung bei konstanter Temperatur (20° C) und veränderlichem Druck.

Gase: Normale Luft, Stickstoff und Kohlendioxyd.

Gebiet: 760 bis 38 mm Hg.

Die Versuche in diesem und dem folgenden Abschnitt wurden in dem Gefäß für Druck- und Temperaturänderung (s. S. 328) ausgeführt. Als Elektroden dienten gleiche Kugeln $D = 1, 2, 3$ und 5 cm, gleiche Kugelschalen $D = 15$ und 30 cm, Ebenen (Durchmesser 8,7 cm) und Spitze mit dem Öffnungswinkel 10^0 gegen geerdete Ebene. Ein Pol war bei allen Elektrodenformen geerdet.

In Bild 36 sind für Luft die Anfangsspannungen abhängig vom Druck aufgetragen. Bei allen Elektrodenformen nimmt die Anfangsspannung langsamer als proportional mit dem Druck ab; an einigen Stellen ist der geradlinige Verlauf nach dem Gesetz $c \cdot b$ mit angegeben (gestrichelte Gerade). Die früher angegebene Krümmungsabhängigkeit ist deutlich zu erkennen; bei kleinen Schlagweiten ist die Abweichung verhältnismäßig sehr groß, die Einflüsse der Elektrodenform verschwinden aber mehr; dies ist z. B. bei $s = 0{,}1$ und 0,05 gut zu sehen, wo bei $D = 5$ cm und 2 cm die gleiche Kurve erscheint.

Ähnlich ist es in Bild 37, wo die Anfangsspannungen von N_2 und CO_2 im Vergleich mit normaler Luft abhängig vom Druck aufgetragen sind. Bei N_2, Luft und CO_2 ist die verhältnismäßige Änderung der Anfangsspannung mit dem Druck ungefähr gleich groß bei der gleichen Elektrodenform, es besteht kein qualitativer Unterschied.

Außerdem wurde $\delta' = \frac{U}{U_1}$ abhängig von der Schlagweite und von der Dichte genau mit den früheren Ergebnissen bei den Temperaturversuchen verglichen. Bis auf die Spitzenmessungen ergaben sich keinerlei Unterschiede zwischen den Druck- und Temperaturversuchen. Auch die größeren Werte von δ' bei Ebenen gegenüber Kugelschalen $D = 30$ cm treten hier auf (s. S. 339). Die Temperaturversuchswerte bei Dichten über 400^0 C dürfen hier natürlich nicht mehr zum Vergleich herangezogen werden (Feldverzerrung durch Thermionen).

Nur bei den Spitzenmessungen ergeben sich Unterschiede, indem bei Änderung der Dichte durch Druck sich die Anfangsspannung langsamer mit der Dichte ändert, als wenn die Dichte durch die Temperatur geändert wird. Doch sind die Messungen bei den Spitzen nicht so genau, daß diese Unterschiede mit Sicherheit außerhalb der Meßgenauigkeit liegen; bei den Temperaturversuchen wurden auch mehr Versuche als hier angestellt. Beide Male ergibt sich jedenfalls, daß bei Spitzen die Abweichungen vom Gesetz $c \cdot \frac{b}{T}$ am größten sind von allen Elektrodenformen.

3. Anfangspannung bei veränderlicher Temperatur und veränderlichem Druck bei veränderlicher und konstanter Gasdichte.

Gase: Normale Luft, Stickstoff und Kohlendioxyd.

Gebiet: 20 bis 100° C; 760 bis 380 mm Hg.

Nach den Ergebnissen der vorhergehenden Abschnitte muß sich natürlich auch bei gleichzeitiger Änderung von Druck und Temperatur die gleiche nur von der Gasdichte abhängige Kurve $\delta' = \frac{U}{U_1} = f(\delta)$ ergeben, wenn die Temperaturen innerhalb der angegebenen Grenzen bleiben (bis $t \approx 400^0$ C). Bei einem Versuch wurde die Dichte zuerst von 760 mm Hg auf 380 mm Hg bei $t = 20^0$ C herab-

Digitized by Google

Gas	Elektrodenform	Schlagweite s cm	U_{max} kV	δ'	U_{max} kV	δ'	Differenz in % von δ'	U_{max} kV	δ'	U_{max} kV	δ'	Differenz in % von δ'
			Druck $b = 561$ mm Hg Temp. $t = 20^0$ C $\delta = 0{,}738$		$b = 715$ mm Hg $t = 100^0$ C $\delta = 0{,}738$			$b = 380$ mm Hg $t = 20^0$ C $\delta = 0{,}50$		$b = 484$ mm Hg $t = 100^0$ C $\delta = 0{,}50$		
Normale Luft	Gleiche Kugeln, ein Pol geerdet, $D = 2$ cm	0,5	13,60	0,773	13,50	0,767	− 0,8	9,85	0,560	9,75	0,554	− 1,0
		1,0	23,80	0,770	23,90	0,774	+ 0,4	17,25	0,558	17,15	0,555	− 0,5
		2,0	34,60	0,771	34 30	0,765	− 0,8	25,10	0,560	24,90	0 555	− 0,8
	$D = 30$ cm (Kugelschalen)	0,5	12,95	0,757	12,85	0,752	− 0,7	9,15	0 535	9,10	0 532	− 0,45
		1,0	23,80	0,759	23 55	0 750	− 1,0	16,80	0,535	16 50	0,526	− 1,7
	„	2,0	44,30	0,757	44 00	0,752	− 0,7	31,40	0,537	31,00	0 530	− 1,2
N_2	$D = 2$ cm	1,0	24,65	0,774	24,50	0,772	− 0,5	17,60	0 555	17,60	0 555	0
CO_2	$D = 2$ cm	1,0	20,70	0,775	20,70	0,775	0	14,85	0,557	14,92	0,559	+ 0,4

Anfangspannung U_{max} und $\delta' = \frac{U}{U_1}$ bei konstanter Gasdichte von normaler Luft, Stickstoff und Kohlendioxyd (gleichzeitige Änderung von Druck und Temperatur).

Digitized by Google

gesetzt; dann blieb der Druck konstant und die Temperatur wurde auf $t = 100^0$ C erhöht. Die Dichte änderte sich also von 1,0 auf 0,5 und 0,393. Bei Luft wurden gleiche Kugeln $D = 2$ cm und gleiche Kugelschalen $D = 30$ cm mit einem geerdeten Pol verwendet, bei N_2 und CO_2 nur gleiche Kugeln $D = 2$ cm. Es ergibt sich genau das gleiche δ' wie bei alleiniger Änderung der Temperatur oder des Druckes.

Ebenso muß nach dem Bisherigen die Anfangsspannung konstant bleiben, wenn die Dichte konstant bleibt bei gleichbleibenden sonstigen Verhältnissen. Voraussetzung ist wieder, daß bestimmte Grenzen von Druck und Temperatur nicht überschritten werden. Bei einem Versuch wurde die Gasdichte 0,738 konstant gehalten und die Anfangsspannung bei $b = 561$ mm Hg und $t = 20^0$ C und bei $b = 715$ mm Hg und $t = 100^0$ C gemessen; ebenso bei der Gasdichte 0,50 einmal bei $b = 380$ mm Hg, $t = 20^0$ C, andererseits bei $b = 484$ mm Hg, $t = 100^0$ C. In der folgenden Tabelle sind die Anfangsspannungen, $\delta' = \frac{U}{U_1}$ und die Differenzen der Anfangsspannungen in % angegeben. Besonders bei N_2 und CO_2 sind die Differenzen sehr gering. Bei normaler Luft war im allgemeinen der Wert der Anfangsspannung mit der höheren Temperatur etwas niedriger. Die mittlere Abweichung betrug $-0{,}76\%$. Da sie noch innerhalb der Meßgenauigkeit liegt, kann man die Anfangsspannung bei konstanter Gasdichte als konstant ansehen.

4. Einfluß des Wasserdampfdruckes auf die Anfangsspannung.

Gase: Normale Luft.

Gebiet: 20 bis 150° C; Atmosphärendruck; 0 bis 100% relative Feuchtigkeit.

Die Versuche dieses Abschnittes wurden in dem Holzgefäß und in dem S. 329 erwähnten Exsikkator vorgenommen. Über die Erzeugung und Messung der relativen Feuchtigkeit siehe S. 330. Zunächst seien die Versuche bei Normaltemperatur $t = 20^0$ C und Atmosphärendruck behandelt.

Als Elektroden dienten gleiche Kugeln $D = 6{,}75$, 3,0, 1,5 und 1,0 cm und gleiche Spitzen mit den Öffnungswinkeln 10^0 und 20^0 bei symmetrischer Spannungsverteilung. Die Schlagweiten variierten zwischen 3 cm und 0,3 cm.

Bei den Kugelmessungen, die etwas ausführlicher sind, wurde wie folgt verfahren: Die Luft wurde im Holzgefäß mit P_2O_5 getrocknet und dann die erste Messung vorgenommen. Darauf wurden wechselnde relative Feuchtigkeiten eingestellt; von 40% z. B. ging es auf 95% herauf und wieder zurück auf 45%, damit irgendwelche Zufälligkeiten durch Verunreinigungen, Temperaturwechsel usw. sich bemerkbar machen mußten. Die in Bild 38 angegebenen Punkte sind Einzelmeßwerte, die in dieser Weise gefunden wurden. Die Temperatur wurde möglichst auf 20^0 C konstant gehalten und bei kleineren Abweichungen die Anfangsspannung auf $t = 20^0$ C reduziert; ebenso wurden die Meßreihen bei ganz konstantem Luftdruck ausgeführt. Es blieb also Luftdruck + Wasserdampfdruck = konstant. Auf die mit wechselnder relativer Feuchtigkeit damit bedingte geringe Dichteänderung des gesamten Gases wird noch eingegangen. Auch auf die Funkentrocknung nach jedem Durchschlag mußte genau geachtet werden. In Bild 38 sind zum Teil 100% relative Feuchtigkeit angegeben, die Kugeln waren dann fast immer leicht beschlagen; die Meßwerte fallen im allgemeinen aus den übrigen Versuchswerten durch relativ sehr hohe Werte heraus. Bei der Kurvenbildung sind diese Werte nicht mitberücksichtigt, nur die Werte von 0 bis 99% relative Feuchtigkeit. In Bild 38 ist die Anfangsspannung bei den verschiedenen Kugeln und Schlagweiten abhängig von der relativen Feuchtigkeit in großem, wechselndem Maßstab aufgetragen. Man sieht zunächst, daß bei allen Kugeln und Schlagweiten die Anfangsspannung mit wachsender relativer Feuchtigkeit in geringem Maße wächst. Es läßt sich bei allen Versuchen gut eine zunächst langsam und bei

Digitized by Google

größeren relativen Feuchtigkeiten rascher ansteigende Kurve im Mittel ziehen. In Bild 39 ist der Grad des Ansteigens in Prozenten der Anfangsspannung angegeben, der aus den graphischen Mittelwertskurven von Bild 38 bestimmt wurde. Die Anfangsspannung erhöht sich prozentual zunächst ziemlich linear, um dann bei größeren relativen Feuchtigkeiten schneller zu wachsen; die Kurven sind immer konvex zur Abszisse. Bei Betrachtung der verschiedenen Elektrodenformen läßt sich keine bestimmte Abhängigkeit vom Kugeldurchmesser oder von der Schlagweite nachweisen; die größte Spannungserhöhung ist bei $D = 1{,}5$, $s = 0{,}3$ cm vorhanden,

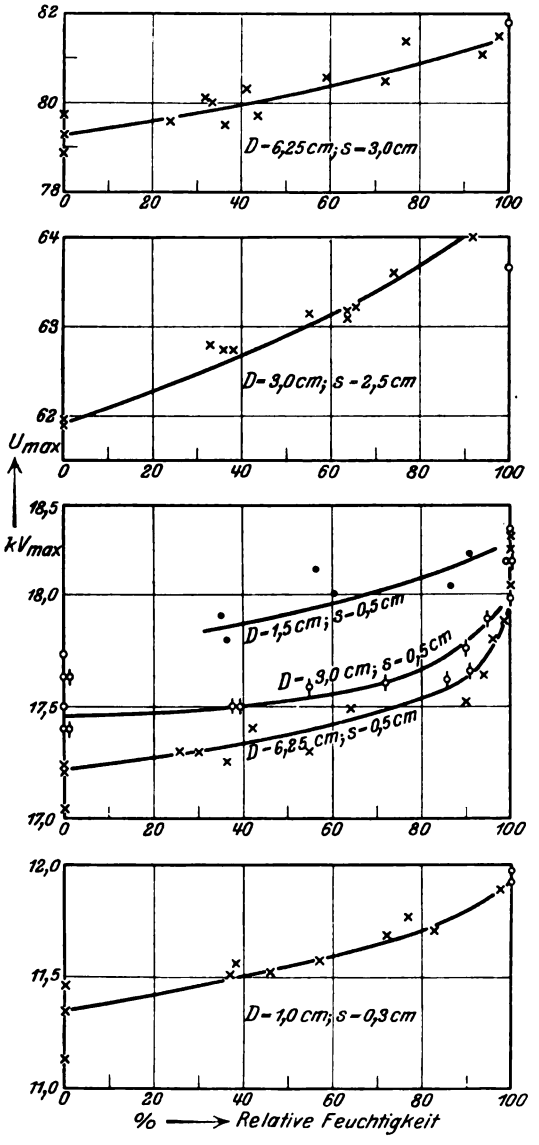


Bild 38. Anfangsspannung normaler Luft bei gleichen Kugeln und symmetrischer Spannungsverteilung in Abhängigkeit von der relativen Feuchtigkeit bei $t = 20^0$ C und $b = 760$ mm Hg.

Bild 39. Prozentuale Spannungserhöhung mit der relativen Feuchtigkeit für die Anfangsspannungen von Bild 38 bei gleichen Kugeln und symmetrischer Spannungsverteilung; $t = 20^0$ C und $b = 760$ mm Hg.

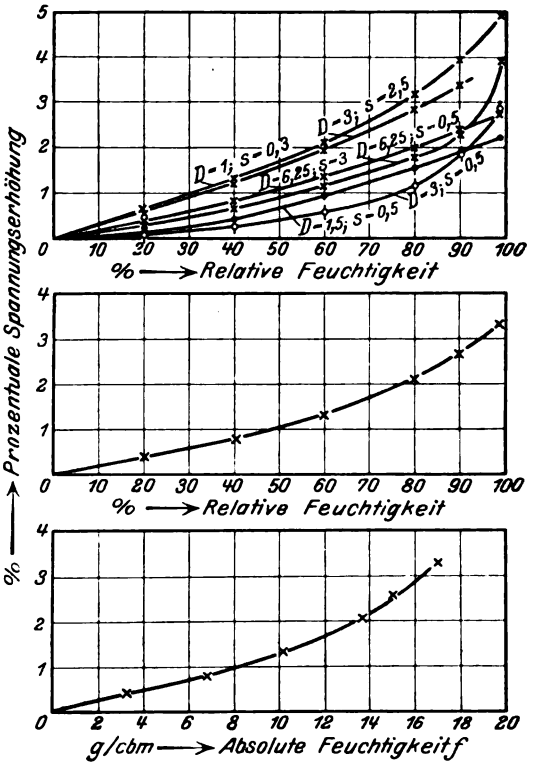


Bild 40. Mittlere prozentuale Anfangsspannungserhöhung mit der relativen bzw. absoluten Feuchtigkeit für die Kugelpaare $D = 1$ cm bis 6,25 cm und Schlagweiten $s = 0{,}3$ bis 3 cm nach den Kurven von Bild 39.

aber für die ähnlichen geometrischen Verhältnisse bei $D = 1{,}5$, $s = 0{,}5$ cm liegt die Kurve viel tiefer. Man würde sonst erwarten, daß bei den kleinen Kugeln (bei größeren Schlagweiten) eine größere Beeinflussung durch die Feuchtigkeit eintritt, weil vielleicht vor der als Anfangsspannung beobachteten Entladung eine feine Glimmentladung stattfindet, wobei dann die Glimmgrenzspannung, die eigentlich beobachtet wurde,

Digitized by Google

von der relativen Feuchtigkeit stärker abhängt. Aber nach Bild 39 scheint die prozentuale Spannungserhöhung für alle Kugeln und Schlagweiten ungefähr gleich groß zu sein. Die Unterschiede scheinen nur durch die natürliche Streuung bedingt zu sein. Es ist deshalb berechtigt, Mittelwerte aus allen Kugelmessungen für die einzelnen relativen Feuchtigkeiten zu bilden (Bild 40). Von 0 bis 80% relative Feuchtigkeit ergibt sich eine prozentuale Spannungserhöhung von etwa 2%; von 80 bis 99% relative Feuchtigkeit erhöht sich die Anfangsspannung weiter um etwa 1,3%. Bei kleineren Schwankungen der Feuchtigkeit, z. B. zwischen 40 und 60%, wie sie im allgemeinen im geschlossenen Zimmerraum auftreten, würde sich eine Spannungsänderung von nur 0,5% ergeben, die innerhalb der Meßgenauigkeit liegt. In Bild 40 ist auch noch die Mittelwertskurve abhängig von der absoluten Feuchtigkeit aufgetragen.

Bei gleichem Gesamtdruck ist die Dichte feuchter Luft geringer wie die trockener Luft, da Wasserdampf nur mehr $\frac{5}{8}$ so dicht ist wie Luft. Ist e der Wasserdampf-

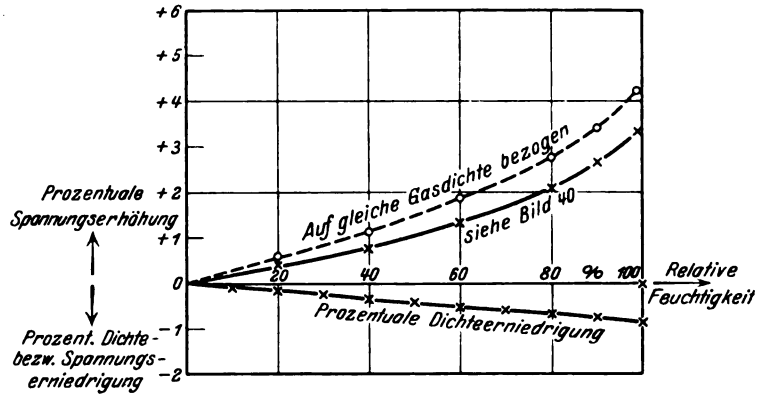


Bild 41. Mittlere prozentuale Anfangsspannungserhöhung mit der relativen Feuchtigkeit, auf gleiche Gasdichte bezogen (vgl. Bild 40).

druck in mm Hg, so müßte man den Gesamtdruck um $\frac{3}{8}$ e mm Hg gegenüber dem Luftdruck bei $e = 0$ mm Hg (0% relative Feuchtigkeit) erhöhen, um gleiche Dichten bei den verschiedenen Wasserdampfpartialdrucken zu bekommen. Da hier der Gesamtdruck konstant geblieben ist (Luftdruck + Wasserdampfdruck = konstant), erniedrigt sich also die Gasdichte mit wachsender relativer Feuchtigkeit etwas. In Bild 41 ist die errechnete prozentuale Dichteerniedrigung abhängig von der relativen Feuchtigkeit aufgetragen. Sie beträgt bei 10% relativer Feuchtigkeit 0,08% und bei 100% 0,87% unter annähernd linearer Abnahme. Die Anfangsspannungserhöhung mit der relativen Feuchtigkeit hängt also nicht etwa mit der Dichteerniedrigung durch den verschiedenen Wasserdampfpartialdruck zusammen, sonst müßte sich die Anfangsspannung gerade im entgegengesetzten Sinne mit der relativen Feuchtigkeit ändern (Anfangsspannungserniedrigung).

In erster Annäherung bei der kleinen Dichteänderung kann man Proportionalität der Anfangsspannung mit der Gasdichte annehmen. Auf gleiche Gasdichte bezogen würde man also noch eine größere Anfangsspannungserhöhung mit der relativen Feuchtigkeit bekommen, als Bild 40 angibt. Die Anfangsspannung erhöht sich mit genügender Annäherung um die prozentualen Beträge, die die Dichteerniedrigung angibt. In Bild 41 ist die daraus sich ergebende Kurve (auf gleiche Gasdichte bezogen) gestrichelt angegeben. Natürlich gilt dies nicht streng, da wir ja ein Gasgemisch haben, dessen hier geschiedenen beiden Bestandteile verschiedene Durchbruchfeldstärken haben[1]. Es gälte streng nur bei gleichen Durchbruchfeldstärken von Luft und Wasserdampf.

[1] Vgl. die Mischungsformel W. O. Schumann, l. c., S. 50.

Digitized by Google

Zur Kontrolle wurde in dem schon erwähnten Exsikkator ein Kugelpaar $D = 3$ cm auf die konstante Schlagweite $s = 1$ cm eingestellt. In dem Exsikkator wurde mit P_2O_5 getrocknet und die Anfangsspannung in verschiedenen Zeiträumen gemessen. Auch hier blieb Luftdruck + Wasserdampfdruck = konstant = äußerer Atmosphärendruck (durch öfteren Ausgleich mit der Atmosphäre). In Bild 42 sind die Meßresultate abhängig von der Trockendauer aufgetragen. Man sieht auch hier deutlich die Abnahme der Anfangsspannung mit wachsender Trocknung der Luft; nach etwa 10 Std. blieben die Spannungen im Mittel konstant, die Luft war dann völlig getrocknet. Die Abnahme der Anfangsspannung vom Ausgangspunkt (etwa 58% rel. Feuchtigkeit) bis 0% rel. Feuchtigkeit betrug ungefähr 1,7%, entspricht also ungefähr der mittleren Kurve in Bild 40.

Auch bei den Spitzenelektroden ist der Anstieg zu beobachten, wenn auch die Messungen infolge der größeren Streuung nicht so zuverlässig sind. Er betrug im Mittel 0,85% zwischen etwa 35% und 90% relativer Feuchtigkeit; er ist also etwas

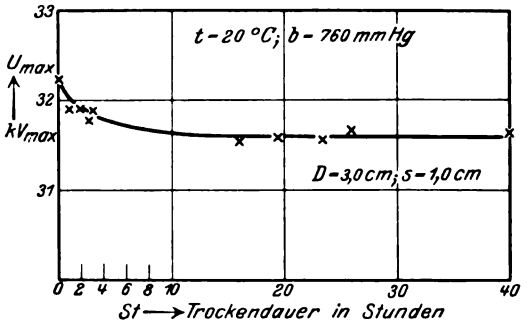


Bild 42. Anfangsspannung normaler Luft bei gleichen Kugeln $D = 3$ cm, $s = 1$ cm und symmetrischer Spannungsverteilung in Abhängigkeit von der Trockendauer (rel. Feuchtigkeit).

geringer als bei den genaueren Kugelversuchen. Zusammenfassend läßt sich jedenfalls sagen, daß eine Beeinflussung der Anfangsspannung durch die relative Feuchtigkeit sicher vorhanden ist (bei Atmosphärendruck und normaler Temperatur); und zwar wird die Anfangsspannung mit zunehmender relativer Feuchtigkeit erhöht (Abnahme der Ionenbeweglichkeit), zunächst annähernd linear, bei größeren relativen Feuchtigkeiten stärker. Der Anstieg scheint bei allen Elektrodenformen und Schlagweiten prozentual gleich groß zu sein.

Es wurden nun noch einige Versuche bei höheren Temperaturen vorgenommen. Als Elektroden dienten gleiche Kugeln $D = 6{,}25$ cm, 3 cm und 1 cm, gleiche Kugelschalen $D = 100$ cm und gleiche Spitzen $\sphericalangle 10^0$ und 20^0 bei symmetrischer Spannungsverteilung. Die Schlagweiten variierten zwischen 0,25 und 0,5 cm. Ohne genauere Messung der relativen Feuchtigkeit wurde zunächst die Anfangsspannung bei getrockneter Luft gemessen und dann die Luft mit Wasserdampf durch große wassergefüllte Blechschalen möglichst gesättigt; bei 60^0 und 90^0 C konnte gute Sättigung erreicht werden, bei 110^0 nur noch 72%, da das Gefäß ja im Ausgleich mit dem Atmosphärendruck steht, bei 150^0 C schließlich nur noch 21%. Bei $t = 60^0$ C und 90^0 C war der Anstieg der Anfangsspannung (5 Werte) durchschnittlich 2,31%; auch hier ließ sich zwischen der großen Kugel ($D = 6{,}25$ cm) und der kleinen Kugel ($D = 1$ cm) kein merkbarer Unterschied in der prozentualen Spannungserhöhung feststellen. Bei 110^0 C beträgt die mittlere Spannungserhöhung (3 Werte) 1,72%, bei 150^0 C (7 Werte) 1,51 %. Diese durchschnittlichen Anfangsspannungserhöhungen 2,31% ($t = 60^0$ C und 90^0 C), 1,72% ($t = 110^0$ C) und 1,51% ($t = 150^0$ C) entsprechen in ihrem Abnehmen der Abnahme der relativen Feuchtigkeit. Soweit aus diesen wenigen Versuchen Schlüsse gezogen werden können, scheint auch bei höheren Temperaturen die prozentuale Anfangs-

Digitized by Google

spannungserhöhung mit wachsender relativer Feuchtigkeit qualitativ wie quantitativ gleich der bei $t = 20^0$ C gefundenen zu sein.

IV. Zusammenfassung.

Die Änderung der Anfangsspannung der Gase (normale Luft, Stickstoff und Kohlendioxyd) mit der Temperatur und dem Druck der Gase ist nicht unabhängig von der Elektrodenform und Schlagweite umgekehrt proportional der absoluten Temperatur und proportional dem Druck, sondern bei allen Elektrodenformen und Schlagweiten schwächer als proportional der Dichte der Gase und in komplizierterer Weise sowohl von der Elektrodenform wie von der Schlagweite abhängig.

Es wurde experimentell das Verhältnis der Anfangsspannungen bei alleiniger Änderung und einem bestimmten Verhältnis der zugehörigen Gasdichten bestimmt und mit

$$\delta' = \frac{U}{U_1} = f(\delta)$$

bezeichnet, wenn U_1 die Anfangsspannung bei $\delta = 1{,}0 = \frac{b \cdot 293}{760 \cdot (273 + t)}$ angibt. Es ist also

$$U = \delta' \cdot U_1.$$

δ' wird nicht gleich δ (Proportionalität der Anfangsspannung mit der Gasdichte), sondern ist eine kompliziertere Funktion der Elektrodenform und der Schlagweite. Für $U < U_1$ ist δ' immer größer als δ, für $U > U_1$ immer kleiner als δ.

Betrachtet man die Abhängigkeit des δ' von der Schlagweite s bei $U < U_1$, so zeigt sich, daß δ' bei nicht sehr großen Krümmungen der Elektroden bei Schlagweiten über $\delta \cdot s \approx 0{,}5$ cm von der Schlagweite annähernd unabhängig ist und nur von der Elektrodenform abhängt. Bei Schlagweiten kleiner als ungefähr $\delta \cdot s \approx 0{,}5$ cm steigt δ' bei allen Elektrodenformen an, und zwar für die Elektrodenformen, bei denen δ' bei $\delta \cdot s > 0{,}5$ cm im Verhältnis zu δ klein ist (schwache Krümmung der Elektroden), stärker als für die Elektrodenformen, bei denen δ' im Verhältnis zu δ groß ist (starke Krümmung der Elektroden). Bei großen Dichteunterschieden und bei Spitzen und sehr kleinen Kugeln hat δ' vor dem stärkeren Anstieg ein Minimum und steigt bei größeren Schlagweiten in geringem Maße wieder an.

Für $U > U_1$ wird δ' immer kleiner als δ und es gelten analoge umgekehrte Beziehungen.

Betrachtet man die Abhängigkeit des δ' von der Elektrodenform bei $U < U_1$, so zeigt sich, daß δ' um so größer ist, je größer die Krümmung der Elektroden ist. Am größten ist δ' für Spitzen; am kleinsten wurde es für Kugelschalen $D = 30$ cm gefunden, während es bei Kugelschalen $D = 100$ cm und bei Ebenen wieder etwas anstieg. Für $s = 1$ cm und $\delta = 0{,}7$ z. B. war δ' bei normaler Luft und symmetrischer Spannungsverteilung für gleiche Kugelschalen $D = 30$ cm 0,717; für Ebenen 0,726; für gleiche Kugeln $D = 10$ cm 0,726; $D = 5$ cm 0,731; $D = 2$ cm 0,745; $D = 1$ cm 0,763; $D = 0{,}5$ cm 0,772; für Spitze mit einem Öffnungswinkel 10^0 gegen geerdete Ebene 0,790. Im Fall Kugel gegen geerdete Ebene wurde annähernd das gleiche δ' gefunden wie im Fall gleicher Kugeln bei symmetrischer Spannungsverteilung. Im Fall gleicher Kugeln bei einem geerdeten Pol ist δ' vom Fall symmetrischer Spannungsverteilung nur wenig verschieden. Es wurden ferner ungleiche Kugeln und gleiche Spitzen bei symmetrischer Spannungsverteilung, Spitze (Nadelspitze) gegen geerdete Ebene und einige Zylinderkombinationen untersucht.

Für $U > U_1$ gelten analoge umgekehrte Beziehungen.

Betrachtet man die Abhängigkeit des δ' von der Gasdichte δ, so ergeben sich schwach zur Abszisse konkave Kurven, die in kleinen Bereichen annähernd linear sind. δ' wächst mit δ um so langsamer an, je größer die Krümmung der Elektroden

Digitized by Google

ist. Bei kleineren Schlagweiten ($\delta \cdot s < 0{,}5$ cm) wächst δ' sehr viel langsamer mit δ an.

Die Gase normaler Luft, Stickstoff und Kohlendioxyd verhalten sich innerhalb der untersuchten Dichten qualitativ gleich.

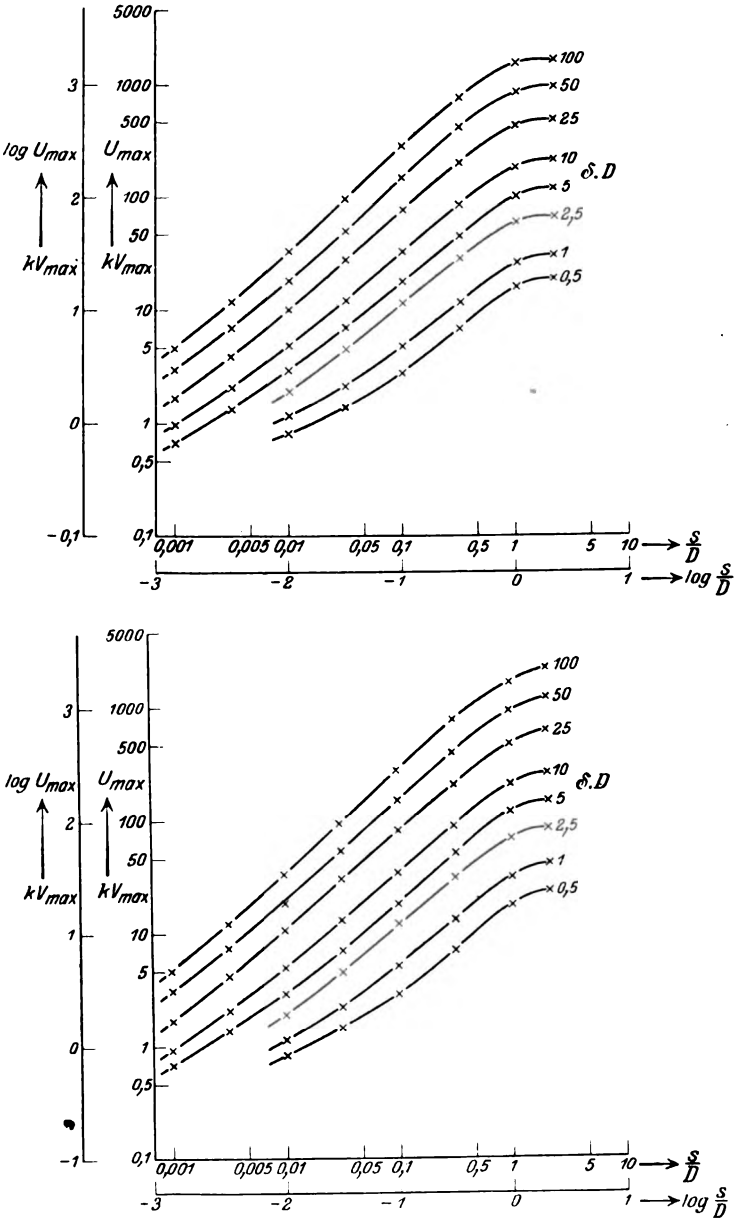


Bild 43. Anfangsspannung normaler Luft bei gleichen Kugeln und symmetrischer bzw. unsymmetrischer (ein Pol geerdet) Spannungsverteilung in Abhängigkeit vom Verhältnis Schlagweite zu Kugeldurchmesser bei verschiedenem Produkt von Luftdichte und Kugeldurchmesser.

Die experimentellen Ergebnisse wurden einheitlich unter Ähnlichkeitsgesichtspunkten betrachtet. Für alle Elektrodenformen (außer für Formen mit Stellen unendlicher Feldstärke, z. B. scharfe Spitzen) und alle Schlagweiten und für Dichten in angegebenen Grenzen, besonders bis zu sehr tiefen Temperaturen, galten Ähn-

Digitized by Google

lichkeitsgesetze mit großer Strenge. Bei Temperaturen über etwa 400° C gelten sie infolge Feldverzerrung durch Thermionen bei metallischen Elektroden nicht mehr. Soweit der die Elektroden umgebende Raum auf deren Feld Einfluß hatte, mußte dieser ebenfalls ähnlich verändert werden. Es ließen sich also die experimentellen Ergebnisse über die Änderung der Anfangsspannung mit der Gasdichte aus den Gesetzen über die Änderung der Anfangsspannung mit der Elektrodenform und Schlagweite bei konstanter Gasdichte ableiten.

Für die Ähnlichkeitsbetrachtungen wurden für das homogene Feld die Funktionen U_{max} und $\delta \cdot s$, für gleiche Kugeln bei symmetrischer und unsymmetrischer (ein Pol geerdet) Spannungsverteilung die Funktionen U_{max}, $\frac{s}{D}$ und $\delta \cdot D$, für Kugeln gegen geerdete Ebene die Funktionen U_{max}, $\frac{s}{D}$, $\delta \cdot D$ und $2\,U_{max}$, $2\frac{s}{D}$, $\delta \cdot D$, für ungleiche Kugeln bei symmetrischer Spannungsverteilung die Funktionen U_{max}, $\frac{s}{d}$, $\delta \cdot d$ und $\frac{d}{D}$ dargestellt und der Verlauf von δ' aus den Ähnlichkeitsbedingungen wurde mit dem Experiment verglichen. Ferner wurde der Einfluß des Verlaufes der Durchbruchfeldstärke auf δ' und das Minimum von δ' bei sehr kleinen Kugeln und Spitzen untersucht. δ' hat einen prinzipiell ähnlichen Verlauf wie die Durchbruchfeldstärke (Minimum).

Für gleiche Kugeln wurde eine für Meßzwecke mit der Kugelfunkenstrecke geeignete Darstellung gewählt (Bild 43). U_{max} ist in Abhängigkeit vom Verhältnis Schlagweite zu Kugeldurchmesser mit dem Parameter des Produktes aus Luftdichte und Kugeldurchmesser in doppellogarithmischen Koordinaten aufgetragen. Jede Korrektion auf eine bestimmte Luftdichte und Normalspannung fällt jetzt fort. Steht ein bestimmtes Kugelpaar D cm zur Spannungsmessung zur Verfügung, so braucht man nur die bei der Messung herrschende, meist während der Messung annähernd konstante, aber von $\delta = 1{,}0$ verschiedene Luftdichte zu bestimmen und hat damit $\delta \cdot D$. Durch das konstante D ist die Abszisse einfach in der Schlagweite geeicht $\left(\frac{s}{D},\ D = \text{konst.}\right)$, wobei zweckmäßig Kugeldurchmesser zu wählen sind, die zum Dezimalsystem in einfachen Beziehungen stehen ($D = 1, 2, 5, 10, 25, 50, 100$ cm usw.). Die Anfangsspannung ergibt sich dann aus einer kontinuierlichen Kurve, bzw. man kann zwischen 2 kontinuierlichen Kurven bequem interpolieren, weil sie annähernd parallel verlaufen. Dabei sind auch die Messungen bei kleinsten Schlagweiten immer bezüglich der Luftdichtenkorrektion richtig wiedergegeben; die Korrektion hängt bei allen Kugeln und Schlagweiten in komplizierterer Weise von diesen selbst ab. Die Genauigkeit der Darstellung hängt einmal von der Genauigkeit der zur Verfügung stehenden Eichwerte für Anfangsspannungen bei konstanter Luftdichte ab. Je genauer die Eichtabellen für konstante Luftdichte sind, um so genauer können auch die Anfangsspannungen bei veränderter Luftdichte angegeben werden. Zur Anlage der angegebenen Abbildung braucht man nur die Anfangsspannungen bei konstanter Luftdichte zu kennen (bei dem Parameter $\delta \cdot D$ bleibt $\delta =$ konst.). Ferner hängt sie vom gewählten Maßstab ab (bei Wahl von U_{max} von 10 kV_{max} bis 100 kV_{max} oder von log U_{max} von 1 bis 2 gleich 25 cm ist eine Dichteänderung von $^1/_2\,\%$, die einer Temperaturänderung von 1,5° C bei 20° C oder einer Druckänderung von 3,8 mm Hg bei 760 mm Hg entspricht, noch bequem abzulesen; log U_{max} und log $\frac{s}{D}$ ist zweckmäßig im selben Maßstabe aufzutragen, weil sich so die besten Kurvenschnittpunkte unter fast 45° ergeben).

Die Änderung der Anfangsspannung bei Änderung der Temperatur oder des Druckes oder der Temperatur und des Druckes ist gleich groß, wenn die Gasdichten in den drei Fällen gleich geändert werden. Dies wurde bei normaler Luft in den Grenzen

Digitized by Google

der Temperatur von der Nähe des Siedepunktes $t = -170^0$ C bis zu $t = 400^0$ C und des Druckes von $b = 38$ mm Hg bis Atmosphärendruck, bei N_2 und CO_2 in den Grenzen der Temperatur $t = 20^0$ C bis $t = 100^0$ C und des Druckes von $b = 38$ mm Hg bis Atmosphärendruck bestätigt gefunden. Sowohl bei konstantem Druck und veränderlicher Temperatur wie bei konstanter Temperatur und veränderlichem Druck wie auch bei veränderlicher Temperatur und veränderlichem Druck bei veränderlicher oder konstanter Gasdichte erwies sich die Anfangsspannung nur von der Gasdichte abhängig. Nur bei Spitzenelektroden änderte sich die Anfangsspannung mit wachsendem Druck langsamer mit der Luftdichte als bei Temperaturänderung. Bei Temperaturen $t >$ etwa 400^0 C bis 1053^0 C traten Feldstörungen durch Thermionen bei normaler Luft bei allen metallischen Elektrodenformen und damit Herabsetzungen der Anfangsspannung auf, die bis ungefähr 750^0 C bei allen Elektrodenformen und Schlagweiten im Verhältnis gleich groß, bei noch höheren Temperaturen bis 1053^0 C besonders bei größeren Schlagweiten größer waren.

Es wurde der Einfluß der relativen Feuchtigkeit auf die Anfangsspannung untersucht. Die Anfangsspannung wird zunächst bei Normaltemperatur 20^0 C durch zunehmende relative Feuchtigkeit erhöht, und zwar von 0% bis etwa 50% linear, um bei größeren Feuchtigkeiten schließlich schneller anzuwachsen. Sie scheint bei allen Elektrodenformen und Schlagweiten prozentual gleich stark anzuwachsen, ein Einfluß des Kugeldurchmessers wurde nicht gefunden. Die mittlere prozentuale Anfangsspannungserhöhung betrug von 0% bis 50% relative Feuchtigkeit etwa 1%, 0% bis 77% 2% und 0% bis 95% 3%. Bei höheren Temperaturen (bis $t = 150^0$ C) zeigte sich qualitativ wie quantitativ ungefähr das gleiche Ergebnis wie bei $t = 20^0$ C. Die Gase bei den Versuchen über den Einfluß der Dichteänderung waren immer getrocknet.

Herrn Professor Dr. W. O. Schumann, auf dessen Veranlassung die vorliegende Arbeit im Elektrophysikalischen Laboratorium der Technischen Hochschule München ausgeführt wurde, möchte ich an dieser Stelle für seine reiche Unterstützung meinen verbindlichsten Dank aussprechen.

Ebenso möchte ich der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft meinen ergebensten Dank für die Gewährung der zur Durchführung der Arbeit nötigen Mittel aussprechen.

Schließlich möchte ich den Firmen Gesellschaft für Lindes Eismaschinen A.-G., Abt. Gasverflüssigung, in Höllriegelskreuth bei München für Überlassung von flüssiger Luft und Fichtel u. Sachs, A.-G. Schweinfurt, für Stahlkugeln danken.

Digitized by Google

Energieumwandlung und Energiefluß im elektromagnetischen Feld.

Von

Dr. **L. Kneissler-Maixdorf**, Wien.

In der Arbeit „Der elektromagnetische Energiefluß im allgemeinen Transformator" (Arch. f. Elektrot. Bd. **16**, H. **2**, **1926**) wurde die Energiebewegung hauptsächlich im Raume zwischen zwei Stromsystemen an Hand des Poyntingschen Vektors einer näheren Betrachtung unterzogen. Nunmehr soll die Untersuchung ergänzend auch auf die Quellen und Senken des elektromagnetischen Energieflusses ausgedehnt werden. Hierbei ergibt sich die Notwendigkeit, auch die nicht elektromagnetischen Energieformen zu berücksichtigen, die stets in den Senken des elektromagnetischen Energieflusses entstehen und in seinen Quellen verschwinden. Während nun der Begriff des Poyntingschen Vektors längst eingebürgert ist, findet der Begriff des Flusses der übrigen Energieformen in der Literatur keine nennenswerte Verwendung. Sollte die Darstellung der energetischen Vorgänge hier jedoch folgerichtig durchgeführt und eine Unstimmigkeit in der Darstellung vermieden werden, so war der Begriff des allgemeinen Energieflusses nicht zu umgehen. Seine Definition unterliegt, wie sich zeigen wird, keinerlei prinzipiellen Schwierigkeit; seine Verwendung, insbesondere im Rahmen einer fundamentalen, in ihrer Bedeutung für systematische und heuristische Zwecke viel zu wenig gewürdigten Gleichung, erweist sich als fruchtbar. Auf diese Gleichung soll nun zunächst eingegangen werden, da sich alle Energieumwandlungen, soweit sie vom Standpunkt des Energie- und des Nahewirkungsprinzipes aus erfaßbar sind, aus ihr ableiten lassen.

Die Bedeutung der hauptsächlich verwendeten Zeichen ist folgende:

$\mathfrak{H}$ magnetische Feldstärke,
$\mathfrak{B}$ magnetische Induktion,
$\mathfrak{E}$ elektrische Feldstärke,
$\mathfrak{D}$ elektrische Induktion,
$\mathfrak{G}$ elektrische Stromdichte,
$\mathfrak{Z}$ Vektor des gesamten Energieflusses,
$\mathfrak{v}$ materielle Geschwindigkeit,
$\mathfrak{i}$, $\mathfrak{j}$, $\mathfrak{k}$ Einheitsvektoren bzw. in der x-, y-, z-Richtung,
E Fortlauf der elektrischen Feldstärke entlang einem linearen Leiter,
K Klemmenspannung,
$\mathfrak{J}$ Stromstärke,
L Selbstinduktionskoeffizient,
L_s Streuinduktivität,
M Gegeninduktionskoeffizient,
w Wicklungszahl,
r Ohmscher Widerstand,
ε Dielektrizitätskonstante,
μ magnetische Permeabilität,
ϱ_e spezifischer Widerstand,
A Energiedichte,
ϱ_m materielle Dichte,
$\frac{\partial}{\partial t}$ zeitliche Ableitung in einem ruhenden Punkt,
$\frac{d}{dt}$ zeitliche Ableitung in einem materiellen Punkt.

Digitized by Google

Der Index 1 kennzeichnet die Zugehörigkeit des Zeichens zum Primärsystem, der Index 2 zum Sekundärsystem. Vektoren sind durch deutsche Buchstaben angedeutet. Das innere Produkt zweier Vektoren wird nach Gibbs durch einen Punkt, das äußere Produkt durch ein schräges Kreuz zwischen den Vektoren angedeutet.

Wir gehen von der Kontinuitätsgleichung der Mechanik

$$\frac{\partial \varrho_m}{\partial t} + \operatorname{div} \varrho_m \mathfrak{v} = 0 \tag{1}$$

aus. Diese bildet offenbar für die materielle Bewegung die zusammenfassende Aussage des Prinzips der Erhaltung der Materie und des Nahewirkungsprinzips und stellt dar, wie der durch den Vektor $\varrho_m \mathfrak{v}$ angegebene „materielle Fluß" in seinen Quellräumen mit der Abnahme der materiellen Dichte daselbst verknüpft ist, indem er von der dort abnehmenden Materie gespeist wird oder durch Aufspeicherung von Materie in seinen Senkräumen in diese mündet. Durch Integration über ein Volumen V mit der Oberfläche F erhält man

$$\int_V \frac{\partial \varrho_m}{\partial t} dv + \int_V \operatorname{div} \varrho_m \mathfrak{v}\, dv = \int_V \frac{\partial \varrho_m}{\partial t} dv + \int_F \varrho_m \mathfrak{v} \cdot d\mathfrak{f} = 0. \tag{2a}$$

Wird $\varrho_m \mathfrak{v}$ oder die Normalkomponente dieses Vektors an der Oberfläche gleich Null, so folgt

$$\int_V \frac{\partial \varrho_m}{\partial t} dv = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \varrho_m dv = 0 \tag{2b}$$

und hieraus die Erhaltung der Materie

$$\int_V \varrho_m dv = \text{konst.} \tag{2c}$$

Bei dieser Integration ist es unwesentlich, ob an die Stelle der Materie ein anderer unerzeugbarer und unzerstörbarer Stoff tritt. Das erste Glied der Gleichung (1) bedeutet dann allgemein die zeitliche Zunahme der Dichte eines solchen Stoffes, während das zweite Glied den auf die Umgebung des betrachteten Volumelementes übergehenden, auf die Zeiteinheit bezogenen Betrag angibt.

Nimmt man etwa von der ersten Maxwellschen Gleichung die Divergenz, so folgt

$$\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} \frac{\mathfrak{D}}{4\pi} + \operatorname{div} \mathfrak{G} = 0, \tag{3}$$

welche Gleichung den Ausdruck $\operatorname{div} \frac{\mathfrak{D}}{4\pi}$ als Dichte der unter den geltenden Voraussetzungen unveränderlichen Gesamtelektrizitätsmenge und $\mathfrak{G}$ als deren Fluß deutet.

Wird als Stoff unveränderlichen Gesamtbetrages die Energie gesetzt, so folgt

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \operatorname{div} \mathfrak{Z} = 0^1. \tag{4}$$

A bedeutet die Dichte der Gesamtenergie, $\mathfrak{Z}$ die vektorielle Dichte des Gesamtenergieflusses. Durch Spaltung dieser Größen in die Anteile der hier berücksichtigten drei Energieformen, der elektromagnetischen, der mechanischen und der Wärmeenergie erhält Gleichung (4), bei leicht verständlichen Indizes, die Form

$$\left(\frac{\partial A_{\text{elm}}}{\partial t} + \operatorname{div} \mathfrak{Z}_{\text{elm}}\right) + \left(\frac{\partial A_{\text{mech}}}{\partial t} + \operatorname{div} \mathfrak{Z}_{\text{mech}}\right) + \left(\frac{\partial A_{\text{wä}}}{\partial t} + \operatorname{div} \mathfrak{Z}_{\text{wä}}\right) = 0. \tag{5}$$

Jeder der drei eingeklammerten Ausdrücke stellt bei positiven Werten die zeitliche Zunahme der betreffenden Energiedichte zuzüglich der in die Umgebung des betrachteten Volumelementes übergehenden Leistung, mit einem Worte die Pro-

[1] Siehe G. Jaumann, Strahlungen in starken elektromagnetischen Feldern. Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften in Wien, Bd. 116, Abt. IIa, S. 389, 1907.

Digitized by Google

duktion der Energie der betreffenden Form dar. Der Kürze halber soll diese Bezeichnung auch für negative Werte beibehalten werden. Setzt man

$$\frac{\partial A_{\text{elm}}}{\partial t} + \operatorname{div} \mathfrak{Z}_{\text{elm}} = P_{\text{elm}} \tag{6}$$

und für die anderen Energieformen die analogen Ausdrücke, so erhält Gleichung (4) auch die Form

$$P_{\text{elm}} + P_{\text{mech}} + P_{\text{wä}} = 0. \tag{7}$$

Die Summe der Produktionen der einzelnen Energieformen und daher auch die Produktion der gesamten Energie in einem abgeschlossenen Volumen ist gleich Null.

Für jede der drei Teildichten und für jeden der drei Teilflüsse liegen die weiter unten Verwendung findenden expliziten Ausdrücke vor. In diesem Rahmen bedeutet der Poyntingsche Vektor lediglich eine Komponente des gesamten Energieflusses; eine Auffassung, die offenbar besser befriedigt, als diejenige, die den elektromagnetischen Energiefluß als mehr zufällige Sondererscheinung dieses Gebietes betrachtet.

Die zeitliche Ableitung der Energiedichte in einem ruhenden Raumpunkt wird bisweilen zweckmäßig durch die Ableitung in einem materiellen Punkt ersetzt. Gemäß der Eulerschen Regel nimmt dann Gleichung (4) die Form

$$\frac{dA}{dt} - \mathfrak{v} \cdot \nabla A + \operatorname{div} \mathfrak{Z} = 0 \tag{8}$$

an. Gilt für die materielle Bewegung $\operatorname{div} \mathfrak{v} = 0$, so kann Gleichung (8) auch

$$\frac{dA}{dt} + \operatorname{div} (\mathfrak{Z} - A\mathfrak{v}) = 0 \tag{9}$$

geschrieben werden. Der Energiefluß ist hier um die konvektive Komponente vermindert. Allgemein, für eine beliebige materielle Bewegung, gilt dieser Ausdruck für den Energiefluß, wenn die Ableitung

$$\frac{DA}{Dt} = \frac{dA}{dt} + A \operatorname{div} \mathfrak{v} \tag{10}$$

eingeführt wird.

Es gilt dann allgemein

$$\frac{DA}{Dt} + \operatorname{div} \mathfrak{Z}' = 0 \tag{11a}$$

wobei

$$\mathfrak{Z}' = \mathfrak{Z} - A\mathfrak{v} \tag{11b}$$

bedeutet.

Durch Einsetzen der speziellen Ausdrücke für die Dichten und Flüsse der verschiedenen Energieformen in Gleichung (5) ergeben sich die vom Energieprinzip geforderten Bedingungen. Zur Darlegung der Verwendbarkeit dieser Methode soll Gleichung (5) zunächst einigen Erörterungen rein mechanischer Vorgänge, unter Beschränkung auf kontinuierliche Medien, zugrunde gelegt werden.

Tritt bei einem Vorgang keine elektromagnetische und keine Wärmeenergie auf, so gilt

$$P_{\text{mech}} = \frac{DA_{\text{mech}}}{Dt} + \operatorname{div} \mathfrak{Z}'_{\text{mech}} = 0. \tag{12}$$

Die Dichte der mechanischen Energie besteht, wenn die Gravitation zunächst außer Betracht bleibt, aus dem Anteil $\frac{1}{2} \varrho_m \mathfrak{v}^2$ oder kinetischen und dem hier mit ξ bezeichneten Anteil der elastischen Energie, auf dessen expliziten Ausdruck es hier nicht weiter ankommt. Für den mechanischen Energiefluß $\mathfrak{Z}'_{\text{mech}}$ ergibt sich entsprechend dem Satze, daß die Leistung durch das innere Produkt aus Kraft und Geschwindigkeit bestimmt wird, der Ausdruck

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{Z}'_{\text{mech}} = \mathfrak{i}\,(\sigma_x v_x + \tau_{yx} v_y + \tau_{zx} v_z) + \mathfrak{j}\,(\tau_{xy} v_x + \sigma_y v_y + \tau_{zy} v_z) + \\ + \mathfrak{k}\,(\tau_{xz} v_x + \tau_{yz} v_y + \sigma_z v_z) \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Digitized by Google

Die σ- und τ-Werte bezeichnen in der üblichen Weise die Normal- und Schubspannungen; doch bedeuten positive σ-Werte zur Vermeidung negativer Vorzeichen Druckspannungen. Gleichung (13) gibt den auf die Zeit- und Flächeneinheit bezogenen Energiedurchtritt durch ein von materiellen Punkten gebildetes Flächenelement an. Durch ein auf Druck beanspruchtes Flächenelement fließt die Energie in Richtung der Geschwindigkeit, durch ein auf Zug beanspruchtes in umgekehrter Richtung; durch eine rotierende, tordierte Welle fließt die Energie in axialer Richtung. Führt man in der Bezeichnungsweise nach Gibbs die Spannungsdyade

$$\psi = \mathfrak{i}\sigma_x\mathfrak{i} + \mathfrak{i}\tau_{yx}\mathfrak{j} + \mathfrak{i}\tau_{zx}\mathfrak{k} + \mathfrak{j}\tau_{xy}\mathfrak{i} + \mathfrak{j}\sigma_y\mathfrak{j} + \mathfrak{j}\tau_{zy}\mathfrak{k} + \mathfrak{k}\tau_{xz}\mathfrak{i} + \mathfrak{k}\tau_{yz}\mathfrak{j} + \mathfrak{k}\sigma_z\mathfrak{k} \tag{14}$$

ein, so gilt

$$\mathfrak{Z}'_{\text{mech}} = \psi \cdot \mathfrak{v}. \tag{15}$$

Die Divergenz dieses Energieflusses lautet

$$\operatorname{div} \mathfrak{Z}'_{\text{mech}} = \operatorname{div}(\psi \cdot \mathfrak{v}) = \alpha + \beta, \tag{16a}$$

wobei

$$\alpha = (\nabla\psi)\cdot\mathfrak{v} = \left(\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}\right)\mathfrak{v}_x + \left(\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z}\right)\mathfrak{v}_y + \left(\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_z}{\partial z}\right)\mathfrak{v}_z \tag{16b}$$

$$\beta = \sigma_x\frac{\partial v_x}{\partial x} + \tau_{yx}\frac{\partial v_x}{\partial y} + \tau_{zx}\frac{\partial v_x}{\partial z} + \tau_{xy}\frac{\partial v_y}{\partial x} + \sigma_y\frac{\partial v_y}{\partial y} + \tau_{zy}\frac{\partial v_y}{\partial z} + \tau_{xz}\frac{\partial v_z}{\partial x} + \tau_{yz}\frac{\partial v_z}{\partial y} + \sigma_z\frac{\partial v_z}{\partial z} \tag{16c}$$

gilt.

Ein elastischer Stoff bewege sich gleichförmig mit homogener Geschwindigkeitsverteilung, so daß $\operatorname{div}\mathfrak{Z}'_{\text{mech}} = 0$ und $\beta = 0$ gelten. Da die Komponenten der Geschwindigkeit voneinander unabhängig sind, müssen die Klammerausdrücke in Gleichung (16b) in diesem Falle einzeln gleich Null sein. Dies führt sogleich auf die bekannten Gleichgewichtsbedingungen der Elastizitätstheorie. Für den betrachteten elastischen Stoff gilt ferner die Bewegungsgleichung

$$\varrho_m\frac{d\mathfrak{v}}{dt} + \nabla\psi = 0. \tag{17}$$

Bildet man das innere Produkt dieser Gleichung mit $\mathfrak{v}$, so folgt unter Heranziehung der Gleichung (16), sowie der Kontinuitätsgleichung

$$-\alpha = \varrho_m\frac{d\mathfrak{v}}{dt}\cdot\mathfrak{v} = \frac{\partial\frac{1}{2}\varrho_m\mathfrak{v}^2}{\partial t} + \operatorname{div}\left(\frac{1}{2}\varrho_m\mathfrak{v}^2\cdot\mathfrak{v}\right). \tag{18}$$

Die rechte Seite dieser Gleichung gibt nun die Produktion der kinetischen Energie an. Hierdurch ist die Bedeutung von $-\alpha$ angegeben. Ebenso läßt sich zeigen, daß $-\beta$ die Produktion der elastischen Energie bedeutet. Aus der Gleichung

$$\frac{\partial A_{\text{mech}}}{\partial t} + \operatorname{div}\left(\psi\cdot\mathfrak{v} + \frac{1}{2}\varrho_m\mathfrak{v}^2\cdot\mathfrak{v} + \xi\,\mathfrak{v}\right) = 0 \tag{19}$$

folgt dieses Resultat in der Form

$$-\beta = \frac{\partial\xi}{\partial t} + \operatorname{div}\xi\,\mathfrak{v}. \tag{20}$$

Die Summe der Produktionen der kinetischen und der elastischen Energie ist allgemein von Null verschieden. Dies bedeutet keinen Widerspruch mit dem Energieprinzip und rührt daher, daß die konvektiven Energieflüsse $\frac{1}{2}\varrho_m\mathfrak{v}^2\cdot\mathfrak{v}$ und $\xi\,\mathfrak{v}$ der kinetischen und der elastischen Energie nicht den gesamten Energiefluß angeben. Zu dessen Darstellung ist noch die Komponente $\mathfrak{Z}'_{\text{mech}} = \psi\cdot\mathfrak{v}$ hinzuzufügen. In einem Raume, an dessen Oberfläche $\mathfrak{Z}_{\text{mech}}$ gleich Null oder tangential gerichtet ist, ist die Summe der Produktionen der kinetischen und elastischen Energie, wie sich leicht ergibt, stets gleich Null; der Energiebetrag daher konstant.

Digitized by Google

In formaler Weise kann auch die Gravitation in Gleichung (12) Berücksichtigung finden. Eine geschlossene Darstellung ist hierbei allerdings nicht möglich, da die klassische Gravitationstheorie keine Nahewirkungstheorie ist. Man erhält die richtigen mechanischen Gleichungen durch den Ansatz

$$\mathfrak{Z}'_{\text{mech grav}} = \varphi\, \mathfrak{v} \tag{21}$$

für die durch die Gravitation erzeugte Energieflußkomponente, wobei φ das Potential der äußeren Kräfte bedeutet. In einer inkompressibeln Flüssigkeit ohne innere Reibung ist $\beta = 0$. An Stelle der Spannungsdyade ψ tritt hier die skalare Druckspannung p, so daß Gleichung (12) für diesen Fall die Form

$$\frac{\partial A_{\text{mech}}}{\partial t} + \operatorname{div}\left(p\,\mathfrak{v} + \varphi\,\mathfrak{v} + \frac{1}{2}\varrho_m\,\mathfrak{v}^2\cdot\mathfrak{v}\right) = 0 \tag{22}$$

annimmt. Unter Berücksichtigung der hier geltenden Voraussetzungen folgt hieraus

$$\left\{\varrho_m \frac{\partial \mathfrak{v}}{\partial t} + \nabla\left(p + \varphi + \frac{1}{2}\varrho_m\,\mathfrak{v}^2\right)\right\}\cdot\mathfrak{v} = 0, \tag{23}$$

woraus für $\mathfrak{v} = \nabla V$ sogleich die bekannte hydrodynamische Gleichung

$$\frac{\partial \varrho_m V}{\partial t} + p + \varphi + \frac{1}{2}\varrho_m\,\mathfrak{v}^2 = \text{konst} \tag{24}$$

folgt.

Bei einem mechanischen Vorgang mit Wärme-Produktion gilt

$$P_{\text{mech}} + P_{\text{wä}} = 0. \tag{25}$$

In einer zähen inkompressiblen Flüssigkeit, die jetzt betrachtet sei, ist neben der Druckspannung p noch eine Dyade ψ' einzuführen, deren negative Ableitung $-\nabla\psi'$ die der inneren Reibung entspringenden Spannungen angeben möge. Gleichung (25) lautet für diesen Fall explizit

$$\frac{D A_{\text{mech}}}{D t} + \operatorname{div}(p\,\mathfrak{v} + \varphi\,\mathfrak{v} + \psi'\cdot\mathfrak{v}) + P_{\text{wä}} = 0. \tag{26}$$

Ferner sei

$$\operatorname{div}(\psi'\cdot\mathfrak{v}) = \alpha' + \beta' \tag{27}$$

gesetzt. α' und β' bedeuten die analogen Ausdrücke, wie in Gleichung (16), in denen jedoch die elastischen Spannungen durch die infolge innerer Reibung erzeugten zu ersetzen sind. Die Bewegungsgleichung fordert hier, da $\operatorname{div}\mathfrak{v} = 0$ und die Volumkräfte die Beschleunigung bestimmen

$$\varrho_m \frac{d\mathfrak{v}}{dt}\cdot\mathfrak{v} + \operatorname{div}(p\,\mathfrak{v} + \varphi\,\mathfrak{v}) + \alpha' = 0. \tag{28}$$

Es folgt daher

$$\beta' + P_{\text{wä}} = 0. \tag{29}$$

Der Ausdruck

$$\beta' = \sigma_x' \frac{\partial v_x}{\partial x} + \tau_{yx}' \frac{\partial v_x}{dy} + \tau_{zx}' \frac{\partial v_x}{dz} \tag{30}$$
$$+ \ldots\ldots\ldots \text{usw.}$$

gibt demgemäß den negativen Wert der Wärmeproduktion an. Setzt man für die Reibungsspannungen

$$\sigma_x' = k\frac{\partial v_x}{\partial x},\quad \tau_{yx}' = \frac{\partial v_x}{\partial y},\quad \tau_{zx}' = k\frac{\partial v_x}{\partial z}, \tag{31}$$
$$\text{usw.}\ldots\ldots,$$

so geht Gleichung (28) unter Verwendung des Greenschen Satzes in die von Navier und Stokes aufgestellte hydrodynamische Gleichung für zähe inkompressible Flüssigkeiten über. Mit den Werten der Gleichung (31) ergibt Gleichung (29) die Wärmeproduktion.

Wenn hier vereinzelte mechanische Vorgänge in Kürze betrachtet wurden, so geschah es, um die Verwendbarkeit der Gleichung (4) auch auf diesem Gebiete dar-

Digitized by Google

zulegen. Unter Heranziehung jeweils geeigneter weiterer Gesichtspunkte gestattet Gleichung (4) als zusammenfassender Ausdruck des Energieprinzipes die Ableitung der ganzen Mechanik. Ferner dürften die Erörterungen gezeigt haben, daß die Definition des Energieflusses als Energiedurchtritt durch eine bestimmte Fläche auch im mechanischen Gebiet keiner Schwierigkeit unterliegt. In der Tat gehört dieser Begriff den Darstellungen auf Grund des Nahewirkungsprinzipes an, die räumlich und zeitlich getrennte wahrnehmbare Vorgänge durch bestimmte, der unmittelbaren Wahrnehmung entrückte Bilder verknüpfen. Der Begriff des allgemeinen Energieflusses besitzt die gleiche Berechtigung wie der eines andern Vektorfeldes.

Da zur eindeutigen Bestimmung des Ablaufes von Vorgängen das Energieprinzip bekanntlich keineswegs ausreicht, wären hierzu weitere geeignete Gesichtspunkte heranzuziehen. Als solche dienten oben die Kontinuitäts- und die Bewegungsgleichung. Insbesondere aber würde das Entropieprinzip in einer Nahewirkungsform eine wesentliche Erweiterung und Vertiefung der Darstellung ergeben[1]. Hierauf kann hier jedoch nicht weiter eingegangen werden.

An Hand der Gleichung (4) sollen nunmehr die energetischen Vorgänge im elektromagnetischen Feld betrachtet werden. Die Dichte der elektromagnetischen Energie bei zeitlich konstanter Dielektrizitätskonstante und magnetischer Permeabilität ist

$$A_{\text{elm}} = \frac{1}{8\pi}(\mathfrak{E}\cdot\mathfrak{D} + \mathfrak{H}\cdot\mathfrak{B}). \tag{32}$$

Zur Ableitung des Ausdruckes für den elektromagnetischen Energiefluß bei materieller Bewegung sind die Maxwell-Hertzschen Gleichungen analog wie die Maxwellschen Gleichungen zur Ableitung des Poyntingschen Vektors zu behandeln. Man erhält

$$\mathfrak{Z}_{\text{elm}} = \frac{1}{4\pi}\{[c\,\mathfrak{E} + (\mathfrak{B}\times\mathfrak{v})]\times[c\,\mathfrak{H} - (\mathfrak{D}\times\mathfrak{v})]\}, \tag{33}$$

woraus

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{div}\mathfrak{Z}_{\text{elm}} = &-\frac{1}{4\pi}\mathfrak{C}\cdot\frac{\partial\mathfrak{D}}{\partial t} - \frac{1}{4\pi}\mathfrak{H}\cdot\frac{\partial\mathfrak{B}}{\partial t} - \mathfrak{C}\cdot\mathfrak{G} - \frac{1}{c}(\mathfrak{B}\times\mathfrak{v})\cdot\mathfrak{G} + \\ &- \mathfrak{C}\cdot\mathfrak{v}\operatorname{div}\frac{\mathfrak{D}}{4\pi} - \frac{1}{c}(\mathfrak{B}\times\mathfrak{v})\cdot\mathfrak{v}\operatorname{div}\frac{\mathfrak{D}}{4\pi} + \frac{1}{4\pi c}\frac{\partial(\mathfrak{B}\times\mathfrak{D})}{\partial t}\cdot\mathfrak{v}\end{aligned}\right\} \tag{34}$$

folgt. Es gilt ferner

$$\frac{\partial A_{\text{elm}}}{\partial t} = \frac{1}{8\pi}(\mathfrak{C}^2\nabla\varepsilon + \mathfrak{H}^2\nabla\mu)\cdot\mathfrak{v} + \frac{1}{4\pi}\left(\mathfrak{C}\cdot\frac{\partial\mathfrak{D}}{\partial t} + \mathfrak{H}\cdot\frac{\partial\mathfrak{B}}{\partial t}\right). \tag{35}$$

Schließlich erhält man

$$\left.\begin{aligned}&-P_{\text{mech}} - P_{\text{wä}} = P_{\text{elm}} = \frac{\partial A_{\text{elm}}}{\partial f} + \operatorname{div}\mathfrak{Z}_{\text{elm}} = \\ &= \frac{1}{8\pi}(\mathfrak{C}^2\nabla\varepsilon + \mathfrak{H}^2\nabla\mu)\cdot\mathfrak{v} - \mathfrak{C}\cdot\mathfrak{G} - \frac{1}{c}(\mathfrak{B}\times\mathfrak{v})\cdot\mathfrak{G} + \\ &- \mathfrak{C}\cdot\mathfrak{v}\operatorname{div}\frac{\mathfrak{D}}{4\pi} - \frac{1}{c}(\mathfrak{B}\times\mathfrak{v})\cdot\mathfrak{v}\operatorname{div}\frac{\mathfrak{D}}{4\pi} + \frac{1}{4\pi c}\frac{\partial(\mathfrak{B}\times\mathfrak{D})}{\partial t}\cdot\mathfrak{v}.\end{aligned}\right\} \tag{36}$$

Die Glieder der rechten Seite dieser Gleichung geben diejenige Gestaltungen des elektromagnetischen Feldes mit Berücksichtigung der materiellen Bewegung an, die die Umwandlung der elektromagnetischen Energie in die anderen Energieformen und umgekehrt bedingen. Die Produktion mechanischer Energie ist an die materielle Bewegung geknüpft. Für $\mathfrak{v} = 0$ gilt daher

$$P_{\text{elm}} = -P_{\text{wä}} = -\mathfrak{C}\cdot\mathfrak{G}. \tag{37}$$

In diesem Falle ist die einzige Energieumwandlung die der elektromagnetischen Energie in Stromwärme. Die Richtung dieser Umwandlung ist durch die Gleichung

[1] Siehe E. Lohr, Entropieprinzip und geschlossenes Gleichungssystem, Hölder, Wien 1916.

Digitized by Google

$$\mathfrak{C} = \varrho_e \mathfrak{G} \tag{38}$$

eindeutig festgelegt. Für $\mathfrak{v} \neq 0$ treten in Gleichung (36) die Ausdrücke auf, welche die Umwandlung der elektromagnetischen Energie in mechanische und umgekehrt angeben und aus denen der Kraftangriff des elektromagnetischen Feldes auf die Materie sogleich abgeleitet werden kann. Das vorletzte Glied der rechten Seite ist identisch gleich Null. Obzwar aus diesem Grunde energetisch bedeutungslos, ergibt es doch im Zusammenhang der systematischen Ableitung die auf eine im magnetischen Induktionsfelde bewegte Elektrizitätsmenge einwirkende Kraft an. Das letzte Glied ist mit dem Strahlungsdruck verknüpft; seine Gültigkeit ist entsprechend dem Geltungsbereich der Maxwell-Hertzschen Gleichungen begrenzt.

Bei elektrischer und magnetischer Hysteresis tritt eine weitere Wärmeproduktion auf. Es sei angemerkt, daß sich deren übliche Ableitung implizit auf Gleichung (4) stützt, weshalb hierauf nicht weiter eingegangen sei.

Durch spezielle Annahmen läßt sich die Energieumwandlung in ihren Elementen aufzeigen. Ist $\frac{\partial A_{elm}}{\partial t} = 0$ und $\mathfrak{G} = 0$, so folgt unter Vernachlässigung des den Strahlungsdruck angebenden Gliedes aus den obigen Gleichungen

$$\operatorname{div} \mathfrak{Z}_{elm} = -\frac{1}{4\pi}\left(\mathfrak{C}\cdot\frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} + \mathfrak{H}\cdot\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}\right) = \frac{1}{8\pi}(\mathfrak{C}^2 \nabla \varepsilon + \mathfrak{H}^2 \nabla \mu)\cdot \mathfrak{v} = -P_{mech.} \tag{39}$$

An den Stellen des verschwindenden elektromagnetischen Energieflusses tritt mechanische Energie auf und umgekehrt. Ähnlich folgt unter entsprechenden Voraussetzungen

$$P_{elm} = -\frac{1}{c}(\mathfrak{B}\times\mathfrak{v})\cdot\mathfrak{G} = -\frac{1}{c}(\mathfrak{G}\times\mathfrak{B})\cdot\mathfrak{v} = -P_{mech.} \tag{40}$$

Bedeutet der zweite Ausdruck als inneres Produkt einer elektromotorischen Kraft mit der Stromdichte eine Abnahme der elektromagnetischen Energie, so gibt der dritte Ausdruck als inneres Produkt einer mechanischen Kraft mit der materiellen Geschwindigkeit die entsprechende Produktion der mechanischen Energie an. Analoges gilt von den Gleichungen

$$P_{elm} = -\mathfrak{C}\cdot\mathfrak{v}\operatorname{div}\frac{\mathfrak{D}}{4\pi} = -\mathfrak{C}\operatorname{div}\frac{\mathfrak{D}}{4\pi}\cdot\mathfrak{v} = -P_{mech}, \tag{41}$$

in denen wiederum der zweite Ausdruck das innere Produkt der elektrischen Feldstärke mit einer konvektiven Stromdichte, der dritte das innere Produkt einer Kraft, und zwar der von der elektrischen Feldstärke auf eine Elektrizitätsmenge ausgeübten, mit der materiellen Geschwindigkeit bildet. Diese mathematischen Identitäten erhalten so eine physikalische Deutung. Die Dimensionen der Leistung wird auf verschiedenen Wegen aus Faktoren verschiedener Dimension gebildet. Die Gleichungen der drei verschiedenen Energieformen sind, wie man unmittelbar erkennt, nicht gleichwertig, da z. B. aus der Gestaltung des elektromagnetischen Feldes auf die Produktion der mechanischen und der Wärmeenergie geschlossen werden kann, während der umgekehrte Weg hier nicht möglich ist. Diese Erscheinung läßt sich jedoch aus energetischen Betrachtungen allein nicht deuten.

Von einem weiteren Eingehen auf die allgemeine Energieumwandlung im elektromagnetischen Feld soll nun abgesehen werden[1]. Gleichung (4) erweist sich auch hier von den Grundlagen bis in alle Einzelheiten als zuverlässiger Führer, dessen folgerichtige Verwendung eine anschauliche Darstellung der Vorgänge vom energetischen Standpunkt aus in systematischer Weise gestaltet. Von den spezielleren Anwendungen

[1] Gleichung (29) der eingangs zitierten Arbeit gibt die Divergenz des elektromagnetischen Energieflusses unter Vernachlässigung der Energie des elektrischen Feldes und unter Verwendung des Begriffes der Bewegung von Induktionslinien an. Mit Rücksicht auf diesen Zusammenhang mit den obigen Ausdrücken kann eine weitere Erörterung dieser Gleichung unterbleiben.

Digitized by Google

der hier entwickelten Vorstellungen soll nun auf zwei Anwendungsgebiete, nämlich das Vektordiagramm bei Wechselstromvorgängen, sowie die Streuungslehre eingegangen werden.

Die energetischen Vorgänge in einem ruhenden Transformator, der hierzu herangezogen sei, lassen sich leicht überblicken, wenn das elektrische Feld im Transformatorbereich in zweckmäßiger Weise unterteilt wird, und zwar zunächst in das wirbelfreie Teilfeld $\mathfrak{E}_q$ und das quellenfreie Teilfeld $\mathfrak{E}_w$, so daß $\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_q + \mathfrak{E}_w$ gilt. Der Fortlauf des ersteren Teilfeldes zwischen zwei Klemmen, auf beliebigem Integrationswege, ergibt die Klemmenspannung; das letztere wird durch das oszillierende magnetische Induktionsfeld erzeugt. In einem stromführenden Leiterelement ist nun die elektrische Feldstärke, gemäß der Gleichung (38) stets gleich der mit dem spezifischen Widerstand erweiterten Stromdichte. Der elektromagnetische Energiefluß ist daher, wie sich unmittelbar aus der Verknüpfung des magnetischen Feldes mit der elektrischen Stromdichte und an Hand des Poyntingschen Vektors ergibt, stets in das Leiterinnere gerichtet, um hier in Stromwärme umgewandelt zu werden. Ist jedoch $\mathfrak{E}$ in Komponenten zerlegt, so bedeutet dies nun auch die Zerlegung des in den Leiter eindringenden elektromagnetischen Energieflusses, so daß dieser als resultierender Fluß verschiedener, den Komponenten von $\mathfrak{E}$ entsprechenden Teilflüsse erscheint. Die erwähnte Teilung des elektrischen Feldes läßt sich noch weiter führen, indem man unter Annahme zeitlich konstanter Dielektrizitätskonstante und magnetischer Permeabilität die Komponenten $\mathfrak{E}_q$ und $\mathfrak{E}_w$ noch weitergehend jeweils in den vom Primär- bzw. vom Sekundärsystem herrührenden Anteil spaltet. Es gilt dann in leicht verständlicher Bezeichnungsweise für einen beliebigen Punkt im Transformatorbereich

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_{q1} + \mathfrak{E}_{w1} + \mathfrak{E}_{q2} + \mathfrak{E}_{w2}. \tag{42}$$

Diese Komponenten bilden im Verein mit dem magnetischen Feld (dessen Unterteilung keinen weiteren Nutzen bietet) vier Teilflüsse, deren resultierender Teilfluß im Betrage der auf die Zeiteinheit bezogenen Stromwärme ins Leiterinnere gerichtet ist, während die einzelnen Teilflüsse für einen Zeitpunkt teilweise in den Leiter eindringen und teilweise aus diesem austreten, wobei die Beträge dieser Teilflüsse den des resultierenden beliebig übersteigen können. Betrachtet man einen Leiterpunkt und bildet das innere Produkt der Gleichung (42) mit der zugehörigen Stromdichte, so bedeutet, wie die Feldverknüpfungen zeigen, ein positiver Wert jedes inneren Teilproduktes der rechten Seite ein Eindringen des betreffenden Teilflusses in den Leiter, ein negativer Wert ein Austreten.

Durch Einführung der Fortläufe der Teilfelder in Gleichung (42) zwischen den Klemmen je des primären und sekundären Leiters und entlang diesen folgen nun mit Verwendung der Induktionskoeffizienten die skalaren Momentanwerte

$$E_1 = K_1 - L_1 \frac{d\mathfrak{J}_1}{dt} - M \frac{d\mathfrak{J}_2}{dt} = \mathfrak{J}_1 r_1 \tag{43a}$$

$$E_2 = K_2 - L_2 \frac{d\mathfrak{J}_2}{dt} - M \frac{d\mathfrak{J}_1}{dt} = \mathfrak{J}_2 r_2. \tag{43b}$$

Der Fortlauf des Teilfeldes $\mathfrak{E}_{q1}$ im Sekundärleiter, sowie der des Teilfeldes $\mathfrak{E}_{q2}$ im Primärleiter ist gleich Null und entfällt. Es sei betont, daß die Gleichungen (43) aus der Grundgleichung (38) durch Spaltung des elektrischen Feldes $\mathfrak{E}$ gemäß Gleichung (42) und Bildung der Fortläufe hervorgehen. Da die Komponenten von $\mathfrak{E}$ zur Stromdichte $\mathfrak{G}$ stets räumlich parallel angeordnet werden, weil hierdurch das Maximum der Energieteilflüsse erzielt wird, so treten an die Stelle der inneren Produkte einfach skalare Momentanwerte. Multipliziert man daher die Gleichungen (43) mit $\mathfrak{J}_1$ bzw. $\mathfrak{J}_2$, so erhält man die Leistungsbilanzgleichungen des Primär- bzw. Sekun-

Digitized by Google

därleiters für einen Zeitpunkt. Schließlich ergeben sich durch Integration dieser Gleichungen über die Zeiteinheit die Leistungsbilanzgleichungen pro Leiter in der Form

$$K_1 \mathfrak{J}_1 \cos\varphi_1 - M\,\omega\,\mathfrak{J}_1\mathfrak{J}_2 \sin\psi = \mathfrak{J}_1^2 r_1 \qquad (44a)$$

$$K_2 \mathfrak{J}_2 \cos\varphi_2 + M\,\omega\,\mathfrak{J}_2\mathfrak{J}_1 \sin\psi = \mathfrak{J}_2^2 r_2. \qquad (44b)$$

ω bedeutet hierbei die Kreisfrequenz, ψ den Phasenverschiebungswinkel zwischen dem Primär- und dem Sekundärstrom. Gemäß den Gleichungen (44) wird resultierend pro Zeiteinheit und Leiter die Energie im Betrage $K_1 \mathfrak{J}_1 \cos\varphi_1$ entlang dem Primärleiter von außen zugeführt, um zwischen den Klemmen vollständig in den Primärleiter einzudringen und abzüglich der Stromwärme $\mathfrak{J}_1^2 r_1$ wieder in den Raum auszutreten. Dieser Anteil im Betrage $M\,\omega\,\mathfrak{J}_1\mathfrak{J}_2 \sin\psi$ durchquert nun den Raum, um gänzlich in den Sekundärleiter eindringend, neuerlich abzüglich der sekundären Stromwärme wieder auszutreten und im Betrage $K_2 \mathfrak{J}_2 \cos\varphi_2$ entlang dem Sekundärleiter nach außen abgeführt zu werden. Man kann die gesamte Energiebewegung im Transformator darstellen, indem man diesen Energiefluß als zeitlich konstant annimmt und die oszillierenden, sich überlagernden Teilflüsse hinzufügt. Die verschiedenen Vorzeichen des vom Primärleiter durch den Raum zum Sekundärleiter übergehenden Energieflusses in den beiden Gleichungen (44) rühren gemäß der erwähnten Regel daher, daß dieser im Primärleiter eine Quelle, im Sekundärleiter eine Senke bildet.

Im Diagramm treten die zeitlichen Verschiebungen der Fortläufe als räumliche Verschiebungen der Diagrammvektoren auf. Entsprechend gilt für diese: Ein spitzer Winkel zwischen einer Teilspannung und der Stromstärke bedeutet resultierend pro Leiter und Zeiteinheit das Eindringen des betreffenden Energieflusses in den Leiter durch dessen Oberfläche, also eine Senke; ein stumpfer Winkel das Austreten, also eine Quelle. Im Primärsystem schließt daher der Diagrammvektor der Klemmenspannung mit dem der Stromstärke einen spitzen, die vom Sekundärsystem im Primärleiter induzierte EMK einen stumpfen Winkel ein, während im Sekundärsystem analog das Umgekehrte gilt.

Der Diagrammvektor $\widehat{\mathfrak{J}r}$ ist stets gleich dem Diagrammvektor des resultierenden oder „wirklichen" elektrischen Feldes $\widehat{\mathfrak{E}}$ im Leiter und daher keineswegs dessen Komponente. Die Einführung des negativen Wertes von $\widehat{\mathfrak{J}r}$ ergibt jedoch ein Spannungspolygon einheitlichen Umlaufsinnes, dessen Verwendung aus verschiedenen Gründen zweckmäßig ist. Zu dessen Begründung kann man den betreffenden Leiter vollständig widerstandsfrei, also $\varrho_e = 0$, annehmen und nunmehr auf Grund dieser Fiktion den Diagrammvektor $-\widehat{\mathfrak{J}r}$ als weitere Spannungskomponente von $\widehat{E}$ betrachten, deren elektromagnetischer Energieteilfluß jedoch, in den Leiter eintretend, stets verloren geht. Mit Hilfe dieses Bildes und auf Grund der Energiebilanz folgt daher für jeden Leiter je ein geschlossenes Spannungspolyon einheitlichen Umlaufsinnes, wobei dieser durch die angeführte Regel jeweils festgelegt ist. Verknüpft sind beide Polygone durch die Bedingung, daß die inneren Produkte aus der Stromstärke des betreffenden Systems mit der vom Gegensystem induzierten Spannung im Diagramm einander entgegengesetzt gleich sind; entsprechend dem Umstande, daß die beiden Systeme energetisch durch den Übergang des Energieflusses im Betrage $M\,w\,\mathfrak{J}_1\mathfrak{J}_2 \sin\psi$ vom Primärleiter zum Sekundärleiter verbunden sind. Hierbei muß stets die Stromstärke des Sekundärsystems der des Primärsystems nacheilen, wenn $\psi < 180^0$ gilt. An die Stelle der Einteilung der Spannungen in überwindende und überwundene tritt hier zwanglos diejenige in Quellen und in Senken bildende.

Die Unterteilung eines Vektors in seine Komponenten ist an und für sich stets in beliebiger Weise möglich. Demgemäß kann an Stelle der bisher verwendeten Zerlegung des Feldes $\mathfrak{E}$ auch eine andere treten. Praktisch kommt hierbei nur die Verwendung der Streuungsfelder in Frage. An Stelle der Gleichungen (39) ergeben sich dann ganz analog die Gleichungen

Digitized by Google

$$E_1 = K_1 - L_{1s}\frac{d\mathfrak{J}_1}{dt} - \alpha\frac{d\Phi}{dt} = \mathfrak{J}_1 r_1 \tag{44a}$$

$$E_2 = K_2 - L_{2s}\frac{d\mathfrak{J}_2}{dt} - \beta\frac{d\Phi}{dt} = \mathfrak{J}_2 r_2, \tag{44b}$$

in denen Φ den gemeinsamen magnetischen Induktionsfluß bedeutet. Geändert ist hierbei die Unterteilung des elektrischen Wirbelfeldes. Hingegen bleiben die prinzipiellen, an die Komponenten von $\mathfrak{E}$ anknüpfenden energetischen Betrachtungen unverändert gültig. Die Gleichungen (44) lassen sich daher ganz ebenso wie die Gleichungen (39) einer Darstellung der energetischen Vorgänge im Transformator zugrunde legen, auf deren Ausführung hier jedoch verzichtet sei. Es sei vielmehr auf einige Folgerungen für die Streuungsbegriffe selber eingegangen.

Für zwei konzentrierte Wicklungen, welche die Primär- und die Sekundärwicklung eines Transformators bilden mögen, gelten unmittelbar anschaulich die Gleichungen

$$L_{1s} + M\frac{w_1}{w_2} = L_1 \tag{45a}$$

$$L_{2s} + M\frac{w_2}{w_1} = L_2, \tag{45b}$$

wobei w_1 bzw. w_2 die primäre bzw. sekundäre Windungsanzahl bedeuten. Hält man alle übrigen Größen einschließlich der Stromstärken konstant, so zeigen diese Gleichungen unmittelbar die Abnahme von M und daher auch des die Wirkenergie transportierenden Energieflusses mit zunehmenden Streuinduktivitäten. Der innere Grund hierfür liegt in der Verminderung der Quellen und Senken dieses Energieflusses infolge ungünstigerer Anordnung der Leiter, der Integrationswege, im elektrischen Feld oder anders formuliert, durch ungünstigere Verkettungen des magnetischen Induktionsflusses mit den Wicklungen. Beide Darstellungen, die erstere an Hand der Induktionskoeffizienten, die letztere an Hand der Streuungsbegriffe, besitzen nur formalen Unterschied.

Die Gleichungen (45) gelten für konzentrierte Wicklungen, bei denen kein Zweifel über die Realität und das Ausmaß der Streuflüsse bestehen kann. Bei nicht konzentrierten Wicklungen treten noch die doppelt verketteten Streuflüsse hinzu, die nicht unmittelbar anschaulich gleichsam im Verborgenen ihre Wirkung ausüben. Die Äquivalenz der beiden erwähnten, hier zur energetischen Deutung der Streuung herangezogenen Darstellungen ermöglicht es jedoch, auch die doppelt verketteten Streuflüsse auf einfach verkettete zu reduzieren und sie gleichsam zu veranschaulichen. Zwei Transformatoren mit den gleichen Werten L_1, L_2, M, w_1, w_2, r_1, r_2 sind — abgesehen von Eisenverlusten und anderen sekundären Erscheinungen — in ihrer Funktion einander gleich. Besitzt nun der eine der beiden konzentrierte, der andere nicht konzentrierte Wicklungen, so müssen die einfach verketteten Streuflüsse des ersteren ihrem Werte nach gleich den gesamten, also den einfach zuzüglich den doppelt verketteten Streuflüssen des letzteren sein. Dies folgt notwendig aus den oben herangezogenen energetischen Betrachtungen. Jedem gegebenen Transformator mit doppelt verketteten Streuflüssen kann daher ein sonst in elektromagnetischer Beziehung gleicher, jedoch mit lediglich einfach verketteten Streuflüssen zugeordnet werden. Die Differenzen der Beträge der einfach verketteten Streuflüsse beider Transformatoren geben dann die auf einfache Verkettung reduzierten doppelt verketteten Streuflüsse des letzteren Transformators an. Dies bedeutet die Berechtigung, die Streuinduktivitäten durch die Gleichungen (45) auch für Transformatoren mit nicht konzentrierten Wicklungen — aus den stets eindeutigen Induktionskoeffizienten — zu definieren und bei vollständiger Erfassung der Streuung in der Rechnung und im Diagramm zu verwenden!

Digitized by Google

Am deutlichsten zeigt sich die Wirkung der doppelt verketteten Streuflüsse, wenn die Umrandungslinien der beiden Wicklungen zusammenfallen, so daß keine einfach verketteten Streuflüsse auftreten können. Erfüllen die Stromstärken dieser Wicklungen die Bedingung

$$\sqrt{L_1}\,\mathfrak{J}_1 + \sqrt{L_2}\,\mathfrak{J}_2 = 0, \tag{46}$$

so verschwindet bei konzentrierten Wicklungen infolge der maximalen Kopplung das magnetische Feld und seine Energie, so daß bei positiven Stromwerten

$$\tfrac{1}{2} L_1 \mathfrak{J}_1^2 + \tfrac{1}{2} L_2 \mathfrak{J}_2^2 - \sqrt{L_1 L_2}\,\mathfrak{J}_1 \mathfrak{J}_2 = 0 \tag{47a}$$

gilt. Bei nicht konzentrierten Wicklungen mit sonst sämtlich gleichen Größen verbleibt in diesem Falle die Restenergie

$$\tfrac{1}{2} L_1 \mathfrak{J}_1^2 + \tfrac{1}{2} L_2 \mathfrak{J}_2^2 - M \mathfrak{J}_1 \mathfrak{J}_2 = \mathrm{R}. \tag{47b}$$

Es folgt aus den beiden letzten Gleichungen

$$R = \left(\sqrt{L_1 L_2} - M\right) \mathfrak{J}_1 \mathfrak{J}_2. \tag{48}$$

Da die Restenergie nicht verschwindet, muß offenbar allgemein

$$M^2 \leqq (L_1 - L_{1s})(L_2 - L_{2s}) \tag{49}$$

gelten, wenn unter L_{1s}, L_{2s} die Induktivitäten der einfach verketteten Streuflüsse verstanden werden. Hierbei gilt das Gleichheitszeichen für konzentrierte, das Ungleichheitszeichen für nicht konzentrierte Wicklungen. Zu der Verminderung des die Wirkenergie transportierenden Energieflusses durch die einfach verketteten Streuflüsse tritt daher, um auf die energetische Folgerung zu kommen, eine weitere Verringerung durch die doppelt verketteten Streuflüsse. Versteht man unter L_{1s} und L_{2s} die gesamten Streuinduktivitäten, so gilt stets das Gleichheitszeichen.

Obwohl die beiden Darstellungen, die eine an Hand der Induktionskoeffizienten, die andere an Hand der Streuungsbegriffe, formal einander äquivalent sind und insbesondere bei konzentrierten Wicklungen auch keinen nennenswerten Unterschied in praktischer Beziehung besitzen, so ergibt sich doch unzweifelhaft eine wachsende Überlegenheit der ersteren Darstellung bei zunehmender Komplikation der Wicklungen[1]. Die bei konzentrierten Wicklungen klare und anschauliche Streuungslehre führt bei abnehmender Regelmäßigkeit der Wicklungsformen in zunehmendem Maße zu Definitionsschwierigkeiten. Die Einteilung des magnetischen Induktionsfeldes in die einfach verketteten Streuflüsse und den gemeinsamen Fluß bedeutet bei der häufig sehr geringen Wichtigkeit der Umrandungslinien nichtkonzentrierter Wicklungen oft kaum mehr als eine bloße Äußerlichkeit, die durch die auch streuende Wirkung des gemeinsamen magnetischen Induktionsflusses als solche gekennzeichnet wird. Im Gegensatze hierzu behält die Darstellung mittels der Induktionskoeffizienten in allen Fällen ihre Anschaulichkeit und begriffliche Einfachheit.

Die Abhängigkeit des elektromagnetischen Energieflusses von der Gestaltung des magnetischen Feldes legt ferner die Frage nahe, ob ein Rückschluß von ersterem auf die Induktionskoeffizienten oder Streuinduktivitäten möglich ist. Allgemein ist dieser Weg infolge der Unabhängigkeit der Induktionskoeffizienten von M nicht gangbar, wohl aber in speziellen Fällen. Ist die Konfiguration des oszillierenden oder wandernden magnetischen Feldes an einer bestimmten Fläche gegeben, so ist hierdurch nicht nur der Energiedurchtritt durch diese bestimmt, sondern mit Berücksichtigung der Strom- und Permeabilitätsverteilung auch das gesamte magnetische Feld eindeutig festgelegt. Die Verfolgung dieses Weges würde hier jedoch zu weit führen.

[1] Siehe „Zur Definition und Anwendung der Streuungsbegriffe" E. u. M., 44. Jahrg. 1926, Heft 42, S. 773.

Digitized by Google

Die Berücksichtigung von Mehrphasensystemen, ferner der materiellen Bewegung verändert die bisherigen Ausführungen nur insoweit, als hierdurch noch weitere Komponenten der elektrischen Feldstärke auftreten. Für diese gilt jedoch prinzipiell das gleiche, wie für die bisher behandelten.

Hiermit seien die Erörterungen der elektromagnetischen Vorgänge von dem hier eingenommenen energetischen Standpunkt aus abgeschlossen. Konnte hierbei ein streng systematischer Weg beibehalten werden, der eine anschauliche und einheitliche Deutung der Vorgänge gestattet, so war dies nur durch die Verwendung des Energieprinzipes in seiner Nahewirkungsform, der Gleichung (4), möglich. In der Tat bedeutet die Heranziehung dieser Gleichung die bisher vernachlässigte Ausdehnung des so fruchtbaren Nahewirkungsprinzipes auf die Lehre von der Energie. Im Verein mit den Nahewirkungsgleichungen des elektromagnetischen Feldes resultiert hieraus eine weitgehende Klärung und Vertiefung der Darstellung. Der Hinweis hierauf bildet den Zweck dieser Zeilen.

Digitized by Google

Über ein neues Prinzip zur Herstellung hoher Spannungen[1].

Von

Rolf Wideröe, Berlin.

I. Einleitung.
II. Die Bewegungsgleichungen des Elektrons.
III. Kinetische Spannungstransformation mit Potentialfeldern.
1. Das Prinzip.
2. Theorie der resultierenden Spannungen.
3. Die experimentelle Untersuchung.
4. Einzelheiten der Versuchsanordnung.
5. Aussichten des Verfahrens.
IV. Der Strahlentransformator.
1. Das Prinzip.
2. Die Grundgleichungen.
3. Experimentelle Untersuchungen.
V. Zusammenfassung.

I. Einleitung.

Schwierigkeiten in der Beherrschung hoher Spannungen.

Bekanntlich liegen alle Schwierigkeiten bei der Herstellung hoher Spannungen in der Beherrschung der elektrostatischen Felder. Alle technischen Isoliermaterialien haben eine begrenzte Isolierfähigkeit, bei einer gewissen Feldstärke schlagen sie durch und werden leitend. Die Höhe der erzeugten Spannung wird deswegen hauptsächlich durch die stark zunehmenden Dimensionen der Isolierung begrenzt.

Es besteht nun aber die Möglichkeit, diese Grenze der erzeugten Spannungen wesentlich zu erhöhen, indem man elektrostatische Felder weitgehend vermeidet und die Hochtransformierung mit Hilfe schnellbewegten Elektronen und Ionen vornimmt.

Potentielle und kinetische Spannungen.

Wenn sich elektrische Ladungen durch ein elektrisches Feld bewegen, speichern sie einen Teil der Feldenergie als kinetische Energie auf. Für die kinetische Energie gilt das allgemeine Gesetz, daß sie immer mit der potentiellen Energie verknüpft ist, im Entstehen und im Verschwinden.

Entsprechend dieser Tatsache erscheint es deswegen auch zweckmäßig, von der Spannung einer bewegten Ladung zu reden. Die Ladung erhält dann (in Analogie zu den Energiebegriffen) diese kinetische Spannung, wenn sie durch eine entsprechende potentielle Spannung gefallen ist.

Zwei Wege der Spannungserzeugung.

Bei der Herstellung hoher potentieller Spannungen ist man hauptsächlich zwei Wege gegangen.

[1] Dissertation eingereicht am 29. 10. 1927 bei der Technischen Hochschule Aachen.

Digitized by Google

Bei den gewöhnlichen Transformatoren erzeugt ein elektrisches Wirbelfeld mit der Hochspannungswicklung ein elektrisches Potentialfeld. Da das elektrische Wirbelfeld sich bis ins Unendliche erstreckt, gestattet diese Methode theoretisch unbegrenzt hohe Spannungen zu erzeugen; die Spannungen werden nur durch Isolationsschwierigkeiten begrenzt.

Der zweite Weg zur Herstellung hoher Spannungen verwendet eine Serienschaltung von mehreren kleineren Spannungen. Bekannte Beispiele derartiger Spannungserzeugung sind die Stoßspannungs-Schaltungen von Marx und Töpler[1] (Schaltung mittels Funken), die Schenkel-Schaltung mittels Glühventilen[2] und die mechanischen Parallelserien-Schalter (Kondensator-Spannungserhöher von Rossing)[3].

Bei diesem Verfahren wird die Energie dem Dielektrikum bei kleinerer Spannung zugeführt, als elektrostatische Feldenergie aufgespeichert und nach Umschaltung als hohe Spannung verwendet.

Herstellung kinetischer Spannungen.

Für die Herstellung hoher kinetischer Spannungen können dieselben Methoden verwendet werden.

Bei einer Anordnung werden Elektronen zum Rotieren in einem elektrischen Wirbelfelde gezwungen, die Energie des Wirbelfeldes wird als kinetische Spannung der rotierenden Elektronen gewonnen.

Eine derartige Anordnung, die mit Elektronenstrahlen arbeitet, werden wir in folgendem (wegen der Analogie zum gewöhnlichen Transformator) als Strahlentransformator bezeichnen.

Nach der anderen Methode werden die Elektronen (oder die Ionen) nacheinander in mehreren Potentialfeldern beschleunigt. Sie speichern in jedem Feld die Spannung als kinetische Energie auf und erreichen in dieser Weise hohe kinetische Spannungen.

Ziel.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es nun, zu untersuchen, inwiefern diese beiden Methoden für die Herstellung hoher kinetischer Spannungen anwendbar sind und welche Schwierigkeiten sich dabei ergeben.

II. Die Bewegungsgleichungen des Elektrons.

a) Spannung und Geschwindigkeit.

Für kleine Geschwindigkeiten der Elektronen und Ionen kann man die Änderung der Masse bei der Bewegung vernachlässigen. Die kinetische Energie der Ladung ist in diesem Falle:

$$W = e \cdot U = \frac{m v^2}{2},$$

woraus sich die beiden Bewegungsgleichungen ergeben:

$$\boxed{U_{kin} = \frac{m v^2}{2 e} \quad \text{und} \quad v = \sqrt{\frac{2 U_{kin} \cdot e}{m}}.} \tag{1}$$

[1] E. Marx, ETZ S. 652, 1924 und M. Töpler, ETZ S. 1045, 1924.
[2] M. Schenkel, ETZ S. 333, 1919.
[3] B. L. Rossing, Trans. Leningrad Elektr. Res. Lab. Nr. 4, S. 77, 1926.

Digitized by Google

Für größere Geschwindigkeiten und Spannungen (etwa oberhalb 30 kV) muß noch die Massenänderung berücksichtigt werden. Nach der Relativitätstheorie ergibt sich für die kinetische Energie der Ladung[1]:

$$W = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right) = e \cdot U_{\text{kin}}, \tag{2}$$

wo:

c = Lichtgeschwindigkeit $= 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec}} = 1$ Lim.

β = Geschwindigkeit der Ladung in Lim.

Die genauen Bewegungsgleichungen ergeben sich daraus zu:

$$U = \varepsilon \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right) \sim \varepsilon \cdot \frac{\beta^2}{2} \tag{3}$$

$$v = c \frac{\sqrt{U^2 + 2U\varepsilon}}{U + \varepsilon} \sim c \cdot \sqrt{\frac{2U}{\varepsilon}}. \tag{4}$$

Die Konstante $\varepsilon = \frac{m_0 c^2}{e}$, die „spezifische Massenenergie", ist eine charakteristische Größe für die Dynamik elektrischer Ladungen. Für Elektronen ergeben die letzten Messungen[2]

$$\varepsilon = \frac{m_0 c^2}{e} = \frac{(3 \cdot 10^{10}\,\text{cm sec}^{-1})^2}{1{,}768\ \text{EME}} = 509\ \text{kV}.$$

Für ein einfach geladenes Ion mit dem Atomgewicht A ist:

$$\varepsilon_i = A \frac{1{,}768 \cdot 10^7}{9680} \cdot \varepsilon = A \cdot 933\,\text{MVolt}^3.$$

Wegen der großen Masse (ε groß) kann man bei Ionen für alle Fälle die angenäherten Formeln (1) verwenden.

Die Masse der Ladung bei der kinetischen Spannung U ist:

$$m = m_0 \frac{U + \varepsilon}{\varepsilon}. \tag{5}$$

β) Elektronen in veränderlichen elektrischen Feldern.

Im folgenden können die zeitlichen Änderungen des elektrischen Feldes während des Durchlaufens der Elektronen nicht immer vernachlässigt werden.

Wir wollen deswegen die Gleichung der Elektronenbewegung in einem räumlich konstantem Felde, dessen Feldstärke sich nach der Funktion $E(t)$ zeitlich ändert, ableiten. Für ein Wegelement ist:

$$dU = E \cdot ds,$$

mit der Gleichung (4) für die Geschwindigkeit ergibt sich:

$$dU = c \frac{\sqrt{U^2 + 2U\varepsilon}}{U + \varepsilon} \cdot E\,dt.$$

Integriert:

$$\sqrt{U^2 + 2U\varepsilon} = c \cdot \int E(t)\,dt + C. \tag{6}$$

Angenähert:

$$\sqrt{2U\varepsilon} = c \cdot \int E(t)\,dt + C. \tag{6a}$$

Die Randbedingungen (U_0 und t_0) bestimmen die Integrationskonstante C.

[1] Siehe z. B. A. Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien. 8. Kapitel. — Braunschweig.
[2] F. Wolf, Ann. d. Physik, S. 849, 1927.
[3] 1 MVolt = 10^6 Volt.

Digitized by Google

γ) Die Wirkungen der Gasmoleküle auf Elektronenstrahlen im Hochvakuum.

Bei schwachen beschleunigenden Feldern müssen die Elektronen, um hohe Spannungen zu erreichen, weite Strecken durchlaufen (siehe Abschnitt IV). Die Gasmoleküle können deswegen, selbst bei extremem Hochvakuum, noch bedeutende Wirkungen auf die Elektronenstrahlen ausüben.

Die mittlere freie Weglänge der Moleküle ist bei 10^{-8} mm Hg (ein Druck, der sich mit einer Glasapparatur erreichen läßt) für verschiedene Gase:

Tabelle 1.

Gas	H_2	O_2	N_2	CO_2	H_2O
Mittlere freie Weglänge in km $= 10^5$ cm	14,6	8,1	7,6	5,1	4,75

Druck: 10^{-8} mm Hg $= 1{,}3 \cdot 10^{-5}$ Dyn cm^{-2}
Temperatur: t $= 25^0$ C $= 298^0$ K.

Die mittlere freie Weglänge der Elektronen ist nach Maxwell $4 \cdot \sqrt{2}$ so groß; die gemessenen Elektronenweglängen scheinen etwas größer zu sein[1], so daß man als ungefähren Wert: 10^7 cm für die freie Weglänge der Elektronen bei 10^{-8} mm Hg annehmen kann. In dem elektrischen Wirbelfelde eines Transformators ist die Feldstärke von der Größenordnung $0{,}1 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$. Wir würden also bereits bei der Gewinnung von 10^6 Volt $= 1$ MVolt in den Bereich der mittleren freien Weglängen kommen. Da aber die Wirkungen der Gasmoleküle auch sehr von der Spannung der Elektronen abhängig sind, hat die freie Weglänge nur einen orientierenden Wert für die Beurteilung dieser Gaswirkungen.

Eine genauere Untersuchung über die Wirkungen der Gasmoleküle auf beschleunigte Elektronen (wesentlich auf Grund der Arbeiten Lenards auf diesem Gebiete) haben nun folgende Ergebnisse gezeigt:

Die Gasmoleküle bewirken Absorption, Spannungsverlust und Ablenkungen der Elektronen aus der Bahnkurve. Bei den in Frage kommenden Werten von Feldstärke $\left(\text{etwa } 0{,}1 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}\right)$ und maximal zu erreichender Spannung (etwa 10 MV) spielt nun die Absorption und der Spannungsverlust bei Drücken unterhalb 10^{-6} mm Hg keine Rolle. Die Diffusion der Elektronen ist dagegen nicht zu vernachlässigen. Sie bedingt eine untere Grenze für die Anfangspannung U_0. Diese Grenze würde in unserem Falle etwa zwischen 0,5 und 10 kV liegen.

Der Diffusion wegen sollte der Gasdruck nicht höher als 10^{-7} mm Hg sein.

III. Kinetische Spannungstransformation mit Potentialfeldern.

1. Das Prinzip.

Wie bereits erwähnt, läßt sich in elektrischen Potentialfeldern das Prinzip der kinetischen Spannungstransformation verwenden. Die elektrischen Ladungen (in diesem Falle Ionen, s. später) durchlaufen dabei mehrere Potentialfelder und speichern in jedem Feld dessen Spannung als kinetische Energie auf.

Als erster hat G. Isnig eine derartige Anordnung zur Herstellung von Ionenstrahlen hoher Spannung vorgeschlagen[2]. Isnig will die elektrischen Felder mittels Wanderwellen herstellen. Diese Wanderwellen sollen so geführt werden, daß sie die

[1] Partzsch, Ann. d. Phys. 44, 556, 1914.
[2] G. Isnig, Ark. f. Math. Astron. och Physik 18, Nr. 30, Heft 4, S. 45, 1925.

Digitized by Google

Beschleunigungselektroden zur selben Zeit wie die Ionen erreichen. Die Ausführung dieses Gedankens dürfte große Schwierigkeiten bereiten (z. B. die Vermeidung von Reflexionen und unerwünschte Koppelungen der Wanderwellen); irgendwelche Ergebnisse sind bis jetzt nicht veröffentlicht worden.

In Bild 1 ist eine günstigere Anordnung der Transformation gezeigt.

Die elektrischen Felder werden mittels der Wechselspannung U_b über vier Beschleunigungstrecken I—IV erzeugt (die Zahl der Strecken ist im Prinzip natürlich nicht beschränkt). Die Ionenstrahlen erreichen die erste Beschleunigungstrecke mit der Anfangspannung u_0. Während einer halben Periode werden die Ionen in I

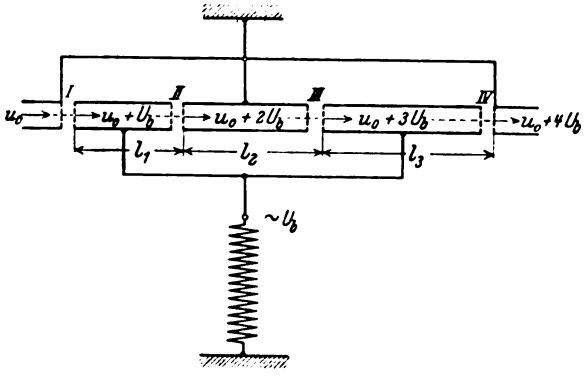


Bild 1. Prinzip der Spannungstransformation mit Potentialfeldern.

und III beschleunigt, in II und IV werden sie gebremst. Wird nun der Abstand l zweier Beschleunigungstrecken so gewählt, daß die Ionen diesen Weg in einer halben Periode zurücklegen, so werden sie in allen Strecken mit der Spannung U_b beschleunigt werden.

Zwischen zwei Beschleunigungstrecken sind die Ionen (im Innern eines Zylinders) vor jeder elektrostatischen Beeinflussung geschützt. Während dieser Zeit werden die Ionen und der Zylinder von dem Potential $-U_b$ auf den Potential $+U_b$ gehoben; die resultierende kinetische Energie der Ionen wird also der Wechselstromquelle als erhöhter Aufladestrom entzogen.

Man sieht jetzt auch, warum für derartige Anordnungen Ionen gewählt worden sind. Je langsamer die elektrischen Ladungen sich bei der betreffenden Spannung bewegen (ε groß), um so kleiner werden die Abstände l und die Frequenzen der Wechselspannung U_b. Die Transformation mittels Elektronenstrahlen würde Frequenzen von etwa 10^8 sec^{-1} und große Abmessungen der Beschleunigungsgröhren (~ 1 m) erfordern. Die Ionen haben bei derselben Spannung eine 100—1000mal kleinere Geschwindigkeit und bieten deswegen keine derartigen technischen Schwierigkeiten.

a. Theorie der resultierenden kinetischen Spannungen.

α) Die Grundgleichung.

Wir werden in folgendem, um einen Überblick über die auftretenden Erscheinungen zu erhalten, die einfachste Anordnung mit 2 Beschleunigungstrecken untersuchen. Das Hinzufügen weiterer Beschleunigungstrecken bietet nichts prinzipiell Neues, die Untersuchungsmethoden bleiben die gleichen.

Für die Geschwindigkeit zwischen den beiden Strecken gilt die angenäherte Formel (5)

$$v = \frac{c}{\sqrt{\frac{e}{2}}} \sqrt{u_0 + U_b}$$

Digitized by Google

u_0 = Anfangspannung,
U_b = Maximalwert der Beschleunigungspannung.

Für die Wellenlänge λ der Wechselspannung ergibt sich somit die Bedingung:

$$t = \frac{l}{v} = \frac{l}{\frac{c}{\sqrt{\frac{e}{2}}}\sqrt{u_0 + U_b}} = \frac{1}{2}\frac{\lambda}{c},$$

daraus folgt:

$$\lambda = l \cdot \sqrt{\frac{2e}{u_0 + U_b}}, \tag{7}$$

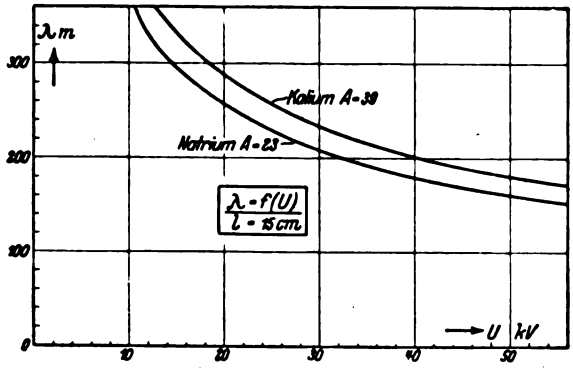


Bild 2. Wellenlänge in Abhängigkeit der Beschleunigungspannung.

Bild 2 zeigt die Wellenlänge in Abhängigkeit der Spannung $U = u_0 + U_b$ für Natrium und Kalium-Ionen bei einem festen Abstand $l = 15$ cm der beiden Beschleunigungstrecken.

β) Die Spannung-Zeitkurven.

In den meisten Fällen wird die Wechselspannung U_b wohl eine sinusförmige Kurvenform haben (eine rechteckige Kurvenform wäre in diesem Falle natürlich am günstigsten). Viele Ionen werden deswegen nicht mit der maximalen Spannung beschleunigt, die dadurch entstehenden Erscheinungen sollen in folgendem näher untersucht werden.

Für die gesamte kinetische Spannung der Ionen erhalten wir:

$$u = u_0 + u_1 + u_2 = u_0 + U_b \sin \omega t_1 - U_b \sin \omega \left(t_1 + \frac{l}{c\sqrt{\frac{2(u_0 + U_b \sin \omega t_1)}{e}}} \right).$$

Wir führen die Bedingung (7) ein und erhalten:

$$u = u_0 + U_b \sin \omega t_1 - U_b \sin \omega \left(t_1 + \pi \sqrt{\frac{1+\mu}{\mu + \sin \omega t_1}} \right), \tag{8}$$

wobei

$$\mu = \frac{u_0}{U_b} \quad \text{ist.}$$

Das letzte Glied gibt die Spannung an, welche die Ionen, die zur Zeit t_1 die erste Strecke durchlaufen, in der zweiten Strecke erhalten. Um die resultierende Spannung-Zeit Kurve zu finden, ist aber die Betrachtung von der zweiten Beschleunigungsstrecke aus günstiger. Aus Gleichung (8) können wir berechnen, zu welcher Zeit t_2 die Ionen (welche zur Zeit t_1 die erste Strecke passieren) die zweite Strecke erreichen. Es ist:

$$t_2 = t_1 + \frac{\pi}{\omega}\left(1 + \sqrt{\frac{1+\mu}{\mu + \sin \omega t_1}}\right). \tag{8a}$$

Digitized by Google

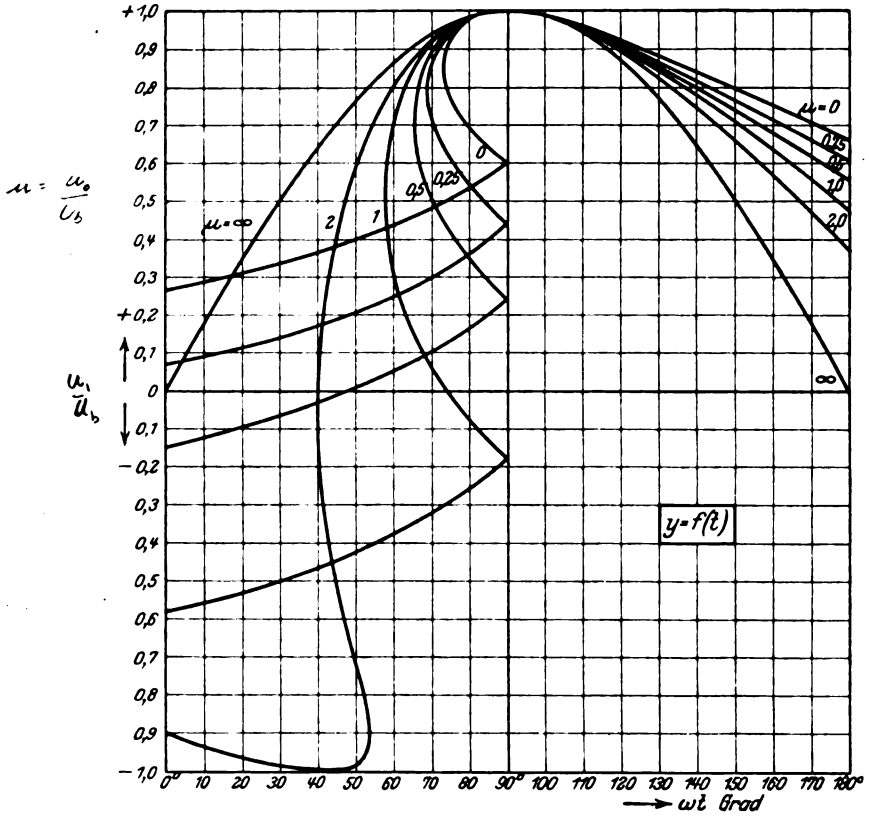


Bild 3. $y = f(t)$. Spannung-Zeitkurve vor der zweiten Beschleunigungstrecke

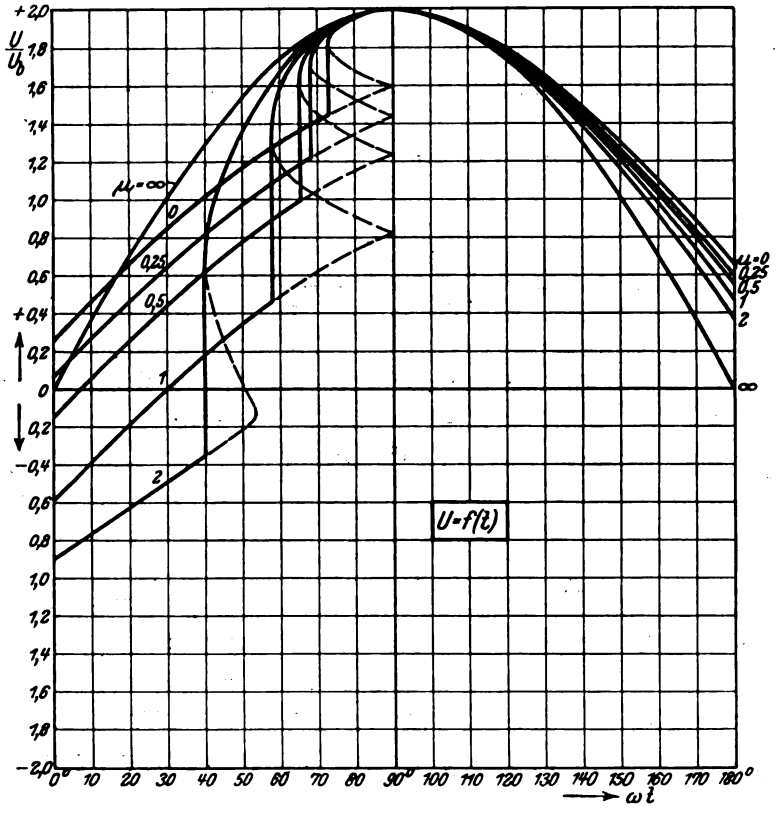


Bild 4. Resultierende Spannung-Zeitkurve unmittelbar hinter der zweiten Beschleunigungstrecke.

Digitized by Google

Die Spannung dieser Ionen (von Strecke I) ist bekannt, wir kennen somit die Spannung-Zeitkurve $u_1 = f(t_2)$ kurz vor der zweiten Beschleunigungstrecke (wir sehen hier von der Anfangspannung u_0 ab).

Bild 3 zeigt diese Funktion, $y = \frac{u_1}{U_b} = f(\omega t)$, für verschiedene Werte von μ.

Mit steigendem ωt wächst die Spannung allmählich an, bis wir einen Punkt erreichen, wo plötzlich auch Ionen höherer Spannung erscheinen. Von diesem Punkt bis $\omega t = 90^0$ ist der Ionenstrahl inhomogen und enthält Ionen mit drei verschiedenen Spannungen; von diesen interessieren hauptsächlich die Ionen höchster Spannung.

Die resultierende $U(t)$-Kurve, unmittelbar hinter der zweiten Beschleunigungstrecke, ist in Bild 4 gezeigt; diese Kurve wird sich natürlich ändern, wenn wir die Strahlen an anderer Stelle betrachten.

γ) Die Verhältnisse in der Beschleunigungstrecke.

Die bisherigen Betrachtungen gelten alle unter der Annahme unendlich kurzer Beschleunigungstrecken. Wir wollen die Zulässigkeit dieser Annahme prüfen und die zu erwartenden Änderungen untersuchen.

Die Ionen durchlaufen in der Beschleunigungstrecke ein zeitlich variables elektrisches Feld. Die kinetische Spannung läßt sich dann (weil ε groß) mittels der vereinfachten Gleichung (6a) berechnen:

$$\sqrt{2\,u\,\varepsilon} - \sqrt{2\,u_0\,\varepsilon} = c \int_t^{t+T} E(t)\,dt\,,$$

daraus ergibt sich:

$$u = \frac{\varepsilon}{2}\left[v_0 + \int_t^{t+T} E(t)\,dt\right]^2, \tag{9}$$

Um die Zeit T für das Durchlaufen der Beschleunigungstrecke zu finden, müssen wir den Weg des Ions als Funktion der Zeit berechnen. Nach Gleichung (1) ist:

$$v = \frac{c}{\varepsilon}\sqrt{2\,u\,\varepsilon} = \frac{c^2}{\varepsilon}\int_t^{t+T} E(t)\,dt + v_0$$

und:

$$s = \int_0^T v\,dt = \frac{c^2}{\varepsilon}\int_0^T \left[\int_t^{t+T} E(t)\,dt\right] dT + v_0\,T \tag{10}$$

Falls wir eine sinusförmige Wechselspannung U_b voraussetzen und für $\sin\omega T$ und $\cos\omega T$ die ersten Glieder der Reihenentwicklungen einsetzen ($\omega T < 10^0$), erhalten wir für T die angenäherte Bestimmungsgleichung:

$$s = v_0\,T + \frac{c^2}{\varepsilon}\frac{E_m \sin\omega t}{2}\cdot T^2 + \underbrace{\frac{c^2}{\varepsilon}\frac{E_m\cdot\omega\,[2\,T^3\cos\omega t - \omega\,T^4\cdot\sin\omega t]}{12}}_{\Delta s}, \tag{11}$$

Das letzte Glied Δs der Gleichung ist im allgemeinen sehr klein, es bestimmt die Abweichung durch die Änderung der Spannung während der Beschleunigung der Ionen. Um einen Überblick über die Abweichungen in der Zeit T zu erhalten, wurde diese Zeit für einen besonderen Fall errechnet. Es waren:

Länge der Beschleunigungstrecke: $s = 0{,}5$ cm.

Maximale Feldstärke: $E_m = 40\frac{\text{kV}}{\text{cm}}$, $U_b = 20$ kV, $u_0 = 10$ kV, $v_0 = 2{,}23\cdot 10^7\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$,

$\omega = 6{,}5\cdot 10^6\,\text{sec}^{-1}$, $\omega T = 7{,}6^0$ bis $6{,}0^0$, $\varepsilon = 3{,}62\cdot 10^{10}$ V (Kalium).

Digitized by Google

Die prozentualen Änderungen der Zeit T sind in der Tabelle 2 aufgetragen, die Durchlaufzeit wird durch die Spannungsänderung um einen sehr kleinen Wert verlängert. Für die erreichte kinetische Spannung ergibt sich:

$$u_{kin} = \frac{e}{2}\left[v_0 + \frac{c}{e}\int_t^{t+T} E_m \sin\omega t\, dt\right]^2 = \frac{e}{2}\left[v_0 + \frac{c \cdot E_m}{e \cdot \omega} \cdot \sin\omega\frac{T}{2} \cdot \sin\omega\left(t + \frac{T}{2}\right)\right]^2. \quad (12)$$

Für den relativen Spannungsverlust (d. h. Verlust gemessen an der Spannung, bei der die Ionen die Beschleunigungstrecke verlassen) ergibt sich somit zu:

$$\frac{\Delta u}{u} = \frac{u_{pot} - u_{kin}}{u_{pot}} = \frac{U_b \sin\omega(t+T) - \frac{e}{2}\left[v_0 + \frac{c \cdot E_m}{e\,\omega}\sin\omega\frac{T}{2} \cdot \sin\omega\left(t + \frac{T}{2}\right)\right]^2}{U_b \sin\omega(t+T)}. \quad (13)$$

Führen wir die Werte des vorherigen Beispiels ein, erhalten wir die in Tabelle 2 angegebenen prozentualen Werte der Spannungsverminderung. Bei Phasenwinkeln bis etwa 30° ist die Verminderung beträchtlich, bei Annäherung an die maximale Spannung (und dies Gebiet interessiert besonders) wird die Spannungsverminderung vernachlässigbar klein.

Tabelle 2.

$\omega t =$	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
$100 \cdot \frac{\Delta T}{T} =$	1,04	0,707	0,508	0,352	0,251	0,177	0,106	0,025	0
$100 \cdot \frac{\Delta u}{u} =$	20,6	10,6	7,0	4,8	2,8	1,90	1,40	0,60	−0,15

Wollen wir schließlich noch die erhöhte Geschwindigkeit in der zweiten Beschleunigungstrecke berücksichtigen, so müssen wir in der Bedingung (7) die Länge l zwischen den Beschleunigungstrecken etwas korrigieren. Falls wir das bereits erwähnte Beispiel zugrunde legen, ergibt sich (wie man leicht aus der mittleren Geschwindigkeit in der zweiten Strecke berechnen kann) eine Verkürzung der Länge l um 0,64 mm. Diese Änderung beträgt rund $^1/_2\%$ und ist also vernachlässigbar klein.

3. Die experimentelle Untersuchung.

Die experimentellen Untersuchungen sollten vor allem die Richtigkeit des Prinzips beweisen und die Schwierigkeiten des Verfahrens näher klarlegen. Aus

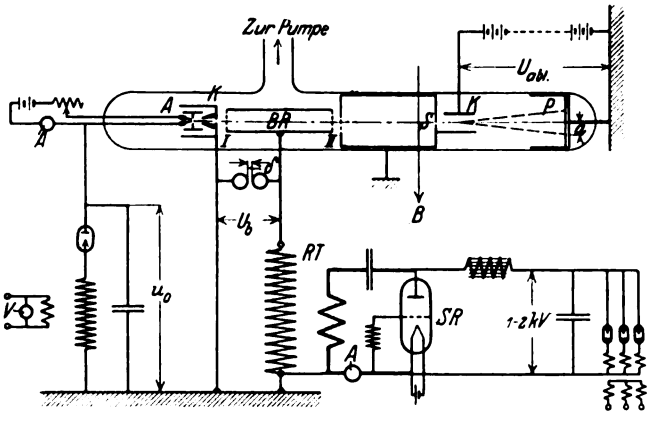


Bild 5. Die verwendete Schaltung.

Digitized by Google

diesen Gründen wurde die einfachste Anordnung mit zwei Beschleunigungstrecken untersucht. Die Beschleunigungspannung wurde auch relativ niedrig gewählt und betrug in den meisten Fällen etwa 20 $kVolt_{max}$.

Bild 5 zeigt eine schematische Ansicht der verwendeten Apparatur, Bild 6 eine photographische Aufnahme der Versuchsröhre. Die Ionen werden von der Glühanode A in Hochvakuum erzeugt; sie werden mit der Anfangspannung u_0 beschleunigt und verlassen die Kathode K. Der Ionenstrahl durchläuft die Beschleunigungstrecke I,

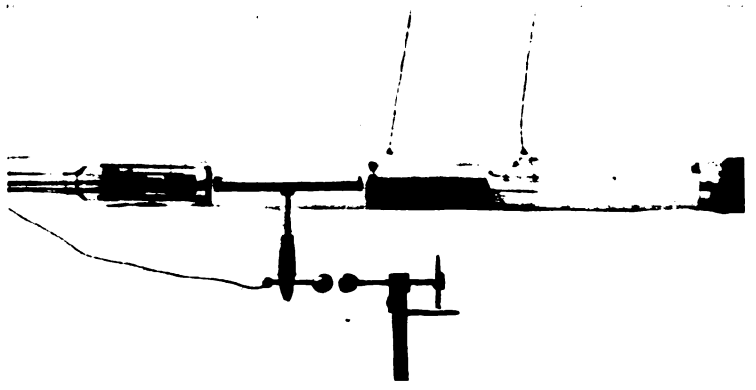


Bild 6. Die Versuchsröhre.

das Beschleunigungsrohr BR und die Strecke II, passiert dann eine elektrostatisch geschützte Strecke und wird mittels des Spaltes S auf einen etwa 0,1 mm breiten Strich ausgeblendet. In dem Kondensator K werden die Strahlen elektrostatisch abgelenkt und gelangen schließlich auf die photographische Platte P. Aus der Ablenkung a der Strahlen läßt sich die Spannung der Ionenstrahlen berechnen.

4. Einzelheiten der Versuchsanordnung.

α) Die Herstellung der Ionenstrahlen.

Die weitaus größten Schwierigkeiten bei den Versuchen bereitete die Herstellung der Ionenstrahlen. Da die ganze Apparatur sich in Hochvakuum befinden muß, erscheint die Verwendung einer Glühanode am günstigsten. Es wurde zuerst versucht, Ionenstrahlen nach der Methode von Gehrke und Reichenheim[1] herzustellen. Dieser Weg wurde aber wegen der vielen Schwierigkeiten[2], an der diese Methode krankt, verlassen.

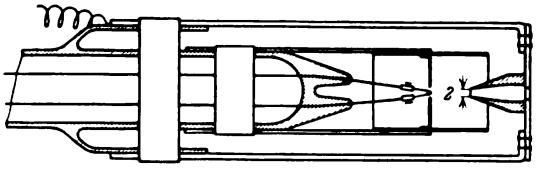
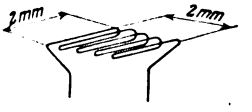


Bild 7. a) Der Elektrodensatz.



b) Der Glühdraht.

Brauchbare Ergebnisse wurden erst mit dem von Kunsmann[3] angegebenen Ionisator erreicht. Möglichst reines Eisenoxyd Fe_3O_4 wurde mit 1% KNO_3 und 0,5%

[1] Gehrke und Reichenheim, Verhdlg. d. Deutsch. Phys. Ges., Bd. 8, S. 559, 1906; Bd. 9, S. 76, 200, 376, 1907, Bd. 10, S. 217, 1908.

[2] Aston, Isotope, Braunschweig, S. 90, 1923.

[3] Kunsmann, Science 62, S. 269, 1925. — Larson u. Richardson, I. of Ind. Chemie, Bd. 17, S. 971, 1925.

Digitized by Google

Mg_2O_3 gemischt und im Vakuum geschmolzen. Der Ionisator wurde als feines Pulver mittels Paraffin auf die Platinanode aufgekittet und schließlich durch Glühen in einer Leuchtgasatmosphäre reduziert.

Für die Erzeugungselektroden erwies sich die in Bild 7 gezeigte Konstruktion als sehr günstig. Der Elektrodensatz gestattete es, Spannungen bis 40 kV_{max} zwischen Anode und Kathode anzulegen. Als Material für die Elektroden wurde Molybdän und Aluminium (für einige nicht warm werdende Teile) gewählt. Der Platinglühdraht war als ein doppeltes Gitter ausgebildet und wurde ganz mit dem Ionisator ausgefüllt.

Die Ionenstrahlen hatten eine Divergenz von etwa 1 : 50, die Stromstärke variierte mit dem Heizstrom der Anode und betrug (bei Rotglut) etwa 0,05—0,15 Milliamp. Um die Natur der Ionenstrahlen festzustellen, wurden Vorversuche (ohne Beschleunigungspannung U_b) ausgeführt, wobei die elektrische Ablenkung durch eine magnetische ersetzt war. Es zeigte sich, daß die Strahlen nur positive Kalium- und Natriumionen enthielten[1]. Das Verhältnis der beiden Ionenarten war nicht konstant; in vielen Fällen erschienen nur die Kaliumionen[2]. Die Lebensdauer des Ionisators betrug bei der relativ starken Emission nur etwa 5—10 Stunden (im Gegensatz zu anderen Erfahrungen[3]). Dies dürfte wohl daher rühren, daß während dieser Zeit der Hauptteil der im Ionisator vorhandenen Ionen emittiert wurde.

Die Anfangspannung u_0 wurde in üblicher Weise durch Gleichrichtung einer Wechselspannung hergestellt; die Spannung wurde primärseitig gemessen.

Das Vakuum der Röhre wurde mit einem Ionisationsvakuummeter[4] gemessen; eine konstante Ionenemission war nur bei gutem Vakuum (10^{-6} bis 10^{-7} mm Hg) zu erreichen. Bei guter Entgasung und Kühlung mit flüssiger Luft der Röhre wurde ein Vakuum von etwa 10^{-7} mm Hg erreicht. Während des Betriebs stieg der Druck in der Röhre auf rund $4 \cdot 10^{-7}$ mm Hg.

β) Die Beschleunigungspannung.

Das Verfahren bietet den großen Vorteil, daß man die Beschleunigungspannung mittels eisenloser Resonanztransformatoren (Teslatransformatoren) herstellen kann. Im vorliegenden Fall erwies es sich am günstigsten, den Schwingungskreis der Senderröhre direkt als Transformator auszubilden. Die Spannung U_b ließ sich leicht durch Änderung der Anodenspannung und Heizung der Senderröhre regulieren. Die Spannung wurde hauptsächlich durch die Leistung der Röhre (Telefunken *RS* 21 IV) und die dielektrischen Verluste im Resonanztransformator begrenzt.

Für die Messung der Beschleunigungspannung erwies sich eine Kugelfunkenstrecke am günstigsten. Der Kugeldurchmesser war 2 cm (um die Kapazität möglichst klein zu halten), die Funkenstrecke wurde mit Gleichspannungen geeicht[5]. Bestrahlung der Funkenstrecke mit einer Quecksilber-Quarzlampe übte keinen nachweisbaren Einfluß auf die Messungen aus. Die Kurvenform der Beschleunigungspannung wurde mit einer Western Electric-Röhre[6] oszillographiert; sie erwies sich als sehr genau sinusförmig.

γ) Die Messung der kinetischen Spannung

geschah durch elektrostatische Ablenkung. In Bild 8 ist eine derartige Ablenkung gezeigt worden; als Bahnkurve ergibt sich eine Parabeltangente, die Ablenkung a wird:

[1] Die Ablenkung genügte nicht, um die Kaliumisotope A = 39 und 41 voneinander zu trennen.

[2] Die Natriumionen rühren wahrscheinlich von Verunreinigungen des Ionisators her. Vielleicht stammen sie von dem Magnesittiegel des Schmelzofens.

[3] Kunsmann, Phys. Rev., Bd. 27, S. 739, 1926.

[4] S. Dushmann u. C. G. Found, Phys. Rev., Bd. 17, S. 7, 1921 und Bd. 23, S. 734, 1924.

[5] Die Werte fallen ganz mit den von Schumann angegebenen zusammen. Schumann. Berlin 1923, Elektrische Durchbruchfeldstärke der Gase. S. 10, Tabelle II und S. 21.

[6] Johnson, J. O. S. A., Bd. 6, S. 701, 1922.

Digitized by Google

$$a = l_2 \cdot \frac{v_t}{v_l} = \frac{l_2}{v_l} \cdot \frac{e \cdot E_{abl}}{m_t} \frac{l_1}{v_l} = l_1 l_2 \cdot E_{abl} \frac{U + \varepsilon}{U^2 + 2 U \varepsilon} \tag{14}$$

und für Ionenstrahlen ($\varepsilon >> U$):

$$a = l_1 l_2 \cdot E_{abl} \frac{1}{2U} = C \frac{E_{abl}}{U}. \tag{14a}$$

Wir ersehen daraus, daß die elektrostatische Ablenkung unabhängig von der Ionenmasse ist und nur von der Spannung U (und der Ablenkspannung) abhängt. Eine Präzisionsmessung der Spannung U wurde bei den Versuchen nicht erstrebt und war auch mit der einfachen Apparatur kaum möglich. Als hauptsächlichste

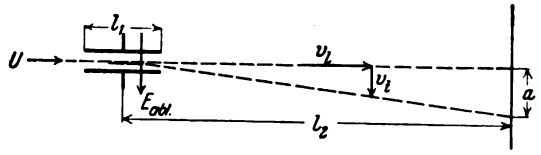


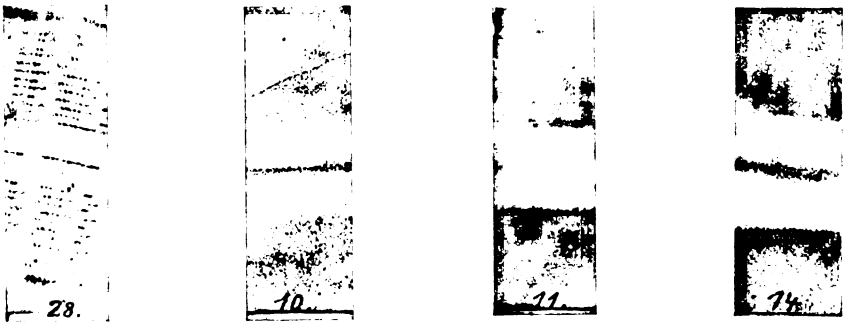
Bild 8. Elektrostatische Ablenkung.

Fehlerquelle kommen kleine Richtungsänderungen der Ionenstrahlen (durch Änderungen der Emission verursacht) in Verbindung mit kleinen Inhomogenitäten der beiden Beschleunigungsfelder in Betracht. Durch Vergrößerung des Abstandes zwischen dem Spalt und den Beschleunigungstrecken konnten die eben genannten Fehler (Unschärfe und Änderung der Null-Lage) beseitigt werden. Die Genauigkeit betrug bei den Spannungsmessungen 4—5%, bei der Eichung des Ablenkkondensators erreichte die Genauigkeit 1—2%.

Zur Erhöhung der Empfindlichkeit wurden die photographischen Platten mit Kalziumwolframat bestreut; sie wurden durch einen magnetisch betätigten Verschluß vor Außenlicht geschützt. Ein starkes Magnetfeld B sorgte dafür, daß keine Elektronen durch den Spalt gelangen konnten. Die Belichtungszeit lag zwischen 10 sec und 3 min.

δ) Die Versuchsergebnisse.

Da die Streufelder des Ablenkkondensators schwer zu berechnen waren, wurde die Ablenkkonstante C in Gleichung (14a) durch Eichungen mit bekannten Span-



a) Eichung, b) $\lambda = 290$ m, $\Sigma U = 42{,}5$ kV, c) $\lambda = 290$ m, $\Sigma U = 51{,}9$ kV, d) $\lambda = 235$ m, $\Sigma U = 56{,}0$ kV.

Blid 9. Aufnahmen bei verschiedenen Spannungen und Wellenlängen.

nungen bestimmt. Bild 9a zeigt eine Eichplatte. Um Fehlerquellen möglichst zu verkleinern, wurden die Strahlen abwechselnd nach beiden Richtungen abgelenkt. Als Mittelwert von etwa 20 Messungen ergab sich eine Ablenkkonstante von:

$$C = (50{,}8 \pm 0{,}4) \text{ cm}.$$

Digitized by Google

Die Versuche mit Beschleunigungspannungen zeigten sofort, daß die Ionen die erwartete doppelte kinetische Spannung erhielten.

Um die berechneten Spannungen nachzuprüfen, wurde die Wellenlänge der Spannung U_b geändert; die Abweichungen von dem durch die Bedingung (7) gegebenen Wert betrugen bis zu 30%. Die dadurch gegebene Änderung der erreichten Spannung ist in Bild 10 gezeigt, wo auch die gemessenen Werte eingezeichnet sind. Die ausgezogene Kurve stellt die theoretisch zu erwartende Änderung des Spannungswirkungsgrades $\eta_U = \frac{\Sigma U - u_0}{2 U_b}$ dar. Die Kurve wurde gefunden, indem die in Bild 3 gezeigte $U(t)$-Kurve (für $\mu = 0{,}4 - 0{,}6$) zu phasenverschobenen Sinuskurven addiert wurde. Die maximalen Werte der entstehenden Kurven ergeben dann die in Bild 10 eingezeichnete Kurve.

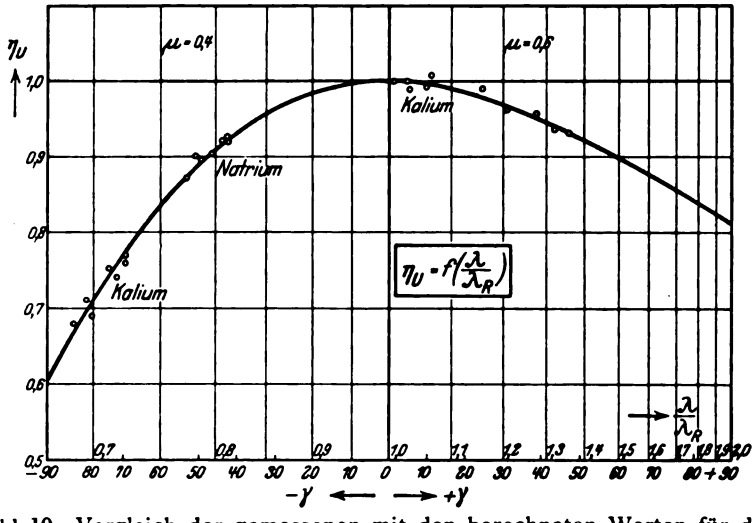


Bild 10. Vergleich der gemessenen mit den berechneten Werten für den Spannungswirkungsgrad bei verschiedenen Wellenlängen.

Wie man aus Bild 10 ersieht, bestätigen die aus den Aufnahmen ausgemessenen Werte in jeder Hinsicht die berechnete Kurve. Die Abweichungen von den berechneten Werten liegen alle innerhalb der Genauigkeitsgrenze.

Die Linien der Kalium- und Natriumionen ließen sich nur bei den Messungen mit $\lambda = 175$ m voneinander trennen. In allen übrigen Fällen muß der Abstand der Linien nur 0,1—0,2 mm betragen, was für eine Trennung nicht genügt. In Bild 9 b—d sind Aufnahmen bei verschiedenen Wellenlängen wiedergegeben.

Die experimentellen Untersuchungen haben gezeigt, daß der Spannungswirkungsgrad sich wenig mit der Wellenlänge ändert. Da aber die Intensität (mitgeführte Ladung) der Strahlen bei einer zu kleinen Wellenlänge stark abnimmt, empfiehlt es sich, die Wellenlänge nach der Bedingung (7) zu wählen.

5. Aussichten des Verfahrens.

Die Anwendungen des Verfahrens hängen eng mit der Herstellungsmöglichkeit der Ionenstrahlen zusammen. Mit den heute bekannten Verfahren dürfte es kaum möglich sein, den Emissionstrom höher als auf 1—10 Milliamp. zu steigern. Unter diesen Umständen kommt das Verfahren als technische Hochspannungsquelle für Gleichspannungen kaum in Frage (sehr nachteilig ist auch die kurze Lebensdauer des Ionisators).

Digitized by Google

Ionenstrahlen hoher Spannung beanspruchen aber an sich ein hohes physikalisches Interesse, und aus diesem Grunde dürfte das entwickelte Verfahren nicht ohne Wert sein.

Die erzeugten Spannungen werden hauptsächlich durch zwei Bedingungen begrenzt. Erstens begrenzt die Güte des Vakuums die verwendbare Spannung U_b; zweitens begrenzt die Kapazität der Beschleunigungsröhren und die Dimensionen der Apparatur die Zahl der Beschleunigungstrecken. Aus dem letzten Grunde ist es vorteilhaft, möglichst schwere Ionen zu verwenden. Cäsiumionen ($\varepsilon = 125 \cdot 10^{10}$ Volt) dürften in dieser Hinsicht günstig sein. Geht man dabei von einer Beschleunigungsspannung von $U_b = 170$ kV_{max} aus, würde man mit 5 Beschleunigungsröhren eine Spannung von rund 1 MVolt erzeugen können. Die ganze Apparatur würde bei einer Wellenlänge von $\lambda = 175$ m etwa 1,20 m lang werden. Mit noch schwereren Ionen (wie Thorium $\varepsilon = 213 \cdot 10^{10}$ Volt) würde man unter ähnlichen Bedingungen Spannungen von etwa 2 MVolt erreichen können.

IV. Der Strahlentransformator.

1. Das Prinzip.

In Bild 11 ist die Wirkungsweise des Strahlentransformators schematisch gezeigt. Die Primärwicklung W_1 treibt einen Wechselfluß Φ durch den Eisenkern des Transformators. Als Sekundärwicklung dient die Hochvakuumröhre R. Der Elektronenstrahl wird mittels der Glühkathode K erzeugt und in die Kreisröhre R geführt.

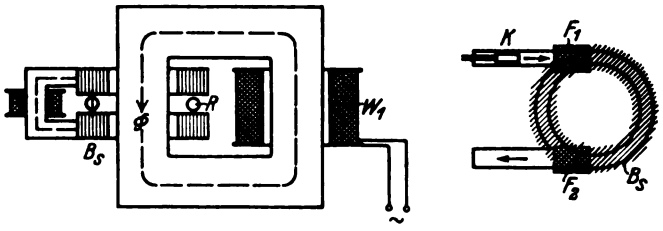


Bild 11. Wirkungsweise des Strahlentransformators.

Für die Steuerung der Elektronen in der Transformatorröhre könnte man elektrostatische oder magnetische Felder verwenden. Eine überschlägige Berechnung zeigt jedoch, daß die Steuerung hoher Spannungen elektrostatische Felder von der Größenordnung $1 \frac{\text{M Volt}}{\text{cm}}$ erfordern würden.

Da die entsprechende magnetische Steuerung leichter herstellbar ist (die Feldstärken liegen in der Größenordnung 5000 Gauß), wird in folgendem nur diese Art der Steuerung untersucht.

Die Elektronen rotieren in dem elektrischen Wirbelfelde des Wechselflusses Φ, bis sie die gewünschte kinetische Spannung erreicht haben. Die Zentrifugalkraft, die bei der Rotation entsteht, wird durch das Steuerfeld B_s aufgehoben; die beiden angedeuteten Felder F_1 und F_2 sorgen für die Einführung und die Ablenkung der Elektronen aus der Kreisbahn.

Bei der folgenden Untersuchung des Strahlentransformators werden wir zunächst die erreichbare Spannung der Elektronen untersuchen. Wir werden dann die wichtigste konstruktive Bedingung des Transformators, die richtige Ausbildung des Steuerfeldes B_s bestimmen.

2. Die Grundgleichungen.

α) Die Spannung.

Wir nehmen in folgendem an, daß der Wechselfluß Φ sich gleichmäßig über eine Kreisfläche verteilt. Der Wechselfluß bildet dann ein symmetrisches elektrisches

Digitized by Google

Wirbelfeld, dessen Kraftlinien konzentrische Kreise sind, aus. Da die Feldstärke räumlich konstant ist, können wir die Gleichung (6) verwenden:

$$\sqrt{U^2 + 2U\varepsilon} = c\int E(t)\,dt + C.$$

Bewegt sich ein Elektron auf einer Kreisbahn mit dem Radius r, wird die Feldstärke (positiv gerechnet):

$$E(t) = \frac{1}{2\pi r}\cdot\frac{d\Phi}{dt},$$

woraus:

$$\sqrt{U^2 + 2U\varepsilon} = \frac{c}{2\pi r}\cdot\Phi + C. \tag{15}$$

Wir führen die Randbedingungen ein, daß die Spannung von U_0 auf U, der Fluß von Φ_0 auf Φ anwachsen soll, und erhalten:

$$\sqrt{U^2 + 2U\varepsilon} - \sqrt{U_0^2 + 2U_0\varepsilon} = \frac{c}{2\pi r}(\Phi - \Phi_0). \tag{15a}$$

Mit Rücksicht auf einfache Steuerung der Elektronen wählen wir die Anfangswerte U_0 und Φ_0, so daß sie der folgenden Gleichung genügen:

$$\sqrt{U_0^2 + 2U_0\varepsilon} = \frac{c}{2\pi r}\cdot\Phi_0. \tag{16}$$

Für die Spannung U der Elektronen ergibt sich dann:

$$\sqrt{U^2 + 2U\varepsilon} = \frac{c}{2\pi r}\cdot\Phi,$$

woraus:

$$\underline{U = \sqrt{\left(\frac{c}{2\pi r}\right)^2 + \varepsilon^2} - \varepsilon.} \tag{17}$$

Die Spannung U ist in diesem Falle unabhängig von den Anfangswerten, entspricht also einer Transformation von $U_0 = \Phi_0 = 0$ aus. Um die erreichbare Spannung abschätzen zu können, wollen wir annehmen, daß die Fläche des Wechselflusses den ξ ten Teil der von dem Elektronenstrom begrenzten Fläche ausfüllt (ξ = Eisenfüllfaktor). Wir erhalten dann:

$$\frac{c}{2\pi r}\cdot\Phi = \frac{c}{2\pi r}\cdot\xi\cdot\pi r^2 B = \frac{c\cdot\xi\cdot B}{2}\cdot r = U_i.$$

Die eingeführte Größe U_i entspricht der erreichbaren Spannung für den Idealfall, daß die Elektronen keine Masse hätten ($\varepsilon = 0$) und dauernd mit nahezu Lichtgeschwindigkeit $v = c$ = konstant laufen würden. Für die erreichte maximale Spannung ergibt sich also:

$$U = \sqrt{U_i^2 + \varepsilon^2} - \varepsilon \sim U_i - \varepsilon \qquad (\text{für } U_i >> \varepsilon), \tag{18}$$

wo

$$\underline{U_i = 1{,}5\cdot\xi\cdot r\,\frac{B_{\max}}{10\,000}\,\frac{\text{M Volt}}{\text{Gauß}\cdot\text{cm}}.} \tag{18a}$$

Aus Gleichung (18) geht hervor, daß man bei einem Eisenfüllfaktor $\xi = 0{,}5$ und einer maximalen Induktion von $B = 15\,000$ Gauß bereits mit einem Röhrenradius von etwa 9 cm die Spannung 10 Millionen Volt herstellen kann.

Die Berechnungen lassen es also möglich erscheinen, daß man mit dem Strahlentransformator sehr hohe Spannungen erreichen kann. Aus diesem Grunde erschien es berechtigt, das Prinzip des Transformators und dessen Schwierigkeiten genauer zu untersuchen.

β) Das Steuerfeld.

Auf eine bewegte Ladung wirkt in einem magnetischen Felde die elektrodynamische Kraft:

$$P = e\cdot v\cdot B$$

Digitized by Google

Die radial wirkende Beschleunigungskraft der rotierenden Elektronen ist:

$$P_b = b \cdot m = \frac{v^2}{r} \cdot m .$$

Das magnetische Steuerfeld wird dann durch die Gleichung bestimmt:

$$e \cdot v \cdot B_s = \frac{v^2}{r} \cdot m ,$$

$$B_s = \frac{v}{e \cdot r} m = \frac{1}{e r} \frac{c \sqrt{U^2 + 2 U \varepsilon}}{U + \varepsilon} \cdot \frac{m_0 (U + \varepsilon)}{e} = \frac{1}{c \cdot r} \sqrt{U^2 + 2 U \varepsilon}. \tag{19}$$

Um die Beziehung zwischen dem Steuerfeld und dem induzierenden Feld zu untersuchen, führen wir in der letzten Gleichung den Wert der Spannung nach Gleichung (15a) ein:

$$B_s = \frac{\xi}{2} (B - B_0) + \frac{1}{c \cdot r} \sqrt{U_0^2 + 2 U_0 \varepsilon}. \tag{20}$$

Wir ersehen aus dieser Gleichung, daß, wenn die vorhin erwähnte Bedingung (16) erfüllt ist (und nur dann), das Steuerfeld dem induzierenden Felde proportional wird:

$$B_s = \frac{\xi}{2} \cdot B . \tag{21}$$

Man überzeugt sich auch leicht davon, daß die beiden Felder dieselbe Richtung haben müssen. Wir erhalten also das wichtigste Ergebnis:

Steuerfeld und induzierendes Feld sind proportional und phasengleich und können deswegen mittels derselben Erregung und demselben Wechselfluß Φ erzeugt werden.

Das Ergebnis führt zu einer wesentlichen Vereinfachung der Konstruktion des Transformators.

Es ist zweckmäßig, auch den induzierenden Fluß über einen Luftspalt δ_i zu führen; man hat dann die beiden Luftspalte so zu dimensionieren, daß

$$\delta_s = \frac{2}{\xi} \delta_i . \tag{22}$$

Da die Induktion innerhalb des Elektronenkreises niemals ganz konstant wird ist für δ_i in obiger Gleichung der mittlere induzierende Luftspalt einzusetzen.

3. Experimentelle Untersuchungen.

α) Die Versuchsanordnung.

Die experimentellen Untersuchungen sollten in erster Linie die Frage klären, ob es überhaupt möglich sei, Elektronen mittels magnetischer Felder mehrmals auf einer Kreisbahn herum zu führen. Falls sich dies als möglich erweisen sollte, wäre die Beschleunigung in Wirbelfeldern zu untersuchen. Um diese Untersuchungen zu ermöglichen, wurde ein Strahlentransformator möglichst einfacher Konstruktion entworfen; die Bilder 12 und 13 zeigen schematische Ansichten dieses Transformators. Die gesamten Anordnungen lassen sich in folgende Konstruktionseinzelheiten zergliedern:

Die Glühkathodenröhre.
Die Anordnung der Pole.
Der Aufbau des Transformators.

Die Glühkathodenröhre wurde in enger Anlehnung an den von Rogowski und Grösser entwickelten Glühkathodenoszillographen[1] gebaut. Ein Wolframglühdraht emittiert Elektronen, die das elektrische Feld Kathode-Anode durchlaufen und in die kreisförmige Transformatorröhre R gelangen. Mittels der beiden Spulenkreuze SI und SII (die horizontalen Spulen sind nicht eingezeichnet) werden Erdfelder und Transformatorstreufelder kompensiert. Der Elektronenstrahl läßt sich mit diesen Spulen beliebig über den Röhrenquerschnitt bewegen.

[1] W. Rogowski und W. Grösser, Arch. f. Elektrot., Bd. XV, S. 377, 1925.

Digitized by Google

Die Konzentrierungspule KS sammelt die Strahlen vor der Kreisröhre, der Sammelpunkt ließ sich (durch Änderung des Spulenstromes) bis etwa 10 cm in die Kreisröhre hineinverlegen.

Der Zutritt zur Kreisröhre ließ sich durch den mittels eines Fettschliffs bestätigten Verschlusses V sperren; die Vorderseite der Verschlußplatte war mit Leuchtmaße ($Zn\,S_2$) bestrichen. Um den Strahlengang besser verfolgen zu können, wurden die Glaswände der Kreisröhre auch mit einer dünnen Schicht von Zinksulfid bestäubt. Die gesamte Glasapparatur lag dauernd an einer mit festem CO_2 gekühlten Diffusionspumpe, das Vakuum erreichte in allen Fällen 10^{-6} mm Hg.

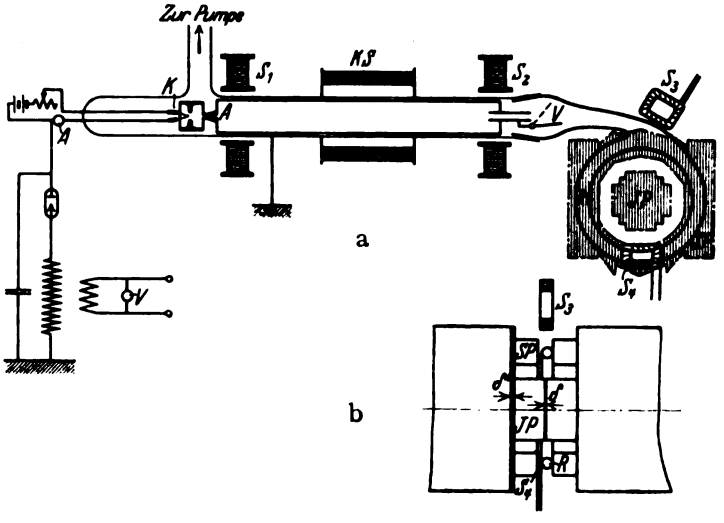


Bild 12. Anordnung der Glühkathodenröhren und der Transformatorpole.

Bei der relativ großen Länge der Röhre wurden die Strahlen oft durch Fremdfelder gestört, bevor sie zur Kreisröhre gelangten. Bei weiteren Versuchen dürfte es sich deswegen empfehlen, die in Bild 7 gezeigte Elektrodenform zu verwenden. Diese Elektroden lassen sich auch ganz in der Nähe der Kreisröhre anbringen.

Die Anordnung der Pole ist aus Bild 12a und b zu erkennen; die Pole sollen den induzierenden Fluß und die Steuerinduktion in richtiger Stärke ausbilden. Um rasche Flußänderungen zu ermöglichen, wurden die Pole aus 0,2 mm dicken Transformatorenblechen zusammengebaut, der Umriß ließ sich der Kreisform gut anpassen. Die beiden Luftspalte δ und δ' dienen dazu, das Verhältnis der beiden Induktionen B_i und B_s zueinander einzustellen. Eine Änderung der Luftspalte bewirkt große Änderungen von B_i, während sich die Steuerinduktion wenig ändert.

Um das richtige Verhältnis der beiden Induktionen $\left(\frac{B_{im}}{B_s} = 2\right)$ zu erhalten, wurden zwei Prüfspulen zwischen die Pole gelegt und diese mit 50 Per Wechselstrom erregt. Die eine Prüfspule diente zur Ausmessung des gesamten von der Kreisröhre umfaßten induzierenden Flusses, während eine kleine Prüfspule das Steuerfeld durch die Kreisröhre ausmaß. Die (sehr kleinen) Wechselspannungen der beiden Spulen wurden mittels induktionsfreier Widerstände abgeglichen und aus dem Verhältnis $\frac{B_{im}}{B_s}$ berechnet. Als Nullinstrument diente ein Vibrationsgalvanometer.

Der Eisenfüllfaktor war bei der vorliegenden Ausführung $\xi = 0{,}43$.

Die Magnetisierungskurve des Transformators wurde ballistisch gemessen, eine Induktion $B_{i\,max} = 14000$ Gauss war noch leicht erreichbar. Da der mittlere Radius der Kreisröhre $r = 7{,}25$ cm war, würde dies einer Spannungserhöhung entsprechen auf:

$$U = [1{,}5 \cdot 0{,}43 \cdot 7{,}25 \cdot 1{,}4] - \varepsilon = 6{,}0 \text{ MVolt.}$$

Digitized by Google

Aufbau des Transformators.

Der magnetische Kreis des Transformators wurde aus dem Kern eines 200 kV A, 3-Phasentransformators gebildet[1]. Das lose Joch wurde zwischen zwei Kernen abgeschnitten, dazwischen wurden die Transformatorpole einmontiert.

Die Primärwicklung bestand aus 16 Spulen, 1 mm Durchmesser Kupferdraht zu je 480 Windungen. Die Spulen wurden zur Erzielung einer möglichst schnellen Flußänderung parallel geschaltet. Die Zeitkonstante betrug etwa $T = 0{,}2$ sec.

Da bei den Versuchen nur erstrebt wurde, die Beschleunigung der Elektronen festzustellen, wurde die Primärwicklung auf eine Gleichspannung geschaltet.

Der Fluß im Eisen des Transformators steigt, dann nach einer $1 - e^{-x}$-Kurve, und wir erhalten eine einmalige Transformation. Nach etwa der Zeit $\frac{T}{2}$ wurde die

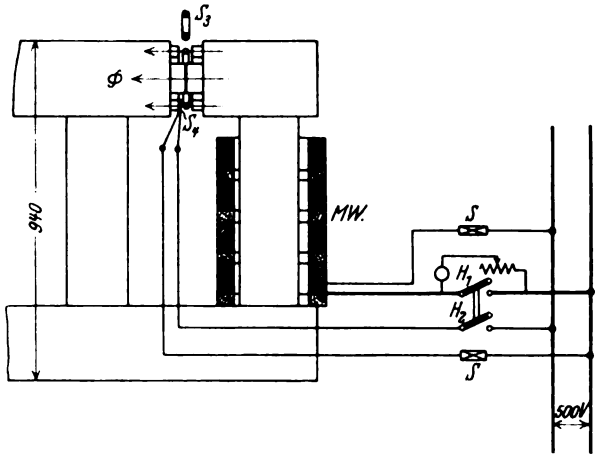


Bild 13. Die Versuchsschaltung des Transformators.

Flachspule IV (die eine recht kleine Zeitkonstante besaß) eingeschaltet. Diese Spule schleudert alle Elektronen, die sich noch in der Röhre bewegen (und diese müssen in diesem Fall wegen des starken Steuerfeldes eine hohe Spannung besitzen) gegen die Röhrenwand, wo sie sich durch Leuchterscheinungen bemerkbar machen werden.

Die verwendete Schaltung geht aus Bild 13 hervor. Der Anfangsfluß Φ_0 wird mittels des Widerstandes R einreguliert. Der Schalter H_1 schließt diesen Widerstand kurz und legt die Magnetisierungswicklung direkt an ein 500-Volt-Netz. Der Schalter H_2 (der die Flachspule einschaltet) war mit dem ersten Schalter mechanisch so verbunden, daß die beiden Schaltungen mit etwa 0,1 sec Zwischenzeit erfolgten. Die entstehenden Ströme wurden mit den Sicherungen S abgeschaltet.

β) Die Ergebnisse.

Bei den Versuchen wurden zunächst die Kathodenstrahlen auf dem Verschlußschirm gesammelt und auf ein Maximum eingestellt. War eine genügende Konstanz der Strahlen erreicht, wurde der Verschluß geöffnet, so daß die Strahlen in die Kreisröhre gelangten. Das Anfangsfeld B_{s_0} wurde dann so einreguliert, daß die Strahlen möglichst der Kreisbahn der Röhre folgten.

Als erste Erscheinung zeigte sich dabei, daß die gesamte Kreisröhre sich auf eine recht konstante Gegenspannung auflädt. Bei den Versuchen war die Anoden-Spannung meistens 30 kV, die Gegenspannung betrug etwa 10 kV. Hat die Röhre diese Gegenspannung erreicht, fließen ebenso viele Elektronen aus der Kreisröhre

[1] Einphasenkerne mit losem Joch standen nicht zur Verfügung. Der Eisenkern wurde von den Städtischen E.-W. Aachen bereitwilligst für die Versuche zur Verfügung gestellt.

Digitized by Google

heraus (hauptsächlich als Gleitentladungen den Glaswänden entlang), wie mittels der Strahlen hineinbefördert werden. Die Gegenspannung setzte die aus der Kathodenspannung berechneten Werte der Anfangsfeldstärke sehr herab, bringt aber sonst keine großen Nachteile.

Die weiteren Erfahrungen betrafen das Verhalten der auf den Glaswänden der Röhre sich befindenden Elektronen. Es bestand die Hoffnung, daß diese Elektronen sich wie ein elektrostatisches Gitter (siehe später) verhalten würden[1], das andere Elektronen von den Glaswänden abdrängen könnte. Dies scheint aber nicht der Fall zu sein; die Aufladungen an den Wänden waren ungleichmäßig und übten nicht die erwarteten Wirkungen aus.

Es erwies sich als sehr schwierig, die Elektronen in der richtigen Kreisbahn zu führen. Erst mittels der Spule *S III* und einer geeigneten Formgebung der Röhre gelang es, die Strahlen etwa $1^1/_2$mal in der Kreisröhre herumzuführen. Es schien aber nicht möglich, die Strahlen dauernd in der Kreisbahn zu halten, kurz nach einem Umlauf fielen die Strahlen meist auf die Wände. Aus diesem Grunde war es auch erklärlich, warum die Beschleunigungsversuche keine Ergebnisse zeigten. Der Transformator wurde mehrere Male erregt, es wurden aber keine Elektronen höherer Spannungen beobachtet.

γ) Stabilisierung der Elektronenbahnen.

Obwohl die Ergebnisse der Untersuchungen negativ ausfielen, haben sie doch gewisse Erfahrungen gebracht, die Richtlinien für weitere Untersuchungen geben können.

Die Hauptschwierigkeit des Transformators liegt darin, die Elektronen dauernd auf der Kreisbahn zu erhalten. Die Bahnkurven der Elektronen werden sehr leicht durch inhomogene Magnetfelder und zusätzliche Felder der Wandladungen gestört. Es muß deswegen eine Anordnung geschaffen werden, welche die Elektronen nach der Röhrenmitte hindrängt, die also stabilisierend auf die Bahnkurve wirkt.

Es scheint nun aber sehr schwierig, eine derartige Anordnung zu finden. Die gewöhnliche Gaskonzentrierung der üblichen Braunschen Röhren ist wegen der großen Absorptionsverluste bei Niedervakuum nicht verwendbar.

Weitere Anordnungen mit achsenparallelen Elektroden oder Stromleitern (Gitter innerhalb oder außerhalb der Röhre) bieten auch keine Möglichkeiten einer Stabilisierung. Ein Gitter wird wohl in gewissen Bereichen die Elektronen von den Wänden abstoßen, dafür werden aber die Elektronen in anderen Bereichen gegen die Wände getrieben (das Linienintegral $\int_s K_s\, ds$ ist über dem Röhrenumfang gleich Null). Es läßt sich leicht zeigen, daß elektrostatische und elektrodynamische Gitter in diesem Falle vollständig ähnlich wirken.

Ein axiales Magnetfeld (Konzentrierungspule) würde wohl die Elektronen zu einer Spiralbahn innerhalb der Röhre zwingen. Diese Spiralbahn würde aber bei jeder Störung gegen die Wände getrieben werden.

Die einzige Möglichkeit einer Stabilisierung scheint eine Elektrode in der Röhrenachse in Verbindung mit einem axialen Magnetfelde zu sein. Die Innenelektrode würde die übrige Spiralbahn gegen Abtreiben sichern, während das Magnetfeld die Elektronen von der Innenelektrode weghalten würde.

Ob in dieser Weise eine Stabilisierung möglich ist, muß noch untersucht werden. Jedenfalls sollten alle weiteren Untersuchungen über Strahlentransformatoren dem Stabilisierungsproblem gewidmet sein. Erst wenn eine Stabilisierung erreicht ist, wird die Beschleunigung von Elektronen in elektrischen Wirbelfeldern möglich sein.

[1] M. Wellauer, Arch. f. Elektrot., Bd. 16, S. 13, 1926.

Digitized by Google

V. Zusammenfassung.

In der vorliegenden Arbeit werden die Möglichkeiten untersucht, mittels kinetischer Spannungen (schnell bewegter Elektronen und Ionen) hohe Spannungen zu erzeugen. In Analogie zu den gewöhnlichen Transformatoren und den Parallel-Serien-Schaltungen ergeben sich dabei zwei Verfahren: die Beschleunigung in Wirbelfeldern und in Potentialfeldern.

Die Beschleunigung in Wirbelfeldern würde sehr hohe Spannungen erzeugen können. Das Verfahren scheitert daran, daß die Möglichkeiten fehlen, die Elektronen auf einer Kreisbahn zu binden. Die Lösung dieser Frage scheint zur Zeit große Schwierigkeiten zu bereiten.

Die Beschleunigung in Potentialfeldern wurde bei mittleren Spannungen (20 bis 50 kV) untersucht. Die theoretischen Überlegungen wurden vollständig durch die Untersuchungen bestätigt. Das Verfahren gestattet Spannungen von etwa 2 Millionen Volt herzustellen.

Da die Leistung zur Zeit klein ist, wird das Verfahren hauptsächlich für physikalische Untersuchungen in Frage kommen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. W. Rogowski bin ich für bereitwillige Unterstützung bei dieser Arbeit und für vielfache Anregungen aufrichtigen Dank schuldig.

Digitized by Google

Das magnetische Gesamtfeld bei Drehstrommotoren im Kurzschluß und Betrieb.

Von

Erwin Kübler.

Einleitung.

Bekanntlich ist bei Drehstrommotoren bisher nur das magnetische Feld bei Leerlauf der Vorausberechnung zugänglich, während dies noch nicht gelungen ist für die viel wichtigeren Fälle des Betriebs und des theoretischen Kurzschlusses. Bei letzteren handelt es sich um das Problem des magnetischen Gesamtfeldes, herrührend von Strömen im Ständer und im Läufer. Diese Lücke in der Erkenntnis der magnetischen Vorgänge zu schließen, ist der Zweck der nachfolgenden Arbeit.

Es wird darin versucht, magnetische Gesamtfelder von Drehstrommotoren zu ermitteln auf der Grundlage des Durchflutungsgesetzes $\left(\oint \mathfrak{H}\, d\mathfrak{r} = \Theta,\ \text{rot}\,\mathfrak{H} = \mathfrak{G}\right)$, des Satzes von der Quellenfreiheit der magnetischen Induktion $\left(\oint \mathfrak{B}\, d\mathfrak{f} = 0,\ \text{div}\,\mathfrak{B} = 0\right)$ und des Induktionsgesetzes $\left(\oint \mathfrak{E}\, d\mathfrak{r} = -\frac{d\Phi}{dt},\ \text{rot}\,\mathfrak{E} = -\frac{d\mathfrak{B}}{dt}\right)$. Die Untersuchungen erstrecken sich auf den Fall des theoretischen Kurzschlusses und auf die verschiedenen Betriebszustände für Motoren mit Dreiphasenanker und für Motoren mit Käfiganker. Anhangsweise wird ein Verfahren angegeben, wie man aus dem Gesamtfeld allein die Umfangskraft und damit das Drehmoment der Maschine bestimmen kann.

Im Gegensatz zur üblichen Methode, die nur für den einfachen Fall des Leerlaufs anwendbar ist, werden hier die magnetischen Felder aus einer gewählten Durchflutungsverteilung berechnet und nicht umgekehrt die Durchflutungsverteilung aus einem gewählten Feld. In diesem Sinne handelt es sich nach der Theorie des elektromagnetischen Feldes um eine Integrationsaufgabe, deren Lösung noch irgendeine Nebenbedingung erfordert, nämlich $\text{div}\,\mathfrak{B} = 0$. Es ist nicht zu erwarten, daß das Feld der ersten Durchflutungswahl schon den gewünschten Bedingungen des Induktionsgesetzes entspricht, und man wird deshalb die richtigen Verhältnisse durch Probieren zu erreichen versuchen. Das Verfahren hat natürlich nur praktischen Wert, wenn sehr wenige, höchstens zwei oder drei Versuche schon zum Ziele führen, und das ist, wie sich im folgenden zeigen wird, in der Tat möglich.

Da es sich um ein graphisches Verfahren handelt zum Zwecke der Vorausberechnung von magnetischen Gesamtfeldern, so ist es notwendig, dieses Verfahren an bestimmten Beispielen zahlenmäßig durchzuführen, damit die Ergebnisse mit der Messung verglichen werden können. Um nicht selbst den experimentellen Nachweis erbringen zu müssen, habe ich Beispiele gewählt, über die bereits Meßergebnisse vorliegen.

Der Einfachheit halber sind folgende Einschränkungen gemacht worden:

1. Es ist angenommen, daß zum Magnetisieren des Eisens keine magnetische Spannung verbraucht wird, d. h. die magnetische Leitfähigkeit des Eisens soll unendlich groß sein $\mu_{Fe} = \infty$. Die berechneten Felder sind daher nur Grenzfälle, wie sie in Wirklichkeit bei magnetisch schwach beanspruchtem Eisen sich einstellen.

2. Der Einfluß der Stirnverbindungen ist nicht berücksichtigt. Wir beschränken uns also auf das magnetische Feld im Eisenkörper, im Luftspalt und in den Nuten.

Digitized by Google

Erster Teil.

Magnetisches Feld bei Drehstrommotoren mit Dreiphasenanker.

I. Grundaufgabe: Berechnung eines magnetischen Feldes aus einer gegebenen Durchflutungsverteilung.

1. Berechnungsgang.

Weiter unten wird gezeigt, daß man bei der Vorausberechnung der magnetischen Verhältnisse von Drehstrommotoren von einer gewählten Durchflutungsverteilung ausgehen muß. Es ist daher zweckmäßig, zuerst diese Grundaufgabe der Berechnung eines magnetischen Gesamtfeldes aus einer gegebenen Durchflutungsverteilung zu behandeln.

Für den Blechschnitt einer genuteten Polringmaschine sei im Ständer und Läufer eine räumlich verteilte Drehstromdurchflutung gegeben. Die Berechnung und Darstellung des entstehenden magnetischen Feldes gliedert sich in 4 Teile:

a) Berechnung des $\mathfrak{H}$-Feldes.

Im Eisen: Im Eisen sei voraussetzungsgemäß überall die magnetische Feldstärke $\mathfrak{H} = 0$.

In der Luft: Mit Hilfe des Durchflutungsgesetzes $\oint \mathfrak{H}\, d\mathfrak{r} = \Theta$ werden die magnetischen Spannungen am Luftspalt und zwischen den Nutwänden bestimmt, wobei zu beachten ist, daß die magnetischen Verhältnisse dem Betrag nach sich nach jeder Polteilung wiederholen.

b) Berechnung des $\mathfrak{B}$-Feldes.

In der Luft: Aus den magnetischen Spannungen und Leitwerten werden die Induktionen und die Induktionsflüsse im Luftspalt und in den Nuten berechnet.

Im Eisen: Das Teilfeld der magnetischen Induktion in der Luft wird quellenfrei in das Eisen fortgesetzt, um das Gesamtfeld $\mathfrak{B}$ zu erhalten. Es ergibt sich dabei eine bestimmte räumliche Verteilung des Induktionsflusses.

c) Konstruktion des Flußbildes.

Um ein quantitatives Bild von der Verteilung der Induktion $\mathfrak{B}$ zu bekommen, pflegt man den Raum in Röhren gleichen Induktionsflusses einzuteilen. Die Einheitsflußröhren werden hier durch ihre Achse dargestellt Diese Linien sind geschlossen, entsprechend der Quellenfreiheit des magnetischen Flusses. Das Flußbild ist jedoch zur zahlenmäßigen Auswertung der Feldverteilung nicht erforderlich und hat daher nur qualitative Bedeutung.

d) Berechnung der Spulenflüsse.

Das Induktionsgesetz verknüpft bekanntlich das magnetische Feld mit dem elektrischen Feld.

Die elektrische Randspannung einer Phase e ist proportional der zeitlichen Änderung des Spulenflusses Ψ:

$$e = -\frac{d\Psi}{dt} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Bei sin-förmigem Verlauf des Spulenflusses kann man das Induktionsgesetz in der einfachen Form anschreiben:

$$E = 4{,}44\, f\, \Psi_{max}\, 10^{-8} \text{ Volt.}$$

E = Effektivwert der elektrischen Randspannung einer Wicklung, f = Frequenz.

Digitized by Google

Bei Drehstrommotoren ist gewöhnlich die Größe und der zeitliche Verlauf der elektrischen Randspannung einer Phase durch äußere Bedingungen, z. B. durch das Netz, vorgeschrieben. Damit ist über Größe und zeitlichen Verlauf der Spulenflüsse ebenfalls verfügt, wenn man von einer Vormagnetisierung absieht. Andererseits ist es sehr wichtig, die augenblicklichen Spulenflüsse der einzelnen Wicklungen aus einer berechneten Feldverteilung zu entnehmen, und dieser Fall interessiert uns zunächst.

Aus einem gegebenen magnetischen Gesamtfeld erhält man den Spulenfluß einer Phase durch Aufaddieren der Windungsflüsse:

$$\Psi = \sum_{1}^{w} \Phi$$

w = Zahl der hintereinander geschalteten Windungen einer Phase, Φ = von einer Windung umfaßter Induktionsfluß.

Dem aus dem Spulenfluß errechenbaren mittleren Windungsfluß $\Phi_m = \frac{\sum_{1}^{w} \Phi}{w}$ kommt keinerlei physikalische Bedeutung bei. Φ_m ist nur ein zahlenmäßiger Mittelwert, der mit dem tatsächlichen Induktionsfluß in der Maschine nichts zu tun hat. Für den Beitrag einer Windung zum Spulenfluß ist es gleichgültig, ob der mit ihr verkettete Induktionsfluß ganz oder teilweise noch von anderen Windungen umfaßt wird. Da die Windungen gruppenweise in Nutenpaaren untergebracht sind, sog. Teilspulen, so kann man, zur Vereinfachung, den Spulenfluß aus den Beiträgen dieser einzelnen Teilspulen zusammensetzen:

$$\Psi = p\, w_n \sum_{1}^{N'} \Phi .$$

p = Polpaarzahl, w_n = Windungszahl einer Teilspule, N' = Nutzahl pro Pol und Phase = Zahl der Teilspulen pro Polpaar und Phase, Φ = von den Windungen einer Teilspule umfaßter mittlerer Induktionsfluß.

2. Beispiel: Magnetisches Gesamtfeld bei reiner Kompensation der Durchflutungen.

a) Gegebene Durchflutungsverteilung.

Der Berechnung eines magnetischen Feldes aus einer gegebenen Durchflutungsverteilung wird der Blechschnitt eines Drehstrommotors mit Dreiphasenanker zugrunde gelegt mit folgenden Daten[1]:

40 PS, 1000 U/m synchron, 50 P/s, $p = 3$, $U = 120$ V, Luftspalt 0,75 mm, Eisenlänge 24 cm.

Ständer: Bohrung 361,5 mm, 3 Nuten pro Pol und Phase, Dreieckschaltung, 4 Leiter pro Nut in Reihe.

Läufer: 4 Nuten pro Pol und Phase, 2 Leiter pro Nut in Reihe.

Kurzschlußversuch: $J_K = 580$ Amp/Phase; $\cos \varphi_K = 0{,}28$.

Wir zeichnen (Bild 1a) einen halben Pol dieses Blechschnittes auf, und zwar die Teilung am Luftspalt maßstäblich, während es genügt, die Nuten durch Rechtecke mit der Breite des Nutschlitzes schematisch darzustellen. Der Läufer stehe so, daß Mitte einer Ständerphase mit Mitte einer Läuferphase zusammenfällt: Verstellungswinkel $\delta_1 = 0^0$. Im Ständer und im Läufer sei eine Spulenwicklung vorhanden. Die Lage der Nutgruppen und der Teilspulen für die verschiedenen Phasen ist in Bild 1a deutlich ersichtlich.

[1] Arnold, Wechselstromtechnik, V. Bd. Induktionsmaschinen, S. 418, Nr. 12, 1920.

Digitized by Google

In den Nuten sei längs eines Poles die Drehstromverteilung $^1/_{2\max}$, max, $^1/_{2\max}$ gegeben. Die Durchflutungen des Ständers und Läufers mögen einander kompensieren, d. h. sie seien räumlich in derselben Achse angeordnet und dem Betrag nach gleich, aber einander entgegengesetzt gerichtet. $\Theta_{\max}$ pro Pol und Phase betrage in Ständer und Läufer je 12 Amp.

	Phase 1	Phase 2	Phase 3	
Ständer	2	4	2	Amp/Nut
Läufer	1,5	3	1,5	Amp/Nut

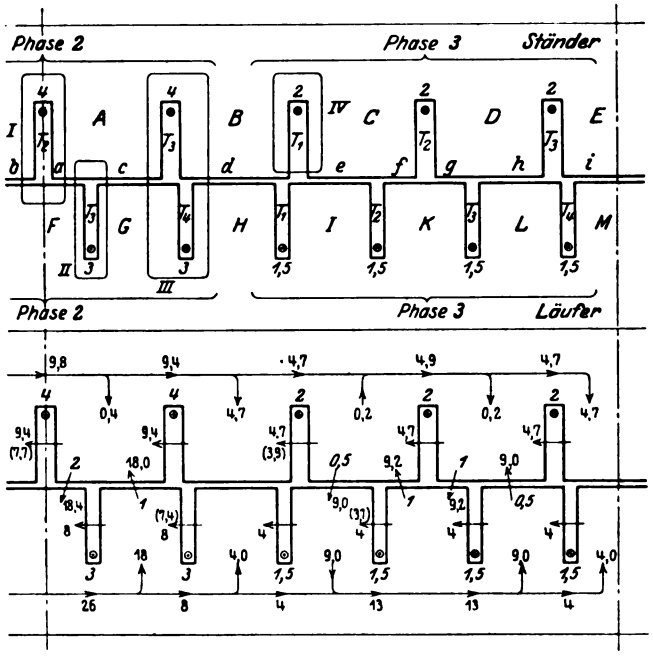


Bild 1. Feldverteilung bei reiner Kompensation der Durchflutungen ($\delta = 0^0$).

b) Die Berechnung des $\mathfrak{H}$-Feldes.

Im Eisen ist überall $\mathfrak{H} = 0$, weil $\mu_{Fe} = \infty$.

In der Luft: Zuerst bestimmt man die magnetischen Spannungen am Luftspalt. Das Randintegral I (s. Bild 1a) über die magnetische Feldstärke um die mittlere Nut von Ständerphase 2 hat den Betrag 4 Amp und setzt sich aus zwei Linienintegralen über die Spalte *a* und *b* zusammen. Aus Symmetriegründen (Nebenbedingung) werden diese Spannungen an den Spalten *a* und *b* gleich groß sein und den Betrag 2 Amp haben, da der übrige Umlaufweg ganz in Eisen liegt. Die Richtung der Feldstärke ist der Richtung der berandeten Durchflutung in bekannter Weise zugeordnet; sie ist in Bild 1b durch einen Pfeil gekennzeichnet. Das Randintegral II, das über die Spalte *a* und *c* eine Läufernut umschließt, hat den Betrag 3 Amp. Da die magnetische Spannung am Spalt *a* 2 Amp beträgt und von oben nach unten orientiert ist, so bleibt für die Spannung am Spalt *c* 1 Amp übrig. Der Wert des Randintegrals III beträgt 1 Amp und setzt sich aus den Spannungen an den Spalten *c* und *d* zusammen. Die Spannung am Spalt *c* ist 1 Amp; unter Beachtung des Umlaufsinnes ist dann diejenige am Spalt *d* 0 Amp. Von der neutralen Zone nach Mitte Pol fortschreitend, erhält man auf diese Weise sämtliche magnetischen Spannungen am Luftspalt.

Digitized by Google

Spalt	a	c	d	e	f	g	h	i	
Magn. Spannung	2	1	0	0,5	1	1	0,5	0	Amp

An den Nutschlitzen ist die magnetische Spannung gleich der betreffenden Nutdurchflutung $V = \Theta_n$, z. B. für die Nuten von Ständerphase 3 : $V = 2$ Amp (Umlauf IV).

An den Nutwänden nimmt die Spannung vom Nutgrund aus, wo sie Null ist, nach der Nutöffnung hin zu, entsprechend dem jeweiligen Durchflutungszuwachs, bis am Ende des Nutkupfers $V = \Theta_n$ ist. — Damit ist das Gesamtfeld des Vektors $\mathfrak{H}$ eindeutig bestimmt.

Wenn zur Kontrolle beliebige Umläufe gemacht werden, so sieht man, daß die Summe der berechneten Spannungen unter Beachtung der Vorzeichen übereinstimmt mit der Summe der jeweils berandeten Durchflutungen. Das berechnete Vektorfeld ist somit ein richtiges $\mathfrak{H}$-Feld.

c) Berechnung des $\mathfrak{B}$-Feldes.

Nun wird das Feld der magnetischen Induktion $\mathfrak{B}$ berechnet, d. h. die räumliche Verteilung des Flusses Φ im Eisen und in der Luft.

In der Luft: Aus den magnetischen Spannungen V und den Leitwerten Λ ergeben sich die Teilflüsse im Luftspalt und in den Nuten.

$$\Phi = \Lambda V;$$

Es genügt zunächst, die Leitwerte für eine Scheibe von 1 cm Ankerlänge aus dem vorliegenden Blechschnitt zu entnehmen. Im folgenden sind daher die Dimensionen von Λ und Φ:

Λ = Maxwell pro Amp magn. Spannung und Zentimeter Ankerlänge,

Φ = Maxwell pro Zentimeter Ankerlänge.

Die Luftspaltleitwerte und -flüsse sind in folgender Tabelle eingetragen:

Spalt	a	c	d	e	f	g	h	i	
Leitwert	9,2	18	23,2	18	9,2	9,2	18	11,6	
Magn. Spannung	2	1	0	0,5	1	1	0,5	0	Amp
Fluß	18,4	18	0	9	9,2	9,2	9	0	Maxw./cm

Die Nutleitwerte (s. S. 414) und Nutflüsse sind:

für den Ständer: $\Lambda_{nS} = 2{,}35$; $\Phi_{nS} = 9{,}4$ bzw. $4{,}7$;

für den Läufer: $\Lambda_{nR} = 2{,}66$; $\Phi_{nR} = 8{,}0$ bzw. $4{,}0$.

Im Eisen: Als weitere Operation ist dieses Teilfeld der magnetischen Induktion in der Luft quellenfrei ins Eisen fortzusetzen. In jeden Zahn müssen ebensoviel Induktionslinien eintreten wie austreten. Nach dieser Vorschrift findet man die Flußbeträge, die vom Joch her in die einzelnen Zähne eingeleitet oder vom Joch aus den einzelnen Zähnen aufgenommen werden müssen.

Zahn	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K	L	M	
Fluß	0,4	4,7	— 0,2	0,2	4,7	0	18	4	— 9	0	9	4	

In der Tabelle bedeutet positives Vorzeichen, daß der Teilfluß vom Joch her eintritt, negatives Vorzeichen, daß er aus dem Zahn in das Joch austritt.

Nun wird noch die Flußverteilung in den Jochen bestimmt. Aus Symmetriegründen bildet die Mitte des Ständerzahnes E und des Läuferzahnes M eine Flußscheidewand. Der Fluß 4,7 Maxwell/cm, der in die eine Hälfte des Ständerzahnes E

Digitized by Google

eintritt, muß von links her durch das Joch zugeführt werden. Im Joch, hinter der an den Zahn *E* anschließenden Nut, gehen also 4,7 Maxwell/cm hindurch. Von Mitte Pol gegen neutrale Zone fortschreitend, ergeben sich auf diese Weise die Flußbeträge durch den Jochquerschnitt hinter jeder Nut im Läufer und Ständer. Damit ist die gesamte Flußverteilung bestimmt, denn man kann für jeden ausgezeichneten Querschnitt den Fluß zahlenmäßig angeben.

Bemerkung. Bei der praktischen Ausführung der bisherigen Berechnung wird man die einzelnen Zähne und Luftspalte nicht mit Buchstaben bezeichnen, um die Ergebnisse tabellarisch zusammenstellen zu können, sondern man schreibt die Zahlen in den aufgezeichneten Blechschnitt direkt ein und bezeichnet die Richtungen mit Pfeilen. In den folgenden Bildern steht am Pfeilschaft jeweils die magnetische Spannung und an der Pfeilspitze der Flußbetrag. Zur Darlegung der Verhältnisse war es notwendig, oben so umständlich vorzugehen.

d) Das Flußbild.

Eine weitere interessante Aufgabe ist es, aus der Flußverteilung Bild 1b das Flußbild zu konstruieren, d. h. den Verlauf und die Dichte der Einheitsflußröhren. Die Flußröhren werden durch ihre Achsen dargestellt. Um nicht zu viele Linien zeichnen zu müssen, schreiben wir im Fall Bild 11 einer Einheitsröhre den Fluß 3 Maxwell/cm zu. Man zeichnet zuerst die Teilröhren im Luftspalt und in den Nuten nach Maßgabe der Feldverteilung Bild 1b und setzt hierauf die Linien quellenfrei ins Eisen fort, wobei zu beachten ist, daß sie einander nicht überschneiden dürfen. Es ergeben sich automatisch geschlossene Linien, welche zwiebelschalenförmig angeordnet sind. Das Flußbild hat natürlich nur qualitativen Wert, da die Flußeinheit groß gewählt wurde, um nicht zu viele Linien zeichnen zu müssen.

Das Flußbild für reine Kompensation der Durchflutungen (Bild 11, S. 427) zeigt folgende charakteristische Merkmale:

Der größte Teil der Induktionslinien ist nur mit Durchflutungen des feiner genuteten Läufers verkettet, während der Rest nur mit Ständerdurchflutungen verkettet ist. Im Ständer und im Läufer hat man längs einer Polteilung nicht nur ein einziges Flußzentrum („Zwiebelkern"), sondern für jede Nutgruppe einer Phase ein besonderes, also insgesamt 6 Flußzentren, von denen zwei im Ständer sehr schwach ausgebildet sind (siehe hierzu Bild 1b). Wenn man die Durchflutungen unter Beibehaltung ihrer Lage verhältnisgleich vergrößert oder verkleinert, so bleibt die Form der Induktionslinien erhalten und nur ihre Dichte ändert sich.

e) Berechnung der Spulenflüsse.

α) Beitrag der durch das Nutkupfer gehenden Induktionslinien zum Spulenfluß.

Ehe die berechnete Feldverteilung Bild 1b zahlenmäßig ausgewertet wird, ermitteln wir allgemein den Beitrag der durch das Nutkupfer gehenden Induktionslinien zum Spulenfluß einer Teilspule.

Die Größe und die Verteilung des Induktionsflusses durch das Nutkupfer ist einzig und allein durch die betreffende Nutdurchflutung bestimmt und ist vollkommen unabhängig von den anderen Durchflutungen. Die Verkettung dieses Induktionsflusses mit den Windungen der Teilspule dagegen ist durch die Gesamtheit der Durchflutungen gegeben. Diese Induktionslinien können sich über das eigene Joch des Nutpaares schließen oder über den anderen Eisenkörper. Ersteres nennen wir Eigenverkettung, letzteres Fremdverkettung (siehe Bild 2a und 2b). Bei Eigenverkettung ist der Beitrag zum Spulenfluß größer als bei Fremdverkettung, weil die hochwertigen Induktionsröhren am Nutausgang im ersten Fall von mehr Windungen umfaßt werden als im zweiten Fall. Ferner ist noch Gemischtverkettung möglich (siehe Bild 2c). —

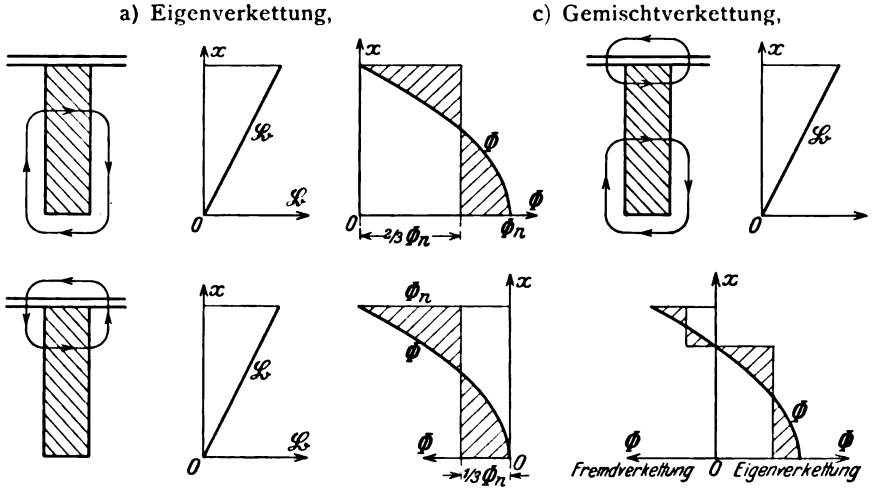
Digitized by Google

Wir untersuchen diese Verhältnisse näher für eine in Rechtecksnuten untergebrachte Teilspule mit sehr vielen hintereinander geschalteten Windungen und übertragen dann die Ergebnisse auf Nutenpaare, die nur von einer Windung ausgefüllt sind. Da voraussetzungsgemäß der Einfluß der Stirnverbindungen nicht berücksichtigt wird, genügt es, eine Scheibe von 1 cm Ankerlänge zu betrachten.

Die Nutdurchflutung ist gleichmäßig über den Nutquerschnitt verteilt, da infolge der Reihenschaltung sämtliche Leiter denselben Strom führen. Die magnetische Induktion nimmt vom Nutengrund an nach der Nutöffnung linear zu bis zur Kupfergrenze, sofern zum Magnetisieren des Eisens keine Durchflutung verbraucht wird.

$$\mathfrak{B} = \frac{4\pi x\,\Theta_n}{10\,h\,b}; \qquad \Phi_{nK} = \frac{4\pi}{10}\frac{h}{2b}\Theta_n \text{ Maxwell/cm}.$$

h = Nuttiefe, b = Nutbreite, x wird vom Nutgrund an gerechnet.



b) Fremdverkettung.

Bild 2.

Bei Eigenverkettung umfaßt die Windung an der Stelle x den Induktionsfluß von $x = x$ bis $x = h$. Dieser Windungsfluß beträgt:

$$\Phi_x = 2\int_x^h \mathfrak{B}\,dx = \frac{4\pi}{10}\cdot 2\int_x^h \frac{\Theta_n}{h\,b}\,x\,dx = \frac{4\pi}{10}\cdot\frac{2\,\Theta_n}{2\,h\,b}\,[h^2 - x^2].$$

Man erhält für jede Stelle x einen anderen Windungsfluß, der von $x = h$ bis $x = 0$ nach einem quadratischen Gesetz (Parabel) zunimmt. Der Beitrag zum Spulenfluß berechnet sich aus der Summe dieser Windungsflüsse, deren Mittelwert offenbar den Betrag hat:

$$\Phi_{mK} = \frac{2}{3}\cdot 2\,\Phi_{nK} = \frac{4\pi}{10}\cdot\frac{h}{3\,b}\,\Theta_n\cdot 2.$$

Bei Eigenverkettung ist der durch das Nutkupfer gehende Induktionsfluß nur zu $^2/_3$ seines Betrags für den Spulenfluß einer Teilspule anzurechnen.

$$\psi_{eK} = 0{,}67\cdot 2\,\Phi_{nK}\,w_n.$$

Bei Fremdverkettung sind die Windungen an der Stelle x mit dem Fluß von $x = x$ bis $x = 0$ verkettet. Der Windungsfluß beträgt:

$$\Phi_x = 2\int_0^x \mathfrak{B}\,dx = 2\int_0^x \frac{4\pi}{10}\cdot\frac{\Theta_n}{h\,b}\,x\,dx = \frac{2\cdot 4\pi\,\Theta_n\,x^2}{10\cdot 2\,h\,b}.$$

Diesmal ist für die Windungen am Nutgrund $\Phi = 0$ und für diejenigen an der Nutöffnung $\Phi = 2\,\Phi_{nK}$. In diesem Fall ist der mittlere Windungsfluß:

Digitized by Google

$$\Phi_{mK} = \frac{1}{3} \cdot 2\Phi_{nK} = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{h}{6b} \cdot 2\Theta_n.$$

Bei Fremdverkettung ist der Fluß durch das Nutkupfer nur zu $^1/_3$ seines Betrages für den Spulenfluß anzurechnen. Die Wirkung ist also nur halb so groß wie bei Eigenverkettung.

$$\psi_{fK} = 0{,}33 \cdot 2\Phi_{nK} w_n.$$

Es kommt im folgenden oft der Fall der Gemischtverkettung vor, daß beispielsweise der Induktionsfluß durch das Kupfer einer Läufernut sich teilweise über den Ständer (fremdverkettet) und teilweise über das Läuferjoch (eigenverkettet) schließt. Die von diesen beiden Teilflüssen herrührenden Windungsflüsse haben zweierlei Vorzeichen.

Obige Ergebnisse gelten auch, wenn die Nut von nur einer Windungsseite ausgefüllt ist, sofern an der Annahme konstanter Stromdichte für den ganzen Leiterquerschnitt festgehalten wird. Der Fluß Φ_{mK} ist ein Maß für den mittleren Beitrag zur elektrischen Randspannung einer Windung, herrührend von der zeitlichen Änderung des Induktionsflusses durch das Nutkupfer. Der Beitrag zum Spulenfluß ist demnach:

$$\psi = 1 \cdot \Phi_{mK}, \qquad w_n = 1.$$

Für Parallelnuten mit Abrundung, wie wir sie in unserem Beispiel haben, ermittelt man den mittleren Windungsfluß je nach der Verkettungsart auf graphischem Wege aus der $\mathfrak{B}$-Verteilung in der Nut. Doch gilt dies nur annäherungsweise, wie wir später bei der Behandlung der Rundnut sehen werden.

β) Die Nutverhältnisse für das Rechnungsbeispiel

sind folgende:

Ständernut: $\Lambda_{nS} = 1{,}93 + 0{,}42 = 2{,}35$ Maxwell/cm Amp,

Läufernut: $\Lambda_{nR} = 2{,}46 + 0{,}20 = 2{,}66$ Maxwell/cm Amp.

Beitrag des Induktionsflusses durch das Nutkupfer zum mittleren Windungsfluß einer Teilspule:

im Ständer:

bei Eigenverkettung $\Phi_{oK} = 0{,}7 \times 2 \times 1{,}93$ Maxwell/cm Amp,

bei Fremdverkettung $\Phi_{oK} = 0{,}3 \times 2 \times 1{,}93$ „ „ „

im Läufer:

bei Eigenverkettung $\Phi_{oK} = 0{,}7 \times 2 \times 2{,}46$ „ „ „

bei Fremdverkettung $\Phi_{oK} = 0{,}3 \times 2 \times 2{,}46$ „ „ „

γ) Auswertung der Flußverteilung Bild 1.

Ständerphase 2.

Aus Bild 1 ersehen wir, daß durch die Jochquerschnitte hinter den Nuten der Teilspule 2 von Phase 2 jeweils der Induktionsfluß 9,8 Maxwell/cm hindurchtritt. Davon gehen je 7,7 Maxwell/cm, zwiebelschalenförmig angeordnet, durch das Nutkupfer der Teilspule zurück, während der Rest $2 \times 2{,}1$ Maxwell/cm von sämtlichen Windungen der Teilspule umfaßt wird. Da der Induktionsfluß durch das Nutkupfer eigenverkettet ist, so ist er nur zu 0,7 seines Betrages für den Spulenfluß zu rechnen. Der Beitrag der mittleren Teilspule von Phase 2 zum Spulenfluß ist demnach:

$$\psi = 2\ (0{,}7 \cdot 7{,}7 + 2{,}1)\ w_{nS} = 15\ w_{nS}.$$

Die beiden anderen Teilspulen derselben Phase liefern je folgenden Beitrag mit demselben Vorzeichen:

$$\psi = 2\ (0{,}7 \cdot 7{,}7 + 1{,}7)\ w_{nS} = 14{,}2\ w_{nS}.$$

Der gesamte Spulenfluß von Ständerphase 2 beträgt:

$$\Psi_{S_2} = (14{,}2 + 15{,}0 + 14{,}2)\ w_{nS}\ Lp = 14{,}5 \cdot 3\ w_{nS}\ Lp.$$

Digitized by Google

Läuferphase 2.

Im Joch hinter den Nuten der Teilspulen 2 und 3 von Läuferphase 2 gehen je 26 Maxwell/cm hindurch, wovon sich je 7,4 Maxwell/cm durch das Kupfer der Teilspulen zurückschließen. Der Induktionsfluß durch das Nutkupfer der Teilspulen ist in diesem Fall der Eigenverkettung auch nur zu 0,7 seines Betrags für den Spulenfluß zu rechnen. Der Beitrag der Teilspulen 2 und 3 ist je:

$$\psi = 2\ (0{,}7 \cdot 7{,}4 + 18{,}6)\ w_{nR} = 47{,}6\ w_{nR}.$$

Der Beitrag der Teilspulen 3 und 4 dieser Phase wird entsprechend gefunden zu:

$$\psi = 2\ (0{,}7 \cdot 7{,}4 + 0{,}6)\ w_{nR} = 11{,}6\ w_{nR}.$$

Gesamter Spulenfluß von Läuferphase 2:

$$\Psi_{R_2} = (11{,}6 + 47{,}6 + 47{,}6 + 11{,}6)\ w_{nR}\ Lp = 29{,}6 \cdot 4\, w_{nR}\, Lp.$$

Die Spulenflüsse der Ständer- und Läuferphasen 1 und 3 ergaben folgende Beträge:

$$\Psi_{S_1} = 7{,}2\ w_{nS} \cdot 3\, Lp \qquad \Psi_{S_3} = 7{,}2\ w_{nS} \cdot 3\, Lp$$
$$\Psi_{R_1} = 14{,}8\ w_{nR} \cdot 4\, Lp \qquad \Psi_{R_3} = 14{,}8\ w_{nR} \cdot 4 Lp$$

Damit ist die Berechnung und zahlenmäßige Auswertung eines magnetischen Gesamtfeldes an einem bestimmten Beispiel vollständig durchgeführt.

II. Magnetisches Feld bei theoretischem Kurzschluß.

1. Kurzschlußbedingungen.

Wir wenden uns nun der eigentlichen Aufgabe zu und versuchen für den Drehstrommotor S. 409 das magnetische Feld für theoretischen Kurzschluß zu bestimmen mit dem Zweck, den Kurzschlußstrom des Motors als Funktion der Läuferstellung zu finden.

Unter I. wurde die Aufgabe behandelt, aus einer gegebenen Durchflutungsverteilung das magnetische Feld und den Spulenfluß zu berechnen. Bei Drehstrommotoren ist die Aufgabe nun umgekehrt gestellt: Es bestehen Vorschriften über die Spulenflüsse und die Durchflutungsverteilung ist gesucht. Ich weise ausdrücklich darauf hin, daß bei Drehstrommotoren keinerlei Vorschriften über die räumliche Verteilung des magnetischen Feldes bestehen, sondern einzig und allein über die Größe und den zeitlichen Verlauf des Spulenflusses der einzelnen Phasen im Ständer und Läufer.

Bei theoretischem Kurzschluß (Widerstände $R_S = 0$ und $R_R = 0$) lauten diese Vorschriften:

Läufer.

Im Dauerkurzschluß ist der Spulenfluß für jede kurzgeschlossene Läuferphase in jedem Augenblick = 0, da keine elektrische Randspannung benötigt wird.

$$\frac{d\Psi_R}{dt} = 0, \qquad \Psi_R = 0.$$

Da eine Läuferphase aus mehreren hintereinandergeschalteten Windungen besteht, so kann bei Kurzschluß sehr wohl in jeder Windung eine elektrische Randspannung induziert werden; es ist nur verlangt, daß die gesamte Randspannung jeder Läuferphase immer den Betrag Null hat. Für die magnetischen Verhältnisse bedeutet dies, daß die einzelnen Windungen einer Läuferphase mit Induktionslinien verkettet sein können, daß aber der gesamte Spulenfluß trotzdem den Betrag 0 haben muß. Dies ist nur möglich bei zweierlei Vorzeichen der Einzelbeiträge.

Ständer:

In jeder Ständerphase muß ein durch die angelegte Wechselspannung bestimmter, sin-förmiger Verlauf des Spulenflusses sich einstellen mit folgendem Höchstwert:

Digitized by Google

$$\Psi_{S\,max} = \frac{U\,10^8}{4{,}44\,f} \text{ Maxwell.}$$

U = Klemmenspannung pro Phase.

2. Berechnungsgang.

Bei der Berechnung eines Kurzschlußfeldes geht man stufenweise vor. Da keinerlei Anhaltspunkte über die räumliche Verteilung des magnetischen Gesamtfeldes vorhanden sind, so geht man zweckmäßig von einer in Ständer und Läufer gewählten Drehstromverteilung aus und nicht von einem magnetischen Feld. Zuerst versucht man, ausgehend von einer augenblicklichen Drehstromverteilung in Ständer und Läufer von beliebigem Betrag, die Bedingung $\Psi_R = 0$ in jeder Läuferphase durch Probieren zu erfüllen. Bei diesen Versuchen ist jeweils nur das Gesamtfeld im Läufer zu berechnen. Dann ergänzen wir das Feld, welches der Bedingung $\Psi_R = 0$ genügt, indem die Feldverteilung im Ständer hinzugefügt wird. Der aus der Feldverteilung entnommene Spulenfluß $\Psi_{S\,max}$ hat natürlich nicht den gewünschten Betrag. Um im Ständer $\Psi_{S\,max} = \frac{U\,10^8}{4{,}44\,f}$ Maxwell zu erhalten, werden endlich sämtliche Durchflutungen verhältnisgleich erweitert. Die Spulenflüsse im Läufer ändern sich dabei nicht.

3. Kurzschlußfeld bei $\delta_1 = 0^0$.

Im Rahmen dieser Arbeit kann es sich nur darum handeln, für einige typische Drehstromverteilungen und Läuferstellungen das magnetische Kurzschlußfeld zu bestimmen, und wir wollen uns zuerst mit einem einfachen Fall befassen.

Der Läufer des Versuchsmotors S. 409 stehe so, daß Mitte einer Ständerphase mit Mitte einer Läuferphase zusammenfällt: $\delta_1 = 0^0$, und im Ständer und Läufer sei augenblicklich die Drehstromverteilung $^1/_2$ max, max, $^1/_2$ max vorhanden.

a) Versuche, die Bedingung $\psi_R = 0$ zu erfüllen.

Da nach dem Heylandschen Kreisdiagramm die Ständer- und Läuferdurchflutungen bei theoretischem Kurzschluß einander kompensieren sollen, so betrachten wir uns einmal das Flußbild für reine Kompensation der Durchflutungen Bild 11 in Bezug auf die Kurzschlußbedingung $\Psi_R = 0$.

Bild 11 stellt sicherlich kein Kurzschlußfeld dar, denn man sieht, daß die meisten Induktionslinien im Sinne der Läuferdurchflutung nur mit den Läuferströmen verkettet sind. Es überwiegt also die magnetische Wirkung der Läuferströme über die der Ständerströme und die Ständerdurchflutungen müssen offenbar verhältnisgleich etwas erhöht werden, damit die Spulenflüsse im Läufer verschwinden. Die Größe dieser „Zusatzdurchflutung", die zeitlich in Phase ist mit der Ständerkompensationsdurchflutung, muß durch Probieren ermittelt werden.

1. Versuch.

Die Verteilung und Größe der Läuferdurchflutungen sei wie in Bild 1 gewählt. Die Ständerdurchflutungen von Bild 1 erhöhen wir willkürlich um 2%, so daß wir die Durchflutungsverteilung von Bild 3a erhalten. Es wird nun aus dieser gewählten Durchflutungsverteilung das magnetische Feld pro Zentimeter Länge in genau derselben Weise bestimmt, wie unter I., und zwar interessiert uns hier zunächst nur das Feld im Läufer (siehe Bild 3a).

Aus Bild 3a entnehmen wir folgenden Spulenfluß für Läuferphase 2:

Das Bild 3a zeigt, daß durch die Fläche der Teilspulen 2 und 3 von Läuferphase 2 je der Induktionsfluß $2 \times 10{,}1$ Maxwell/cm von unten nach oben hindurchgeht; davon sind je $2 \times 7{,}4$ Maxwell/cm mit dem Nutkupfer eigenverkettet. Die Teilspulen 1 und 4 dagegen sind in entgegengesetztem Sinne mit je $2 \times 7{,}2$ Maxwell/cm voll verkettet, wozu noch je $2 \times 7{,}4$ Maxwell/cm fremdverkettet mit dem

Digitized by Google

Nutkupfer hinzukommen. Die letzteren Induktionslinien sind nur zu 0,3 ihres Wertes für den Spulenfluß zu rechnen. Die Vorzeichen der Beiträge werden durch Pfeile gekennzeichnet, welche die Richtung des Induktionsflusses durch die Fläche der Teilspulen angeben.

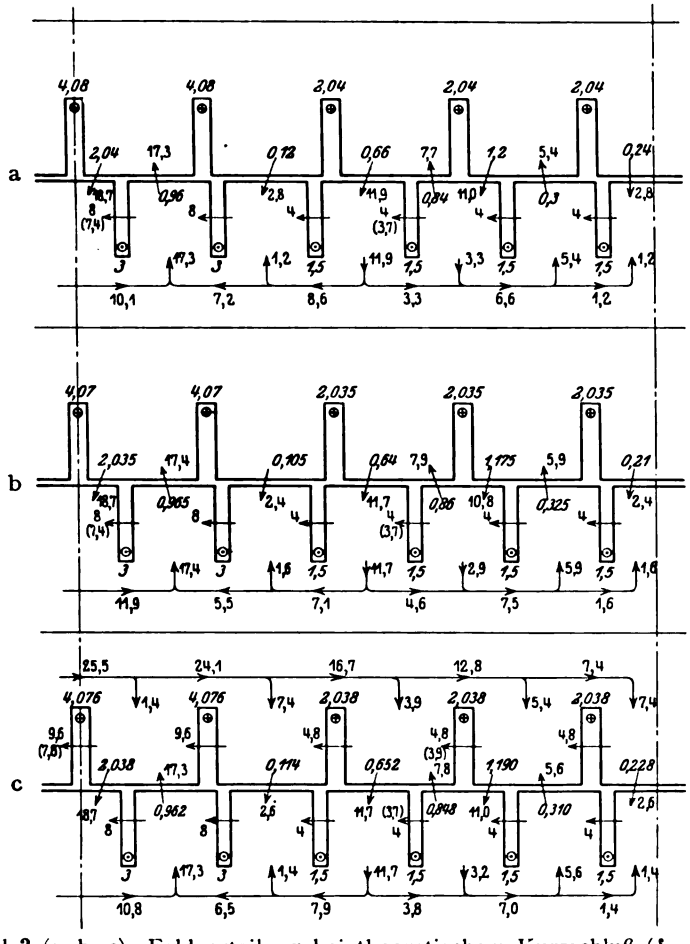


Bild 3 (a, b, c). Feldverteilung bei theoretischem Kurzschluß ($\delta_1 = 0^0$).

Die Beiträge der einzelnen Teilspulen dieser Läuferphase zum Spulenfluß sind folgende:

Teilspule 1: $\psi\downarrow = +\ 2\ (\ 7{,}2 + 7{,}4 \cdot 0{,}3)\ w_{n\,R} = 2 \times 9{,}4\ w_{n\,R}$

„ 2: $\psi\uparrow = -\ 2\ (10{,}1 - 7{,}4 \cdot 0{,}3)\ w_{n\,R} = 2 \times 7{,}9\ w_{n\,R}$

„ 3: $\psi\uparrow = -\ 2 \times 7{,}9\ w_{n\,R}$

„ 4: $\psi\downarrow = +\ 2 \times 9{,}4\ w_{n\,R}$

$\psi_{R_2}'\downarrow = 2\ (18{,}8 - 15{,}8)\ w_{n\,R} = 6{,}0\ w_{n\,R}$.

Man sieht, daß der Spulenfluß der Läuferphase 2 wesentlich kleiner geworden ist, gegenüber dem Beispiel Bild 1, und daß er sein Vorzeichen gewechselt hat. Es überwiegen die Induktionslinien, die im Sinne des Uhrzeigers mit den Läuferströmen verkettet sind, d. h. es überwiegt jetzt schon die Ständerdurchflutung. Die Zusatzdurchflutung $\Delta\,\Theta_{n\,S\,max} = 0{,}08$ Amp/Nut ist also zu groß gewählt. In einem zweiten Versuch wiederholen wir dieselbe Berechnung für ein kleineres $\Delta\,\Theta_{n\,S\,max}$.

2. Versuch.

Wir erhöhen die Ständerdurchflutung um maximal 0,07 Amp/Nut bei unveränderter Läuferdurchflutung und bestimmen hierzu das magnetische Feld (Bild 3b).

Digitized by Google

Spulenfluß für Läuferphase 2:

$$\psi_{R_2}'\uparrow = -8{,}0\, w_{n\,R}.$$

Es überwiegt in diesem Fall die Läuferdurchflutung, denn es ergibt sich ein Spulenfluß, der im Gegensinn des Uhrzeigers dreht. Die Zusatzdurchflutung, bei der der Spulenfluß Null wird, liegt also zwischen den beiden gewählten Werten. Durch Interpolieren findet man den Wert $\Delta\Theta_{n\,S\,max} = 0{,}076$ Amp/Nut, bei welchem der Spulenfluß $\psi_R = 0$ wird.

3. Versuch.

In Bild 3c ist mit dem durch Interpolieren gefundenen $\Delta\Theta_{n\,S\,max} = 0{,}076$ Amp/Nut das magnetische Gesamtfeld im Läufer noch einmal berechnet.

Spulenfluß für Läuferphase 2:

$$\psi_{R_2}'\downarrow = (17{,}4 - 17{,}2)\ 2\, w_{n\,R} = 0{,}4\, w_{n\,R}.$$

Spulenfluß für Läuferphase 1 und 3:

$$\psi_{R_1}' = \psi_{R_3}' = 0.$$

Bei diesem 3. Versuch ist also die Kurzschlußbedingung für den Läufer $\psi_R = 0$ genügend genau für alle drei Phasen erfüllt, und wir können uns nun den Verhältnissen im Ständer zuwenden.

b) Versuche, die Bedingung $\Psi_{s\,max} = \frac{U\,10^8}{4{,}44\,f}$ Maxwell zu erfüllen.

Wir ergänzen das Feld Bild 3c, indem wir die Flußverteilung im Ständer hinzufügen und daraus die Spulenflüsse der Ständerphasen entnehmen.

Spulenfluß von Ständerphase 2.

$$\psi_{S_2}'\downarrow = 44{,}6 \cdot 3\, w_{n\,S}.$$

Spulenfluß von Ständerphase 1 und 3:

$$\psi_{S_1}'\downarrow = \psi_{S_3}'\downarrow = 22{,}2 \cdot 3\, w_{n\,S}.$$

Die mittleren Windungsflüsse $\Phi_{m\,S}$ der einzelnen Ständerphasen sind proportional dem Strom, wie man aus folgender Zusammenstellung ersieht.

$\Theta_{n\,S_2} = 4{,}076$	Amp./Nut,	$\Phi_{m\,S_2} = 44{,}6$	Maxwell/cm.
$\Theta_{n\,S_1} = 2{,}038$	„ „	$\Phi_{m\,S_1} = 22{,}2$	„ „
$\Theta_{n\,S_3} = 2{,}038$	„ „	$\Phi_{m\,S_3} = 22{,}2$	„ „

Der reduzierte mittlere Windungsfluß pro Amp Nutdurchflutung $\Phi_{o\,S}$ hat für alle drei Ständerphasen denselben Wert:

$$\Phi_{0\,S} = \frac{44{,}6}{4{,}076} = 11 \text{ Maxwell/Amp cm}.$$

Aus der Flußverteilung ergibt sich also ein Spulenfluß:

$$\Psi_{S\,max} = \Phi_{o\,S}\, w_S\, L\, \Theta_{n\,S\,max}.$$

Andererseits ist laut Spannungsbedingung:

$$\Psi_{S\,max} = \frac{115 \cdot 10^8}{4{,}44 \cdot 50} = 5{,}1 \cdot 10^7.$$

Bei theoretischem Kurzschluß ergibt sich bei den gewählten Anfangsverhältnissen ($\delta_1 = 0^0$, $\Theta \to {}^1/_2$ max, max, ${}^1/_2$ max) für den Versuchsmotor folgender Kurzschlußstrom, ohne Berücksichtigung des Einflusses der Stirnverbindungen:

$$5{,}1 \cdot 10^7 = 11 \cdot 36 \cdot 24{,}5\ \Theta_{n\,S\,max}.$$

$$\Theta_{n\,S\,max} = 5250 \text{ Amp/Nut}.$$

Digitized by Google

$$J_K = \frac{5250}{4\sqrt{2}} = 930 \text{ Amp.} \quad \text{Gemessen } J_K = 610 \text{ Amp } (\cos\varphi_K = 0).$$

Man darf den berechneten Wert J_K nicht ohne weiteres mit dem gemessenen Strom vergleichen, da letzterer ein Mittelwert ist aus den Kurzschlußströmen für verschiedene Läuferstellungen.

c) Flußbild.

Bild 12 stellt den Verlauf der Induktionslinien des eben berechneten Kurzschlußfeldes dar. Im Kurzschluß ist der Induktionsfluß nicht etwa ganz aus dem Läufer in den Luftspalt verdrängt, sondern, wie eingangs vermutet wurde, ist die Bedingung $\psi_R = 0$ durch zweierlei Verkettungsart der Induktionslinien im Läufer erreicht. Die Teilspulen 2 und 3 von Läuferphase 2 umfassen z. B. Induktionsflüsse, die von unten nach oben gehen, während die Teilspulen 1 und 4 im umgekehrten Sinne mi Induktionslinien verkettet sind.

Bei einem Vergleich von Bild 11 und 12 fällt einem die beinahe zauberhafte Wirkung der sehr kleinen Zusatzdurchflutung auf, welche die Verkettung der Induktionslinien vollkommen geändert hat, obwohl die Beträge der Induktionsflüsse im Luftspalt praktisch erhalten geblieben sind. Es sei ferner darauf hingewiesen, daß nach Bild 11 und 12 die räumliche Verteilung der magnetischen Induktion an kein Gesetz gebunden ist, und die Aufgabe wäre demnach überbestimmt gewesen, wenn wir von einer sin-förmigen Feldverteilung ausgegangen wären. In Bezug auf die Eisensättigungen wollen wir das Kurzschlußfeld nicht besprechen.

d) Ständerstrom als Funktion des Spulenflusses Ψ_S.

Durch die Spannungsbedingung ist ein sin-förmiger zeitlicher Verlauf des Spulenflusses der einzelnen Ständerphasen auch im Kurzschluß erzwungen, und es frägt sich nun, ob dies einen sin-förmigen Verlauf des Ständerstromes zur Folge hat, ganz unabhängig von der räumlichen Verteilung des magnetischen Feldes. Spulenfluß und Strom sind in Phase miteinander, wenn wir nachweisen, daß für jeden Augenblickswert des Stromes der reduzierte mittlere Windungsfluß Φ_{0S} ein und denselben Betrag hat. Bei der Berechnung des Kurzschlußfeldes II,3 ist man schon stillschweigend von der Annahme ausgegangen, daß Ständerstrom und Spulenfluß in Phase miteinander sind, und es hat sich dann auch bestätigt, daß der reduzierte mittlere Windungsfluß für jede Ständerphase, also für die zwei Augenblickswerte des Stromes max und $^1/_2$ max je den Betrag $\Phi_{0S} = 11$ Maxwell/Amp cm hat. Es wurde nun bei derselben Läuferstellung das Kurzschlußfeld für die Drehstromverteilung $\frac{\sqrt{3}}{2}$ max, $\frac{\sqrt{3}}{2}$ max, 0 bestimmt, um für zwei weitere Augenblickswerte des Stromes die Größe von Φ_{0S} zu erhalten. Wie man aus untenstehender Zusammenstellung ersieht, stimmen die Beträge Φ_{0S} für diese 4 Augenblickswerte einer Viertelperiode des Stromes genügend genau überein, so daß damit wohl der verlangte Nachweis erbracht ist.

$\Theta_{nS} = \Theta_{nS\,max} = 4{,}08$ A/N, $\Phi_{mS} = 44{,}6$, $\Phi_{0S} = 11$ Maxwell/Amp cm,

$\Theta_{nS} = \frac{\sqrt{3}}{2}\Theta_{nS\,max} = 3{,}53$ A/N, $\Phi_{mS} = 38{,}2$, $\Phi_{0S} = 10{,}8$,,

$\Theta_{nS} = \frac{1}{2}\Theta_{nS\,max} = 2{,}04$ A/N, $\Phi_{mS} = 22{,}2$, $\Phi_{0S} = 10{,}9$,,

$\Theta_{nS} = 0$ A/N, $\Phi_{mS} = 0$, $\Phi_{0S} = 11$,,

4. Kurzschlußfelder für verschiedene Läuferstellungen.

Es wird nun ein weiteres, sehr wichtiges Problem behandelt: Verändert sich der Kurzschlußstrom des Versuchsmotors, wenn der Läufer gegen den Ständer verdreht

Digitized by Google

wird? — Zu diesem Zweck berechnen wir Kurzschlußfeld und Kurzschlußstrom für die Läuferverstellungen $\delta_1 = 7{,}5^0$, 15^0, $22{,}5^0$, 30^0 bezogen auf eine zweipolige Maschine, wobei 30^0 einer Verdrehung um zwei Läufernuten, also um die Hälfte einer Nutgruppe pro Pol und Phase, entspricht. Im Ständer ist für alle untersuchten Fälle die augenblickliche Drehstromverteilung $^1/_2$ max, max, $^1/_2$ max gewählt. Im Läufer muß gegenüber den Verhältnissen bei $\delta_1 = 0^0$ eine zeitliche Verschiebung α der Ströme vorgenommen werden, die gleich der räumlichen Verdrehung δ_1 des Läufers ist, damit die Durchflutungsmaxima für Ständer und Läufer räumlich zusammenfallen.

a) Kurzschlußfeld $\delta_1 = 30^0$.

Wir gehen von folgender Durchflutungsverteilung aus:

	Phase	1	2	3	
Ständer	ωt	30^0	90^0	150^0	
	$\Theta_n = 40 \sin \omega t$	20	40	20	Amp/Nt.
Läufer	$\omega t + \alpha$	$30^0 + 30^0$	$90^0 + 30^0$	$150^0 + 30^0$	
	$\Theta_n = 30 \sin (\omega t + \alpha)$	26	26	0	Amp/Nt.

In der bereits bekannten Weise wird nun die Kurzschlußbedingung für den Läufer $\psi_R = 0$ erfüllt, indem man auf den Ständer eine kleine Zusatzdurchflutung gibt, welche hier etwas kleiner ist, als bei Fall II, 3. Der reduzierte mittlere Windungsfluß hat sich wesentlich höher ergeben, wie bei der Läuferstellung $\delta_1 = 0^0$, nämlich $\Phi_{oS} = 14{,}42$ Maxwell/Amp cm gegenüber $\Phi_{oS} = 11{,}0$ Maxwell/Amp cm. Bei einer Verdrehung des Läufers um $\delta_1 = 30^0$ ermäßigt sich also der Kurzschlußstrom des Motors von $J_K = 930$ Amp auf $J_K = \frac{11 \cdot 930}{14{,}42} = 710$ Amp ohne Berücksichtigung des Einflusses der Stirnverbindungen.

Bild 14 stellt den Verlauf der Induktionslinien dieses Kurzschlußfeldes ($\delta_1 = 30^0$) dar. Im Ständer haben sich längs einer Polteilung drei sehr stark ausgeprägte Flußzentren gebildet. Jede Durchflutungsgruppe pro Pol und Phase im Ständer ist für sich allein mit einem Induktionsfluß verkettet, und nur wenige Linien (in Bild 14 nur eine einzige Linie) umschlingen sämtliche 3 Durchflutungsgruppen. Der Zahneisenquerschnitt einer Ständerpolteilung ($\delta_1 = 30^0$, Bild 6) ist infolgedessen mit ungefähr dem doppelten Induktionsfluß belastet, wie bei dem Fall $\delta_1 = 0^0$, Bild 12. Aus den beiden Feldverteilungen und aus der Spannungsbedingung $\Psi_{S\,max} = 5{,}1 \cdot 10^7$ ergeben sich für den gesamten Zahneisenquerschnitt eines Ständerpoles folgende Induktionsflüsse:

$$\underset{(\delta_1 = 30^0)}{\Phi} = \frac{\Theta_{n\,S\,K\,max}}{\Theta_{n\,S\,max}} \sum \Phi_z = 1{,}58 \cdot 10^5 \text{ Maxwell cm.}$$

An der Wurzel des Ständerzahnes E: $B_z = 58\,000$ Gauß
An der Wurzel des Läuferzahnes M: $B_z = 102\,000$ „

$$\underset{(\delta_1 = 0^0)}{\Phi} = \frac{\Theta_{n\,S\,K\,max}}{\Theta_{n\,S\,max}} \sum \Phi_z = 0{,}66 \cdot 10^5 \text{ Maxwell/cm.}$$

An der Wurzel des Ständerzahnes E: $B_z = 22\,300$ Gauß.

Infolge dieser hohen Eisensättigungen in den Zähnen kann sich das magnetische Feld in der angegebenen Weise natürlich nicht ausbilden; jedoch ist die genaue Kenntnis des magnetischen Feldes bei $\mu_{Fe} = \infty$ notwendig, um von hier aus das tatsächliche magnetische Feld mit Berücksichtigung der Eisensättigungen konstruieren zu können.

Mit Hilfe eines Interpolationsverfahrens, auf welches hier nicht näher eingegangen wird, wurden die Kurzschlußfelder für $\delta_1 = 7{,}5^0$, 15^0 und $22{,}5^0$ berechnet mit folgendem Ergebnis:

Digitized by Google

$\delta_1 = 7{,}5^0$; $\Phi_{oS} = 12{,}4$ Maxw./Amp/cm.
$\delta_1 = 15{,}0^0$; $\Phi_{oS} = 13{,}6$ „ „ „
$\delta_1 = 22{,}5^0$; $\Phi_{oS} = 15{,}8$ „ „ „

In Bild 4 sind die Ergebnisse dieses Abschnittes II zusammengestellt in den Kurven $J_K = f(\delta_1)$ und $\Phi_{oS} = f(\delta_1)$. Wir sehen, daß in dem Kurvenstück zwischen $\delta_1 = 0^0$ und $\delta_1 = 30^0$ besonders deutlich 4 Oberschwingungen vorhanden sind entsprechend einer Verdrehung des Ankers um 4 Läufernuten. Bei einer Verdrehung über 60^0 hinaus wiederholt sich die Kurve. Aus der Kurve entnehmen wir den Mittelwert $\Phi_{oS} = 13{,}8$ Maxwell/Amp cm, der wesentlich größer ist als Φ_{oS} für die Stellung $\delta_1 = 0^0$.

Der mittlere Kurzschlußstrom des Motors ohne Berücksichtigung des Einflusses der Stirnverbindungen berechnet sich aus dem Wert $\Phi_{oS} = 13{,}8$ Maxwell/Amp cm zu:

$$J_K = \frac{11 \cdot 930}{13{,}8} = 740 \text{ Amp};$$

Gemessen $J_K = 610$ Amp.
$\cos \varphi K = 0$

Der gemessene Strom ist um $17{,}5\%$ kleiner als der berechnete Strom. Diese Abweichung kann leicht durch den Einfluß der Stirnverbindungen erklärt werden.

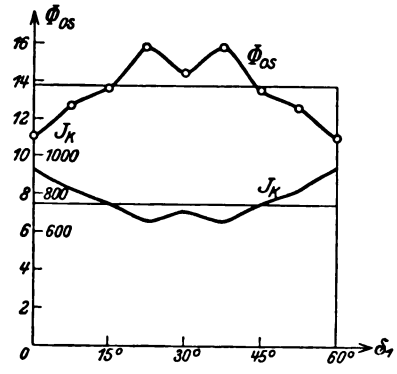


Bild 4.

III. Magnetisches Feld bei Betrieb.

1. Betriebsbedingungen und Berechnungsgang.

Betriebszustände eines Drehstrommotors seien dadurch definiert, daß ein Drehmoment abgegeben wird. Drehmomente werden bekanntlich durch Einschalten von Ohmschem Widerstand in den Läuferkreis erzeugt. Im Betrieb muß also in den Läuferphasen eine elektrische Randspannung induziert werden vom Betrag RJ. Die elektrische Randspannung der Ständerphasen ist gleich der angelegten Wechselspannung, abzüglich des Ohmschen Spannungsabfalls.

Für den Betrieb des Motors S. 409 bestehen demnach folgende Vorschriften:

Im Läufer ist $\Psi_{R\max} > 0$, Ψ_R um $^1/_4$ Periode gegen den Läuferstrom verfrüht.

Im Ständer ist infolge der angelegten Wechselspannung für jede Phase $\Psi_{S\max} = 5{,}1 \cdot 10^7$ Maxwell.

Wir wollen für festgebremsten Läufer ($\delta_1 = 0^0$) einige beliebige Betriebszustände dieses Motors berechnen, um so das Heylandsche Kreisdiagramm auf induktivem Wege zu finden.

Bei der Berechnung der magnetischen Felder für beliebige Betriebszustände versucht man zunächst die Läuferbedingungen zu erfüllen: $\Psi_{R\max} > 0$, Ψ_R um $^1/_4$ Periode gegen den Läuferstrom verfrüht. Zu diesem Zweck geht man von einer typischen Durchflutungsverteilung für theoretischen Kurzschluß ($\delta_1 = 0^0$) aus und fügt im Ständer eine Magnetisierungsdurchflutung hinzu, die gegen die Ständerströme um $^1/_4$ Periode räumlich und zeitlich versetzt ist. Das entstehende magnetische Feld genügt den Läuferbedingungen. Da bei Betrieb die Spulenflüsse im Ständer und Läufer nicht in Phase mit den zugehörigen Strömen sind, so ist es notwendig, aus den Augenblickswerten ψ_S der Feldverteilung die Werte $\psi_{S\max}$, $\psi_{R\max}$, $\beta(\psi_S \psi_R)$ zu rechnen. β sei der Winkel der Phasenverschiebung zwischen ψ_S und ψ_R. — Zum Schluß werden die Durchflutungen im Ständer und Läufer verhältnisgleich vergrößert oder verkleinert, damit $\Psi_{S\max} = 5{,}1 \cdot 10^7$ sich einstellt.

Aus den Größen $\Psi_{S\max}$, $\Psi_{R\max}$ und β läßt sich der entsprechende Betriebspunkt des Heylandschen Kreisdiagramms konstruieren. — Durch Variieren der Magneti-

Digitized by Google

sierungsdurchflutung erhalten wir auf diese Weise die verschiedenen Betriebsfelder vom Leerlauf bis zum Kurzschluß.

2. Berechnungsreihe.

Der Berechnungsreihe von 7 Betriebsfeldern wird die Durchflutungsverteilung für theoretischen Kurzschluß Bild 3c zugrunde gelegt ($\delta_1 = 0^0$, Drehstromverteilung ½ max, max, ½ max). Die für diesen Fall im Ständer hinzuzufügende Magnetisierungsdurchflutung hat für Phase 1 und 3 die Augenblickswerte $\Theta_{m3} = \frac{\sqrt{3}}{2}\Theta_{m\,max}$ bzw. $\Theta_{m1} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\Theta_{m\,max}$ und für Phase 2 $\Theta_m = 0$.

Beispiel.

In Bild 5 (Feldverteilung im Betrieb; Diagrammpunkt 5) ist in Ständerphase 1 und 3: $\Theta_{m1} = -2{,}5$ bzw. $\Theta_{m3} = 2{,}5$ Amp/Nut hinzugefügt. Aus dem entstehenden Feld entnimmt man folgende Augenblickswerte des Spulenflusses der einzelnen Phasen pro Polpaar und Zentimeter:

	Phase 1	Phase 2	Phase 3
Ständer	$\Psi\uparrow' = 745\ w_S'$	$\Psi\downarrow' = 495\ w_S'$	$\Psi\downarrow' = 1238\ w_S'$
Läufer	$\Psi\uparrow' = 980\ w_R'$	$\Psi\downarrow' = 3{,}4\ w_R'$	$\Psi\downarrow' = 585\ w_R'$

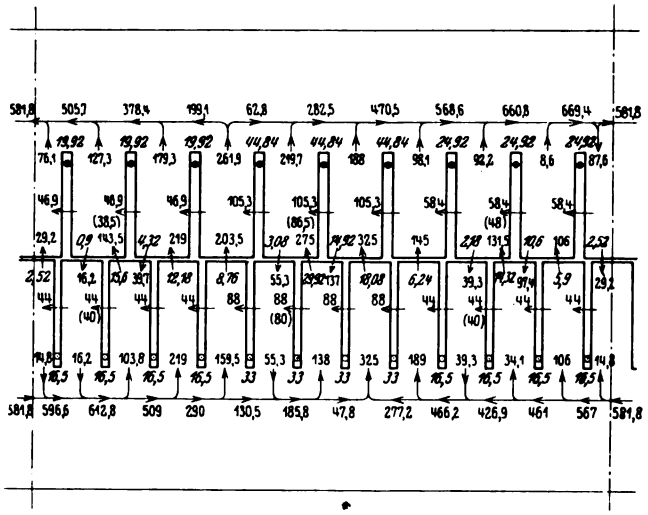


Bild 5. Feldverteilung bei Betrieb.

Nun wird die Bedingung $\Psi_{S\,max} = 5{,}1 \cdot 10^7$ Maxwell eingeführt, und man erhält durch Umrechnen der Ergebnisse aus der Feldverteilung:

$\Phi_{m\,S\,max} = 14{,}2 \cdot 10^5$ Maxwell, $\Phi_{m\,R\,max} = 12{,}9 \cdot 10^5$ Maxwell,

$\beta = 180^0 - 156^0\ 30' = 23^0\ 30'$.

$\Theta_{n\,S\,max} = 2090$ Amp/Nut.

$J = 370$ Amp.

Mit diesen Angaben kann man den betreffenden Punkt 5 des Heylandschen Diagramms konstruieren.

Nach diesem Schema wurden 7 Betriebsfelder berechnet, deren Ergebnisse in folgender Tabelle zusammengestellt sind:

Digitized by Google

Nr.	$\Theta_{SK\,\max}$	$\Theta_{RK\,\max}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}\Theta_{m\,\max}$	$\Phi_{m\,S\,\max}$	ωt_{S_2}	$\Phi_{Rm\,\max}$	ωt_{R_2}	β
	Amp/Nut	Amp/Nut	Amp/Nut	Maxw./cm		Maxw./cm		
6	44,84	33	0	490	90°	0	180°	90°
3	44,84	33	0,1	492	95° 24′	45	180°	84° 36′
2	44,84	33	0,4	524	109° 54′	181	180°	70° 6′
7	44,84	33	1,08	696	135°	490	180°	45
4	44,84	33	1,5	836	143° 56′	678	180°	36° 4′
5	44,84	33	2,5	1244	156° 30′	1136	180°	23° 30′
1	0	0	0,9	412	180°	409	180°	0°

Nr.	$\Psi_{S\,\max}$	$\Psi_{R\,\max}$	β	J_S	J_R
	Maxwell	Máxwell		Amp	Amp
6	$5{,}1 \cdot 10^7$	0	90°	930	1365
3	$5{,}1 \cdot 10^7$	$0{,}31 \cdot 10^7$	84° 36′	920	1350
2	$5{,}1 \cdot 10^7$	$1{,}18 \cdot 10^7$	70° 6′	883	1295
7	$5{,}1 \cdot 10^7$	$2{,}40 \cdot 10^7$	45°	662	970
4	$5{,}1 \cdot 10^7$	$2{,}75 \cdot 10^7$	36° 4′	548	803
5	$5{,}1 \cdot 10^7$	$3{,}10 \cdot 10^7$	23° 30′	371	545
1	$5{,}1 \cdot 10^7$	$3{,}35 \cdot 10^7$	0°	26	0

Die 7 Betriebspunkte liegen genügend genau auf einem Kreis, dem Heylandschen Kreis, der hiermit auf induktivem Wege bewiesen ist (Bild 6).

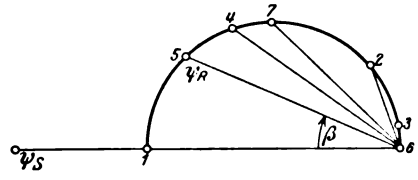


Bild 6. Kreisdiagramm.

Flußbilder.

In Bild 15—17 sind Betriebsfelder dargestellt. Es ist dazu zu bemerken, daß der Winkel β des Heylandschen Kreisdiagramms auch in den Flußbildern zu sehen ist im Verlauf der Flußscheidewand. Interessant ist ferner zu sehen, wie sich die Induktionsflüsse, die nur mit Läuferströmen verkettet sind (stärker umrandete Gebiete) von Leerlauf bis zum Kurzschluß immer mehr ausbreiten, und sie sind es, die das „Kippen des Motors" verursachen. Bild 16 stellt das Flußbild bei Kippmoment dar.

Zweiter Teil.

Magnetisches Feld bei Drehstrommotoren mit Käfiganker.

1. Kurzschlußbedingung für einen Käfiganker mit Rundleitern R = 0.

Bei einem Drehstrommotor mit Käfiganker mit dem Widerstand $R = 0$ muß die Kurzschlußbedingung $\psi_R = 0$ im Gegensatz zum Dreiphasenanker für jeden Umlauf im Läuferkupfer erfüllt sein, da jede Läuferphase nur aus einer Windung besteht und alle Phasen durch die beiden äußeren Sammelringe parallel geschaltet sind. Es muß jeder Windungsfluß und damit auch jeder Leiterfluß im Läufer den Betrag Null haben. Die Bedingung $\psi_R = 0$ ist strenggenommen nur dann zu erfüllen, wenn

Digitized by Google

der Raum des gesamten Nutkupfers magnetisch feldfrei ist, d. h. wenn der gesamte Strom der Ankerleiter jeweils in der äußersten Kupferschicht an der Nutöffnung fließt. Der Induktionsfluß durch den Nutschlitz der Läufernuten und die vom Ständer her in den Läufer eintretenden Induktionsflüsse dürfen dann mit den Läuferstäben nicht verkettet sein.

Bei folgendem ist angenommen, daß der Strom im Läuferstab gleichmäßig über den Querschnitt verteilt ist: $G = \text{const.}$, obwohl man damit einen kleinen Fehler begeht. Für diesen Fall soll dann die Kurzschlußbedingung des Läufers ($R_R = 0$) lauten:

$\int_F \Phi \, df = 0$ $\quad \Phi =$ mit den einzelnen Kupferschichten verketteter Induktionsfluß.

In Worten: Die von der zeitlichen Änderung des Induktionsflusses durch das Nutkupfer in den einzelnen Schichten des Leiters induzierten elektrischen Feldstärken sollen im Mittel über den Leiterquerschnitt Null sein. Für die magnetischen Verhältnisse bei Dauerkurzschluß bedeutet dies, daß der Induktionsfluß durch das Nutkupfer in jedem Augenblick teilweise eigenverkettet und teilweise fremdverkettet sein muß und daß die Flußscheidewand immer durch ein und dieselbe Leiterschicht geht.

Auf analytischem Wege wurde für einen Rundstab, wie sie bei Käfigankern meistens verwendet werden, die Verkettung des Induktionsflusses durch das Nutkupfer für obige Kurzschlußbedingung berechnet. Dabei ist angenommen, daß die Induktionslinien geradlinig quer durch die Nut verlaufen.

Das Ergebnis ist folgendes:

Induktionsfluß durch das Kupfer der Rundnut: $\Phi_{nK} = 0{,}99 \; \Theta_n$ Maxwell/cm,
eigenverkettet: $\Phi_e = 0{,}36 \cdot 0{,}99 \; \Theta_n = 0{,}36 \; \Theta_n$ „
fremdverkettet: $\Phi_f = 0{,}64 \cdot 0.99 \; \Theta_n = 0{,}63 \; \Theta_n$ „

2. Magnetisches Feld bei Stillstand.

Die Berechnung von magnetischen Gesamtfeldern für Drehstrommotoren mit Käfiganker wird an einem Motor durchgeführt mit folgenden Daten[1]:

3 PS, 1500 U/m synchron, $p = 2$, $U = 260$ Volt, Eisenlänge 10 cm, Luftspalt 0,5 mm, 50 P/s.

Ständer: Bohrung 160,8 mm, 3 Nuten pro Pol und Phase, Sternschaltung, 26 Leiter pro Nut hintereinander geschaltet;

Läufer: 25 Rundnuten, 10 mm Durchmesser einer Nut;

Kurzschlußversuch: $J_K = 43{,}7$ Amp, $\cos \varphi_K = 0{,}37$.

Die Bedingungen für Stillstand dieses Motors bei $R = 0$ lauten:

Für den Ständer:

$$\Psi_{S\,max} = \frac{260 \cdot 10^8}{\sqrt{3} \cdot 4{,}44 \cdot 50} = 6{,}8 \cdot 10^7.$$

Für den Läufer:

$\psi_R = 0$ für jeden einzelnen Umlauf im Läuferkupfer.

Wie beim Drehstrommotor mit Phasenanker, so wird auch hier zuerst versucht, die Bedingung $\psi_R = 0$ zu erfüllen. Wir zeichnen eine Polpaarteilung dieses Motors maßstäblich mit beliebiger Stellung des Läufers und berechnen die magnetischen Leitwerte des Luftspaltes und der Nuten pro Zentimeter Ankerlänge (Bild 7). Dann wählen wir für den Ständer eine Durchflutungsverteilung, etwa $^1/_2$ max, max, $^1/_2$ max, während wir im Läufer noch keine Ströme annehmen können (Bild 8).

[1] Arnold, Wechselstromtechnik, V. Bd., Induktionsmaschinen, S. 418, Nr. 4, 1920.

Digitized by Google

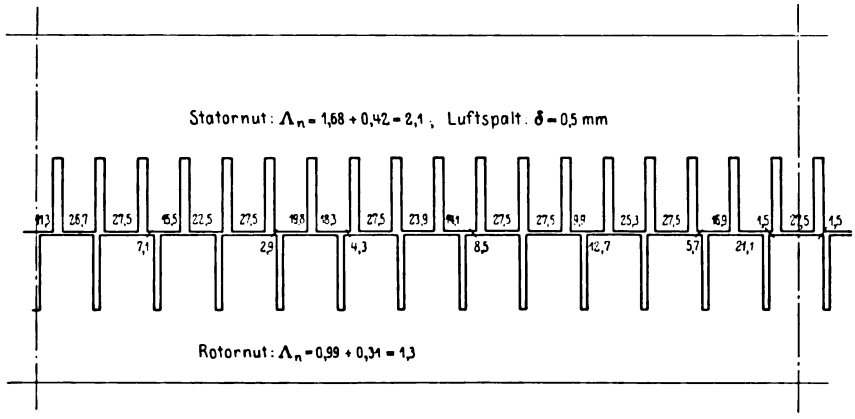


Bild 7. Käfigankermotor. Magnetische Leitfähigkeiten im Luftspalt pro cm Ankerlänge.

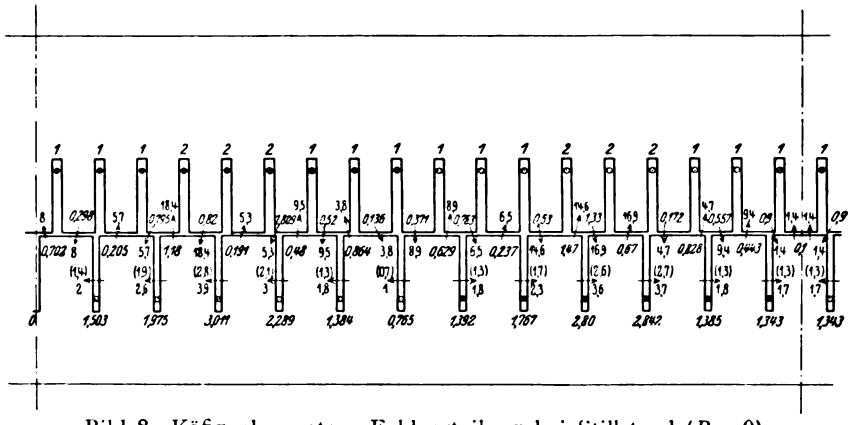


Bild 8. Käfigankermotor. Feldverteilung bei Stillstand ($R = 0$).

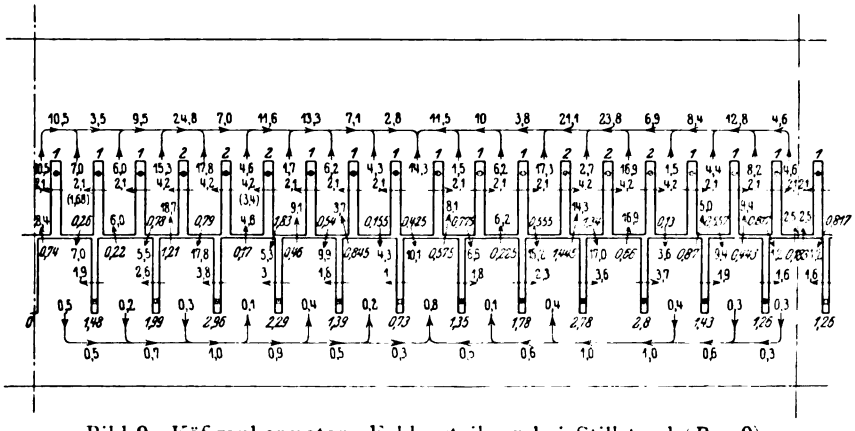


Bild 9. Käfigankermotor. Feldverteilung bei Stillstand ($R = 0$).

1. Versuch.

Nach der Bedingung $\psi_R = 0$ darf im wesentlichen der in den Läufer eintretende Induktionsfluß mit den Käfigstäben nicht verkettet sein. In erster Annäherung werden deshalb die magnetischen Spannungen am Luftspalt nur aus den Ständerdurchflutungen bestimmt, derart, daß der in einen Läuferzahnkopf eintretende Induktionsfluß an denselben Zahnkopf wieder austritt.

Digitized by Google

In unserem Beispiel Bild 8 umschließt ein Umlauf um die erste Ständernut (von links aus gezählt) über den gegenüberliegenden Läuferzahnkopf den Strom 1 Amp. Nach der Vorschrift $\Phi_1 = \Phi_2$ ist:

$$V_1 = \frac{\Lambda_2 \Theta_n s}{\Lambda_1 + \Lambda_2}, \qquad V_2 = \Theta_n s - V_1,$$

$$V_1 = \frac{26{,}7 \cdot 1}{11{,}3 + 26{,}7} = 0{,}702 \text{ Amp}, \qquad V_2 = 0{,}298 \text{ Amp},$$

$$\Phi_1 = 0{,}702 \cdot 11{,}3 = 8{,}0 \text{ Maxwell/cm}.$$
$$\Phi_2 = 0{,}298 \cdot 26{,}7 = 8{,}0 \text{ Maxwell/cm}.$$

Die magnetischen Spannungen am Luftspalt werden nur aus Umläufen bestimmt, die über einen Läuferzahnkopf gehen und nicht auch noch eine Läufernut einschließen, da deren Strom noch unbekannt ist. Die Ströme und Induktionsflüsse in den Läufernuten erhält man erst aus den eben berechneten Spannungen am Luftspalt durch Randintegralbildung um diese Nuten (Bild 8).

Die Durchflutungs- und Feldverteilung dieses ersten Versuches entspricht den Verhältnissen bei Stillstand des Motors noch nicht vollkommen, da die Induktionsflüsse durch die Läufernuten sämtlich eigenverkettet sind. Wir müssen in einem zweiten Versuch den ersten korrigieren.

2. Versuch.

Nach der Kurzschlußbedingung sind bei der vorhandenen Nutform von dem Induktionsfluß durch die Läufernuten $0{,}36 \cdot \Theta_{n\,R}$ Maxwell/cm eigenverkettet, und der Rest ist fremdverkettet. Mit den Induktionsflüssen des ersten Versuches korrigieren wir, entsprechend dieser Bedingung, die magnetischen Spannungen am Luftspalt (Bild 9).

Bei der Läufernut 2 (von links aus gezählt) müssen 1,4 Maxwell/cm fremdverkettet werden, d. h. irgendwie vom Ständer her geliefert werden und dorthin wieder zurücktreten. Da durch die Läufernut 1 augenblicklich überhaupt kein Fluß hindurchgeht, so müssen die Spannungen am Läuferzahnkopf 1 so abgeändert werden daß dort 1,4 Maxwell/cm mehr austreten wie eintreten.

$$V_1 = \frac{\Lambda_2 \Theta_n s + 1{,}4}{\Lambda_1 + \Lambda_2}, \qquad V_2 = \Theta_{ns} - V_1,$$

$$V_1 = \frac{26{,}7 \cdot 1 + 1{,}4}{11{,}3 + 26{,}7} = 0{,}74 \text{ Amp}, \qquad \Phi_1 = 8{,}4 \text{ Maxw./cm},$$

$$V_2 = 1 - 0{,}74 = 0{,}26 \text{ Amp}, \qquad \Phi_2 = 7{,}0 \text{ Maxw./cm}.$$

Bei der Läufernut 3 müssen 1,9 Maxwell/cm fremdverkettet werden; davon sind 1,4 Maxwell/cm in der Nut 2 bereits in der richtigen Weise untergebracht. Durch den Läuferzahnkopf 2 sollten deshalb $1{,}9 - 1{,}4 = 0{,}5$ Maxwell/cm mehr austreten wie eintreten.

$$V_1 = \frac{7{,}1 \cdot 1 + 0{,}5}{27{,}5 + 7{,}1} = 0{,}22 \text{ Amp}, \qquad \Phi_1 = 6{,}0 \text{ Maxw./cm},$$

$$V_2 = 0{,}78 \text{ Amp}, \qquad \Phi_2 = 5{,}5 \text{ Maxw./cm}.$$

Nach diesem Schema werden sämtliche magnetischen Spannungen am Luftspalt korrigiert. Diese korrigierten Spannungen bedingen andere Läuferströme, doch ist deren Änderung gegenüber denen des ersten Versuches so klein, daß eine zweite Korrektion nicht mehr notwendig ist.

Dieser zweite Berechnungsversuch wird vervollständigt, indem man die Flußverteilung in den Jochen hinzufügt. Man geht davon aus, daß durch den Jochquerschnitt hinter der Läufernut 2: $\Phi = 0{,}5$ Maxwell/cm eigenverkettet mit Leiter 2 von links nach rechts hindurchtreten müssen. — Diese Feldverteilung Bild 9 erfüllt genügend genau die Bedingung: $\psi_R = 0$ für jeden einzelnen Läuferstab.

Digitized by Google

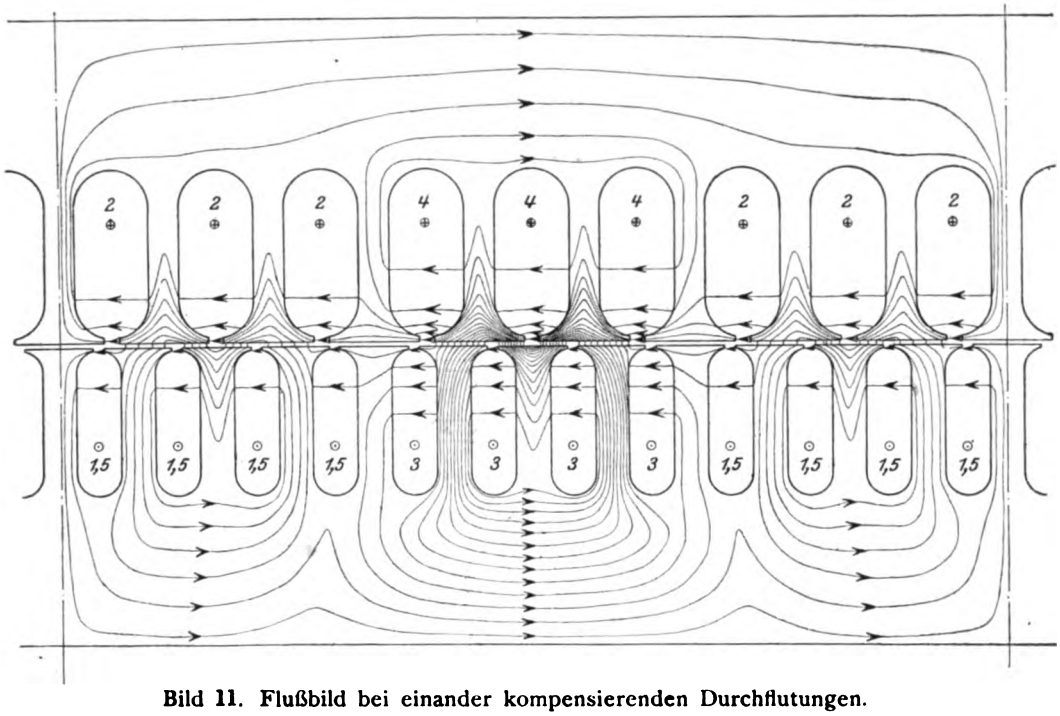


Bild 11. Flußbild bei einander kompensierenden Durchflutungen.

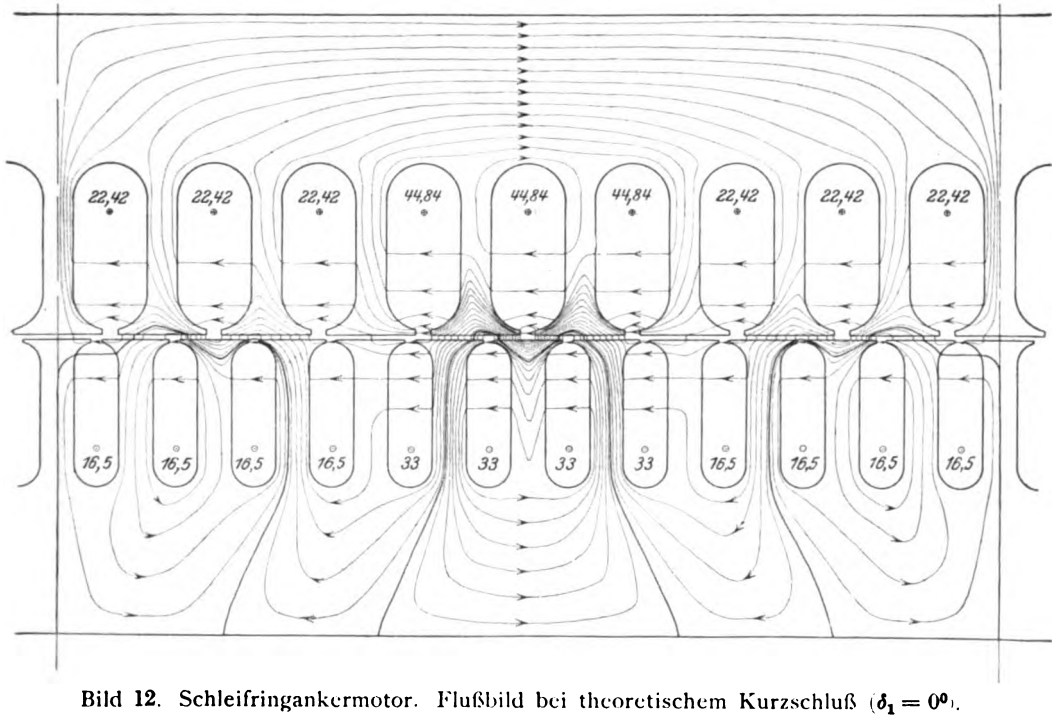


Bild 12. Schleifringankermotor. Flußbild bei theoretischem Kurzschluß ($\delta_1 = 0^0$).

In bekannter Weise wird diese Feldverteilung zur Berechnung des Kurzschlußstromes der Maschine ausgewertet. Der reduzierte mittlere Windungsfluß im Ständer beträgt:

$$\Phi_{0S} = 14{,}8 \text{ Maxwell/cm Amp.}$$

Aus der Feldverteilung: $\Psi_{S\max} = 14{,}8 \cdot w_S \, L \, \Theta_{n\,S\max}$.

Digitized by Google

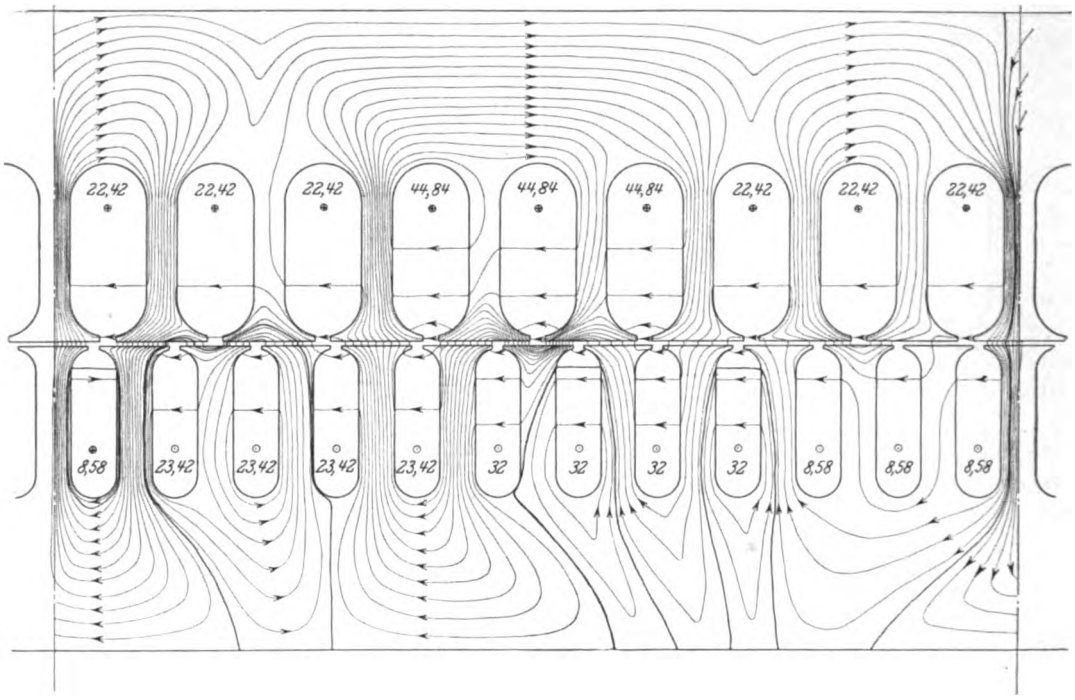


Bild 13. Schleifringankermotor. Flußbild bei theoretischem Kurzschluß ($\delta_1 = 15^0$).

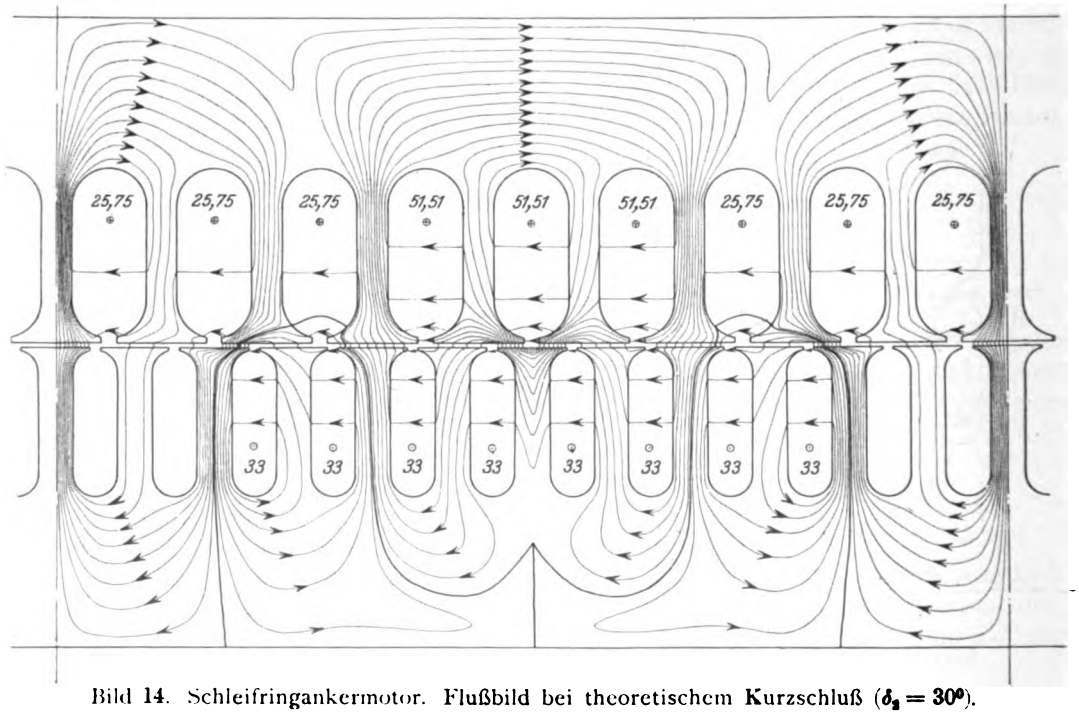


Bild 14. Schleifringankermotor. Flußbild bei theoretischem Kurzschluß ($\delta_2 = 30^0$).

Aus der Spannungsbedingung: $\Psi_{s\,max} = 6{,}8 \cdot 10^7$.

$$\Theta_{n\,s\,max} = \frac{6{,}8 \cdot 10^7}{14{,}8 \cdot 156 \cdot 10{,}5} = 2800 \text{ Amp/Nut.}$$

Digitized by Google

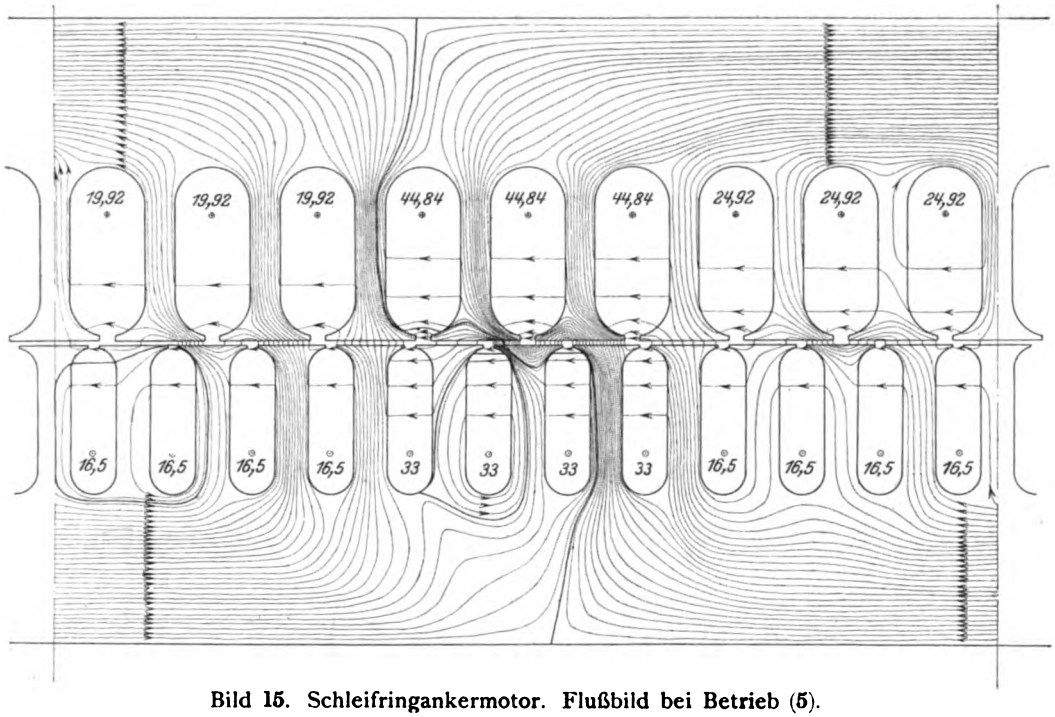


Bild 15. Schleifringankermotor. Flußbild bei Betrieb (5).

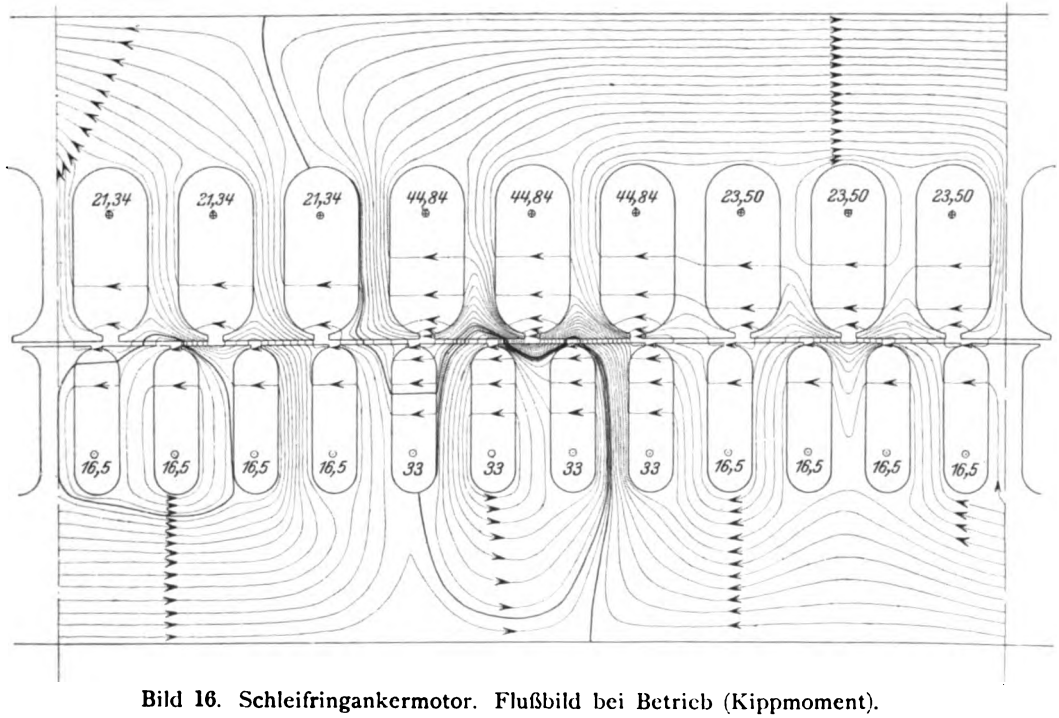


Bild 16. Schleifringankermotor. Flußbild bei Betrieb (Kippmoment).

$$J_K = \frac{2800}{26 \cdot \sqrt{2}} = 76 \text{ Amp.}$$

(Ohne Berücksichtigung des Einflusses der Stirnverbindungen.)
Gemessen wurde: $J_K = 46$ Amp für $\cos \varphi_K = 0$.

Digitized by Google

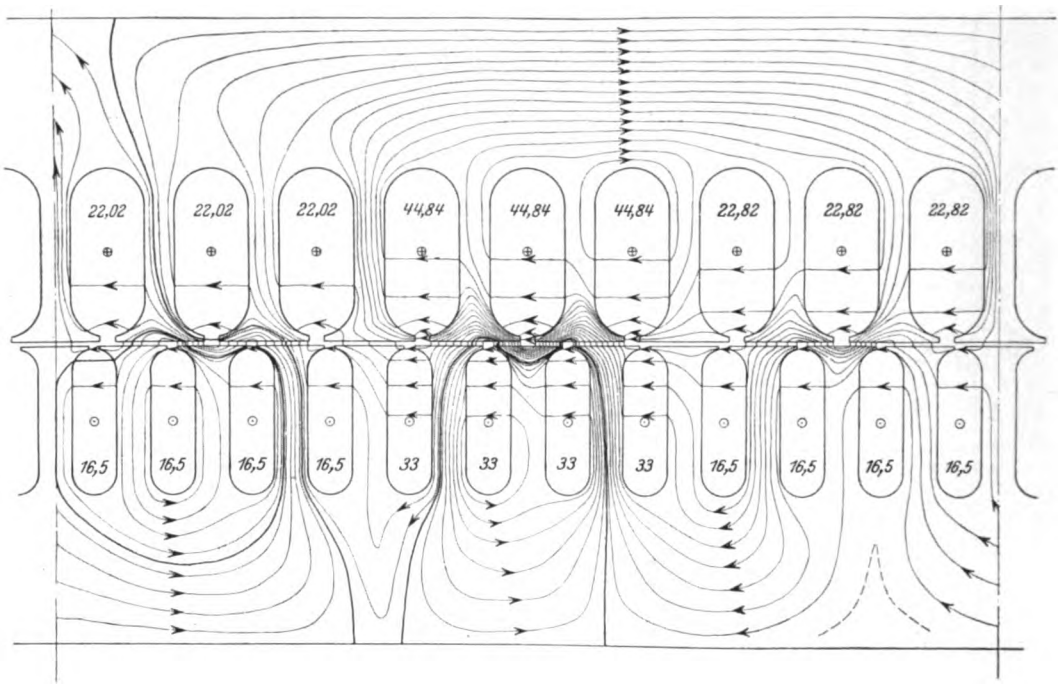


Bild 17. Schleifringankermotor. Flußbild bei Betrieb (2).

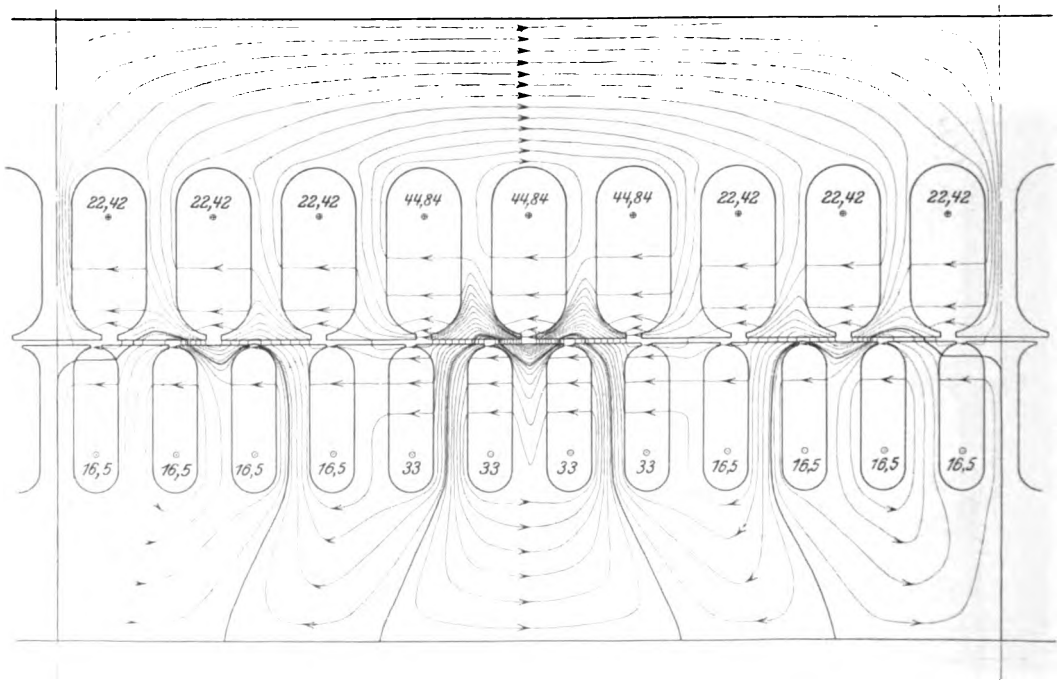


Bild 12. Schleifringankermotor. Flußbild bei theoretischem Kurzschluß ($\delta_1 = 0^0$).

Bild 18 zeigt den Verlauf der Induktionslinien dieses Kurzschlußfeldes. Die mit den Läuferströmen eigenverketteten Induktionsflüsse haben so kleine Beträge, daß sie in dem Flußbild nicht dargestellt werden konnten. Aus dem Flußbild sieht man, daß der Motor magnetisch um so „weicher" wird, je weniger Nuten man im Läufer hat. Bei Käfigankermotoren sollte die Läufernutenzahl womöglich kleiner sein als

Digitized by Google

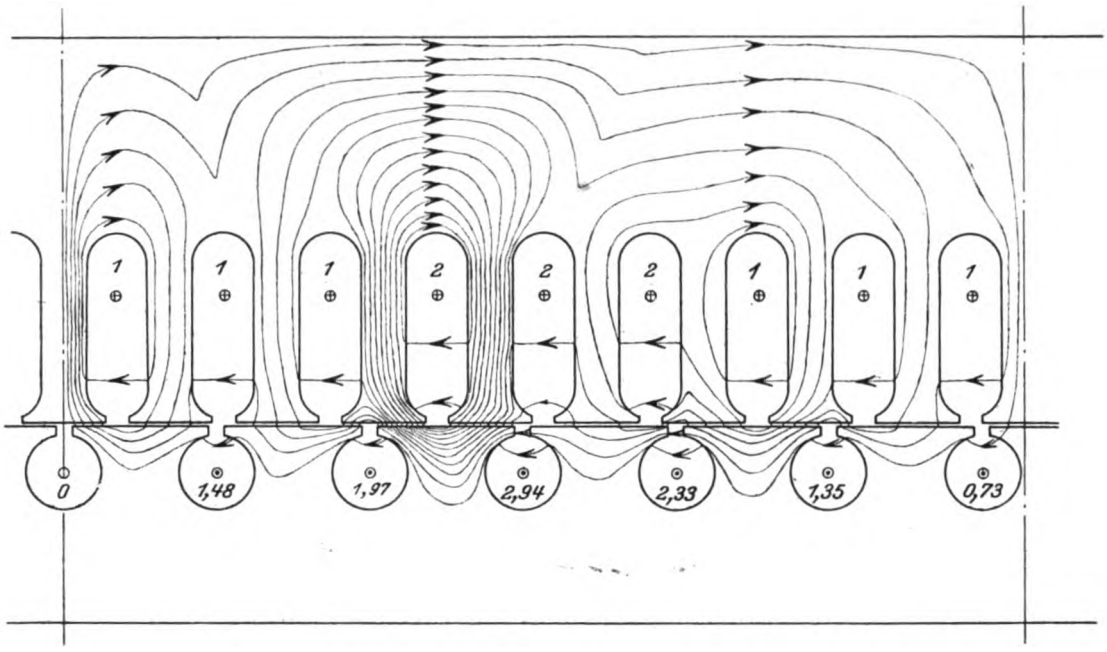


Bild 18. Käfigankermotor. Flußbild bei Stillstand ($R = 0$).

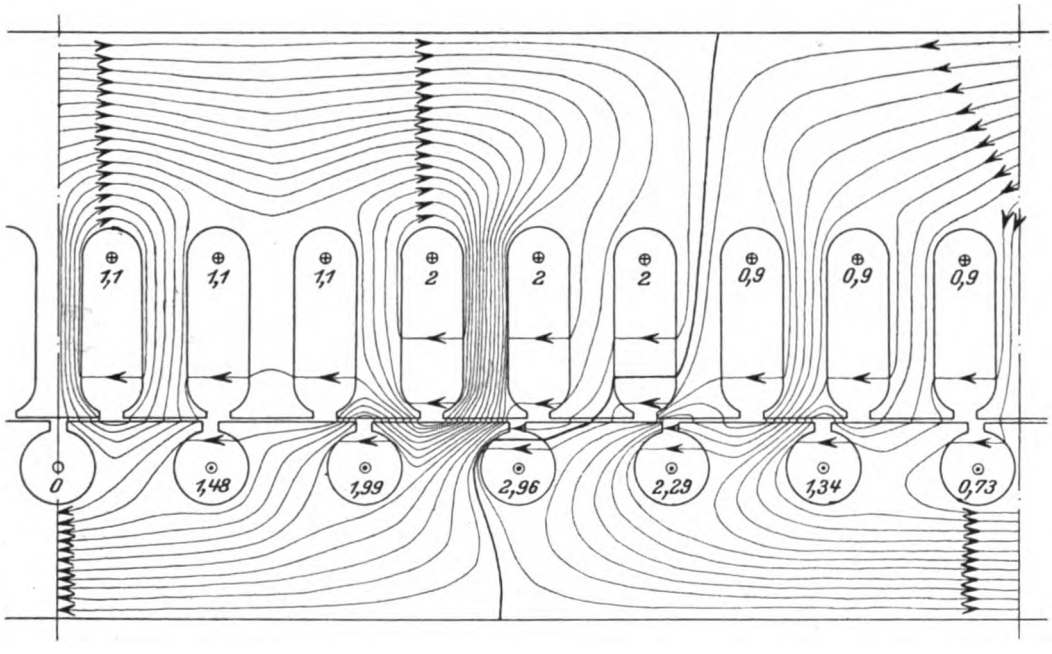


Bild 19. Käfigankermotor. Flußbild bei Betrieb.

die Ständernutenzahl. Aus Bild 18 ersehen wir ferner, daß die magnetischen Verhältnisse nach einer Polteilung sich nicht mehr wiederholen. Die Untersuchung sollte sich demnach bei Käfigankermotoren auf den ganzen Blechschnitt erstrecken und nicht bloß auf eine Polteilung. Für die praktischen Bedürfnisse genügt es jedoch, das magnetische Feld von nur einem Polpaar der Berechnung des Kurzschlußstromes zugrunde zu legen.

Digitized by Google

3. Magnetisches Feld bei Betrieb.

Wie beim Motor mit Dreiphasenanker, so erhält man auch hier die magnetischen Verhältnisse für einen Betriebszustand, indem man von der Durchflutungsverteilung für Stillstand ausgeht und im Ständer eine beliebige, um $^1/_4$ Periode gegen erstere versetzte Magnetisierungsdurchflutung hinzufügt. Schwierigkeiten bereitet die Flußverteilung in den Jochen, weil man die zeitlichen Phasen der Läuferströme nicht genau kennt. In Bild 10 kann man vom Läuferstab 4 aussagen, daß er augenblicklich ungefähr den maximalen Strom führt.

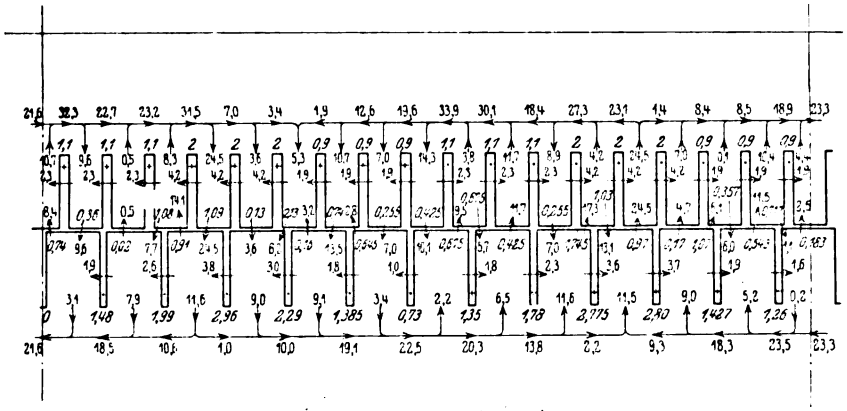


Bild 10. Käfigankermotor. Feldverteilung bei Betrieb.

Für diesen Leiter möge deshalb augenblicklich die Bedingung $\psi'_R = 0$ erfüllt sein, d. h. im Läuferjoch mögen hinter Nut 4 $\Phi = 1{,}0$ Maxwell/cm, eigenverkettet mit Stab 4, von links nach rechts hindurchtreten. Mit dieser Annahme ist die Feldverteilung Bild 10 bestimmt. Die Spulenflüsse für die 3 Ständerphasen pro Pol und Zentimeter haben folgende Beträge und zeitliche Phasen:

	Phase 1	Phase 2	Phase 3
ψ_s'	$26{,}2\, w_S'$	$14{,}1\, w_S'$	$24{,}2\, w_S'$
ωt	267° 20′	147° 20′	27° 20′
$\psi_{S\max}'$	$26{,}3\, w_S'$	$26{,}3\, w_S'$	$26{,}3\, w_S'$

$$\Phi_{oS} = 26{,}3 \text{ Maxwell/Amp cm.}$$

Die Spulenflüsse der 3 Ständerwicklungen sind übrigens unabhängig von der gewählten Verkettung in den Jochen. Wenn wir z. B. im Läuferjoch hinter der Nut 4 irgendeinen anderen Fluß hindurchtreten lassen, so ändert sich wohl die Flußverteilung in den beiden Jochen, nicht aber die Spulenflüsse ψ.

Der Betriebsstrom wird aus folgenden Beziehungen berechnet:

$$\Psi_{S\max} = 26{,}3 \cdot w_S\, l\, \Theta_{nS\max} = 6{,}8 \cdot 10^7.$$
$$\Theta_{nS\max} = 1570 \text{ Amp/Nut}; \qquad J = 42{,}5 \text{ Amp.}$$

Bild 19 stellt den Verlauf der Induktionslinien dieses Betriebsfeldes dar.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, meinen hochverehrten Lehrern Herrn Prof. Dr.-Ing. F. Emde und Herrn Prof. E. Veesenmeyer für ihre wertvollen Anregungen zu dieser Arbeit den wärmsten Dank auszusprechen.

Abgeschlossen am 3. Dezember 1928.

Digitized by Google

Voranzeige.

In den nächsten Heften des Archivs für Elektrotechnik werden voraussichtlich folgende Arbeiten erscheinen:

W. Grösser, Über einige elektrostatische Probleme des Hochspannungstransformators.
W. Grösser und **H. Eckstein,** Methode zur absoluten Spannungsmessung von hochgespanntem Gleichstrom und von Scheitelwerten hochgespannten Wechselstromes.
L. Dreyfus, Beiträge zur Theorie des synchronen Einankerumformers unter besonderer Berücksichtigung der Ausgleichsvorgänge bei gleichstromseitigen Kurzschlüssen. Teil III: Moderne Hilfspol-Konstruktionen.
W. Geyger, Messungen an eisengeschlossenen, elektrodynamischen Wechselstrom-Leistungsmessern nach der Kompensationsmethode.
F. Haas, Über den maximalen Spannungsradienten in normal verseilten Dreileiterkabeln.
K. May, Unabhängigkeit der Funkenkonstante vom Luftdruck.
F. Kirschstein, Über Kippvorgänge bei Funkenentladungen.
K. Halbach, Untersuchungen über den Durchschlag und die Verluste einiger fester Isolierstoffe.
G. Frühauf, Eine neue Schaltung von Schwingungen mit linearem Spannungsverlauf.
G. A. Dimitriew und **A. Ph. Walter,** Durchschlag von öldurchtränkter Papierisolation.
M. Toepler, Elektrodenkapazität und Wanderwellengestalt.
L. und **P. Lombardi,** Messung des lokalen Leistungsverlustes in einem beschränkten Teil des magnetischen Kreises.
K. Matthies und **Ganswindt,** Über die Frequenzabhängigkeit von Verstärkertransformatoren.
W. Geyger, Eine einfache Kompensationsschaltung zur Messung der Kapazität und des dielektrischen Verlustewinkels von Kondensatoren und Kabeln.
H. Rukop, Diagramm für die Parallelschaltung beliebiger Scheinwiderstände.
Lange, Untersuchungen am Differential-Eisenprüfer nach van Lonkhuize.
E. A. Ter-Markarjanz, Theoretische und experimentelle Untersuchung des Synchronreaktionsmotors.
W. Wirz, Der Kaskadentransformator mit ungleichmäßig verteilten Wicklungen als Spannungswandler.
R. Willheim, Drehstromgeneratoren ohne Querfelddämpfung als Elemente von Resonanzkreisen.
B. D. H. Tellegen, Erzwungene Schwingungen eines linearen Systems zweiter Ordnung.
P. Rosenlöcher und **E. Rühlemann,** Äußere Einflüsse bei der Messung dielektrischer Verluste von Hartpapierdurchführungen und ihre Beseitigung.
G. Güllner, Über Polarisationsspannungen in Glas, Glimmer und Gips.
E. Werner, Die Zylinderfunkenstrecke nach Prof. Schwaiger.
H. Gries und **H. Esser,** Magnetische Messungen an Eisenviel- und Einkristallen mit einem neuartigen magnetischen Spannungsmesser.
H. G. Baerwald, Verstärkungsmessungen am rückgekoppelten Widerstandsverstärker. Konstruktion eines kompensierten Verstärkers mit gerader Frequenzkurve.
A. Smurows, Die physikalische Natur der elektrischen Vorgänge bei homogenen Isolatoren.
W. Steidinger, Beitrag zur Theorie flächenhafter Wirbelströme.
W. Suckow, Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen Strom und Spannung in einem Kunstharz.
S. M. Hochberg, Der Magnetisierungsstrom eines asynchronen Drehstrommotors, der ein Wechseldrehfeld besitzt.
E. Jasse und **E. Ziganke,** Beitrag zur Nutenstreuung von elektrischen Maschinen.
W. O. Schumann, Ein Hochspannungsvoltmeter.
H. Hess, Nachtrag zum Aufsatz: Zur Theorie des kompensierten Asynchronmotors.
Fr. Viebig, Über Widerstandsänderung verschiedener Metalle in Magnetfeldern.

VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN BERLIN

Die wissenschaftlichen Grundlagen des Rundfunkempfangs. Vorträge von Prof. Dr. K. W. Wagner, Berlin, Prof. Dr. F. Aigner, Wien, Direktor W. Hahnemann, Berlin, und Direktor Dr. H. Hecht, Kiel, Prof. Dr. W. Schottky, Rostock, Postrat Dr. H. Salinger, Berlin, Prof. Dr. R. Rüdenberg, Berlin, Prof. Dr. A. Esau, Jena, Prof. Dr. H. Rukop, Berlin, Prof. Dr. H. G. Möller, Bergedorf, Prof. Dr. H. Barkhausen, Dresden, Obering. B. Pohlmann, Berlin, Prof. Dr. G. Leithäuser, Berlin, Postrat F. Eppen, Berlin, Abt.-Direktor Dr.-Ing. H. Harbich, Berlin. Veranstaltet durch das Außeninstitut der Technischen Hochschule zu Berlin, den Elektrotechnischen Verein und die Heinrich Hertz-Gesellschaft zur Förderung des Funkwesens. Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. e. h. Dr. **K. W. Wagner.** Mit 253 Textabbildungen. VIII, 418 Seiten. 1927. Gebunden RM 25.—

Funkmusik und Schallplattenmusik. Richtige Einzelteile und erprobte Schaltungen von Ingenieur **O. Kappelmayer.** Mit 125 Textabbildungen. X, 161 Seiten. 1928. RM 6.60

(Band 30 der „Bibliothek des Radio-Amateurs", herausgegeben von Dr. Eugen Nesper)

Vereinfachung und Verbesserung des Radioempfanges (Rundfunkautomatik). Von **E. Schwandt.** Mit 115 Textabbildungen. VII, 116 Seiten. 1928. RM 4.20

(Band 32 der „Bibliothek des Radio-Amateurs", herausgegeben von Dr. Eugen Nesper)

Digitized by Google

Der verbrannte Motor überzeugt Sie, daß die Abschmelzsicherung keine Sicherung des Motors ist, sondern nur eine Sicherung der Leitungsanlage. Bei geringer Überlastung des Motors spricht sie nicht an, obgleich er Schaden leidet. Eine vollkommene Sicherung des Motors ist nur der **Klöckner-Motorschutzschalter, er schützt** gegen Überlastung, gegen die Folgen starken Spannungsrückganges und Ausbleiben einer Phase **und spart** Abschmelzsicherung, Stromkosten durch bessere Ausnutzung des Motors, sowie Arbeitszeit, Betriebsstörungen, Ärger und Verdruß. Mit RWE-(Heinisch-Riedl)-Schutzschaltung gegen gefährliche Berührungsspannung (DRP. 277370) versehen, ist der Klöckner-Motorschutz **der vollkommenste Wächter.**

F. KLÖCKNER · KÖLN-BAYENTHAL

Mathematische Strömungslehre

Von

Dr. **Wilhelm Müller**

Privatdozent an der Technischen Hochschule Hannover

Mit 137 Textabbildungen. IX, 239 Seiten. 1928. RM 18.—; gebunden RM 19.50

Inhaltsübersicht:

Grundgesetze der Strömungslehre. Umformungen und funktionentheoretische Hilfsmittel. Strömungen um feste Körper. Stromfelder mit freien und gebundenen Wirbeln. Einfluß von Zirkulationen und Wirbeln auf den Strömungsdruck an zylindrischen Körpern. Methode des unstetigen Potentials. Theorie des Tragflügels. Aus der Theorie des Propellers. Strömung in Kreisel- und Turbinenrädern.

Das vorliegende Buch behandelt vor allem die neueren mathematischen Ansätze zur Erfassung der Flüssigkeitskräfte, wie sie sich aus der Prandtlschen Tragflügeltheorie entwickelt haben. Eine Strömungslehre, die neuere Methoden (Quellsenkenmethode, funktionentheoretische Methode, konforme Abbildungen usw.) im Zusammenhang entwickelt und in die Anwendungen (Tragflügeltheorie, Propeller- und Turbinentheorie) hineinführt, gibt es in der deutschen wissenschaftlichen Literatur noch nicht. Infolgedessen ist das Buch von besonderem Interesse.

Abhandlungen aus dem Aerodynamischen Institut an der Technischen Hochschule Aachen

Herausgegeben von

Professor Dr. **Th. Kármán**

Soeben erschien:

Heft 8:

J. Lennertz: Beitrag zur theoretischen Behandlung des gegenseitigen Einflusses von Tragfläche und Rumpf

Mit 11 Abbildungen im Text

M. Hansen: Die Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht an einer eingetauchten Platte

Mit 24 Abbildungen im Text

Walter Fritsch: Der Einfluß der Wandrauhigkeit auf die turbulente Geschwindigkeitsverteilung in Rinnen

Mit 25 Abbildungen im Text

II, 62 Seiten. 1928. RM 6.—

VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN BERLIN

Hierzu eine Beilage vom Verlag Julius Springer in Berlin.

Druck der Universitätsdruckerei H. Stürtz A.G., Würzburg.

Digitized by Google

Archiv
für
Elektrotechnik

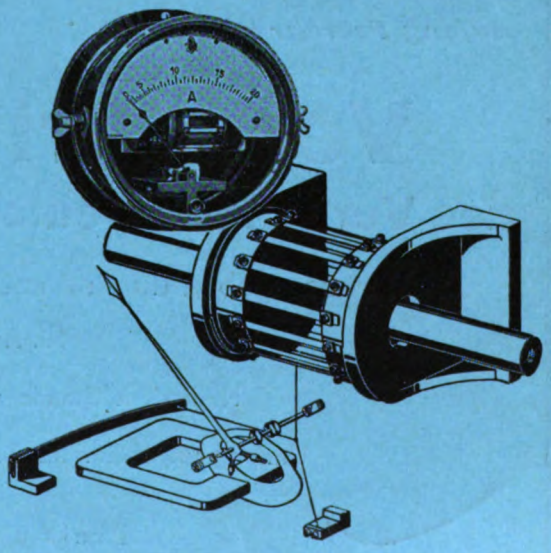
Herausgegeben unter Beteiligung
des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins
von
Prof. Dr.-Ing. **W. Rogowski**, **Aachen**
Im Buchhandel durch Julius Springer in Berlin W 9

XXI. Band | **15. Februar 1929** | **5. Heft**

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
M. Toepler, Elektrodenkapazität und Wanderwellengestalt	433
H. Rukop, Diagramme für die Parallelschaltung beliebiger Scheinwiderstände	443
L. u. P. Lombardi, Messung der lokalen Eisenverluste	449
F. Haas, Über den maximalen Spannungsgradienten in normal verseilten Dreileiterkabeln	458
K. May, Unabhängigkeit der Funkenkonstante vom Luftdrucke	467
G. Frühauf, Eine neue Schaltung zur Erzeugung von Schwingungen mit linearem Spannungsverlauf	471
F. Kirschstein, Über „Kippvorgänge" bei Funkenentladungen	473
K. Matthies und G. Ganswindt, Über die Frequenzabhängigkeit von Verstärkertransformatoren	477
G. Dmitriew und A. Walther, Durchschlag von öldurchtränkter Papierisolation	488
L. Dreyfus, Beiträge zur Theorie des synchronen Einankerumformers unter besonderer Berücksichtigung der Ausgleichvorgänge bei gleichstromseitigen Kurzschlüssen	497
M. J. O. Strutt, Hydrodynamische Behandlung hochfrequenter elektromagnetischer Aufgaben	525
H. Heß, Nachtrag: Zur Theorie des kompensierten Asynchronmotors	528

H & B
Messgeräte für Hochfrequenz



Hitzband-Amperemeter für Antennenströme bauen wir in einer bewährten Sonderausführung: auf einem Kreiszylinder sind Platiniridium-Bänder als Hitzbänder angeordnet. Die Bänder dehnen sich durch die vom Meßstrom erzeugte Wärme — die Änderung der Bandlänge wird durch den Spannfaden auf den Zeiger übertragen. Dies einzigartige Gerät gibt peinlich genau Anzeige — ist verwendbar bis 300 Amp.

HARTMANN & BRAUN AG
FRANKFURT a M

Preis RM 9.—

Digitized by Google

Das Archiv für Elektrotechnik

sieht seine Hauptaufgabe darin, allen in der Elektrotechnik wissenschaftlich arbeitenden Ingenieuren ein Sammelpunkt zu sein. Seine Arbeiten werden vorwiegend auf einem Gebiet liegen, in dem technische und physikalische Fragen ineinander übergehen. Das Archiv wird daher auch für alle auf dem Grenzgebiet zwischen Physik und Elektrotechnik tätigen Physiker von Interesse sein.

Das Archiv soll eine Ergänzung der „Elektrotechnischen Zeitschrift" nach der wissenschaftlichen Seite hin bilden, zumal die „Elektrotechnische Zeitschrift" infolge der Zusammensetzung ihres Leserkreises wirtschaftliche Fragen und beschreibende Aufsätze mehr als früher in den Vordergrund rücken muß.

Beiträge sowie sonstige für den Herausgeber bestimmte Mitteilungen werden erbeten unter der Adresse: Professor Dr.-Ing. W. Rogowski, Aachen, Elektrotechnisches Institut der Technischen Hochschule.

Die Herren Verfasser werden infolge der gewaltig gestiegenen Unkosten gebeten, durch kurze und klare Fassung ihrer Mitteilungen und durch Beschränkung auf das Wesentliche an einer Herabminderung der Druckkosten mitzuwirken.

Nach einem Vorschlag des Elektrotechnischen Vereins sollen künftig von allen Archivarbeiten kurze Eigenberichte in der Elektrotechnischen Zeitschrift veröffentlicht werden. Die Herren Mitarbeiter werden gebeten, solche Eigenberichte, deren Umfang mit Rücksicht auf die heutigen Druckkosten $^1/_{10}$ der Archivarbeit nicht überschreiten soll, spätestens bei der Korrektur einzusenden, damit sie gleichzeitig mit der Archivarbeit in der Elektrotechnischen Zeitschrift erscheinen können.

Es ist erwünscht, daß sich die Verfasser bei ihren Bezeichnungen an die Vorschläge des A. E. F. halten.

Das **„Archiv für Elektrotechnik"** erscheint vom Jahrgang 1923 (Band XII) ab in einzeln berechneten Heften. Der Preis eines Heftes wird sich nach dem Umfang desselben und den entstandenen Herstellungskosten richten.

Abonnenten, die mehrere Exemplare des „Archiv für Elektrotechnik" beziehen, erhalten das erste Stück zum Ladenpreis, jedes weitere im Abonnement bezogene Stück mit einem Nachlaß von 40 %.

Die Mitglieder des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins, sowie die Bezieher der „Elektrotechnischen Zeitschrift" erhalten auf den Bezugspreis einen Nachlaß von 25 % für das erste, einen Nachlaß von 40 % für jedes weitere von ihnen im Abonnement bezogene Exemplar.

Der Bezug kann durch den Buchhandel oder die Versandstelle des Verlages, die Hirschwaldsche Buchhandlung, Berlin NW 7, Unter den Linden 68 (Fernsprecher Zentrum 2825, 2826, 2835, 2836. Drahtanschrift: Hirschwaldbuch) erfolgen.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstr. 23/24

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050–53, 6326–28; Amt Nollendorf 755–57. — Drahtanschrift: Springerbuch Berlin.

Bank- und Postscheckkonten:

für Anzeigen, Beilagen, Sonderdrucke: Reichsbank-Girokonto, Deutsche Bank, Depositenkasse C, Berlin W 9. Postscheckkonto Berlin Nr 118935 Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9.

für Bezug von Büchern, Zeitschriften und einzelnen Heften: Hirschwaldsche Buchhandlung, Berlin NW 7. Postscheckkonto Berlin Nr. 33700. Disconto-Gesellschaft, Depositenkasse Berlin W 8, Unter den Linden 11.

Anfang Februar erscheint

Vorschriftenbuch

des Verbandes Deutscher Elektrotechniker

Herausgegeben durch das Generalsekretariat des VDE.

16. Auflage

Nach dem Stande am 1. Januar 1929

Umfang ungefähr: 52 Bogen / Format Din A5

Preis ungefähr:

Gebunden . . . . . RM 14.—

Gebunden mit Daumenregister . . . RM 16.—

VDE-Mitglieder erhalten Vorzugspreise

VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN BERLIN W 9

Digitized by Google

Archiv für Elektrotechnik

XXI. Band. 5. Heft. 1929.

Elektrodenkapazität und Wanderwellengestalt.

Von

Max Toepler.

Übersicht. Den Berechnungen der Wanderwellengestalt und der Funkenkonstante k werden meist im Vergleich zu den wirklichen Anordnungen zu einfache Versuchsschemen zugrunde gelegt[1]. Vorliegend wird der nie ganz auszuschaltende Einfluß der Elektrodenkapazität untersucht; sie veranlaßt die Ausbildung von Buckeln auf der Wanderwelle.

Die Abschnitte I und II behandeln dies für Entladewellen, in Abschnitt III werden Messungen ihrer Höchstneigung mitgeteilt und Folgerungen auf den Wert von k gezogen.

Abschnitt IV und V bespricht Ladewellen. Der Einfluß der Elektrodenkapazität auf die Höchstneigung wird in Abschnitt V, auf die Einhüllende der Querspannung in Abschnitt VII untersucht, jeweils, soweit möglich, mit Schlüssen auf den Wert von k.

Abschnitt VIII gibt eine Zusammenfassung.

A. Entladewelle.

I. Elektrodenkapazität erzeugt einen Buckel auf der Entladewelle.

a) Gilt mein Funkengesetz

$$W_F = \frac{k \cdot F}{Q} \tag{0}$$

(W_F Momentanwiderstand des Funkens in Ohm; F Zündfunkenlänge in cm; Q die durch F geflossene Elektritizätsmenge in Coulomb), so ist die Entladewelle auf einer Doppelleitung wie bei Bild 1 voll berechenbar. Wir haben (P_F Funkenspannung; P laufende Spannung am Funken F; i Stromstärke im Funken; Z Wellenwiderstand; C_0 Lichtgeschwindigkeit)

$$i = \frac{P_F - P}{Z} = \frac{P}{W_F} = \frac{P \cdot Q}{k F},$$

also die Differentialgleichung

$$\frac{d P}{d x} = \frac{1}{C_0} \cdot \frac{d P}{d t} = \frac{(P_F - P) \cdot P^2}{C_0 \cdot k F \cdot P_F}, \tag{1}$$

die P-Welle ist also von Z unabhängig, die zugehörige i-Welle umgekehrt proportional Z. Die Gestalt der Welle ist asymmetrisch mit steilster Stelle bei $^2/_3\, P_F$, vgl. Bild 6 Kurve 1. Aus Gleichung (1) folgt für die maximale Wellenneigung

$$\left(\frac{d P}{d x}\right)_{\max} = \frac{16}{27} \cdot \frac{1}{C_0} \cdot \frac{P_F^2}{4 k F}. \tag{1*}$$

b) Für das Versuchschema Bild 2, d. h. für die Entladung einer Kapazität CC durch den Funken F bei induktions- und widerstandsfreien Zuleitungen gilt[2]

[1] Dies gilt, wie gezeigt werden wird, zum Teil für meine früheren Arbeiten zur Bestimmung von k. Auch bei anderen Autoren findet man meist eine ungenügende Berücksichtigung der jeweilig mitwirkenden Einzelheiten der Versuchsanordnung; nur bei genügender Kritik kann aus den Versuchen auf den Gültigkeitsbereich der Konstanz von k oder dessen Abhängigkeit vom Druck, Temperatur, Schlagweite geschlossen werden.

[2] M. Toepler, Ann. d. Phys., Bd. 21, 1906, S. 220 und Arch. f. Elektrot., Bd. XVIII, S. 550, Gleichung (a_2).

Digitized by Google

$$\frac{dP}{dt} = \frac{(P_F - P) \cdot P}{kF}. \tag{2}$$

Der Verlauf von P ist also unabhängig von CC und symmetrisch, vgl. Kurve II in Bild 6. Aus Gleichung (2) erhält man

$$\left(\frac{dP}{dt}\right)_{max} = \frac{P_F^2}{4kF}. \tag{2*}$$

c) Die Versuchsanordnung Bild 3a, d. h. Bild 1 mit großen Elektroden, ∅ gleich D, kann als eine Kombination von Bild 2 mit Bild 1 aufgefaßt werden, wobei freilich zu berücksichtigen ist, daß bei Bild 3a die Elektrodenkapazität mit der Schlagweite bis zum Grenzwerte $D : 2$ abnimmt. Wir haben also das Schema wie Bild 3b; hierfür gilt

$$i_1 = \frac{P_F - P}{Z}; \qquad i_2 = -\frac{C}{2}\frac{dP}{dt},$$

$$i = i_1 + i_2 = \frac{P}{W_F} = \frac{P \cdot Q}{k \cdot F},$$

hieraus folgt:

$$\frac{1}{Z} \cdot \left(\frac{kF P_F}{P^2} \cdot \frac{dP}{dt} + P_F - P\right) = -\frac{C}{2} \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{kF}{P} \cdot \frac{dP}{dt} + P_F - P\right). \tag{3}$$

Diese Gleichung umfaßt Bild 1, d. h. $CC = 0$, und Bild 2, d. h. $Z = \infty$, die Werte für $(dP : dx)_{max}$ dürften zwischen den für diese Grenzfälle angegebenen Werten von G. (1*) und (2*) liegen. Im Zwischengebiete kommt es zu einer mehr oder minder großen Spaltung der Gesamtentladung in eine vorauseilende steilere Welle der Elektrodenkapazität und eine nachfolgende flachere Welle aus der Doppelleitung. Bei kleiner Elektrodenkapazität wird sich eine steilere Elektrodenwelle als Buckel auf eine flachere Leitungwelle aufsetzen, etwa wie Kurve III in Bild 6.

Bild 2. Funken aus Kapazität.

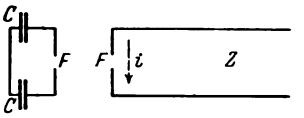


Bild 1. Funken aus Doppelleitung.

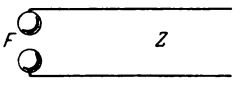


Bild 3a.

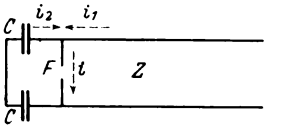


Bild 3b.

Funken aus Kapazität und Doppelleitung.

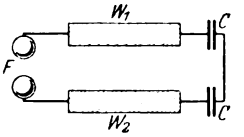


Bild 4. Funken aus Kapazität ohne und mit Widerstand.

d) Die Anordnung Bild 4 mit den Ohmschen Widerständen $W_1\, W_2$ zwischen einem Funken F mit großen Elektroden und einer Kapazität CC ist der von Bild 3a verwandt. Für sie ist bekannt, daß sich hier die Gesamtentladung in einen Initialfunken (aus der Elektrodenkapazität) und eine nachfolgende Aureole (aus CC durch $W_1\, W_2$ hindurch) spaltet. Ersterer entspricht einer Entladung gemäß Bild 2 sowie Gleichung (2) und (2*) und dauert unabhängig von $W_1\, W_2$ etwa 10^{-7} Sekunden. Letztere um so länger, je größer $W_1\, W_2$ und CC ist. Für sehr große $W_1\, W_2$ zerfällt die Aureole schließlich in eine Reihe gleichsinniger Partialentladungen (Righische Funken). Etwas Ähnliches haben wir bei Anordnung 3a für sehr großen Wellenwiderstand zu erwarten. Ein Initialfunken aus der Elektrodenkapazität geht der

Digitized by Google

Entladung aus der Doppelleitung vorauf, letztere dauert dann aber so lange, daß sie in das in Gleichung (0) noch nicht mitberücksichtigte Zeitgebiet mit erheblicher Molisation im Funken hineinreicht. Eine Ergänzung meines Funkengesetzes in dieses Zeitgebiet hinein ist bisher noch nicht gelungen.

Fehlt die Elektrodenkapazität, so geht die Anordnung des Bildes 4 in die des Bildes 1, besser 9 mit Kurzschlußbügel rechts von *CC* über. Dann fehlt Initialfunken und Buckel, vgl. Abschnitt VII.

II. Einfluß von Selbstinduktion und Reflexion auf die Entladewelle.

Auch Kugeln als Elektroden haben eine wesentliche Selbstinduktion (Righischer Sender besteht aus zwei Elektrodenkugeln), ihre volle Vernachlässigung, wie vorangehend geschehen, ist sicher nicht erlaubt. Man hat also mit Schwingungen schon im Initialfunken zu rechnen; der Buckel der Elektrodenwelle wird zum einfachen Höcker, wenn die Elektrodenschwingung stark gedämpft ist (großes $F:D$) oder zu einer Reihe von Höckern bei geringer Dämpfung, wie bei Kurve V in Bild 6 (kleines $F:D$).

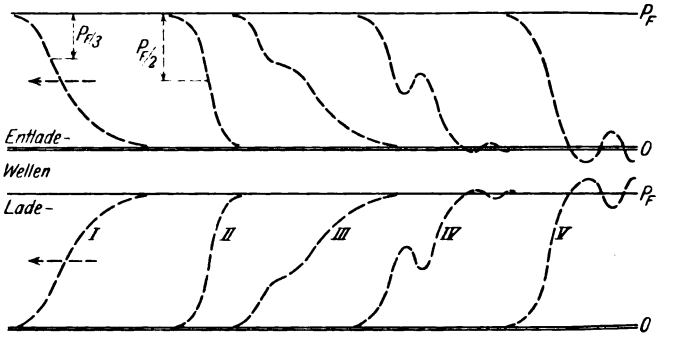


Bild 6. Stirnformen von Wanderwellen I und II ohne Elektrodenkapazität bei F; III, IV und V mit wachsender Elektrodenkapazität bei F.

Die Messungen auf Leitungen von endlicher Länge geben die Superposition eines wiederholten Hin- und Herwogens der gesamten Entladewelle. Die Gestalt der Wiederholungen hängt von den Reflexionsbedingungen am offenen Leitungsende und im Zündfunken ab.

Die Reflexionen führen infolge der überwiegenden Dämpfung der höheren Harmonischen beim Hin- und Herwogen zu regelmäßigen Sinusschwingungen. Die Gesamtheit der möglichen Schwingungen überblickt man, wenn man bedenkt, daß die Anordnung von Bild 3a ja mit der Anordnung Bild 5 (Hertzscher Oszillator) verwandt ist. Aus den Grundschwingungen letzterer erhält man 4 Sendewellen λ_1, λ_2, λ_3 und λ_4, von denen bekanntlich λ_1 und λ_3 meist erst bei langen schwachen Funken erhebliche Stärke annehmen.

III. Höchstneigung der Entladewelle.

a) Messungen bei kleiner Elektrodenkapazität. Eine 20 m lange, 150 cm über dem Erdboden an Seidenschnüren aufgehängte Doppelleitung, wie Bild 7,

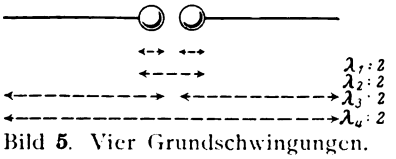


Bild 5. Vier Grundschwingungen.

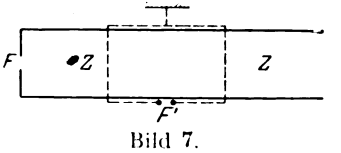


Bild 7.

aus 2 cm starken Messingrohren in 40 cm gegenseitigem Abstande hatte bei F einfach abgekugelte Anfänge. Der Zündfunken erfolgt also zwischen Elektroden von 2 cm ∅.

Digitized by Google

Die Leitungsenden trugen Messingkugeln von 5 cm ∅ als Strahlungsschutz. Das Krutzschsche Meßeck[1] aus 0,2 cm starkem Kupferdrahte, 40 cm breit, 90 cm lang hing mit 4 Glashaken 10 cm unter der Doppelleitung. Seine Mitte war geerdet, sein Meßfunken F' wurde wie bei allen Belichtungen durch eine Gleichstrombogenlampe von 5 Amp. aus 15 cm Abstand belichtet. Eine Belichtung von F (stets 2 bis 3 Funken innerhalb zweier Sekunden) war immer ohne Einfluß. Ohne Resonanz rechnet sich aus der maximalen Spannung P'_{max} bei F' die maximale Neigung der Wanderwelle nach der Gleichung

$$(dP : dx)_{max} = 0{,}02893 \cdot P'_{max}.$$

In Bild 8 sind als schwachgestrichelte Kurven die in verschiedenen Abständen l in Metern vom Doppelleitungsende gemessenen Werte $0{,}02893 \cdot P'_{max}$ eingetragen. Die Kurven gelten für $F = 1$ cm, $F = 2$ cm und $F = 3$ cm mit $P_F = 31$ kV, $P_F = 52$ kV und $P_F = 63$ kV.

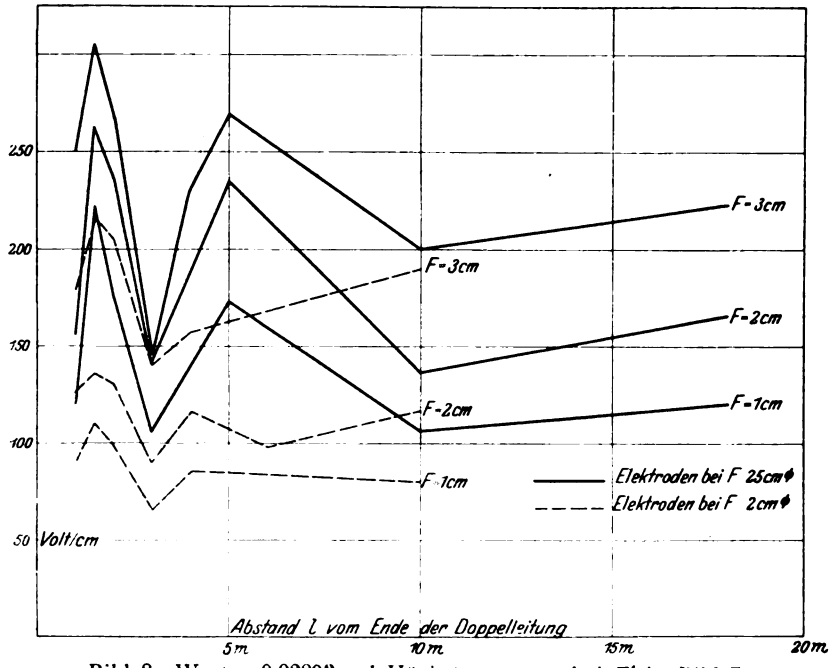


Bild 8. Werte: 0,02893 mal Höchstspannung bei F' in Bild 7.

Die Spitze und Senke der Meßwerte 1,5 m und 3,0 m vom Leitungsende entfernt verdankt ihre Entstehung der Superposition der ankommenden mit der reflektierten Entladewelle im günstigster und ungünstigster Phasenverschiebung für das Meßeck.

b) Messungen bei großer Elektrodenkapazität. Auf die Leitungsanfänge bei F in Bild 7 waren Kupferkugeln von 25 cm ∅ aufgeschoben. Das Meßeck ergab jetzt die in Bild 8 durch stark ausgezogene Kurven dargestellten Werte für $F = 1$ cm, $F = 2$ cm und $F = 3$ cm mit $P_F = 31{,}2$ kV, $P_F = 60{,}9$ kV und $P_F = 88{,}7$ kV.

c) Wert von k. Die Meßergebnisse in Bild 8 lassen erkennen:

1. Durchweg höhere Werte, also größere Maximalneigung der Entladewelle für große Elektrodenkapazität (ausgezogene Kurven) meist über das Verhältnis der Zündspannungen hinaus.

2. Das Verhältnis der auf gleiche Spannungen korrigierten Kurvenwerte bleibt unter 27:16; also entsprechen die Kugeln von 25 cm ∅ und von 2 cm ∅ noch nicht den Grenzen größter oder verschwindender Elektrodenkapazität.

[1] Joh. Krutzsch, Arch. f. Elektrot., XXI, 1928, S. 140.

Digitized by Google

3. Die Berechnung von k aus den stark ausgezogenen Kurven nach Gleichung (2*) gibt demnach zu große Werte, die aus den gestrichelten Kurven nach Gleichung (1*) zu kleine Werte.

4. Legt man entsprechend Bild 6 II der Berechnung von k als geeignetste Werte die halben Höchstwerte und die vollen Tiefstwerte der Kurven zugrunde, so erhält man Tabelle I.

Tabelle I.

bei F	Werte $k \cdot 10^3$ für $F = 1$ cm aus		$F = 2$ cm uus		$F = 3$ cm aus	
	Kurvenspitze	Kurvensenke	Kurvenspitze	Kurvensenke	Kurvenspitze	Kurvensenke
Kugeln 2 cm ∅	0,0863	0,0730	0,0982	0,0742	0,0605	0,0467
Kugeln 25 cm ∅	0,0433	0,0454	0,0696	0,0649	0,0855	0,0893

5. Wirkt, wie die Spitzenbildung der Kurven in Bild 8 am Leitungsende zeigt, die Reflexion, also eine einmalige geeignete Wiederholung von $(di : dt)_{max}$ schon fast verdoppelnd auf die Höchstspannung, so wird auch schon ein einmal vorüberziehender Wellenbuckel nach Bild 6 III oder IV mit ausgesprochener Spannungssenke, ähnlich wirken. Alle Werte von Bild 8 werden dann durch teilweise Resonanz erheblich erhöht sein; die in Tabelle I für k angegebenen Werte sind dann sicher zu klein[2].

6. Der erwartete relativ größere Einfluß (die größere Amplitude) der Elektrodenwelle bei kleineren Schlagweiten ist in Bild und Tabelle deutlich erkennbar.

B. Ladewelle.

IV. Einfluß der umladenden Kapazität.

Durch Überrennen einer Kapazität verwandelt sich die Entladewelle in eine Ladewelle unter teilweiser Reflexion an der Kapazität. Diese läßt sich für punktförmige und für kabelförmige längsgelagerte Kapazität voll berechnen. Ersterem Falle kommen quergestellte Plattenkondensatoren wie bei Bild 9 nahe; bezeichnet man bei Bild 9 mit P_r die Spannung rechts von CC und mit P_l die Spannung links von CC, so gilt[2]

$$\frac{d P_r}{dt} = \frac{d P_l}{dt} - \frac{2 P_r}{C \cdot Z} .$$

Es tritt also eine kleine Verflachung beim Überrennen von CC ein. Hierbei sind die Abstände von F nach C (mit Entladewelle) und von C bis zum Leitungsende (mit Ladewelle) als groß gegen die Länge der Stoßwelle vorausgesetzt.

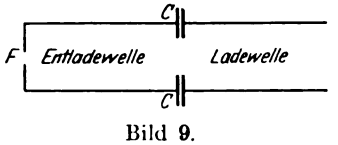


Bild 9.

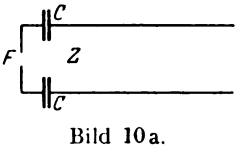


Bild 10a.

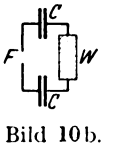


Bild 10b.

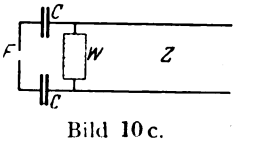


Bild 10c.

Bei Verkürzung der Entladestrecke stört die von CC rücklaufende Reflexionswelle. Wird die Länge des Entladeteiles rechnerisch auf Null reduziert, werden also

[1] Zweckmäßiger würde man aus einem bekannten k auf die Resonanzstärke zu schließen haben.

[2] Vgl. Johannes Krutzsch, ETZ 49, 1928, S. 607.

Digitized by Google

kürzeste Leistungen zwischen F und CC verwandt wie bei Bild 10a, so ist auch wieder die Ladewelle voll angebbar; Bild 10a ist ja nur ein Spezialfall, der von mir vollberechneten Anordnung wie Bild 10b mit Z statt W, das gleiche gilt für Anordnung 10c[1].

V. Einfluß von Endreflexionen und der Elektrodenkapazität.

Durch Querschalten eines Ohmschen Widerstandes am Leitungsende gleich dem Wellenwiderstande Z hat man bekanntlich die Möglichkeit, jede Reflexion der Ladewelle am Leitungsende abzuriegeln. Andernfalls superponieren sich die am Leitungsende und bei F reflektierten Lade- und Entladewellen. An einem offenen Leitungsende dürfte fast vollkommene einfach spiegelbildliche Reflexion der Spannungswelle, an einem kurz geschlossenen dagegen doppelspiegelbildliche eintreten. Unsicherer und noch nicht hinreichend untersucht ist das Verhalten am Zündfunkenende, auch schon wegen des nicht voll verschwindenden Einflusses des Zwischenstückes zwischen F und CC, sowie vor allem wegen der räumlichen Ausdehnung von CC.

Zu diesen Einflüssen kommt noch die Wirkung der Elektrodenkapazität.

VI. Höchstneigung der Ladewelle.

Auch für die Ladewelle läßt sich die Höchstneigung, z. B. mit Hilfe des Meßeckes, leicht feststellen. Einfach liegen die Verhältnisse für die drei Grenzfälle

a) offenes Leitungsende,
b) Ohmscher Widerstand $= Z$ am Ende,
c) kurzgeschlossenes Ende.

Messungen zu a und c entsprachen ganz dem schon mit Anordnung Bild 7 Gefundenen und in Bild 8 Dargestellten. Die Messungen wurden mit Kugeln von 25 cm Durchmesser und mit 10 cm ∅ bei F ausgeführt. Sie ergaben hierfür durchschnittlich am gleichen Leitungsorte für gleiche Zündspannung ein Verhältnis der Höchstneigungen von **1,34**.

Messungen zu b, also mit einer einmal vorüberziehenden Welle ergaben äußerst schwache Funken im Meßecke, daher trotz guter Belichtung etwas unsichere Werte. Im Durchschnitt ergab $R = Z = 445$ Ohm am Leitungsende als Höchstneigung die Werte von Tabelle II.

Tabelle II.

bei F	Werte von $(dP:dx)_{max}$ in Volt/cm für $F = 1$ cm	$F = 2$ cm	$F = 3$ cm
Kugeln 10 cm ∅	54,0	77,5	90,1
Kugeln 25 cm ∅	46,5	96,6	116,0

Man sieht, daß der neigungserhöhende Einfluß der Elektrodenkapazität für kleinere Elektroden mit zunehmender Schlagweite schon früher abnimmt als für größere. Für ganz große Elektrodenkapazität dürfte eine Proportionalität der Höchstneigung mit der Zündspannung zu erwarten sein.

Nimmt man $30 \cdot F$ als Höchstneigung für die buckellose Welle und $50 \cdot F$ für die Buckelwelle an, so erhält man nach Gleichung (1*) und (2*) übereinstimmend k zu $0{,}16 \cdot 10^{-3}$.

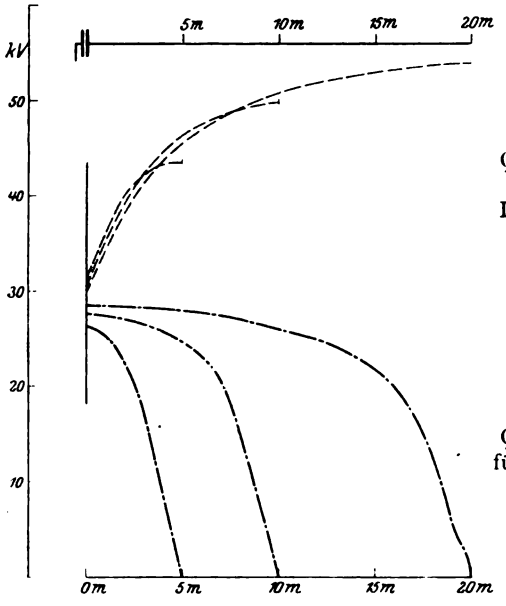
[1] Vgl. M. Toepler, Arch. f. Elektrot., Bd. XVIII, 1927, S. 554, Bild 4; die Spannung am Funken F ist daselbst mit $p \cdot PF/2$ bezeichnet, die Spannung an W mit $q \cdot PF/2$.

Digitized by Google

VII. Einhüllende der Querspannung der Ladewelle.

a) Messungen mit kleiner Elektrodenkapazität. In die schon zu Bild 8 verwandte Doppelleitung mit abgekugelten Leitungsenden bei F waren beiderseits 30 cm von F entfernt zwei Plattenkondensatoren CC quergestellt eingefügt, Kapazität je 3200 cm; vgl. Bild 11. Die Erdung der Doppelleitung erfolgte über 2 Alkoholwasserwiderstände von je 10^6 Ohm. Die Messung der Querspannung geschah durch den belichteten Meßfunken F' zwischen Meßkugeln von 5 cm ∅, die Meßfunkenstecke F' war längs der Doppelleitung verschiebbar.

Im Bild 12 sind die in verschiedenem Abstande l vom Leitungsanfange, d. h. von CC aus gemessenen[1] Querspannungen eingetragen, und zwar für eine Gesamtlänge $L = 5$ m, $L = 10$ m und $L = 20$ m von CC bis zum jeweiligen Ende der Doppelleitung. Die Zündfunkenlänge F betrug 1 cm, entsprechend P_F gleich 31 kV.



Höchstwerte der Querspannung für offene Doppelleitung.

Höchstwerte der Querspannung für Kurzschluß am Ende.

Bild 12. Elektroden bei F mit 2 cm ∅.

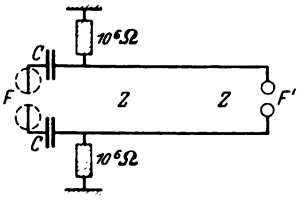


Bild 11.

Querspannungen bei CC am Kurzschlußende

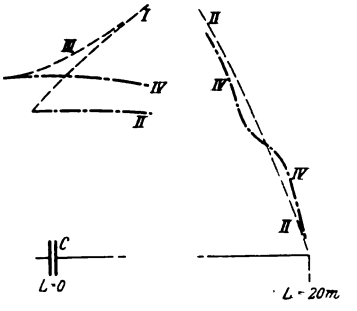


Bild 12a. Bild 12b.

Die dünn gestrichelten Kurven geben die Einhüllende der Querspannung für offene Doppelleitung (wieder mit Kugeln von 5 cm ∅ als Strahlungsschutz am Ende).

Die stark strichpunktierten Kurven geben die Einhüllende bei metallisch durch ein Querstück kurz geschlossenem Leitungsende. Diese Kurven zielen nach Nullpunkten in der Mitte des Kurzschlußbügels.

Der Maßstab von Bild 12 läßt 2 Einflüsse der Elektrodenkapazität nicht hervortreten, welche sich auch schon hier, d. h. für F zwischen abgekugelten Leitungsanfängen von 2 cm ∅ bemerkbar machen und die für Kugeln von 5 cm ∅ bei F schon sehr deutlich werden. Diese Einflüsse sind in Bild 12a und 12b besonders skizziert:

A. Bei CC hat man für größere Elektrodenkapazität statt I und II in Bild 12a einen Kurvenverlauf wie III und IV. Auf langen Leitungen zielt nämlich nur bei kleiner Elektrodenkapazität die Einhüllende, wie es nach Bild 6, I zu erwarten wäre, nach einem Endwerte gleich $q_m \cdot P_t/2$ hin[2], bei größeren dagegen nach einem höheren wegen der Buckel- oder Höckerbildung nach Bild 6, III, IV und V.

[1] Diese Messungen entstammen einer Diplomarbeit von H. Frank.

[2] Es ist $q_m = \frac{2(\sqrt{a+1}-1)^2}{a}$.

Digitized by Google

B. Am Ende kurzgeschlossener Doppelleitung erscheint, wie in Bild 12b skizziert ist, dem normalen Verlaufe der Einhüllenden ohne Elektrodenkapazität ein Buckel aufgesetzt.

Bestimmung von k: Würde die Ladewelle am Funken wie am Kurzschlußende doppelt spiegelbildlich reflektiert, so müßte die Anstiegsneigung am Anfange offener und am Ende kurzgeschlossener Leitung die gleiche sein. Diese Gleichheit ist nicht vorhanden, die Kurven für offenes Leitungsende steigen rund halb so steil an wie für kurzgeschlossenes. In Abschnitt V wurden die Gründe zu einer solchen Verflachung angeführt.

Infolge dieser Komplikationen erscheint die Neigung der Einhüllenden der Querspannung am Anfange einer offenen Doppelleitung (obere Kurve in Bild 12) für die sichere Messung von k wenig geeignet. Es sei daher von einer Veröffentlichung der umfangreichen neueren Messungen abgesehen und nur auf die Angaben Archiv für Elektrotechnik XIV, 1925, S. 315, Tabelle VI—VIII hingewiesen. Dort findet man die Angaben 0,512, 0,569, 0,511 und 0,549 für $k \cdot 10^3$. Diese Werte wurden mittels Gleichung (2*) berechnet, da die richtigere Berechnung nach Gleichung (1*) damals noch nicht bekannt war. Letztere ergibt 0,308, 0,340, 0,308 und 0,329. Hierin steckt nunmehr noch die eben genannte allgemeine Verflachung am Leitungsanfange. Da die Messungen ziemlich weit vom Funken entfernt erfolgten, so tritt der weitere besondere Einfluß der Elektrodenkapazität zurück und die Messungen bleiben für die Unabhängigkeit der Funkenkonstante von der Schlagweite beweiskräftig.

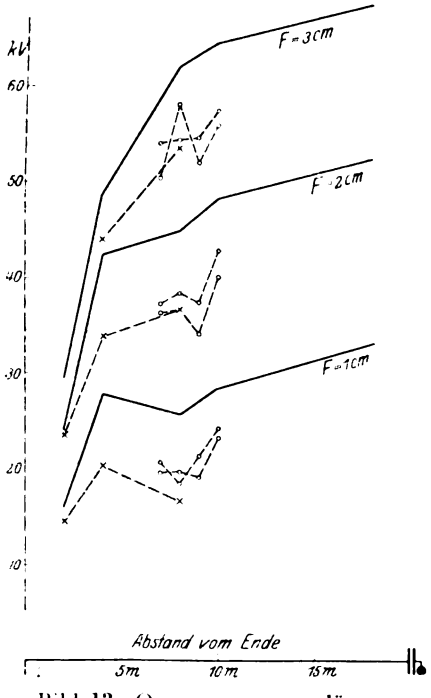


Bild 13. Querspannungen längs kurzgeschlossener Doppelleitung, Elektroden bei F mit 25 cm ∅.

Die Einhüllende für kurzgeschlossenes Ende der Doppelleitung (untere Kurve in Bild 12 sowie weitere Messungen auf $L = 20$ m) zeigt in ihrem mittleren Teile, wo Störungen nach Bild 12a und 12b noch nicht vorhanden sind, einen Verlauf, wie er sich mit einem Konstanten k nach dem Schema Bild 10c berechnet[1]. Aus diesem Wellengebiete ergaben sich Werte für k zwischen $0{,}12 \cdot 10^{-3}$ und $0{,}15 \cdot 10^{-3}$.

b) Messungen mit großer Elektrodenkapazität. In der gleichen Versuchsanordnung wie vorher wurden bei F Kupferkugeln von 25 cm ∅ aufgesteckt und die Kapazität CC auf je 1600 cm verkleinert. Messungen wurden hier nur mit kurzgeschlossenem Doppelleitungsende ausgeführt.

In Bild 13 ist das Ergebnis der Messung für $F = 1$ cm, d. h. 31,2 kV, für $F = 2$ cm, d. h. 60,9 kV und $F = 3$ cm, d. h. 88,7 kV dargestellt.

Der Buckel am Kurzschlußende tritt jetzt stark hervor, ebenso die Spannungsüberhöhung am Anfange der Leitung (bei CC). Beides nimmt mit wachsendem F relativ rasch ab. Hieraus erklärt es sich, daß die Querspannung an verschiedenen Stellen der Doppelleitung ganz verschieden mit der Zündfunkenspannung zunimmt, in der Mitte angenähert proportional, an den Enden viel langsamer.

[1] Wir haben $C = 3200$ cm, $W = Z = 445$ Ohm, $F = 1$ cm, also $P_F = 32$ kV. Im Arch. f. Elektrot., XVIII, 1927, S. 554, ist von mir angegeben, wie man für verschiedene Werte von $a = \frac{C\,W}{2} \cdot \frac{P_F}{k\,F}$ die Wellengestalt ermittelt. Die Kurve in Bild 12 für $L = 20$ m fällt in ihrem ganzen mittleren Teile nahe mit der für $a = 200$ berechneten zusammen; hieraus ergibt sich $k = 0{,}126 \cdot 10^{-3}$.

Digitized by Google

Zu diesen Messungen mit großer Elektrodenkapazität (Buckelwelle) sei noch folgendes erwähnt. Die Einhüllende einer Buckelwelle, welche wie Bild 6 in IV und V eine Spannungssenke auf ihrem Verlaufe besitzt, kann nur an Stelle der Senke ein horizontales Stück zeigen. Trotzdem beobachtet man bei nicht genügender Belichtung der Meßfunkenstrecke am Orte des horizontalen Stückes auch in der Einhüllenden leicht ein Absinken. In Bild 13 sind derartige Meßwerte schwach gestrichelt eingezeichnet. Dieses Absinken bei ungenügender Beleuchtung erklärt sich daraus, daß an dieser Stelle der Einhüllenden die zeitliche Dauer der Höchstwerte besonders klein ist.

Wert vom k: Die zur Bestimmung von k allein geeignete Höchstneigung der Einhüllenden am Kurzschlußende (Endpunkt beim Mittelpunkte des Kurzschlußstückes) ist schon meßtechnisch sehr erschwert, auch könnte ein Einfluß des Bügels auf den Meßfunken der Einhüllenden vorhanden sein. Die Endneigung entstammt zudem der Elektrodenwelle des Zündfunkens, die Amplitude dieser Elektrodenwelle ist aber, wie schon gesagt und wie Bild 13 auf den ersten Blick zeigt, nicht proportional der Zündspannung[1]. Solange man nicht Wellen mit berechenbarer Elektrodenwellen-Amplitude besitzt oder Wellen, die ganz überwiegend aus der Elektrodenkapazität stammen, sind die kombinierten Wellen zur Messung von k ungeeignet.

c) Hilfskapazität neben *F*. Der letztgenannte Wunsch läßt sich nicht durch Hilfskapazitäten neben dem Zündfunken F erreichen.

Hängt man Hilfskapazitäten mittels kurzer Zwischenleitungen parallel an die Elektroden von F, so geben diese eine eigene Entladewelle, die Hilfskapazitätenwelle, die sich mit den beiden anderen (Elektrodenwelle und Hauptwelle) kombiniert und dabei einen eigenen langgestreckten Buckel gibt. Kombination nicht Superposition tritt ein, da die maßgebende Differentialgleichung sicher nicht linear ist. Diesen Buckel, wie Bild 14, lassen z. B. meine früheren Angaben für die Einhüllende der Querspannung auf offener Doppelleitung, bestimmt mit Hilfskapazitäten der verschiedensten Größe, deutlich erkennen[2]. Der von mir daselbst errechnete Wert der scheinbaren Funkenkonstante $0{,}478 \times 10^{-3}$ ist deswegen noch besonders hoch ausgefallen, weil zu seiner Berechnung die mittlere Kurvenneigung benutzt wurde und dieser gerade Linien, wie AC und BD in Bild 14, zugrunde gelegt wurden. Zu endgültiger Auswertung dieser und ähnlicher Messungen mit Hilfskapazitäten muß erst die Buckelbildung in der Wanderwelle durch Hilfskapazitäten eingehender bekannt sein. Das qualitative Resultat meiner früheren Messungen, Unabhängigkeit der scheinbaren, also auch der wahren Funkenkonstante von der entladenen Elektrizitätsmenge innerhalb weitester Grenzen bleibt natürlich erhalten.

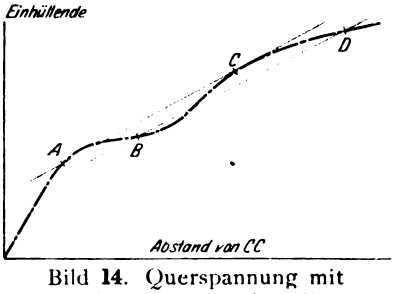


Bild 14. Querspannung mit Hilfskapazität neben F.

VIII. Zusammenfassung, Wert von *k*.

Zu jeder bestimmten Wanderwellengestalt gehört eindeutig der zeitliche Verlauf der Spannung an jedem Orte, also eindeutig auch maximale Änderungswerte. Bei bekannten Reflexionsbedingungen an beiden Enden von Leitungen beschränkter Länge ist auch die Einhüllende der Querspannung eindeutig festgelegt; Schwierigkeiten macht heute nur noch die Reflexion am Funken.

[1] Es erscheint derart leicht eine Abhängigkeit des Wertes k von der Schlagweite vorgetäuscht, ebensowenig erscheint dann k längs der Welle konstant.

[2] M. Toepler, Arch. f. Elektrot., XIV, 1925, S. 318. Tabellen IX—XII.

Digitized by Google

Da unendlich viele Wellengestalten die gleichen größten Änderungswerte und die gleiche Einhüllende ergeben können, so hängt der Rückschluß aus diesen auf die Wanderwellengestalt weitgehend in der Luft. Nur bei bestimmt vorgefaßten speziellen Annahmen über die Wellengestalt, z. B. buckelloser symmetrischer Verlauf, wird der Rückschluß eindeutig. Bestimmte willkürliche Konstruktions- oder Berechnungsregeln, wie sie sich z. B. für die Ermittelung der Wellengestalt aus der Einhüllenden eingebürgert haben, kommen der willkürlichen Einführung solcher vorgefaßter Meinung gleich. Sie verlieren ihre Berechtigung und sind völlig irreführend, sobald eine kompliziertere Wellengestalt vorliegt.

Eine exakte Bestimmung von k ist hiernach nur möglich, wenn ein Versuchsschema mit angebbarer Wanderwelle vorliegt und man auch sicher ist, daß die konkrete Versuchsanordnung wirklich diese Wanderwelle und nicht eine durch Einzelheiten der Versuchsanordnung wesentlich komplizierte erzeugt[1].

Die fast unvermeidliche Elektrodenkapazität ist nach dem Vorangehenden eine der wesentlichsten Ursachen von komplizierter Wellengestalt (Buckelbildung). Auch die Wechselwirkung zwischen Wanderwelle und Meßvorrichtung dürfte oft von starkem Einflusse sein. Die sichere Berechnung der Wanderwellengestalt selbst für einfachste Versuchsanordnungen ist bei Vorhandensein einer erheblichen Elektrodenkapazität (Kombination von Elektrodenwelle und Leitungswelle) noch nicht gegeben. Die Differentialgleichung (3) berücksichtigt z. B. nicht die Schwingungsmöglichkeiten der Elektrodenkugeln, vgl. Bild 5. Sicher gilt nach den Messungen für diese Kombination, daß die Amplitude der Elektrodenwelle mit wachsender Schlagweite im Verhältnisse zur Leitungswelle abnimmt, daß also die kombinierte Welle mit wachsender Schlagweite die Gestaltstypen von Bild 6 in der Reihenfolge von V nach IV und III durchläuft. Kleinste Elektrodenkugeln am Zündfunken geben natürlich kleinste Amplituden, nähern also die Wanderwelle dem Typus I.

Nur bei den in Abschnitt VII besprochenen Messungen mit möglichst kleiner Elektrodenkapazität tritt der Einfluß der letzteren so weit zurück, daß die Wellengestalt nach dem Schema Bild 1 als einigermaßen sicher berechnet erscheint und daß damit eine befriedigende Bestimmungsmöglichkeit von k gegeben ist. Hiernach dürfte in genügendem Einklange auch mit den übrigen Messungen der Wert von k sicher nicht unter $0{,}12 \cdot 10^{-3}$ liegen und wohl auch nicht über $0{,}20 \cdot 10^{-3}$; der Wert $0{,}15 \cdot 10^{-3}$ dürfte der Wahrheit am nächsten kommen. Der zu hohe Wert meiner früheren Bestimmungen erklärt sich überwiegend daraus, daß ein zu einfaches Versuchsschema der Berechnung zugrunde gelegt wurde, insbesondere hierbei auch aus der Nichtberücksichtigung der Elektrodenkapazität.

Versuche, welche sicher auf eine Abhängigkeit des Wertes k von der Schlagweite schließen lassen, sind mir nicht bekannt; umgekehrt sprechen viele Versuche für eine weitgehende Unabhängigkeit. Die Änderung der Wellengestalt infolge der mit wachsender Schlagweite des Zündfunkens sich ändernden Elektrodenkapazität täuscht leicht eine Abhängigkeit des k von F vor.

Der störende Einfluß der Elektrodenkapazität tritt für kleine Elektroden und große Schlagweiten zwar zurück, der Wellentypus Bild 6, I wird aber nicht ganz erreicht, denn schon vorher geht die Funkenbildung von der Anfangsspannung auf eine Grenzspannung über. Alles Gesagte gilt aber zunächst nur für die Funkenbildung aus der Anfangsspannung heraus und für Funken ohne wesentliche Mitwirkung von Elektrodendampf.

Dresden, 8. August 1928.

Institut für theoretische Physik an der Techn. Hochschule.

[1] Hierbei könnten zur Ermittlung der wahren Wanderwellengestalt oszillographische Aufnahmen sicher gute Dienste leisten.

Digitized by Google

Diagramme für die Parallelschaltung beliebiger Scheinwiderstände.

Von

H. Rukop.

In der Wechselstromtechnik wird es heute mehr und mehr üblich, an Stelle von gewissen Berechnungen Präzisions-Diagrammzeichnungen zu verwenden. Auch für viele qualitative Überlegungen bietet das Vektordiagramm eine leichtere Übersicht als die Rechnung, ganz zu schweigen von dem weit geringeren Zeitverbrauch. Gelegentlich der Behandlung von Verstärkertransformatoren ist es mir aufgefallen, wie wenig in den meisten Lehrbüchern auf Vektordiagramme für eine bestimmte Aufgabe, nämlich für die Parallelschaltung von Scheinwiderständen, eingegangen wird. Auch in der Literatur ist über derartige Diagramme nicht sehr viel zu finden. In der vorliegenden Abhandlung möchte ich ein neues Diagramm mitteilen, welches die Parallelschaltung beliebiger Scheinwiderstände in einer zeichnerisch einfachen Weise wiederzugeben gestattet.

Es fällt übrigens auf, daß für die besprochene Aufgabe auch keine gebräuchlichen Ausdrücke vorhanden sind.

Bei der Darstellung von Wechselspannungen oder Scheinwiderständen durch Vektoren in der komplexen Ebene drückt sich die Serienschaltung zweier Scheinwiderstände aus als Addition der Vektoren, und man nennt das Ergebnis „die Resultierende" oder „den resultierenden Vektor". Die Aufgabe, den Vektor für die Parallelschaltung zweier gegebener Scheinwiderstände zu finden, ist identisch mit dem Aufsuchen des halben harmonischen Mittels der zugehörigen zwei Vektoren.

Ich nenne in der vorliegenden Abhandlung die Darstellung der Parallelschaltung durch ein Vektordiagramm eine „Reziprokaddition", eine Bezeichnung, deren Berechtigung aus dem mathematischen Ausdruck dafür hervorgeht. Sind nämlich zwei beliebige Scheinwiderstände gegeben, die durch die Vektoren $\mathfrak{p}$ und $\mathfrak{q}$ dargestellt werden, und soll der Vektor für den aus der Parallelschaltung resultierenden Scheinwiderstand $\mathfrak{h}$ heißen, so ergibt sich:

$$\mathfrak{h} = \frac{\mathfrak{p} \cdot \mathfrak{q}}{\mathfrak{p} + \mathfrak{q}},$$

was auch folgendermaßen geschrieben werden kann:

$$\frac{1}{\mathfrak{h}} = \frac{1}{\mathfrak{p}} + \frac{1}{\mathfrak{q}}.$$

Den aus dieser Reziprokaddition sich ergebenden Vektor darf man natürlich nicht ohne weiteres den „resultierenden Vektor" nennen, sondern ich will, da der gesuchte Vektor gleich dem halben harmonischen Mittel ist, ihn hier den zu den beiden gegebenen „harmonischen Vektor" nennen.

Ein Diagramm zum Auffinden des harmonischen Vektors aus zwei Vektoren beliebiger Scheinwiderstände ist allerdings schon von E. Orlich[1] angegeben worden. Es beruht auf folgender Überlegung: Die Bedingung für den harmonischen Vektor $\mathfrak{h}$ aus den beiden Vektoren $\mathfrak{p}$ und $\mathfrak{q}$ läßt sich auch folgendermaßen schreiben:

$$\mathfrak{h} : \mathfrak{p} = \mathfrak{q} : [\mathfrak{p} + \mathfrak{q}].$$

Hier erscheint also in der Gleichung der resultierende Vektor von $\mathfrak{p}$ und $\mathfrak{q}$, nämlich $\mathfrak{z} = \mathfrak{p} + \mathfrak{q}$, und aus dem komplexen Charakter der Gleichung folgt, daß $\mathfrak{h}$ und $\mathfrak{p}$ in ähnlichen Dreiecken homolog mit $\mathfrak{q}$ und $\mathfrak{p} + \mathfrak{q}$ liegen.

[1] Siehe A. Fraenkel, Theorie der Wechselströme, II. Aufl., S. 51.

Digitized by Google

Daraus ergibt sich die Konstruktion des harmonischen Vektors nach E. Orlich, wie es Bild 1 zeigt. Die beiden Vektoren $\mathfrak{p} = OP$ und $\mathfrak{q} = OQ$ ergeben den resultierenden Vektor $\mathfrak{z} = OZ$. Es wird nun über OP ein OZQ ähnliches Dreieck OPH gezeichnet, in welchem die Winkel $POH = ZOQ$ und $OPH = OZQ$ sind. Der gesuchte harmonische Vektor ist dann OH.

Das Diagramm zum Aufsuchen des harmonischen Vektors, welches ich hier mitteilen will, löst die gleiche Aufgabe auf einem anderen Wege, und zwar geschieht dies, wie es Bild 2 zeigt. Hier sind wieder OP und OQ die Vektoren zweier Scheinwiderstände, die parallel geschaltet werden sollen. Zur Konstruktion des harmonischen Vektors werden auf beiden Vektoren in den Anfangspunkten und Endpunkten Senkrechte errichtet. Die Schnittpunkte je einer Anfangspunkt- und einer Endpunktsenkrechten, nämlich die Punkte M und N, werden verbunden, und auf die Verbindungslinie wird das Lot OH gefällt. OH ist dann der gesuchte harmonische Vektor.

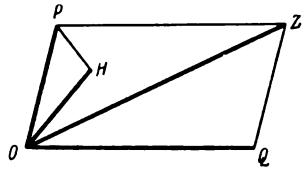


Bild 1.

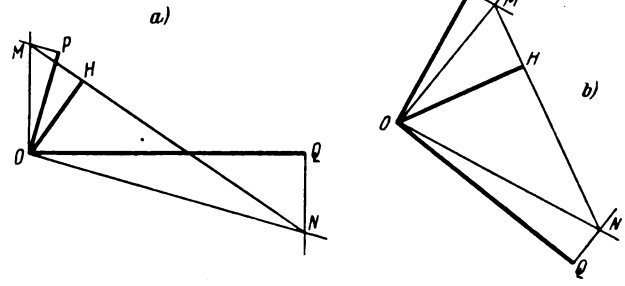


Bild 2a u. b.

Für das gezeigte Verfahren habe ich leider nicht einen so einfachen Beweis zur Hand, wie ihn das obige von E. Orlich gestattet. Natürlich kann man aus der Konstruktion des Bildes 2 auf dem Wege der Analysis oder sogar der einfachen Trigonometrie die Eigenschaften von OH feststellen. Wenn nämlich die Vektoren $\mathfrak{p} = a + xj$ und $\mathfrak{q} = b + yj$ gegeben sind, deren Beträge p und q, und deren Winkel miteinander ζ sein sollen, so erhält man für den Betrag h des Vektors $\mathfrak{h}$ und die Winkel η und ϑ zwischen $\mathfrak{p}$ und $\mathfrak{h}$, sowie zwischen $\mathfrak{h}$ und $\mathfrak{q}$ aus:

$$\mathfrak{h} = \frac{a(b^2+y^2)+b(a^2+x^2)}{(a+b)^2+(x+y)^2} + j\,\frac{x(b^2+y^2)+y(a^2+x^2)}{(a+b)^2+(x+y)^2}$$

die Bedingungen:

$$h = \frac{pq}{\sqrt{p^2+q^2+2pq\cos\zeta}}, \quad \sin\eta = \frac{h}{q}\sin\zeta, \quad \sin\vartheta = \frac{h}{p}\sin\zeta.$$

Von diesen Ausdrücken ausgehend würde man auf anschaulichem Wege eigentlich nur zu dem Diagramm von E. Orlich kommen. Jedoch läßt sich ein geometrischer Beweis für die Übereinstimmung obiger Daten mit Bild 2 ebenfalls leicht führen. Es dürfte sich aber erübrigen, diesen elementaren Beweis hier anzugeben. Er ist nämlich langatmig und nicht anschaulich, und es erscheint mir ausgeschlossen, daß man auf diesem Wege jemals die Methode des Bildes 2 hätte finden können. Ich kann mir auch nicht vorstellen, daß ein Wechselstromtechniker sich daraus ein klares Bild über die Berechtigung des Diagramms Bild 2 zur Darstellung parallel geschalteter Scheinwiderstände machen könnte. Deswegen will ich hier einen Beweis anführen, der auf die Begriffe der Wechselstromlehre zugeschnitten ist, und der das Diagramm Bild 2 für das Parallelschalten beliebiger Scheinwiderstände aus den einfachen Diagrammen für das Parallelschalten spezieller Scheinwiderstände systematisch hervorgehen läßt. Insbesondere ist diese Ableitung lehrreich, weil sie die speziellen Diagramme in sich schließt, die man in der Tat neben dem allgemeinen Diagramm Bild 2 noch braucht.

Digitized by Google

Dies will besagen, daß man auffallenderweise nicht zu jedem Vektorenpaar den harmonischen Vektor mit derselben Diagrammmethode finden kann, und zwar ist dazu weder mein Diagramm Bild 2 noch das Diagramm Bild 1 von E. Orlich imstande. Diejenigen Fälle nämlich, in denen die beiden gegebenen Vektoren den Winkel 0^0 oder 180^0 miteinander einschließen, sind nicht durch die Diagramme Bild 1 oder Bild 2 zu lösen. Für diese Fälle benutzt man am besten das Verfahren mit zwei Paar Parallelen, wie es die Bilder 3 und 4 zeigen. Ist für die beiden Vektoren OA und OB (Bild 3) der harmonische Vektor zu suchen, so zieht man durch die Anfangs- und Endpunkte jedes Vektors je ein Paar Parallele in beliebigen Richtungen (jedoch nicht zueinander parallel). Das eine Paar Parallele durch Anfangs- und Endpunkt des Vektors OA sei X und X', das andere Paar durch Anfangs- und Endpunkt des

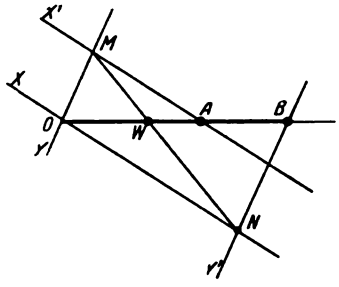


Bild 3.

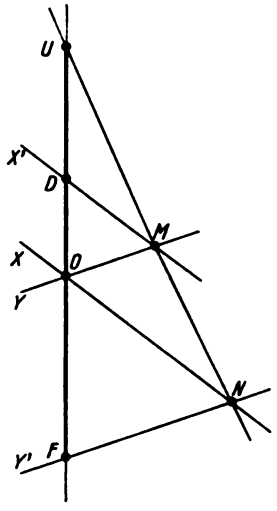


Bild 4.

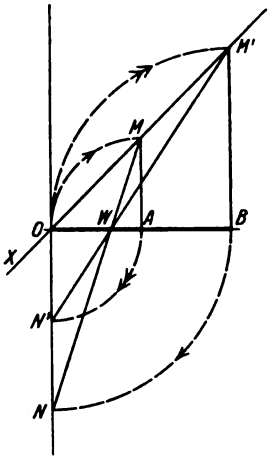


Bild 5.

Vektors OB sei Y und Y'. Diese zwei Parallelenpaare ergeben vier Schnittpunkte. Hiervon werden stets die beiden benutzt, die aus je einer durch einen Anfangspunkt und einer durch einen Endpunkt gezogenen Graden entstehen. Hier sind es also M und N, deren Verbindungslinie den gesuchten harmonischen Vektor auf der Richtungsachse der beiden gegebenen Vektoren abschneidet, nämlich OW. In Bild 4, in dem die beiden gegebenen Vektoren OD und OF in entgegengesetzter Richtung liegen, ist das Verfahren im Prinzip das gleiche. Die Verbindungslinie der genannten Schnittpunkte der Parallelen schneidet hier den gesuchten Vektor OU ab. Die Verfahren nach Bild 3 und 4 lassen sich in der Praxis etwas bequemer ausführen, nämlich durch Schwenken der Vektoren um 90^0. Das Bild 5 zeigt dies für zwei reine Wirkwiderstände oder aber zwei reine Blindwiderstände gleicher Art. Hierzu zeichnet man in das Koordinatensystem eine Grade durch den Anfangspunkt unter 45^0 zu den Achsen, beispielsweise X in Bild 5. Sind nun die beiden Vektoren OA und OB gegeben, deren Harmonischen man sucht, so schwenkt man die beiden Vektoren um 90^0, und zwar den einen um den Anfangspunkt und den anderen um den Endpunkt, beide im gleichen Drehsinn, so daß beispielsweise OA in die Lage MA und OB in die Lage ON kommt. Die Verbindungslinie MN schneidet dann auf der Achse der beiden gegebenen Vektoren den gesuchten harmonischen Vektor OW ab. Man kann ebensogut OA in die Lage ON' und OB in die Lage $M'B$ schwenken; dann ergibt sich durch die Verbindungslinie $M'N'$ natürlich derselbe harmonische Vektor OW.

Dasselbe Verfahren wendet man an, um (Bild 6) die Parallelschaltung einer reinen Induktanz und einer reinen Kondensanz darzustellen. Die gegebenen Vektoren

Digitized by Google

OD und OF werden auf MD und ON geschwenkt, so daß sich vermittels der Verbindungslinie MN der harmonische Vektor OU ergibt. Auch hier kann man durch andere gleichsinnige Schwenkung, nämlich des Vektors OD auf OM' und des Vektors OF auf $N'F$ den gleichen harmonischen Vektor OU finden.

Ein weiteres Spezialdiagramm kann man anwenden, wenn man weiß, daß die beiden gegebenen Vektoren senkrecht aufeinander stehen, beispielsweise zur Auffindung des harmonischen Vektors für einen reinen Wirkwiderstand und einen reinen Blindwiderstand. Das Diagramm hierfür, Bild 7, ist außerordentlich einfach. Ich habe es in einer Abhandlung von E. Orlich[1] gesehen, die auch noch andere Diagramme für den vorliegenden Zweck enthält. Sind die beiden aufeinander senkrecht stehenden Vektoren OA und OD gegeben, so verbindet man die Endpunkte A und D und fällt

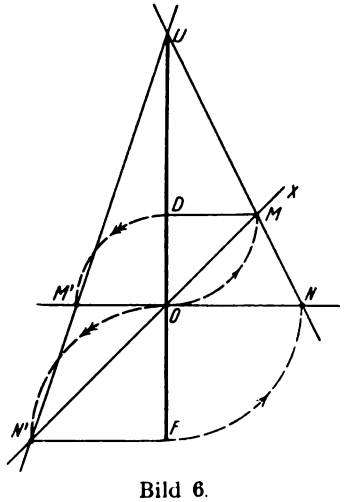


Bild 6.

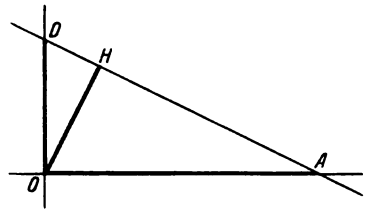


Bild 7.

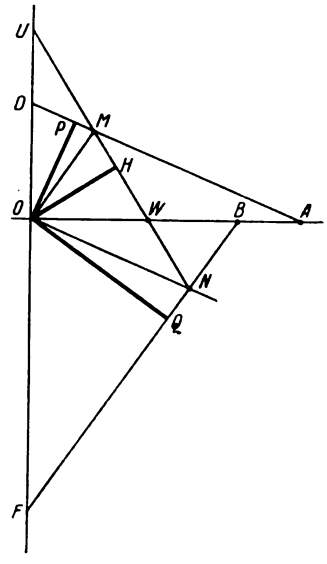


Bild 8

das Lot OH auf die Verbindungslinie. OH ist dann bereits der gesuchte harmonische Vektor. Dieses Diagramm ergibt sich automatisch, sowohl wenn man das Verfahren nach Bild 1, als auch wenn man das nach Bild 2 auf zwei aufeinander senkrecht stehende Vektoren anwendet. Sehr nützlich und bequem ist das Diagramm Bild 7, wenn man das umgekehrte Verfahren anwenden will, nämlich einen beliebigen Scheinwiderstand in zwei aufeinander senkrecht stehende solche zerlegen, beispielsweise um einen verlustreichen Kondensator als eine Parallelschaltung von Kapazität und Widerstand darzustellen. Hier fällt übrigens wieder auf, daß man in diesem Falle eigentlich nicht „zerlegen" ohne nähere Erklärung sagen darf, da man darunter eine additive Zerlegung verstehen könnte. Man sollte hier vielleicht sagen, „harmonische Zerlegung" des Vektors. Jedenfalls ist das Verfahren nach Bild 7 als Zwischenglied für das Verständnis der Diagrammkonstruktion Bild 2, die nunmehr erklärt werden soll, besonders geeignet.

Sind die beiden Scheinwiderstände OP und OQ (Bild 8) gegeben, so läßt sich jeder von diesen nach dem in Bild 7 geschilderten Verfahren harmonisch in zwei reine Vektoren zerlegen. (Reine Vektoren bedeutet hier Vektoren reiner Wirk- oder Blindwiderstände.) Beispielsweise möge der Vektor OP eine verlusthaltige Induktanz und der Vektor OQ eine verlustreiche Kondensanz darstellen. Die harmonische Zerlegung beider in reine Wirkwiderstände und reine Blindwiderstände ergibt

[1] E. Orlich, Arch. f. Elektrot. Bd. 8, 1919, S. 187.

Digitized by Google

OA und *OD* aus *OP*, sowie *OB* und *OF* aus *OQ*. Die Aufgabe besteht dann darin, die vier gedachten Wirk- und Blindwiderstände miteinander sämtlich wieder parallel zu schalten und den harmonischen Vektor dafür zu finden. Dies kann nun in beliebiger Reihenfolge geschehen, und zwar soll die Reziprokaddition der vier Vektoren *OA*, *OB*, *OD* und *OF* jetzt so erfolgen, daß zuerst für die Vektoren der beiden Wirkwiderstände der harmonische Vektor gefunden wird, dann der harmonische Vektor für die Vektoren der beiden Blindwiderstände. Dies beides geschieht nach den Verfahren Bild 3 und 4. Hieraus ergeben sich 2 Vektoren, die aufeinander senkrecht stehen müssen.

Der harmonische Vektor für diese beiden, d. h. der endgültig gesuchte Vektor wird dann nach dem Verfahren Bild 7 ermittelt. Die Operationen analog Bild 3 und 4 können nun so geschehen, daß man für beide dieselben beiden Parallelenpaare benutzt. Man ziehe also in Bild 8 die Parallelenpaare durch die Anfangs- und Endpunkte der Vektoren so, daß eine Gerade des einen zu den Wirkwiderständen gehörigen Paares gleichzeitig durch den Endpunkt eines Blindwiderstandsvektors geht, beispielsweise *AD*, und daß eine Gerade des anderen Paares gleichzeitig durch den Endpunkt des anderen Blindwiderstandsvektors geht, also *BF*. Die anderen beiden Geraden der beiden Parallelpaare, die ja durch den Koordinatenanfangspunkt gehen, sind *ON* und *OM*. Die Verbindungslinie der Schnittpunkte *M* und *N* schneidet dann, wie bekannt, auf der Achse der Wirkwiderstände den Vektor *OW* ab, der also die Parallelschaltung der durch die Vektoren *OA* und *OB* dargestellten Wirkwiderstände bedeutet. Geht man nun zur Parallelschaltung der beiden Blindwiderstände über, d. h. zum Aufsuchen des harmonischen Vektors von *OD* und *OF*, so sieht man, daß man dieselben beiden Parallelenpaare benutzen kann, da sie ja bereits durch die Anfangspunkte und Endpunkte dieser Vektoren gelegt sind. Infolgedessen ergibt sich der harmonische Vektor ebenfalls mit Hilfe der Verbindungslinie der Schnittpunkte *M* und *N*, und zwar wird er natürlich auf der Blindwiderstandsachse abgeschnitten, ist also *OU*. Um nun schließlich den harmonischen Vektor für den Widerstandsvektor *OW* und den Blindwiderstandsvektor *OU* zu finden, wird auf die Verbindungslinie beider, d. h. auf die schon vorhandene Gerade *WU* bzw. *MN* das Lot *OH* gefällt. Dies ist also der endgültige gesuchte, harmonische Vektor aus *OP* und *OQ*.

Man erkennt nun sehr leicht, daß von den in Bild 8 gekennzeichneten Linien zur Auffindung des Vektors *OH* ein großer Teil überflüssig ist. Der Vektor *OH* ist nämlich sofort bekannt, wenn man die beiden Punkte *M* und *N* kennt, denn er ist das Lot auf ihre Verbindungslinie. Die beiden Punkte *M* und *N* sind aber, wie Bild 8 zeigt, die Schnittpunkte je zweier Senkrechten in den Anfangs- und Endpunkten der Vektoren *OP* und *OQ*. Diese Linien stehen deshalb senkrecht auf den Vektoren, weil sie paarweise parallel sind und je eine eines jeden Paares die zur harmonischen Zerlegung im Endpunkte jedes Vektors errichtete Senkrechte ist. Daher ist alles andere außer diesen Senkrechten überflüssig, insbesondere braucht man die Lage der Achsen, sowie die einzelnen auf ihnen abgetragenen Vektoren nicht zu kennen, weder die vier einfachen Vektoren *OA*, *OB*, *OD* und *OF*, noch auch den harmonischen Vektor des Wirkwiderstandes *OW*, noch den des Blindwiderstandes *OU*.

Auf diese Weise schrumpft die Konstruktion schließlich auf diejenige des Bildes 2 zusammen, und zwar ergibt sich eine Zeichnung wie Bild 2a, wenn die gegebenen Vektoren einen stumpfen Winkel miteinander bilden, dagegen eine solche wie 2b bei spitzem Winkel.

Dieser Beweis läßt sich noch etwas vereinfachen, wenn man die Zerlegung nicht nach dem Gesichtspunkte der Wechselstromlehre vornimmt, d. h. nicht auf die Lage der Wirkwiderstands- und Blindwiderstandsachsen Wert legt, sondern den Beweis nur vom Standpunkt einer unabhängigen Vektorenkonstruktion führt. Dies soll hier noch an Bild 9 gezeigt werden. Sind wieder die beiden beliebigen Vektoren *OP*

Digitized by Google

und OQ gegeben, so läßt sich der eine davon, beispielsweise OP, harmonisch so zerlegen, daß der eine der Zerlegungsvektoren in die Richtung des Vektors OQ fällt (bzw. in die entgegengesetzte), der andere senkrecht dazu, und zwar, wie oben, mit Hilfe der im Endpunkt errichteten Senkrechten. Diese beiden sind also OM und OG.

Die Aufgabe ist somit darauf reduziert, die drei Vektoren OG, OM und OQ reziprok zu addieren, was genau, wie in Bild 8, dadurch geschieht, daß die Vektoren OG und OQ mit Hilfe der beiden Parallelenpaare ON und GM sowie OM und QN reziprok addiert werden. Der harmonische Vektor aus diesen beiden ist dann OK, der mit dem auf ihm senkrecht stehenden Vektor OM wiederum reziprok addiert wird, indem man auf die Verbindungslinie MK das Lot OH fällt. Da wiederum nur die Schnittpunkte der auf den Vektoren errichteten Senkrechten notwendig sind, um den

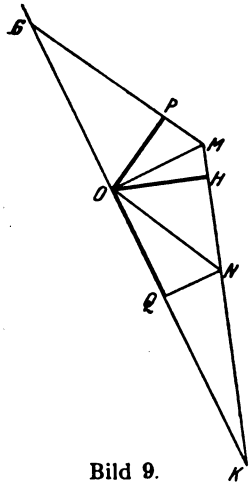


Bild 9.

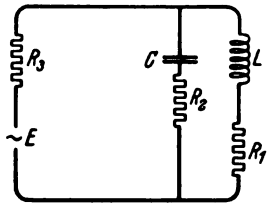


Bild 10.

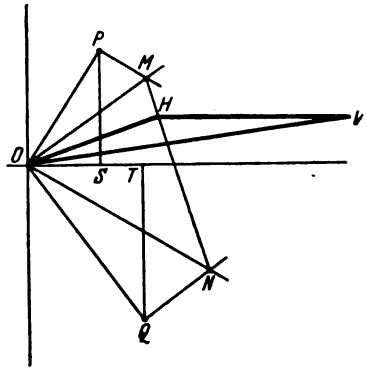


Bild 11.

das Lot auf ihre Verbindungslinie bildenden harmonischen Vektor zu finden, sind die Punkte G und K wieder überflüssig, und das Schema schrumpft wieder auf das des Bildes 2 zusammen.

Mit den geschilderten Methoden lassen sich die Scheinwiderstands- bzw. Spannungsdiagramme sowohl von einfach, als auch mehrfach verzweigten Schaltschemen leicht zeichnen. Für ein Schaltschema wie Bild 10 ergibt sich beispielsweise ein Diagramm wie Bild 11. Es bedeutet dort OS den Widerstand R_1, OT den Widerstand R_2, SP die Induktanz $j\omega L$, TQ die Kondensanz $-\frac{j}{\omega C}$. Hieraus entsteht der harmonische Vektor OH. Stellt schließlich HV den Vektor des Widerstands R_3 dar, so wird durch die EMK $E = VO$ das Diagramm geschlossen.

Alle Diagramme für die Parallelschaltung von Scheinwiderständen irgendwelcher Art haben übrigens eine gewisse begriffliche Schwierigkeit, die man erkennt, wenn man von der Vektorkonstruktion zu einem geschlossenen Spannungsdiagramm übergeht. Während nämlich in den Diagrammen unverzweigter Scheinwiderstände alle Vektoren immer gleichzeitig Spannungsvektoren sind, ist dies bei den Parallelschaltungsdiagrammen nicht der Fall. Hier sind nur die endgültigen harmonischen Vektoren gleichzeitig Spannungsvektoren. Die Zerlegungsvektoren stellen keine wahren Spannungen vor, sondern haben nur Gültigkeit im Scheinwiderstandsmaßstabe. Diesen Unterschied muß man beachten, um Irrtümer zu vermeiden.

Zusammenfassung. Es wird ein neues Diagramm angegeben, welches die Parallelschaltung einer beliebigen Anzahl beliebiger Scheinwiderstände darzustellen gestattet. Das Diagramm ist jedoch nicht anwendbar auf Widerstände irgendwelcher Art, deren Vektoren in gleicher oder in entgegengesetzter Richtung miteinander liegen. Hierfür sind andere einfache Diagramme anwendbar.

Digitized by Google

Messung der lokalen Eisenverluste.

Von

Luigi und Paolo Lombardi.

Mitteilung aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Rom.

1. Ziel der Arbeit.

Vor sechszehn Jahren haben die Herren W. Rogowski und W. Steinhaus in dieser Zeitschrift eine sehr einfache Methode angegeben, das Linienintegral der magnetischen Feldstärke in irgendeinem Teil eines magnetischen Kreises zu bestimmen[1]. Kurz nachher hat Professor Rogowski über einige interessanten Anwendungen des magnetischen Spannungsmessers berichtet[2], und in einer dritten Arbeit die Messung des elektromagnetischen Energieflusses, d. h. des lokalen Eisenverlustes besprochen, wofür er denselben Apparat in sehr sinnreicher — doch nicht ebenso einfacher — Weise benützte[3].

Neulich hat Herr W. Wolman mittels eines gleichartigen Spannungsmessers sorgfältige Untersuchungen an Eisenkristallen ausgeführt[4].

Außerhalb des elektrotechnischen Institutes in Aachen scheint der merkwürdige Apparat wenig Anwendung gefunden zu haben, obschon er wegen seiner einfachen Konstruktion und der leichten Eichung in Verbindung mit Oszillographen, Vibrationsgalvanometern und Quadrantenelektrometern, selbst bei Verwendung von Wechselstrom, ein weites Anwendungsgebiet erobern könnte.

Als Ziel dieser Arbeit haben wir uns vorgenommen, die lokalen Eisenverluste in einem beschränkten Teil des magnetischen Kreises nach einem neuen Verfahren auszumessen.

2. Theorie der Messung.

Der magnetische Spannungsmesser besteht aus einer flachen Spule, von überall gleichem Querschnitt und überall gleichmäßig dichter Bewicklung, deren Gesamtinduktionsfluß der magnetischen Spannung (Linienintegral der magnetischen Feldstärke) zwischen Anfang und Ende proportional ist:

$$\varphi = n F \int_1^2 B_s \, d s = k \int_1^2 H_s \, d s.$$

Es bedeuten: n die Windungszahl auf die Längeneinheit der Spule; F den Querschnitt derselben; B_s die Komponente der magnetischen Induktion in der Richtung der Spulenachse, welche mit der gleichgerichteten Komponente der magnetischen Feldstärke, in absoluten Einheiten gemessen, zusammenfällt, falls die Spule kein magnetisierbares Material enthält.

Zu einem prismatischen Eisenkern, dessen Länge l und Querschnitt S bedeuten, und dessen Magnetisierung überall gleichförmig und geradlinig ist, wird im Zeitintervall dt eine magnetische Energie zugeführt:

$$d W = \frac{1}{4\pi} l S H \cdot d B,$$

wozu eine augenblickliche Leistung entspricht:

$$\frac{d W}{d t} = \frac{1}{4\pi} l H \cdot S \frac{d B}{d t}.$$

[1] Arch. f. Elektrot., Bd. I, S. 141, 1912.
[2] Arch. f. Elektrot., Bd. I, S. 511, 1913.
[3] Arch. f. Elektrot., Bd. IV, S. 279, 1916.
[4] Arch. f. Elektrot., Bd. XIX, S. 385, 1928.

Digitized by Google

Hier bedeutet lH den magnetischen Spannungsabfall, wozu der Gesamtfluß des magnetischen Spannungsmessers proportional wird, falls die Enden desselben mit denjenigen des Kernes zusammenfallen; $S\frac{dB}{dt}$ mißt die elektromotorische Kraft, welche in je einer Windung induziert wird, falls eine Spule auf den magnetischen Kern aufgewickelt wird. Besteht diese Spule aus N'' Windungen, so wird die entsprechende EMK in Volt ausgedrückt durch:

$$e'' = -N''S\frac{dB}{dt}\cdot 10^{-8},$$

und der Gesamtfluß des Spannungsmessers durch:

$$\varphi' = nFlH = klH,$$

so daß die magnetische Leistung folgenden Wert bekommt:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{10^8 e''\varphi'}{4\pi k N''} \text{ Erg/sec} = \frac{10 e''\varphi'}{4\pi k N''} \text{ Watt.}$$

Soll die mittlere Leistung durch ein passendes Elektrodynamometer bestimmt werden, so muß man durch die festen und beweglichen Spulen desselben zwei Ströme führen, deren Stärke proportional und deren Phase gleich derjenigen der EMK e'' und des Flusses φ' wird.

Es stammt daraus eine sehr einfache Methode, diejenige Leistung zu messen, indem man durch die EMK e'' einen Stromkreis speist, dessen Reaktanz verschwindend klein und dessen Widerstand R'' ist, so daß der Stromstärke der Wert:

$$i'' = \frac{e''}{R''}$$

beigemessen werden kann; und den Spannungsmesser mit einem passenden Kondensator verbindet, so daß der entsprechende Strom die Stärke:

$$i' = C\frac{de'}{dt} = -C\frac{d^2\varphi'}{dt^2}10^{-8} = \omega^2 C\varphi'\cdot 10^{-8}$$

und die gleiche Phase des Flusses φ' aufnimmt. Es wird dafür vorausgesetzt, daß der Widerstand dieses Stromkreises in bezug auf die Reaktanz $\frac{1}{\omega C}$ verschwindend klein ist, und die entsprechende EMK e' eine einfache Sinusform besitzt.

Eine gleichwertige Messung könnte man natürlich ausführen, falls die Rolle der zwei EMK e' und e'' gewechselt würde, d. h. ein Ohmscher Widerstand R' durch den Spannungsmesser und ein Kondensator C durch die induzierte Spule gespeist wäre, aus dem Grunde, daß die zwei Ströme eine ebenso proportionale Stärke und eine um den gleichen Winkel verschobene Phase erhalten würden. Ob man der einen oder der anderen Verbindungsart Vorzug geben solle, hängt davon ab, wie man die Stromstärken auf die Empfindlichkeit des Leistungsmessers und auf die Größen der EMK am besten aufpassen kann, mit der gehörigen Rücksicht auf die kleinen Fehler, welche aus der unvollständigen Erfüllung der theoretischen Voraussetzung stammen können. In beiden Fällen erhält die magnetische augenblickliche Leistung einen gleichartigen Ausdruck:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{10^9 R''}{4\pi k N''\omega^2 C} i' i'' = \frac{10^9 R'}{4\pi k N''\omega^2 C} i' i'' = a\, i' i''.$$

Die zu messende mittlere Leistung wird also:

$$P = \frac{a}{T}\int_0^T i' i''\, dt,$$

wo T die Zeitdauer einer ganzen Periode bedeutet.

Ist das Elektrodynamometer als Strommesser geeicht worden, so daß das Verhältnis der Skalenablesung zu dem Quadrat der effektiven Stromstärke A bedeutet, so wird auch:

Digitized by Google

$$\delta = \frac{A}{T}\int_0^T i' i'' dt,$$

und deshalb bekommt die mittlere Leistung den Ausdruck:

$$P = \frac{a}{A} \cdot \delta.$$

Es wird also dieselbe Leistung der Skalenablesung des Leistungsmessers, wie in einem gewöhnlichen Wattmeter, einfach proportional.

Der Proportionalitätsfaktor erhält den einfachen Ausdruck:

$$\frac{a}{A} = \frac{10^9 R}{4 \pi k N'' \omega^2 C A}$$

und kann auf die verschiedenen Experimentalbedingungen angemessen werden.

3. Die Versuchseinrichtung[1].

Es wurde als Objekt der Untersuchung ein Eisenprüfapparat nach Epstein gewählt, welcher unserem Institut von der Firma Siemens Halske mit den entsprechenden Normalproben von hochlegiertem Transformatorenblech vor drei Jahren geliefert wurde. Bekanntlich besteht der Apparat im wesentlichen aus vier im Quadrat angeordneten Magnetisierungswicklungen von je 43 cm Länge mit je 150 Primärwindungen, deren Gesamtwiderstand 0,1 Ohm und deren Selbstinduktionskoeffizient $7 \cdot 10^{-4}$ Henry beträgt. Innerhalb der primären sind noch vier Sekundärwicklungen von je 150 Windungen und 0,8 Ohm Widerstand enthalten. Die Blechpakete von zusammen 10 kg Gewicht bestehen aus Blechstreifen von $30 \cdot 500 \cdot 0{,}5$ cmm, und können durch Anziehen der Schrauben an vier Deckbrettern und seitlichen Klötzchen zusammen festgebunden werden.

Es wurden vor allem bei diesem Apparat nach dem gewöhnlichen Verfahren mittels Normalinstrumente die Eisenverluste bei verschiedenen Frequenzen im ganzen Intervalle der später zu benützenden Induktion sorgfältig bestimmt, und als Funktion der in jeder Sekundärwicklung induzierten EMK aufgetragen. Bekanntlich hängt dieser Verlust von dem Formfaktor der Spannung ab, wofür nach den Normalien eine Sinusform gewählt werden sollte. Auf diese Bedingung wäre auch bei den gegenwärtigen Experimenten die größte Bedeutung zu legen, aus dem Grunde, daß jede Abweichung der elektrischen Spannung von der genannten Form besondere Oberwellen im magnetischen Flusse und im induzierten Strome hervorbringt, woraus die Wirkung des Leistungsmessers keiner genauen Rechnung zugänglich wird. Leider war aber die genaue Erfüllung jener Bedingung aus Mangel von passenden Generatoren in unserem Falle unmöglich, so daß wir gezwungen waren den entgegengesetzten Weg zu wählen, d. h. den magnetisierenden Strom von sämtlichen Oberwellen möglichst zu befreien.

Dafür haben wir einen dreiphasigen Wechselstromgenerator der Firma Brown Boweri gewählt, welcher durch einen Gleichstrommotor auf die Frequenz von 60 Perioden pro Sekunde genau gehalten, und auf jede Spannung zwischen 50 und 250 Volt reguliert werden konnte. Die Kurve der verketteten EMK ist in Oszillogramm des Bildes 1 wiedergegeben, und sieht nicht besonders regelmäßig aus. Durch eine zusätzliche Induktionsspule von 0,08 Henry konnte aber die gesamte Reaktanz in der Weise erhöht werden, daß der magnetisierende Strom der Sinusform ziemlich nahe kam, wie aus dem Oszillogramm des Bildes 2 zu sehen ist. Dagegen wurde die sekundäre Spannung von der Sinusform ziemlich abweichend, wie man aus Bild 3 ersehen kann.

[1] Mit der Vorbereitung und Ausführung folgender Experimente wurde Ing. P. Lombardi besonders beauftragt. Zur Aufnahme der Oszillogrammen stand Ing. F. Neri freundlich bei.

Digitized by Google

Dazu ist noch zu bemerken, daß die magnetomotorische Kraft auf die verschiedenen Stücke des Kreises, je nach ihren Reluktanzen, entfällt, so daß ein einziges Eisenbündel selbst unter Anwendung einer sinusförmigen gesamten magnetomotorischen Kraft keine sinusförmige magnetische Spannung verbraucht, falls die Stoßfugen einen nicht unbedeutenden magnetischen Widerstand haben. Ein deutliches Beispiel davon erweisen die zwei Oszillogramme des Bildes 4, welche durch den Spannungsmesser zwischen Anfang und Ende desselben Blechbündels des legierten Eisens aufgenommen wurden, als der erregende Strom 2 resp. 4 Amp. betrug. Beide Kurven

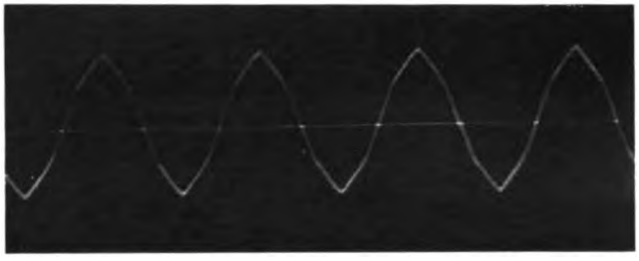


Bild 1. Verkettete EMK des Wechselstromgenerators Brown Boweri. $E = 120$ V, $F = 60$.

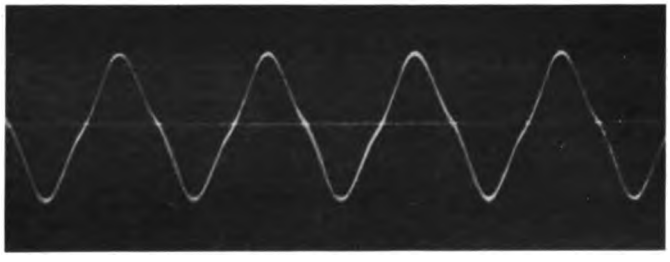


Bild 2. Magnetisierender Strom des Epstein-Apparates. $I_1 = 3{,}8$ A, $F = 60$.

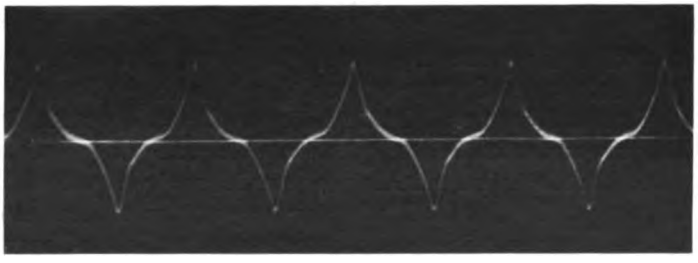


Bild 3. Sekundäre Spannung am Epstein-Apparate. $V_2 = 34$ V, $F = 60$.

wurden viel regelmäßiger, wie aus Bild 5 zu ersehen ist, nachdem eine Stoßfuge zwischen zwei benachbarten Blechbündeln durch den Spannungsmesser noch überbrückt, und der entsprechende magnetische Widerstand durch eingeschobene Preßspanstreifen größer, und für sämtliche Stoßfugen möglichst gleich gemacht wurde. Der Grund dafür, daß selbst unter Anwendung einer von der Sinusform wenig abweichenden MMK die EMK des Spannungsmessers nicht unbedeutende Oberwellen enthält, ist seinerzeit von Professor Rogowski[1] schon erklärt worden, und liegt darin, daß der mathematische Ausdruck derselben:

$$e' = -\frac{d\varphi'}{dt}$$

[1] Arch. f. Elektrot., Bd. I, S. 518.

Digitized by Google

in bezug auf die magnetische Spannung $\frac{\varphi'}{k}$ jedes Oberglied im Verhältnis der entsprechenden Frequenz erhebt.

Um die trübenden Einflüsse der Oberwellen in der Messung der magnetischen Spannung möglichst zu begrenzen, haben wir die letzte Anordnung der flachen Spule in unseren Experimenten gewählt. Es war dabei kaum zu hoffen, daß die entsprechenden Oberwellen hätten aus der Kurve des sekundären Stromes ebenfalls weggeschafft,

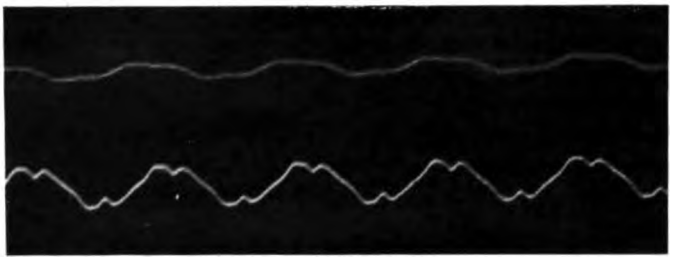


Bild 4. EMK des magnetischen Spannungsmessers innerhalb eines einzigen Eisenbündels. $I_1 = 2$ resp. 4 A, $F = 60$.

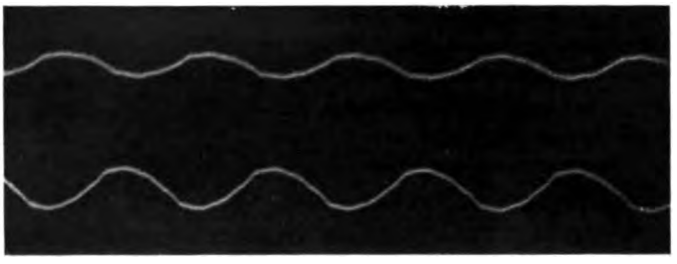


Bild 5. EMK des magnetischen Spannungsmessers mit einer überbrückten Stoßfuge und eingeschobener Preßspanstreife. $I_1 = 2$ resp. 4 A, $F = 60$.

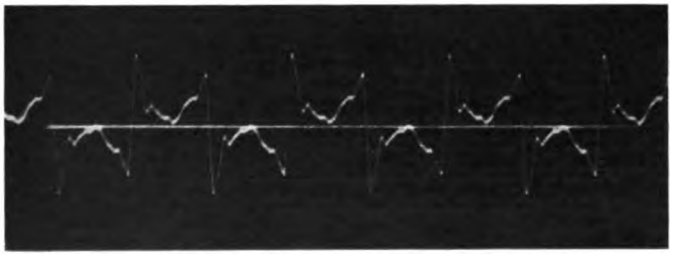


Bild 6. Ladungsstrom des Kondensators durch die sekundäre EMK. $V_2 = 34$ V, $F = 60$.

oder im gleichen Maß gemildert werden können, falls wir auf die Primärspulen des Epstein-Apparates die einfache Spannung des Wechselstromgenerators aufgelegt hätten.

Dagegen erhob sich die Frage, ob es nicht besser wäre, die induzierte EMK des Spannungsmessers, welche die kleinsten Unregelmäßigkeiten besitzt, für die Ladung des Kondensators, und die sekundäre EMK für die Speisung eines Ohmschen Widerstandes zu benützen oder umgekehrt. Es war aber leicht zu ersehen, daß die zweite Anordnung den Vorzug verdiente, weil die erste EMK vielmal kleiner als die zweite ausfiel, und ein passender Ladungsstrom durch dieselbe ohne eine übermäßige Kapazität kaum zu erreichen wäre. Um gleiche Empfindlichkeit zu

Digitized by Google

gewinnen, hätte sonst der sekundäre Strom auf solche Stärke gebracht werden müssen, daß die magnetische Reaktion nicht mehr vernachlässigbar gewesen wäre.

Ob der erste oder der zweite Stromkreis in Verbindung mit den festen oder mit den beweglichenWindungen des Leistungsmessers am besten zu benützen wäre, war auch leicht zu entscheiden. Es bestand nämlich dieses Elektrodynamometer aus einer doppelten festen Spule von gesamten 90 Ohm und 0,061 Henry, welche eine maximale Stromstärke von einigen Zehnteln Ampere ertragen konnte, und aus einer einfachen beweglichen Spule von 170 Ohm und 0,0107 Henry, welche bloß einige Hundertstel Ampere ertragen konnte. Es paßte daher die feste Spule besser auf den Kondensator und die bewegliche auf den Spannungsmesser.

Unter diesen Umständen gewann der Ladungsstrom des Kondensators die Form des Oszillogrammes von Bild 6.

Was den letztgenannten Apparat betrifft, haben wir zwei Exemplare in unserer Werkstatt hergestellt, wovon das zweite für gegenwärtige Untersuchung besser aufpaßte und ausschließlich benützt wurde. Es bestand aus zwei Preßspanstreifen von 96 cm Länge, 3,2 cm Breite und 2 mm Dicke, worauf vier Lagen Kupferdraht von 0,4 mm Durchmesser mit aller Sorgfalt und großer Gleichmäßigkeit bei der Drehbank aufgewickelt wurden. Es wurde dafür ein dünnes Stahlblech zwischen die zwei Preßspanstreifen eingelegt, wodurch das System eine genügende Steifheit gewann und mit Hilfe einer beweglichen zylindrischen Büchse und einer entsprechenden Stütze auf der Bank langsam gedreht werden konnte. Das Stahlblech konnte, nachdem die Wicklung fertig war, ohne Schwierigkeit herausgezogen werden, ohne daß der mittlere Querschnitt eine wahrnehmbare Veränderung gelitten hätte. Es kamen in dieser Weise 48 Windungen von etwa 3,6 qcm auf je 1 cm, worauf die berechnete Konstante den angenäherten Wert:

$$k = 48 \cdot 3{,}6 = 173 \text{ qcm}$$

bekam, und durch eine genaue Eichung mittels eines langen Solenoydes und verschiedener verketteter Spulen auf den genauen Wert $k = 175$ festgestellt wurde. Der Widerstand der Wicklung beträgt bei 25^0 61 Ohm und der Selbstinduktionskoeffizient, durch die Anderson-Brücke gemessen, 0,0095 Henry.

Die Konstante des Elektrodynamometers, als Strommesser, wurde verschiedene Male im Laufe der Experimente mit Hilfe angemessener Ströme festgestellt, und betrug bei 30^0:

$$A = \frac{\delta}{I^2} = 2{,}86 \cdot 10^7.$$

In Verbindung mit den festen Windungen des Instrumentes und der sekundären Wicklung des Epstein-Apparates wurde ausschließlich ein Normalmikakondensator von Tinsley angewandt, dessen Verlustwinkel bei den hier benützten Spannungen und Frequenz einige Minuten kaum übertrifft.

4. Die Fehlerkompensation.

Obschon die neue Methode keinen Anspruch auf höchste Genauigkeit für streng wissenschaftliche Untersuchungen machen kann, und vielmehr als praktisches Verfahren für die Messungen der lokalen Eisenverluste zu betrachten ist, waren die unvermeidlichen Fehler bei der Phasenbestimmung der zwei Ströme doch nicht unbedeutend, und es lohnt sich, dieselben genau zu bestimmen oder möglicherweise zu kompensieren.

Auf die Möglichkeit einer solchen Kompensation konnte leicht gedacht werden, indem beide Ströme gegen die entsprechenden EMK um solche Winkel verschoben werden, die in strengem Verhältnisse mit dem Ohmschen Widerstand und der resultierenden Reaktanz sind, und eine entgegengesetzte Wirkung auf die Messung ausüben.

Es wird nämlich die Phase des Stromes im ersten Kreis, wo dem magnetischen Spannungsmesser, in Verbindung mit den beweglichen Windungen des Elektro-

Digitized by Google

dynamometers, ein Gesamtwiderstand R' und eine Induktionsreaktanz $\omega L'$ zukommt, um einen Winkel verspätet, dessen Tangente $\frac{\omega L'}{R'}$ beträgt. Gleichzeitig wird aber die Phase des Stromes im zweiten Kreis, wo die sekundäre Wicklung des Epstein-Apparates in Verbindung mit dem Kondensator C und mit den festen Windungen des Elektrodynamometers den Gesamtwiderstand R'' und die Reaktanz $\omega L'' - \frac{1}{\omega C}$ aufnimmt, gegen die EMK um einem Winkel verschoben, dessen Tangente $\frac{1}{R''}\left(\omega L'' - \frac{1}{\omega C}\right)$ beträgt. Nach der entwickelten Theorie beträgt der Winkelfehler in diesem Falle arctg $\frac{R'' \omega C}{\omega^2 L'' C - 1}$.

Sind beide Fehler gleich und der Verlustwinkel des Kondensators vernachlässigbar, oder gleicht die Summe beider Fehler des zweiten Kreises arctg $\frac{\omega L'}{R'}$, so darf man die Messung von diesem Standpunkte als vollständig korrekt betrachten. In jedem anderen Falle ist die Leistungsmessung von einem Fehler behaftet, dessen Zeichen positiv oder negativ, und dessen Größe je nach dem Leistungsfaktor verschieden ausfallen kann.

Bei unseren Experimenten über legiertes Eisen waren die Leistungsverluste so klein, daß die gewünschte Empfindlichkeit im ersten Stromkreise den kleinsten Widerstand erforderte, woher der Fehlerwinkel arctg $\frac{\omega L'}{R'}$ die Größenordnung 2^0 kaum erreichte. Im zweiten Stromkreise konnte man dieselbe Winkelverschiebung beim vorhandenen Widerstande erhalten durch eine Kapazität von 0,8 μF, in bezug auf deren Reaktanz diejenige der festen Windungen des Elektrodynamometers und der sekundären Wicklung des Epstein-Apparates fast keine Rolle spielte.

Auf eine genaue Berechnung der zwei Winkelfehler konnten wir anderseits verzichten, indem die Kompensation derselben sich in einfachster Weise auf experimentellem Wege ausführen ließ. Es genügte nämlich dafür den Kondensatorstrom in genaue Phasenquadratur mit demjenigen zu bringen, welcher im ersten Kreise durch eine passende EMK von der gleichen Phase der e'' erzeugt wurde; dafür legten wir auf das Eisenbündel eine tertiäre Wicklung von 8 Windungen, woraus der neue Strom abgeleitet wurde. Die Empfindlichkeit war so groß, daß wir den Einfluß des Widerstandes bis zu einigen Einheiten pro Mille genau bemerken konnten. Die Fehlerkompensation konnte in dieser Weise mit aller wünschbaren Genauigkeit und mit der gewollten Rücksicht auf den Verlustwinkel des Kondensators erfolgen.

Von diesem kleinen Winkel abgesehen, paßt die beschriebene Kompensation auch auf die oberen Wellen, welche in beiden Stromkreisen aus den erwähnten Gründen kaum zu vermeiden sind; beide Winkel arctg $\frac{\omega L'}{R'}$ und arctg $R'' \omega C$ ($\omega^2 L'' C$ ist immer außerordentlich klein gegen 1) verlaufen nämlich proportional zur Frequenz, so daß der ersonnene Kunstgriff von diesem Standpunkte vollständig befriedigend ist.

Es wäre aber nicht ebenso leicht, andere Fehler der Messung, welche aus dem gleichzeitigen Vorhandensein von Oberwellen in beiden Kreisen herauskommen, zu vermeiden. Die theoretische Konstante des Apparates enthält nämlich im Nenner ω^2, so daß ein einziger Wert derselben nicht auf die Messungen sämtlicher Oberwellen passen kann; die einzige Art, eine genaue Übereinstimmung zwischen theoretischen und experimentellen Resultaten zu bekommen, setzt deshalb voraus, daß keine Oberwellen von gleicher Frequenz in beiden Stromkreisen vorhanden sind. Wie gesagt, haben wir zu diesem Zwecke versucht, den ersten Strom im Kreise des Spannungsmessers von Oberwellen möglichst zu reinigen. Eine genaue Sinusform dafür war aber mit unseren Mitteln nicht zu erreichen, und daher stammte ein systematischer Fehler, indem die Messungen bei wachsender Magnetisierung immer größere Verhältnisse zwischen beobachteten Ausschlägen des Elektrodynamometers und berechneten Leistungen ergaben.

Digitized by Google

Bei den Experimenten am legierten Eisen betrug dieser Fehler am meisten, bei mäßiger Sättigung, nicht mehr wie einige Prozent. Eine bessere Übereinstimmung wurde bei den Messungen an einem Bündel von rohem lamellierten Eisen erreicht, dessen Verlustziffer zehnmal größer war. Tatsächlich war hier der Leistungsfaktor erheblich höher; auch die Empfindlichkeit des Elektrodynamometers brauchte nicht so weit übertrieben zu werden, und die Phasenkompensation der Ströme gelang bei Anwendung größerer Widerstände ziemlich leichter. Jedenfalls hätte eine kleine restliche Winkelabweichung unter diesen Umständen lange nicht die gleiche Bedeutung der vorigen Messung erreicht.

5. Die gewonnenen Resultate.

Aus den zahlreichen Messungen, welche wir am legierten und unlegierten Eisen bei verschiedener Frequenz und Spannungsform ausgeführt haben, ziehen wir zwei Reihen als Beispiel heraus.

Die erste wurde an einem Lamellenbündel des legierten Eisens ausgeführt, nachdem die Leistungsverluste nach dem gewöhnlichen Verfahren mittels des Epstein-Apparates und eines Weston-Präzisionswattmeters bestimmt, und als Funktion der sekundären induzierten Spannung aufgetragen worden waren. Bei der neuen Messung wurde die entsprechende Primärwicklung aus dem Kreise ausgeschlossen, und die notwendige MMK bloß durch die anderen drei Spulen mitgeteilt. Die Sekundärspule von 150 Windungen wurde mit den festen Windungen des Elektrodynamometers und dem Tinsley-Kondensator verbunden; ebenfalls die Wicklung des Spannungsmessers mit den beweglichen Windungen des Elektrodynamometers und einem passenden Zusatz, so daß der Gesamtwiderstand R' 265 Ohm und die Kapazität 0,8 Mikrofarad betrug. Es war die Frequenz 60 und die Form des primären Stromes beinahe Sinusoidal (Bild 2). Die Konstante des Elektrodynamometers betrug nach voriger Eichung:

$$A = \frac{\delta}{I^2} = 2{,}86 \cdot 10^7$$

und diejenige des Spannungsmessers:

$$k = 175.$$

Das theoretische Verhältnis zwischen Skalenablesung und zu messender Leistung war also:

$$4{,}05 = \frac{\delta}{P} = \frac{4\,\pi\,k\,N''\,\omega^2\,C\,A}{10^9\,R'} = \frac{12{,}56 \cdot 175 \cdot 150 \cdot 377^2 \cdot 2{,}86 \cdot 0{,}8}{265 \cdot 10^8}.$$

Die Resultate des Experimentes sind in folgender Tabelle wiedergegeben:

V''	δ	P	$\frac{\delta}{P}$
14,0	7,8	2,10	3,7
16,0	9,6	2,46	3,9
18,0	11,5	2,86	4,1
20,0	13,6	3,25	4,2
22,0	16,2	3,70	4,4
24,0	18,9	4,20	4,5
26,0	22 0	4,80	4,6
28,0	25,3	5,35	4,7
30,0	29,0	5,96	4,8
			4,33

Die Differenz zwischen dem beobachteten und dem berechneten Verhältnis beträgt 7% und würde in einem engeren Intervall der Magnetisierung kleiner ausfallen.

Für die anfängliche entgegengesetzte Abweichung der beobachteten von dem berechneten Werte könnte kein Grund mit Sicherheit gegeben werden; es handelt

Digitized by Google

sich aber um sehr kleine Leistungen und um solche Ablesungen, worauf sehr kleine Winkelfehler bei unvollkommener Kompensation den größten Einfluß ausüben sollten. Von dieser Ungewissenheit waren sonst andere Messungsreihen vollständig frei.

Es sei dafür als einziges Beispiel folgende Reihe erwähnt, welche am unlegierten Eisen bei der gleichen Frequenz und Form der Stromkurve mittels desselben Epstein-Apparates unter Ersetzung des einzigen zu untersuchenden Bündels aufgenommen wurde.

Es wurden dabei die gleichen Konstanten der Instrumente:

$$k = 175 \qquad A = 2{,}86 \cdot 10^7 \qquad C = 0{,}8 \cdot 10^{-6}$$

aufbewahrt. Dagegen konnte der Widerstand des ersten Stromkreises wegen Überfluß der Empfindlichkeit des Elektrodynamometers auf 925 Ohm gesteigert werden, so daß das theoretische Verhältnis betrug:

$$1{,}16 = \frac{\delta}{P} = \frac{12{,}56 \cdot 175 \cdot 150 \cdot 377^2 \cdot 2{,}86 \cdot 0{,}8}{925 \cdot 10^8}.$$

Die Resultate des Experimentes sind folgende:

V''	δ	P	$\frac{\delta}{P}$
5,4	9,7	8,0	1,21
6,6	15,5	13,4	1,16
8,2	24,5	21,8	1,12
10,1	34,9	30,7	1,14
11,5	45,5	39,9	1,14
12,65	54,6	48,0	1,14
			1,15

Die äußeren Dimensionen des Lamellenbündels waren in diesem Falle 50; 2,5; 1,9 cm, und das Gewicht 1620 g; die Dimensionen des legierten Eisens betrugen 50; 3,0; 2,7 cm und das Gewicht 2530 g.

6. Schlußbemerkung.

Das neue Verfahren gestattet den lokalen Eisenverlust in einem beschränkten Teile eines magnetischen Kreises mit Hilfe eines einzigen Spannungsmessers und einer einzigen Stromquelle, d. h. durch einfachere Mittel als die Rogowski-Methode zu messen. Es wird dabei vorausgesetzt, daß die angewandte elektrische Spannung oder sonst der magnetisierende Strom von Oberwellen frei ist, was in der Praxis mit voller Strenge kaum zu erreichen ist. Es stammt daher ein Messungsfehler, welcher desto größer ist, je höher die Magnetisierung ausfällt. Tatsächlich werden solche Fehler bei jeder Messungsmethode begegnet, wenn man die Eisenverluste auf die entsprechenden Werte der Induktion beziehen will, aus dem Grunde, daß die Oberwellen der induzierten EMK und der angewandten MMK immer besondere Verluste bedingen, welche einer genauen Rechnung kaum zugänglich sind. Vom theoretischen Standpunkte kann in diesem Falle eine größere Ungewißheit dadurch bedingt werden, daß die berechnete Konstante ω^2 als Faktor enthält, und ein einziger Zahlwert auf verschiedene Frequenzen nicht passen kann. Nichtsdestoweniger bestätigen die aufgeführten Beispiele, daß die Methode in manchen Fällen für praktische Zwecke befriedigende Resultate ergeben, und in Verbindung mit Jochapparaten nützliche Anwendungen erhalten kann. Die Methode bietet den großen Vorteil, daß die Phasenverschiebungen der induzierten Ströme, welche durch die Anwesenheit von Widerständen und Induktionsreaktanzen bedingt werden, in genaues Gleichgewicht untereinander gebracht werden können, und eine vollständige Kompensation der entsprechenden Fehler gestatten.

Digitized by Google

Über den maximalen Spannungsgradienten in normal verseilten Dreileiterkabeln.

Von

Fritz Haas, Wien.

1. Einleitung. Dem Kabeltechniker sind mehrere Formeln zur Berechnung des maximalen Spannungsgradienten in normal verseilten Dreileiterkabeln bekannt. Diese Formeln liefern jedoch ziemlich unterschiedliche Ergebnisse, hervorgerufen durch die Verschiedenartigkeit der Auffassung des Problems und der bei der Aufstellung der Formeln eingegangenen Vernachlässigungen physikalischer Natur. Jener Zwiespalt wäre gewiß schon aufgeklärt worden, wenn der maximale Spannungsgradient nicht inzwischen die ihm ursprünglich beigemessene Bedeutung verloren gehabt hätte. Die Prüfung der dielektrischen Verluste dient gegenwärtig in erster Linie zur Beurteilung der Kabel, und schließlich ist man in letzter Zeit zur Erkenntnis gelangt, daß die bei Kurzschlüssen in den die Kabel enthaltenden Hochspannungsnetzen auftretenden Überströme plötzliche Temperatursteigerungen von einer solchen Höhe hervorrufen, daß die dabei zufolge Wärmedehnung usw. entstehenden Überdrucke die Isolierung des Kabels auf mechanische Weise zerstören oder doch schädigen und so zum unmittelbar oder später eintretenden Durchschlagen des Dielektrikums Anlaß geben. Dieser Erkenntnis wird aber eine entsprechende Verbesserung der Kabel oder die Schaffung von Hilfseinrichtungen bald folgen, und so wird auch in diesem Gebiete der Festigkeitslehre wieder ein Schritt weiter getan sein, indem eine auf Grund der Erforschung der Beanspruchungsart verbesserte Formgebung es erlauben wird, den derzeit übermäßig hohen Durchschlagssicherheitsgrad der Kabel zum Zwecke einer Verbilligung der Herstellung herabzusetzen. Damit gewinnt aber eine verläßliche Formel zur Berechnung der tatsächlichen Höchstbeanspruchung des Dielektrikums erneute Bedeutung. Schließlich ist eine eingehende Kenntnis der Spannungszustände im Inneren des Kabels auch dann unentbehrlich, wenn man von der mit Einphasenstrom ausgeführten Bestimmung des Ionisierungspunktes normal verseilter Dreileiterkabel auf die Höhe des Ionisierungspunktes bei Drehstrom schließen will, eine Methode, auf die besonders kleinere Kabelwerke nicht verzichten werden können.

Es erscheint demnach der Zeitpunkt für eine Klärung der eingangs aufgeworfenen Frage nicht ungünstig.

2. Derzeit angewendete Formeln. Streng theoretisch, jedoch mit der wohl zu beachtenden Vernachlässigung des dritten Leiters gelangt Petersen[1] zu folgender Formel:

$$\mathfrak{E}_{max} = \frac{\sqrt{1+\frac{4r}{i}}}{2r \ln \frac{\sqrt{i^2+4ri}+i}{\sqrt{i^2+4ri}-i}} \cdot U, \qquad (1)$$

wobei bedeuten

r Leiterhalbmesser,
i Isolationsstärke zwischen zwei Leitern,
U Betriebspannung.

[1] Petersen, Hochspannungstechnik, Stuttgart 1911.

Digitized by Google

Dabei ist vorausgesetzt, daß der maximale Spannungsgradient stets an der einem anderen Leiter zugewendeten Stelle der Leiteroberfläche liegt, denn nur dann kann man mit einiger Berechtigung den dritten Leiter vernachlässigen[1].

Andererseits nimmt Atkinson[2] ebenso willkürlich an, daß der maximale Spannungsgradient in der Richtung gegen den Kabelmittelpunkt liege. Doch dient diese Voraussetzung nicht als Ausgangspunkt einer nunmehr einsetzenden theoretischen Betrachtung, es wird vielmehr die Spannungsbeanspruchung rein empirisch derjenigen eines Einfachkabels gleichgesetzt, das eine Isolationsstärke gleich dem Abstande Leiteroberfläche-Kabelmittelpunkt besitzt und das an der Sternspannung, also dem $\frac{1}{\sqrt{3}}$ fachen an der verketteten Drehstromspannung liegt. Die so erhaltenen

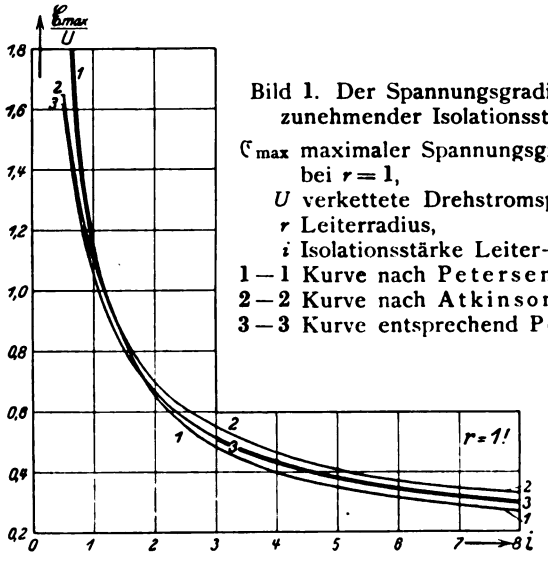


Bild 1. Der Spannungsgradient bei zunehmender Isolationsstärke.
$\mathfrak{E}_{max}$ maximaler Spannungsgradient bei $r = 1$,
U verkettete Drehstromspannung,
r Leiterradius,
i Isolationsstärke Leiter—Leiter,
1—1 Kurve nach Petersen,
2—2 Kurve nach Atkinson,
3—3 Kurve entsprechend Peek.

Werte werden schließlich noch durch einen aus den Durchschlagsversuchen gewonnenen Korrekturfaktor verbessert. Die Formel lautet also nach Atkinson folgendermaßen:

$$\mathfrak{E}_{max} = k \frac{1}{r \ln \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{i}{r} + 2 \right)} \cdot \frac{U}{\sqrt{3}}, \qquad (2)$$

wobei bedeutet

k Korrektionsfaktor ≈ 1.

In Bild 1 ist die Auswertung der beiden Formeln in Kurvenform mit der Isolationsstärke i als Abscisse dargestellt, wobei der Leiterradius und die verkettete Drehstromspannung gleich 1 gesetzt sind.

Die in der Atkinson-Formel enthaltene Voraussetzung des Auftretens des maximalen Spannungsgradienten in der Richtung gegen den Mittelpunkt des Kabels läßt sich aber auch theoretisch weiter verfolgen. Man gelangt so zu einer Formel, die für große Isolationsstärken jener von Peek[3] und anderen für die Berechnung der Koronaverluste von Drehstromfreileitungen angewendeten Formel durchaus entspricht, mithin

[1] Der Einfluß des Bleimantels kann ersichtlich unberücksichtigt bleiben, ebenso auch der der beiden anderen Leiter bei der Berechnung des Spannungsgradienten an der Oberfläche des Leiters in der Richtung gegen den Bleimantel.

[2] Proc. Am. J. E. E. Juni 1919.

[3] Proc. Am. J. E. E. S. 1485, 1911.

Digitized by Google

$$\mathfrak{E}_{max} = \frac{1 + \frac{2}{\frac{i}{r} + 2}}{r \ln\left(\frac{i}{r} + 2\right)} \cdot \frac{U}{\sqrt{3}} \,. \tag{3}$$

Damit errechnen sich die Werte der Kurve 3 in Bild 1 [für kleine Isolationsstärken ist die genauere Formel (9) benutzt].

Man findet beim Betrachten der Kurven durch eine einfache Überlegung, daß bei konstant gehaltenem Leiterradius der maximale Spannungsgradient für kleine Isolationsstärken i an der einem anderen Leiter, für große Isolationsstärken hingegen an der dem Kabelmittelpunkt zugewendeten Stelle des Umfanges des betrachteten Leiters liegt, wie es im Bild durch die stark ausgezogenen Stücke der Kurven 1 und 3 angedeutet ist. Gerade in dem technisch wichtigen Bereich, nämlich für eine Isolationsstärke von etwa doppeltem Leiterradius, muß offenbar ein Übergang von der Kurve 1 zur Kurve 3 stattfinden, und eine angenäherte Ermittlung dieses Überganges ist eben das Ziel der vorliegenden Arbeit.

3. Die Problemstellung. Wie soeben erkannt, tritt für sehr kleine Isolationsstärken i die Höchstbeanspruchung in der Richtung gegen den anderen Leiter und zwar dann ein, wenn diese beiden Leiter die entgegengesetzt gleiche Spannung gegen Erde, gegeneinander also die volle verkettete Betriebspannung aufweisen. Für sehr große Isolationsstärken tritt die Höchstbeanspruchung in der Richtung gegen den Kabelmittelpunkt, und zwar in der Phase um 30^0 verschoben, auf, wobei dann der betrachtete Leiter die Sternspannung, jeder der beiden anderen Leitern die halbe entgegengesetzte Sternspannung gegen Erde besitzt. Es sei der Anschaulichkeit halber für den ersten Fall sowohl der räumliche (Bild 3), als auch der Phasenwinkel gleich 0^0, für den zweiten Fall gleich 30^0:

$$\mathfrak{E}_{max}\Big|_{i \to 0} \cdots \begin{Bmatrix} \alpha = 0^0 \\ \varphi = 0^0 \end{Bmatrix}, \qquad \mathfrak{E}_{max}\Big|_{i \to \infty} \cdots \begin{Bmatrix} \alpha = 30^0 \\ \varphi = 30^0 \end{Bmatrix}.$$

Eine rechnerisch einfache Behandlung der Aufgabe wird dann ermöglicht, wenn man sich auf das Vorhandensein punktförmiger Ladungspaare beschränkt. Es ist naheliegend, die von der Doppelleitung bekannte Anordnung der Ladungspaare zugrunde zu legen und, soll der Leiter a untersucht werden, dem Ladungspaar $\pm Q'$ auf dem Leiterpaar a—b ein um die geometrische Achse von a um 60^0 gedrehtes Leiterpaar a—c mit dem ihm zugeordneten Ladungspaar $\pm Q''$ zu überlagern. Die örtliche und verhältnismäßige Austeilung dieser Ladungen muß nun so getroffen werden, daß die wesentlichsten in Frage stehenden Bedingungen erfüllt werden. Als solche sind anzusehen:

Der untersuchte Leiter a der drei im gleichseitigen Dreieck angeordneten Leiter a, b und c muß kreisförmigen Querschnitt behalten, was durch die gewählte Anordnung ohne weiteres eingehalten wird. Für $\varphi = 0^0$, also größte Spannung von Leiter a gegen Leiter b, muß die Teilladung Q' des Leiters a ihr Maximum erreichen:

$$\frac{\partial Q'}{\partial \varphi}\Big|_{\varphi = 0^0} = 0;$$

für $\varphi = 30^0$, also größte Spannung des Leiters a gegen den neutralen Punkt, muß Symmetrie gegenüber den Leitern b und c vorhanden sein:

$$Q'_{\varphi = 30^0} = Q''_{\varphi = 30^0};$$

außerdem muß die Summe der Teilladungen eine sinusförmig schwankende Gesamtladung Q ergeben, die für $\varphi = 30^0$ ihr Maximum hat:

$$\begin{cases} Q' + Q'' = Q = \text{konst.}\, Q_0 \cdot \sin(\varphi + \text{konst.}) \\ \dfrac{\partial Q}{\partial \varphi}\Big|_{\varphi = 30^0} = 0. \end{cases}$$

Digitized by Google

Allen Bedingungen wird durch die folgende Verteilung Genüge geleistet (Bild 2):

$$Q' = Q_0 \left[\cos\varphi + \tfrac{1}{2}\cos 3\varphi\right],$$

$$Q'' = Q_0 \left[\cos(60^0 - \varphi) - \tfrac{1}{2}\cos 3\varphi\right],$$

somit

$$Q' + Q'' = Q = Q_0 \sqrt{3}\sin(\varphi + 60^0). \tag{4}$$

Den Einfluß der in obiger Ladungsverteilung enthaltenen Vernachlässigungen kann man in seiner Wirkung auf die Ermittlung des maximalen Spannungsgradienten folgendermaßen abschätzen:

Bei konstant gehaltenem Leiterradius r ist für kleine Isolationsstärken i, wo also der maximale Spannungsgradient die Richtung Leiter a gegen Leiter b hat, die Anwesenheit des dritten Leiters (c) vernachlässigt. Mit wachsendem i, wobei der maximale Spannungsgradient gegen die Mitte rückt, erhält auch der dritte Leiter (c) Ladung; dadurch fallen die Oberflächen der Leiter b und c nicht mehr mit Äquipotentialflächen zusammen.

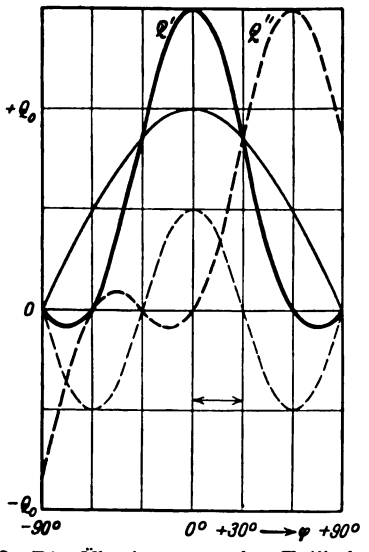


Bild 2. Die Überlagerung der Teilladungen Q' und Q''.

Schließlich sei noch vorausgesetzt, daß durch den Bleimantel der Feldverlauf in dem Gebiet zwischen den drei Leitern nur unmerklich verändert werde.

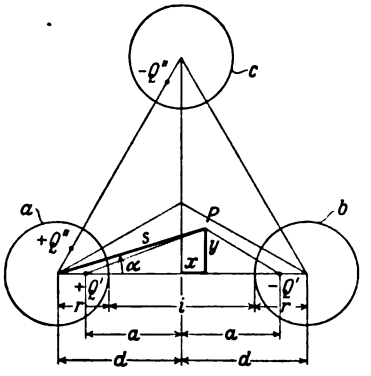


Bild 3. Zur Berechnung von $\mathfrak{E}_s$.

4. Zusammenhang zwischen räumlichem Winkel, Phasenwinkel und maximalem Spannungsgradienten. In Anlehnung an Breisig[1] wird zunächst für die Doppelleitung folgende Bezeichnungsweise eingeführt (Bild 3):

$2d$ der Abstand der geometrischen Leiterachsen,
$2a$ der Abstand der elektrischen Leiterachsen,
x, y die Koordinaten des Aufpunktes P,
s der Fahrstrahl von der geometrischen Achse des Leiters a,
α dessen Winkel mit der Verbindungslinie der Achsen der Leiter a und b,
r der Leiterradius,
i die Isolationsstärke $= 2(d-r)$.

Über die Austeilung der beiden Ladungspaare $\pm Q'$ und $\pm Q''$ sind im vorigen Abschnitt die nötigen Angaben enthalten.

[1] Breisig, Theoretische Telegraphie, S. 57, Braunschweig 1924.

Digitized by Google

Zunächst sei die bekannte Lösung der Laplaceschen Differentialgleichung $\Delta v = 0$ für die Verteilung der Ladung auf zwei parallelen zylindrischen Leitern in komplexer Schreibweise wiedergegeben:

$$u = C \ln \frac{x - a + j y}{x + a + j y} = v + j w, \tag{5}$$

$$v = \frac{C}{2} \ln \frac{(x-a)^2 + y^2}{(x+a)^2 + y^2}, \tag{5a}$$

$$w = C \operatorname{arctg} \frac{2 a y}{x^2 + y^2 - a^2}; \tag{5b}$$

mit

$$\varkappa^2 = \frac{(x+a)^2 + y^2}{(x-a)^2 + y^2}$$

erhält man

$$v = \pm C \ln \varkappa. \tag{6}$$

Läßt man also die Oberfläche zweier Leiter mit gleichem Durchmesser mit den durch $\varkappa$ bestimmten Äquipotentialflächen zusammenfallen, so besitzt der eine Leiter die Spannung $+ v$, der andere die Spannung $- v$. Ferner ist dann bekanntlich[1]

$$d = a \frac{\varkappa^2 + 1}{\varkappa^2 - 1}.$$

Aus naheliegenden Gründen folgt eine Umformung vermittels

$$x = x' - d = x' - a \frac{\varkappa^2 + 1}{\varkappa^2 - 1}$$

und mit

$$x' = s \cos \alpha, \quad y = s \sin \alpha.$$

Setzen wir schließlich

$$a \frac{2 \varkappa^2}{\varkappa^2 - 1} = g, \qquad a \frac{2}{\varkappa^2 - 1} = h,$$

so ergibt sich

$$v = \frac{C}{2} \ln \frac{r^2 - 2 r g \cos \alpha + g^2}{r^2 - 2 r h \cos \alpha + h^2}, \tag{7}$$

und für die Leiteroberfläche, also für

$$s = r = \frac{2 a \varkappa}{\varkappa^2 - 1},$$

somit auch

$$g = r \varkappa, \quad h = \frac{r}{\varkappa},$$

wird

$$v_r = C \ln \varkappa.$$

Nun ist aber das Potential an der Leiteroberfläche gleich der halben verketteten Spannung U,

$$v_r = \frac{U}{2},$$

daraus

$$C = \frac{U}{2 \ln \varkappa}.$$

Der Spannungsgradient in einem beliebigen Aufpunkt P stellt sich nun in seiner Abhängigkeit vom Winkel α in folgender Weise dar:

$$\mathfrak{E}_s = - \frac{U}{2 \ln \varkappa} \left\{ \frac{s - g \cos \alpha}{s^2 - 2 s g \cos \alpha + g^2} - \frac{s - h \cos \alpha}{s^2 - 2 s h \cos \alpha + h^2} \right\}. \tag{8}$$

[1] Breisig, Theoretische Telegraphie, S. 57, Braunschweig 1924.

Digitized by Google

Und an der Leiteroberfläche:

$$\mathfrak{E}_{s=r} = \mathfrak{E} = \frac{U}{2r \ln \varkappa} \cdot \frac{\varkappa^2 - 1}{\varkappa^2 - 2\varkappa \cos \alpha + 1} \cdot \tag{9}$$

Als Sonderfälle ergeben sich:

$$\text{für } \alpha = 0 \qquad \mathfrak{E} = \frac{U}{2r \ln \varkappa} \cdot \frac{\varkappa + 1}{\varkappa - 1} \text{ (Petersen)}$$

$$\text{für } \alpha = 30^0 \qquad \mathfrak{E} \approx \frac{U}{\sqrt{3} r \ln \varkappa} \text{ (Peek).}$$

Wendet man nun für das Dreileiterkabel die im vorigen Abschnitt begründete Überlagerung der zwei Ladungspaare an, so erhält man zunächst

$$\mathfrak{E} = \frac{C'}{r}(\varkappa^2 - 1)\left\{\frac{1}{p}\left[\cos\varphi + \frac{1}{2}\cos 3\varphi\right] + \frac{1}{q}\left[\cos(60^0 - \varphi) - \frac{1}{2}\cos 3\varphi\right]\right\}, \tag{10}$$

wenn

$$p = \varkappa^2 - 2\varkappa\cos\alpha + 1, \quad q = \varkappa^2 - 2\varkappa\cos(60^0 - \alpha) + 1.$$

Die aus den Formeln (4) und (6) hergeleitete Beziehung

$$v_r = C' \ln \varkappa \cdot \sqrt{3} \sin(\varphi + 60^0) \tag{11}$$

ergibt bei Berücksichtigung von

$$v_r \,|_{\varphi = 0^0} = \frac{U}{2}$$

den Betrag der Konstanten mit

$$C' = \frac{U}{3 \ln \varkappa} \cdot$$

Daher ist

$$v_r = \frac{U}{\sqrt{3}} \sin(\varphi + 60^0) \tag{12}$$

und

$$\mathfrak{E} = \frac{U}{3r} \cdot \frac{\varkappa^2 - 1}{\ln \varkappa}\left\{\frac{1}{p}\left[\cos\varphi + \frac{1}{2}\cos 3\varphi\right] + \frac{1}{q}\left[\cos(60^0 - \varphi) - \frac{1}{2}\cos 3\varphi\right]\right\}. \tag{13}$$

Zur Ermittlung des maximalen Spannungsgradienten müßte man nun obigen Ausdruck sowohl nach α als auch nach φ differentiieren und jenes Wertepaar (α, φ) bestimmen, welches den Bedingungsgleichungen genügt. Es erweist sich jedoch rechnerisch als zweckmäßig, einen anderen Weg einzuschlagen und zunächst für konstant gehaltenen räumlichen Winkel α den Winkel φ_0 zu bestimmen, bei welchem der zugehörige (optimale) Spannungsgradient $\mathfrak{E}_0$ auftritt, zumal die Kenntnis dieser Beanspruchungsverteilung auch aus anderen Gründen erwünscht ist. Die so gewonnene Funktion enthält als ihr zumeist sehr flaches Maximum den Wert $\mathfrak{E}_{max}$, den maximalen Spannungsgradienten bei Drehstrom. Der zugehörige Phasenwinkel φ_{max} kann durch Interpolation leicht gefunden werden. Man differentiiert also Gleichung (13) nach φ und setzt den Differentialquotienten gleich Null. Es lautet sodann die Bestimmungsgleichung für φ_0:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\varphi_0 = \sin\varphi_0\left[\frac{11}{2}\frac{q}{p} - 4\right] - 6\sin^3\varphi_0\left[\frac{q}{p} - 1\right]. \tag{14}$$

Für

$$\left\{\begin{matrix} 0 \leqq \alpha \leqq 30^0 \\ 0 \leqq \varphi \leqq 30^0 \end{matrix}\right\} \quad \text{ist} \quad \frac{q}{p} \geqq 1, \quad \sin^3\varphi \leqq \sin\varphi.$$

Daher kann das Glied mit $\sin^3\varphi_0$ in erster Annäherung vernachlässigt werden; denn für kleine $\varkappa$ ist zwar α klein, also $\frac{q}{p} \gg 1$, dafür ist aber $\sin^3\varphi_0 \ll \sin\varphi_0$; für große $\varkappa$ ist zwar φ_0 nahezu 30^0, dafür aber $\frac{q}{p} \approx 1$. Also in erster Annäherung

Digitized by Google

$$\varphi_0 \approx \varphi_0' = \operatorname{arccot} \frac{1}{\sqrt{3}} \left[11 \frac{q}{p} - 8 \right]. \tag{15}$$

Um einen genaueren Ausdruck für φ_{max} zu erhalten, ist zunächst folgende Überlegung anzustellen (Bild 4): Aus der Gleichung (15) ergibt sich ein Wert α'_{max}. Damit durch diesen die vollständige Bedingungsgleichnng (14) für φ_0 erfüllt werde, wäre zunächst bei unverändertem α'_{max} eine Änderung des φ'_{max} um f notwendig. Um jedoch auf der „Fallinie" zur Kurve $\varphi_0(\alpha)$ und somit vom Optimum in M' zum Maxi-

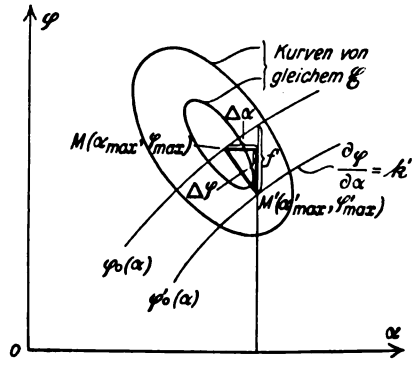


Bild 4. Zur Berechnung von α_{max} und φ_{max}.

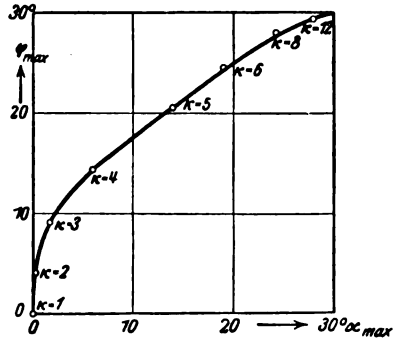


Bild 6. Zusammenhang zwischen räumlichem Winkel und Phasenwinkel.

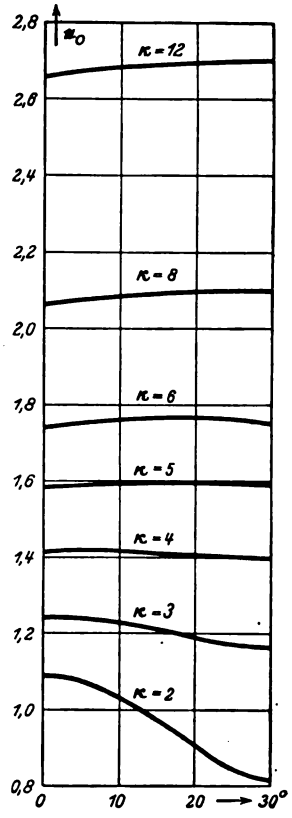


Bild 5. Zusammenhang zwischen räumlichem Winkel und Spannungsgradienten.

mum in M zu gelangen, ist eine Änderung des Winkels φ'_{max} um $\Delta\varphi$ und gleichzeitig des Winkels α'_{max} um $\Delta\alpha$ notwendig. Kennzeichnet k_0' den Neigungswinkel der Tangente an die Kurve $\varphi_0'(\alpha)$ in M', so ersieht man aus Bild 4 leicht die Beziehung

$$k_0' \cdot \frac{\Delta\varphi}{\Delta\alpha} = -1$$

und damit

$$\Delta\alpha = -\frac{k_0' \cdot f}{1 + k_0'^2}, \quad \Delta\varphi = \frac{f}{1 + k_0'^2}. \tag{16}$$

Durch diese zweite Annäherung erhält man genügend genau die Werte von α_{max} und φ_{max} zur Berechnung von $\mathfrak{E}_{max}$, mithin

$$\mathfrak{E}_{max} = \frac{U}{3r} \cdot \frac{\varkappa^2 - 1}{\ln \varkappa} \left\{ \frac{1}{p_{max}} \left[\cos\varphi_{max} + \frac{1}{2} \cos 3\varphi_{max} \right] + \frac{1}{q_{max}} \left[\cos(60^0 - \varphi_{max}) - \right. \right.$$
$$\left. \left. - \frac{1}{2} \cos 3\varphi_{max} \right] \right\} \tag{17}$$

Digitized by Google

Bezieht man schließlich die Formel auf die Einheit der Spannung U und der Isolationsstärke i (Bild 3), also

$$U = 1,\ i = 1, \qquad \text{mithin} \qquad r = \frac{\varkappa}{(\varkappa - 1)^2},$$

so ergibt sich

$$\mathfrak{e}_{max} = \frac{(\varkappa^2 - 1)(\varkappa - 1)^2}{3\,\varkappa \ln \varkappa} \left\{ \frac{1}{p_{max}} \left[\cos \varphi_{max} + \frac{1}{2} \cos 3\,\varphi_{max} \right] + \frac{1}{q_{max}} \left[\cos (60^0 - \varphi_{max}) - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{2} \cos 3\,\varphi_{max} \right] \right\} \tag{18}$$

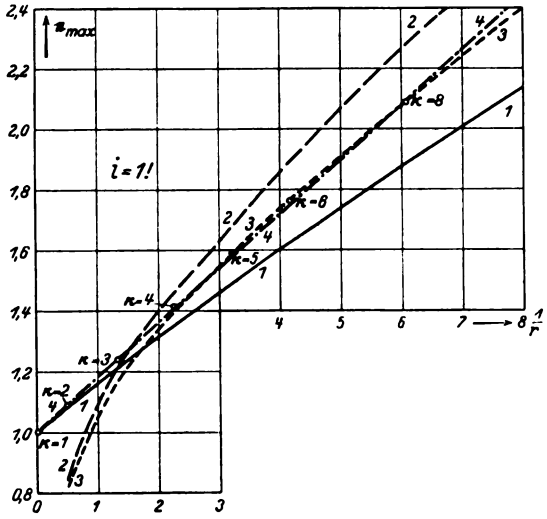


Bild 7. Der Spannungsgradient bei zunehmender Leiterkrümmung.

$\mathfrak{e}_{max}$ maximaler Spannungsgradient bei $U = 1$ und $i = 1$,
U verkettete Drehstromspannung,
i Isolationsstärke Leiter—Leiter,
r Leiterradius,
1—1 Kurve nach Petersen,
2—2 Kurve nach Atkinson,
3—3 Kurve entsprechend Peek,
4—4 Gerade $1 + \frac{0{,}18}{r}$ nach Haas, für
○○○ Rechenwerte, nach $\varkappa$ beziffert.

$\mathfrak{e}_{max}$ stellt also einen Faktor dar, welcher angibt, um wieviel größer die Beanspruchung der Isolierung im Drehstromkabel ist als bei ebener Isolation (beim ebenen Kondensator) von gleichem Elektrodenabstande.

Die folgenden Bilder enthalten die Auswertung der Formel (18), welche sinngemäß auch für $\mathfrak{e}_0$ gilt. Bild 5 zeigt $\mathfrak{e}_0$ in Abhängigkeit von α für verschiedene Werte von $\varkappa$. Man erkennt deutlich, wie der Punkt der höchsten Spannungsbeanspruchung mit wachsendem $\varkappa$ von $\alpha = 0^0$ gegen $\alpha = 30^0$ vorrückt. Bild 6 bringt den Zusammenhang zwischen α_{max} und φ_{max} mit $\varkappa$ als laufenden Parameter. Bild 7 zeigt endlich $\mathfrak{e}_{max}$ als Funktion von $\frac{1}{r}$. Der Verlauf dieser Kurve 4 läßt sich für

$$1 < \varkappa < 8,$$

also für den technisch wichtigen Bereich, darstellen durch

$$\mathfrak{e}_{max} = 1 + \frac{0{,}18}{r}. \tag{19}$$

Zum Vergleich sind auch die Auswertungen der bisher gebräuchlichen Formeln (1) und (2), sowie die entsprechend der Formel von Peek hergeleitete Formel (3) in die Abbildung eingetragen. Sie bringen eine schöne Bestätigung für die Richtigkeit der einfachen, aber allgemeineren Formel (19).

Läßt man letzten Endes die Einschränkung bezüglich der Spannung und der Isolationsstärke fallen, so erhält man in der Formel

Digitized by Google

$$\mathfrak{E}_{max} = \left(\frac{1}{i} + \frac{0{,}18}{r}\right) \cdot U \qquad (20)$$

einen Ausdruck, der für alle praktisch vorkommenden Verhältnisse von Querschnitt und Isolationsstärke normal verseilter Dreileiterkabel mit einer Genauigkeit von etwa 2% gilt.

5. Die Möglichkeit einer kombinierten experimentellen und theoretischen Überprüfung. Wiewohl die im Abschnitt 4 gefundene „Übergangskurve" gefühlsmäßig eine recht gute Verbindung zwischen den für verschwindende und für unendlich große Isolationsstärke als richtig erkannten Werten ergibt, und zwar mit einer für die Praxis voraussichtlich vollkommen ausreichenden Genauigkeit, könnte es doch erwünscht sein, eine noch größere Genauigkeit bzw. Zuverlässigkeit zu erreichen. Im folgenden wird ein Weg vorgeschlagen, der eine Verbindung zwischen Experiment und Rechnung darstellt und die Schwierigkeiten beider bedeutend verringert bzw. umgeht. Es ist bekannt, daß die bisher ausgeführten Elektrolytversuche[1] zur experimentellen Bestimmung des Spannungsgradienten über einen gewissen

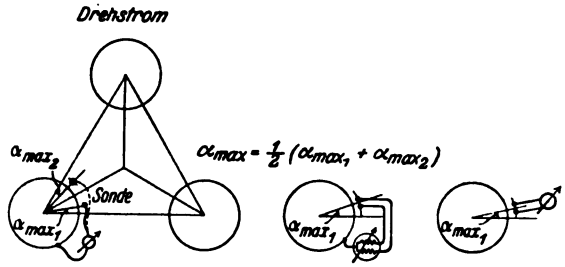


Bild 8. Zur experimentellen Bestimmung von α_{max}.

Genauigkeitsgrad nicht hinauskommen, der auf den Einfluß der Sonde zurückzuführen ist und der vermutlich noch geringer sein dürfte als der in der vorliegenden Arbeit rechnerisch erreichte Genauigkeitsgrad. Andererseits würde die rechnerische Behandlung der Aufgabe bedeutend einfacher sein, wenn entweder der Phasenwinkel φ_{max} oder der räumliche Winkel α_{max} von vornherein bekannt wäre. Letzterer erweist sich nun der experimentellen Ermittlung verhältnismäßig leicht zugänglich. Dem Bild 8 ist alles Wesentliche zu entnehmen. Der Winkel α_{max} kann entweder durch Messung der Spannung zwischen der Leiteroberfläche und einer in konstantem Abstande von derselben bewegten Sonde bestimmt werden oder vermittels eines zwischen zwei starr verbundenen Sonden und der Leiteroberfläche liegenden Differentialgalvanometers oder aber durch Messung der Spannung zwischen den zwei fest verbundenen Sonden selbst. Letztere Methode dürfte vorzuziehen sein, weil hier die Sonden keinen Strom entnehmen und daher das Strömungsfeld am wenigsten verändern. Selbstverständlich wird man zur Beseitigung gerichteter Fehler die Messung spiegelbildlich wiederholen, wie dieses in Bild 8 links angedeutet ist.

Zur Berechnung des maximalen Spannungsgradienten wären dann die Ladungsmengen auf den drei Leitern so zu verteilen, daß die die Oberfläche des untersuchten Leiters darstellende Äquipotentiallinie vom Strahl α_{max} senkrecht geschnitten wird und daß im übrigen die Leiteroberflächen möglichst genau durch Äquipotentiallinien von einem dem augenblicklichen Phasenzustande entsprechenden Potential angenähert werden.

6. Zusammenfassung. Die Untersuchung des maximalen Spannungsgradienten in normal verseilten Dreileiterkabeln führt unter einer die jeweils bedeutungsvolle Phasenlage berücksichtigenden Annahme über die Ladungsverteilung auf dem betrachteten Leiter zu einer einfachen Formel von allgemeiner Gültigkeit. Die bisher bekannten Formeln erweisen sich zum Teil als Grenzfälle der neuen Formel. Es wird auf eine Möglichkeit einer teilweise experimentellen Nachprüfung hingewiesen.

[1] Estorff, ETZ **1916**, S. **60**, **1918**, S. **53**. — Vgl. auch Fock, Malyschew u. Walther Arch. f. Elektrot. Bd. **19**, S. **463**, **1928**.

Digitized by Google

Unabhängigkeit der Funkenkonstante vom Luftdrucke.

Von

Kurt May.

Übersicht.

Ältere Arbeiten von Toepler[1] ergaben den Wert der Funkenkonstante im Bereiche von einer Atmosphäre bis fünf Atmosphären als unabhängig vom Drucke. Diese Messungen erscheinen wegen der Unsicherheit der angewandten Bestimmungsmethode, Einhüllende der Querspannungen von Wanderwellen mit Reflexion am offenen Doppelleitungsende, nicht ganz einwandfrei[2]. Bei nachstehenden Messungen wurde daher in bekannter Weise[3] die Funkenkonstante aus dem Spannungsmaximum neben einem Ohmschen Widerstande W, vgl. Bild 1, ermittelt. Es wird zunächst diese Anordnung geschildert (Abschnitt 1). Die zitierten älteren Messungen zur Bestimmung der Funkenkonstante k bei Atmosphärendruck nach dieser Methode werden von einem neuen Gesichtspunkte aus verwertet (Abschnitt 2). Neuere Messungen von k im Bereiche von einer Atmosphäre bis $^1/_{10}$ Atmosphäre werden mitgeteilt (Abschnitt 3). Der Wert von k bleibt auch in diesem Druckbereiche ungeändert und beträgt rund $0{,}15 \cdot 10^{-3}$.

I. Versuchsanordnung (Bild 1).

Es bedeutet:

G den Rezipienten: zwei Glasglocken mit 1 cm breiter Schliffläche des Berührungskreises, je 30 cm hoch, 15 cm Basisdurchmesser. Im Rezipienten 55 cm langer zwölfsprossiger Käfig von 12 cm Durchmesser, geerdet; zentral in ihm:

F Zündfunkenstrecke mit Messingkugeln von je 4 cm (1,6 cm) Durchmesser.

F_a Funkenstrecke zur Messung der Entladungspannung P_F am Funken.

$C\,C$ Zwei Kapazitäten: belegte Glasplatten von je 3600 cm Kapazität.

F' Funkenstrecke mit Kugeln von je 4 cm Durchmesser mit Mikrometerschraube M.

W Glasrohr, Vförmig geknickt, mit $CuSO_4$-Lösung gefüllt.

B Gleichstrombogenlampe zur Belichtung von F'.

H Verschlußhahn.

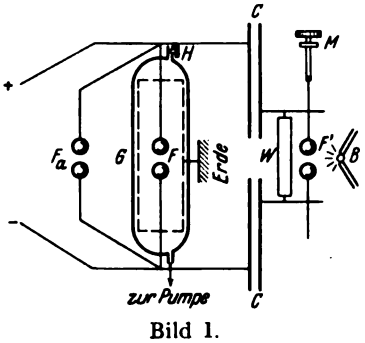


Bild 1.

Alle Verbindungen bestanden aus Messingrohr von 0,6 cm Durchmesser. Als Stromquelle diente ein Transformator mit Glühventilen in Greinacherschaltung. Evakuiert wurde mit einer Ölrotationspumpe; die Drucke wurden sowohl mit einem offenen wie mit einem geschlossenen Quecksilbermanometer von U-Gestalt gemessen.

II. Bemerkung zu den älteren Messungen von k nach Bild 1.

A. Belichtung:

Die Funkenspannung P_F bei F ist von der Belichtung unabhängig, da die Spannung jeweils nur langsam gesteigert wurde (höchstens ein Funken in der Sekunde). Versuche mit wechselnder Belichtung vor Einschließung in den Rezipienten bestätigten dies.

[1] M. Toepler, ETZ 1924, S. 1049.
[2] Vgl. Referate von M. Toepler, ETZ 1927, S. 1891/92.
[3] M. Toepler, Arch. f. Elektrot. Bd. XVII (1926), S. 61; Bd. XVIII (1927), S. 551.

Digitized by Google

Tabelle I.

Messingkugeln von 10 cm Durchmesser bei F u. F'.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
C in cm		4500			4500			4500			4500		
W in Ohm		500			220			100			20		
F in cm	kV n. Peek	F' in cm	kV n. Peek	$k \cdot 10^3$	F'	kV	$k \cdot 10^3$	F'	kV	$k \cdot 10^3$	F'	kV	$k \cdot 10^3$
0,5	16,5	0,48	16,0	*0,010	0,43	15,5	*0,017	0,38	13,0	*0,048	0,21	7,5	*0,110
1,0	32,0	0,87	28,0	0,155	0,80	25,8	0,166	0,73	23,7	0,135	0,42	14,0	0,127
1,5	46,8	1,31	40,8	0,160	1,21	38,3	0,132	1,06	34,0	0,146	0,67	21,8	0,112
2,0	60,5	1,73	53,0	0,147	1,61	49,8	0,130	1,36	42,2	0,170	0,85	27,8	0,110
2,5	73,3	2,17	65,2	0,112	1,93	58,7	0,160	1,61	49,8	0,188	0,99	31,7	0,118
3,0	85,5	2,63	76,8	0,093	2,38	70,5	0,120	1,96	59,5	0,165	1,14	46,5	0,074
			Mittel:	0,133		Mittel:	0,142		Mittel:	0,161		Mittel:	0,108

Tabelle II.

Messingkugeln von 10 cm Durchmesser bei F u. 3 cm Durchmesser bei F'.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
C in cm		4500			4500			4500			4500		
W in Ohm		500			220			100			20		
F in cm	kV n. Peek	F' in cm	kV n. Peek	$k \cdot 10^3$	F'	kV	$k \cdot 10^3$	F'	kV	$k \cdot 10^3$	F'	kV	$k \cdot 10^3$
0,5	16,5	0,47	16,3	*0,002	—	—	—	0,34	12,0	0,153	0,21	7,5	0,123
1,0	32,0	0,97	31,5	*0,002	—	—	—	0,70	23,7	0,135	0,43	15,8	0,103
1,5	46,8	1,42	43,5	*0,048	—	—	—	1,05	33,8	0,151	0,67	27,9	0,110
2,0	60,5	1,91	53,0	0,109	—	—	—	1,31	40,5	0,207	0,85	28,0	0,109
2,5	73,3	2,49	65,0	0,118	—	—	—	1,70	50,0	0,185	0,98	31,7	0,118
3,0	85,5	3,17	75,0	0,134	—	—	—	2,13	58,5	0,178	1,14	36,0	0,120
			Mittel:	0,120					Mittel:	0,175		Mittel:	0,114

* Bei der Mittelbildung nicht berücksichtigt.

Digitized by Google

Tabelle III.

Messingkugeln von 4 cm Durchmesser bei F u. F'.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
W in Ohm			485			204			125			50						
p in mm Hg	F in cm	P_F(kV) beob.	F' in cm	$\overline{F'}$ in cm	$k \cdot 10^3$	F'	$\overline{F'}$	$k \cdot 10^3$	F'	$\overline{F'}$	$k \cdot 10^3$	F'	F'	$k \cdot 10^3$	b in mm Hg	t in °C	$\frac{\Delta k}{k}$	$\overline{k} \cdot 10^3$
431.5	1,00	20,1	0,44—0,46	0,45	0,223	0,38—0,42	0,40	0,188	0,34—0,39	0,36	0,174	0,24—0 27	0,26	0,144	744,5	20,6	—2 %	0,146
194 5	1,00	9,4	0,16—0,18	0,17	0,281	0,14—0,16	0,15	0,200	0,12—0.15	0,13	0,159	0,08--0,10	0,09	0,106	743,5	20,7	—2,6 %	0,150

Tabelle IV.

Messingkugeln von 1,6 cm Durchmesser bei F und von 4 cm Durchmesser bei F'.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
W in Ohm			498			220			136			112						
p in mm Hg	F in cm	kV beob.	F' in cm	$\overline{F'}$ in cm	$k \cdot 10^3$	F'	$\overline{F'}$	$k \cdot 10^3$	F'	$\overline{F'}$	$k \cdot 10^3$	F'	$\overline{F'}$	$k \cdot 10^3$	b in mm Hg	t in °C	$\frac{\Delta k}{k}$	$\overline{k} \cdot 10^3$
748,5	1,62	43,1	1,18—1,20	1,19	0,105	1,04—1,09	1,06	0,130	0,95—0,99	0,97	0,128	0,68—0,74	0,71	0,292	748,5	17,2	—0,7 %	0,153
152,0	1,62	8,8	0,15—0,17	0,16	0,202	0,13	0,13	0,142	0,10—0,12	0,11	0 119	—	—	—	748,5	17,2	—0,7 %	0,144
53,0	1,62	2,5	0,01	0,01	0,298	0,01	0,01	0,132	0,01	0,01	0,083	0,01	0,01	0,067	748,5	17,2	—0,7 %	0,135

Digitized by Google

Bei den angeführten älteren Messungen war eine besondere Belichtung von F' nicht notwendig, da Versuche ergeben hatten, daß bei dem geringen Abstande zwischen F und F' (etwa 50 cm) die Belichtung von F' durch die freistehende Zündfunkenstrecke F den Verzug beseitigt. Bei vorliegenden Messungen betrug der Abstand zwischen F und F' 55 cm. Versuche vor Einbau von F in den Rezipienten zeigten, daß auch jetzt die direkte Belichtung des Funkens F' durch den Funken F ebenso stark, zum Teil noch stärker wirkte als die Belichtung von F' durch eine Bogenlampe von 4—6 Amp. in 15 cm Entfernung. Da nach Einbau in den Rezipienten die wirksame Strahlung von F fortfällt, mußte bei den vorliegenden Messungen F' besonders belichtet werden.

B. Art der Funkenbildung bei F':

Nach Versuchen, die gelegentlich der Normung der Funkenbildung zwischen 2-cm-Kugeln zur Spannungsmessung ausgeführt wurden, dürfte zwischen Kugeln bis zu diesem Durchmesser hinab und für Schlagweiten bis zum Kugeldurchmesser hinauf die Funkenbildung stets aus der Anfangspannung heraus erfolgen. Vorausgesetzt ist, daß allzu starkes Sprühen von Drähten, von Leiterteilen in der Nähe des Schlagraumes und dgl. fehlt. Hiernach ist anzunehmen, daß sowohl bei den zitierten wie bei den vorliegenden Messungen die Funkenspannung gleich der Anfangspannung gewesen ist.

Die im Arch. f. Elektrotechnik Bd. 17 (1926) auf S. 67 angegebene, mittels Vorschaltfunkens beobachtete Senkung der Funkenspannung kann also im vorliegenden Meßbereiche nicht auf einem Übergange von Glimmgrenzspannung zu Anfangspannung beruhen. Es ist vielmehr anzunehmen, daß diese Senkung nur durch kurze Wanderwellen vorgetäuscht wird, die vom Vorschaltfunken ausgelöst werden und sich der Spannung an den Funkenelektroden überlagern.

C. Umgerechnete Werte von k:

Nimmt man nach Vorangehendem als Anfangspannung die Werte der Peekschen Formel und legt die im Arch. f. Elektrotechnik Bd. 17 (1926), Tabelle 1 und 2, S. 66 mitgeteilten Meßdaten einer Neuberechnung zugrunde, so erhält man die beiden nachstehenden Tabellen I und II.[1]

Als Mittelwert der wahren Funkenkonstante k bei Atmosphärendruck ergibt sich hiernach rund $0{,}14 \cdot 10^{-3}$.

III. Funkenkonstante und Gasdruck.

Unter der Annahme, daß die Funkenbildung bei F' aus der Anfangspannung heraus erfolgt, hatte sich im Gegensatz zu früheren Messungen Toeplers für k der bedeutend kleinere Wert $0{,}14 \cdot 10^{-3}$ ergeben (siehe Abschnitt 2 C). Die nachstehenden Messungen, die von mir mit der Versuchsanordnung nach Bild 1 vorgenommen und Anfang August vorigen Jahres abgeschlossen wurden, sollten dazu dienen, das neue Ergebnis zu prüfen, gleichzeitig aber über die Abhängigkeit der Funkenkonstante vom Luftdrucke bis zu $^1/_{10}$ Atmosphäre hinab Aufklärung zu geben.

Die Meßwerte und die aus ihnen errechneten Werte für k sind in Tabelle III und IV zusammengestellt.

Spalte 1 enthält die Werte des Druckes im Innern des Rezipienten, Spalte 16 die Werte des Druckes im Versuchsraum, Spalte 17 die zugehörigen Temperaturwerte. Die auf Grund von Spalte 16 und 17 für k sich ergebenden Korrekturen sind in Spalte 18 aufgeführt. Spalte 19 enthält den korrigierten Mittelwert von k. Die Bedeutung der übrigen Spalten geht aus Tabelle I und II ohne weiteres hervor.

Die wahre Funkenkonstante erweist sich also auch im Druckbereiche von einer Atmosphäre bis $^1/_{10}$ Atmosphäre innerhalb der Versuchsunsicherheit als unabhängig vom Luftdrucke. Ihr Wert beträgt im Mittel rund $0{,}15 \cdot 10^{-3}$.

Herrn Prof. Toepler an dieser Stelle Dank für Anregung zu dieser Arbeit und fördernden Ratschlag!

[1] Die Bedeutung der einzelnen Spalten ist, soweit nicht unmittelbar klar, l. c. angegeben.

Digitized by Google

Eine neue Schaltung zur Erzeugung von Schwingungen mit linearem Spannungsverlauf.

Von

G. Frühauf, Dresden.

Für viele Zwecke der Meßtechnik, insbesondere für Untersuchungen mit dem Braunschen Rohr, ist es zweckmäßig, eine Spannung mit dreieckiger Kurvenform zur Verfügung zu haben (Bild 1). Vor der gewöhnlichen sinusförmigen Wechselspannung hat sie bekanntlich den Vorzug, den zu untersuchenden Vorgang unverzerrt wiederzugeben, so daß auf dem Leuchtschirm der Kathodenstrahlröhre das Bild direkt in rechtwinkligen Koordinaten erscheint.

Eine Schaltung zur Erzeugung einer derartigen Dreieckspannung hat u. a. schon Rogowski[1] angegeben. Sie beruht auf der künstlichen Verzerrung einer gegebenen sinusförmigen Spannung durch Aufladen eines Kondensators über zwei entgegengesetzt parallel geschaltete Ventilröhren, die während eines großen Teiles einer Halbperiode im Sättigungsgebiet arbeiten. Die Schaltung weist demnach folgende Merkmale auf:

1. Die Einstellung einer beliebigen Frequenz ist von dem Vorhandensein einer Wechselstromquelle der gleichen Frequenz abhängig.

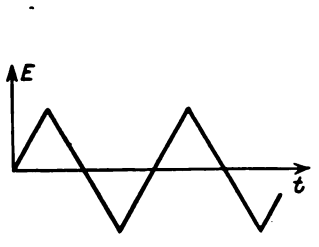


Bild 1. Gleichschenklige Dreieckschwingung.

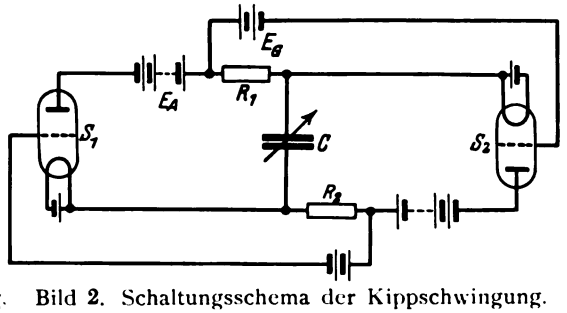


Bild 2. Schaltungsschema der Kippschwingung.

2. Anodenspannung, Ventilheizung und Kondensator müssen in einem ganz bestimmten Größenverhältnis zueinander stehen, wenn eine gute Dreieckspannung erzielt werden soll.

3. Wegen des Nulldurchganges der Anodenwechselspannung kann der Übergang von Lade- zu Entladestrom nur allmählich vor sich gehen, wenn man nicht die Spannung überaus hoch wählen will.

Es liegt der Gedanke nahe, die Ladung und Entladung des Kondensators automatisch zu steuern, so daß die Wechselspannungsquelle wegfallen kann und die Frequenz der Dreieckschwingung frei wählbar wird. Eine solche Schaltung, die ihrer Natur nach auch die unter 2. und 3. angeführten Nachteile vermeidet, zeigt Bild 2. Der Kondensator C wird zunächst mit dem Sättigungstrom der Röhre S_1 über den Ohmschen Widerstand R_1 geladen, so daß an diesem ein Spannungsabfall entsteht, welcher zwischen Gitter und Heizfaden der Röhre S_2 gelegt, diese für jeden Stromdurchgang sperrt. Es fließt somit durch R_2 ($R_2 = R_1$) kein Strom, so daß das Gitter von S_1 nur die konstante Gittervorspannung E_g besitzt.

Nähert sich nun während des Aufladens die Spannung an C der Batteriespannung E_A, so gibt S_1 nicht mehr den vollen Sättigungstrom her. Damit steigt aber die bisher negative Gitterspannung von S_2 an und es beginnt ein Strom aus S_2 durch

[1] Arch. f. Elektrot. Bd. 9, S. 115 ff.

Digitized by Google

R_2 zu fließen. Dieser macht seinerseits durch seinen Ohmschen Abfall in R_2 das Gitter von S_1 negativ und unterdrückt dadurch I_1. Kreis 1 ist also stromlos geworden und der Kondensator entlädt sich über S_2, lädt sich weiterhin entgegengesetzt auf, bis das Spiel von neuem beginnt.

Der Übergang von Ladung zu Entladung vollzieht sich nun außerordentlich schnell in Form eines Kippvorganges. Daher sind die Umkehrpunkte der Dreieckspannung besonders scharf ausgeprägt, wie Bild 3 zeigt. In diesem mit dem Schleifenoszillographen aufgenommenen Diagramm ist Kurve $\mathfrak{J}_{A1}$ der Anodenstrom von S_1, Kurve E die Kondensatorspannung. Die Nullinie für $\mathfrak{J}_{A1}$ liegt im Zuge der unteren wagerechten Kurvenstücke, bei E geht sie durch die Halbierungspunkte der Zickzackseiten. Die Stromspitzen der Kurve $\mathfrak{J}_{A1}$ rühren von der Trägheit der Oszillographenschleife her, der Strom selbst ist während seines Bestehens gut konstant, was natürlich in hohem Maße von der Form der Kennlinie der Verstärkerröhre abhängt.

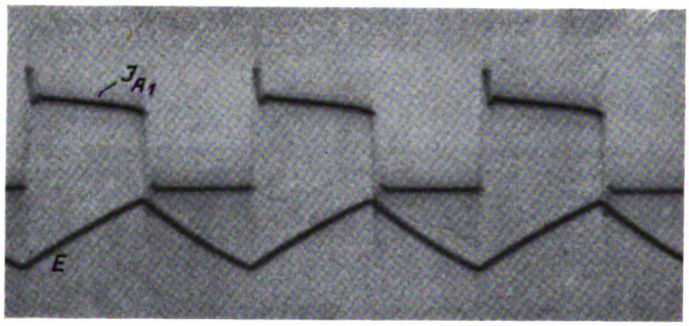


Bild 3. Emissionsstrom und Kondensatorspannung.

Für die Versuche wurden zwei gleiche Schott-Rohre mit einem Durchgriff von $D = 4\%$ benutzt. Die übrigen Daten des Bild 3 zugrunde liegenden Versuches sind:

$E_A = 180$ Volt
$E_g = +12$ Volt
$I_s = 2{,}0$ mAmp.
$R_1 = R_2 = 15000$ Ohm.
$C = 0{,}213\ \mu$F

Wegen des beträchtlichen Gitterstromes betrug der eigentliche Aufladestrom im Mittel nur $I_1 = I_2 = 1{,}7$ Milliamp. Die Frequenz wurde absichtlich niedrig gewählt, um mit dem Schleifenoszillographen recht deutliche Bilder zu erhalten. Sie läßt sich für das vorliegende Beispiel errechnen aus:

$$f = \frac{1}{2} \cdot \frac{I_1}{E_A \cdot C} = \frac{1{,}7 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 180 \cdot 0{,}213 \cdot 10^{-6}} = 22{,}2 \text{ Hertz},$$

Der Wert stimmt genau mit dem aus der Drehzahl der Filmtrommel errechneten überein. Zu beachten ist, daß E_A nur einfach eingesetzt wird, obwohl stets eine Umladung von $+E_A$ auf $-E_A$ zu erwarten wäre. Tatsächlich zeigt es sich jedoch, daß der Kondensator ziemlich genau nur von $+\frac{E_A}{2}$ auf $-\frac{E_A}{2}$ umgeladen wird. Dies entspricht einer Ausnutzung der Batteriespannung von 50%.

Durch Änderung von C (Drehkondensator) kann f beliebig reguliert werden, wobei die Form der Spannungskurve bis etwa $f = 100\,000$ He praktisch unverändert dreieckförmig bleibt. Darüber hinaus spielt die Induktivität der beiden Kreise und die Kapazität über den Widerständen R_1 und R_2 schon eine Rolle, so daß die Dreieckspitzen abgeflacht werden und die Spannungskurve bei wesentlich höheren Frequenzen sich allmählich der Sinusform nähert.

Für eine symmetrische Spannungskurve muß die Heizung der beiden Röhren genau gleich gemacht werden, was am besten durch direkte Vergleichung der Sättigungsströme $I_1 = I_2$ erreicht wird. Bei ungleicher Heizung erhält man ungleiche Auf- und Entladezeiten, also eine ungleichschenklige Spannungskurve.

Die Bedingungsgleichungen und Grenzfälle dieser theoretisch recht interessanten Kippschaltung hat W. Reichardt[1] abgeleitet, dem ich auch für die Herstellung der zahlreichen Oszillogramme zu Dank verpflichtet bin.

[1] Diss. Dresden, noch nicht erschienen.

Digitized by Google

Über „Kippvorgänge" bei Funkenentladungen.

Von

F. Kirschstein.

(Mitteilung aus dem „Elektrotechnischen Laboratorium" der Techn. Hochschule Charlottenburg.)

Im „Arch. f. Elektrotechnik Bd. 20, H. 1 berichten Rogowski und Tamm über einen Schwingungsvorgang, der bei der Untersuchung von Funkenentladungen mit Hilfe des Kathodenstrahlenoszillographen gefunden wurde. Die zur Klärung der Vorgänge angestellten, experimentellen Untersuchungen werden eingehend beschrieben, ohne daß eine eigentliche Erklärung für die beobachteten Erscheinungen gegeben wird.

Im folgenden wird eine theoretische Ableitung der Vorgänge versucht, wobei von der Annahme ausgegangen wird, daß die Funkenentladung in ihrem zweiten Teil — unmittelbar nach dem ersten Spannungszusammenbruch — beherrscht wird

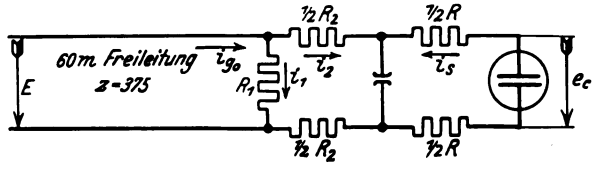


Bild 1.

durch eine normale Lichtbogencharakteristik. Die betreffende, anzunehmende Charakteristik wird aus den vorliegenden Funkenoszillogrammen zahlenmäßig abgeleitet und die Übereinstimmung der sich ergebenden Folgerungen mit dem experimentellen Befund nachgewiesen.

Die bei den erwähnten Versuchen benutzte Schaltung ist die von Bild 1. Eine unendlich lange, rechteckige Wanderwelle durchläuft von links her eine 60 m lange Freileitung und erzeugt eine Stoßbeanspruchung der Plattenfunkenstrecke. Der Spannungsverlauf an den Ablenkungsplatten des Kathodenstrahlenoszillographen

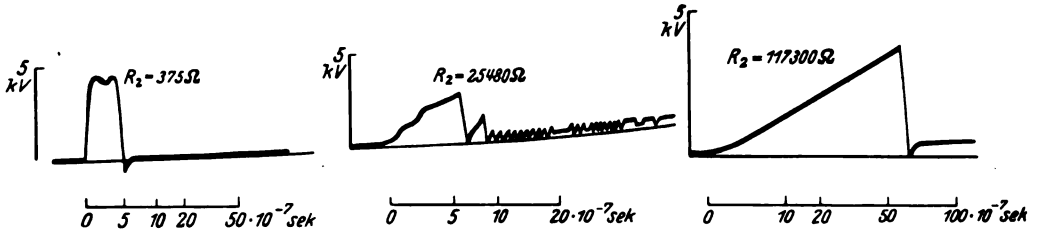


Bild 2.

während des Durchschlags wurde photographiert und insbesondere der Einfluß untersucht, den der Widerstand R_2 auf die Vorgänge ausübt. Wir stellen zunächst 3 entsprechende Oszillogramme mit den zugehörigen Widerstandswerten R_2 zusammen (Bild 2). Man erkennt: Bei kleinem R_2 ist der Spannungszusammenbruch ein völliger, die Spannung bleibt nach dem Durchschlag dauernd praktisch 0. Bei größer werdendem R_2 (von etwa 8000 Ω an) setzt ein eigentümlich eckiger Schwingungsvorgang ein, der sich zwischen einer Minimal- und Maximalspannung von etwa 50 und 350 Volt abspielt, und schließlich — bei sehr hohen Werten von R_2 — tritt wieder ein stabiler Zustand ein, wobei aber nun die Funkenspannung dauernd den Wert behält, den die vorangegangenen Schwingungen maximal erreichten.

Digitized by Google

Der charakteristische Verlauf der fraglichen Schwingungen legt sofort die Vermutung nahe, daß es sich um „Kipp"-Vorgänge handelt, d. h. Schwingungsvorgänge, an denen wesentlich nur ein Energiespeicher — Spule oder Kapazität — beteiligt ist, und die eingehend zuletzt in einer Arbeit von E. Friedländer „Über Kippschwingungen, insbesondere bei Elektronenröhren" (Dissertation Berlin 1926) behandelt wurden. — In der Tat gelingt es leicht, in der gezeichneten Versuchsanordnung einen „kippfähigen" Schwingungskreis herauszufinden.

Wir wollen, um das unmittelbar einleuchtend zu machen, von einer scheinbar ziemlich fernliegenden Schaltung, nämlich der des Lichtbogensenders ausgehen.

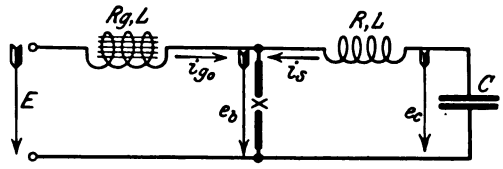


Bild 3.

Bild 3 zeigt die bekannte Schaltung, die wir auf zweifache Weise abändern wollen. Wir nehmen an, daß der Einfluß der speisenden Gleichstromseite links, mit der großen Induktivität L der Eisendrossel auf die raschen Vorgänge im eigentlichen Schwingungskreis (L, C) nur darin besteht, daß sie einen konstanten Gleichstrom i_{g_0} in den Lichtbogen liefert. Ferner denken wir uns aus dem eigentlichen Schwingungskreis die Spule L entfernt und ersetzt nur durch ihren Ohmschen Widerstand R. Damit erhalten wir die Anordnung von Bild 4, die — wie wir sogleich sehen werden — befähigt ist, Schwingungen zu erzeugen, die denjenigen in den gezeigten Funkenoszillogrammen außerordentlich ähnlich sind. — Um das einzusehen, denken wir uns für

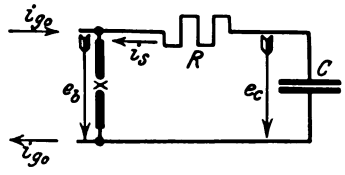


Bild 4.

einen Moment auch noch den Kondensator C aus der Schaltung (Bild 4) entfernt und ersetzt durch einen Spannungsteiler, mit dessen Hilfe eine veränderliche Gleichspannung an die Anordnung angelegt werden kann. Man erhält dann für jedes beliebig einzustellende e_c einen bestimmten Strom i_s und bekommt so eine Charakte-

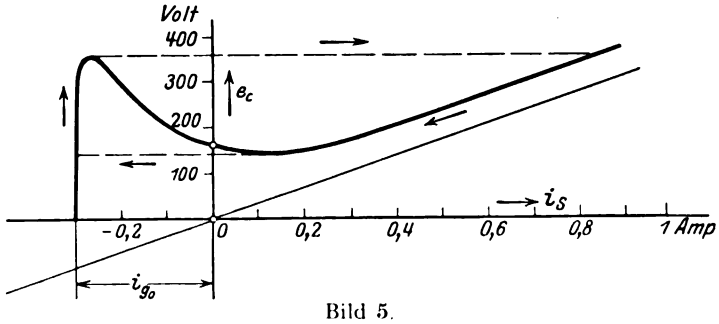


Bild 5.

ristik, wie sie in Bild 5 dargestellt ist. Es ist im wesentlichen die Lichtbogencharakteristik, die durch die Eigenart der Anordnung etwas deformiert und nach der Seite verschoben ist.

Digitized by Google

[Es gilt:

$$e_c = i_s R + e_b = i_s R + f(i_{g0} + i_s),$$

wobei für die Lichtbogencharakteristik: $f(i_{g0} + i_s)$ entsprechend dem voraufgegangenen Durchschlag ein „dynamischer" Verlauf mit dem allmählichen Anstieg zu der niedrigen Zündspannung, jedoch ohne ausgeprägte „Hysterese" angenommen wurde.]

Beachten wir nun, daß der Strom i_s beim Betrieb der eigentlichen Schaltung mit dem Kondensator C in jedem Moment den Ladestrom der Kapazität C darstellt, für welchen gilt: $i_s = -C\frac{de_c}{dt}$, so erkennt man unmittelbar, daß in der Anordnung unter den durch Bild 5 dargestellten Verhältnissen unbedingt dauernd ein Bewegungszustand erhalten bleiben muß. — Denken wir uns, der Strom-Spannungspunkt befinde sich zunächst auf dem linken, steigenden Ast der Charakteristik, dann ist hier i_s negativ, $\frac{de_c}{dt}$ also positiv, die Spannung e_c muß anwachsen und wir bewegen uns auf der Charakteristik mit ziemlich gleichbleibender Geschwindigkeit nach oben. Das geht so lange, bis das Maximum von e_c eine weitere, stetige Zustandsänderung

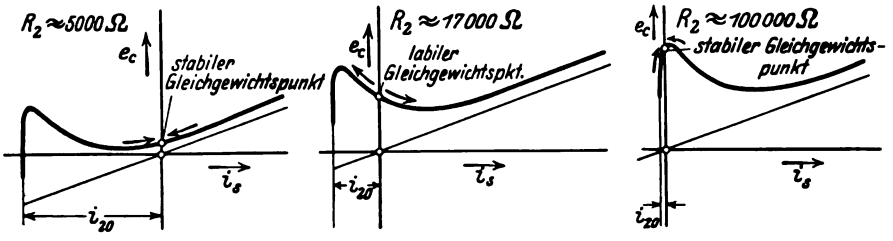


Bild 6.

unmöglich macht. Der Strom i_s verlangt hier eine weitere Zunahme von e_c, die Charakteristik schließt diese aus. Die Folge ist, daß die Anordnung auf den gegenüberliegenden Ast der Charakteristik zu positiven Werten von i_s hinüber„kippt". Es ist das der bekannte Vorgang, auf dem auch die „Blinkschaltung" der Glimmlampe beruht und der wesentlich bedingt wird durch die Forderung nach einer stetigen Änderung des Energieinhalts im System $\left(\frac{1}{2} C e_c^2\right)$. — Ist der Strom-Spannungspunkt auf dem rechten Ast der Charakteristik angekommen, so ist nunmehr i_s positiv, e_c nimmt wieder ab. Wir durchlaufen den rechten Ast der Charakteristik, bis an deren tiefstem Punkt wieder eine Unstetigkeit auftritt, der Betriebspunkt auf den linken Ast zurückkippt usf. — Es ergibt sich ein zeitlicher Verlauf von e_c, der genau dem in Oszillogramm (2) Bild 2 entspricht.

Vergleichen wir jetzt Bild 4 mit Bild 1, so ergibt sich eine fast völlige Übereinstimmung. Faßt man die Kapazität der Ablenkungsplatten des Kathodenstrahlenoszillographs als wirksame Kapazität C auf und beachtet, daß der Einfluß der langen Freileitung auf die Widerstandskombination rechts während der außerordentlich raschen Vorgänge im Kapazitätskreis auch nur in der Lieferung eines konstanten Gleichstroms i_{g0} bestehen kann, so ergibt sich, daß auch die Versuchsanordnung mit dem Kathodenstrahlenoszillograph befähigt sein muß, Kippschwingungen zu erzeugen. [Die Widerstände R_1 und R_2 ändern daran nichts. Untersucht man unter der Annahme $i_{g0} = \text{konst.}$ die Abhängigkeit $i_2 = f(i_s)$, so ergibt sich praktisch: $i_2 = \text{konst.} = i_{20}$, wie auch unmittelbar einleuchtet, da die pulsierende Funkenspannung gegenüber der großen Gleichspannung $E = 5000$ Volt nicht nennenswert ins Gewicht fällt.]

Eine weitgehende Bestätigung für die Richtigkeit unserer Anschauungen — zunächst rein qualitativ — liefern die Versuche selbst. Der Gleichstrom i_{20} kann

Digitized by Google

angenähert berechnet werden nach der Beziehung $i_{20} = \frac{E}{R_2}$ und damit erhalten wir für die 3 den Oszillogrammen von Bild 2 entsprechenden Werte R_2, die 3 in Bild 6 zusammengestellten „Kippcharakteristiken". Man sieht, wie mit wachsendem R_2, d. h. abnehmendem i_{20} der Schnittpunkt der sich sonst gleichbleibenden Charakteristik mit der e_c-Achse $\left(\text{d. i. der Gleichgewichtspunkt der Anordnung mit } \frac{d\,e_c}{dt} = 0\right)$ von dem rechten, steigenden Ast der Charakteristik, allmählich auf den fallenden mittleren Teil und schließlich wieder auf den linken, steigenden Ast der Charakteristik gerät. Das ist, wie man ohne weiteres einsieht, gleichbedeutend mit dem Übergang von einem stabilen Betriebszustand mit einer kleinen Ruhespannung e_{c0} über einen labilen, mit periodisch pulsierendem e_c, wieder zu einem stabilen, mit nunmehr großer Ruhespannung $e_{c0} = e_z$ (Zündspannung des Lichtbogens!).

Auch quantitativ kann der zeitliche Verlauf der Spannung e_c in den verschiedenen Oszillogrammen mit guter Annäherung abgeleitet werden unter Annahme einer Charakteristik nach Bild 5, für die dann die eingetragenen Zahlenwerte anzunehmen wären. Als einzige Schwierigkeit ergibt sich dabei, daß der experimentell gefundenen Frequenz der Schwingungen nach einer (sehr rohen) Überschlagsrechnung eine wirksame Kapazität C von etwa 50—100 $\mu\mu$ F entsprechen müßte, d. h. ein Wert, der für die Ablenkungsplatten allein viel zu hoch liegt. Indessen sind einerseits die Maßstäbe der benutzten Oszillogramme so klein, daß eine einigermaßen exakte Rechnung unmöglich ist, andererseits muß sich bei derart raschen Vorgängen der kleinste in dem schematischen Schaltbild 4 nicht miterfaßte Energiespeicher bei der Rechnung als erhebliche Fehlerquelle auswirken.

Hinsichtlich der Folgerungen, die sich aus den hier entwickelten Anschauungen für die Vorstellungen von der Bewegung der Elektronen und Ionen während des Durchschlags ergeben, muß auf den Aufsatz von Rogowski in dem bereits erwähnten Heft des „Archivs" verwiesen werden. Der einwandfreien Aufklärung bedarf insbesondere die Frage, wie sich in der kurzen Zeit des eigentlichen Spannungszusammenbruchs der für das Auftreten einer Bogenentladung notwendige „Kathodenfall" ausbilden kann. — Denkbar ist jedenfalls, daß ein Untersuchungsverfahren, das aus den Funkenoszillogrammen rückwärts die zugrunde liegenden Charakteristiken zu ermitteln sucht, mit zur Klärung des Durchschlagsvorgangs beitragen kann.

Digitized by Google

Über die Frequenzabhängigkeit von Verstärkertransformatoren.

Von

K. Matthies und **G. Ganswindt.**

(Mitteilung aus den Laboratorien der Telefunken-Gesellschaft, Berlin).

Im folgenden sollen einige Eigenschaften von Verstärkertransformatoren betrachtet werden in ihrer Abhängigkeit von der Frequenz. Um die Erscheinungen hier vollständig zu erfassen, ist es nötig, die Untersuchungen in einem Bereich von 50 bis 15000 Hertz vorzunehmen. Bekanntlich ist die Unveränderlichkeit eines Tonkomplexes in bezug auf unser Gehörorgan bedingt durch die Konstanz der Verhältnisse der Partialtöne; auf die Phasenverschiebung der Töne gegeneinander kommt es nicht an. Unser Interesse richtet sich daher auf das Verhältnis von Eingangs- und Ausgangsspannung, und die graphische Darstellung des funktionalen Zusammenhanges dieses Verhältnisses mit der Frequenz nennen wir die Frequenzkurve des Trans-

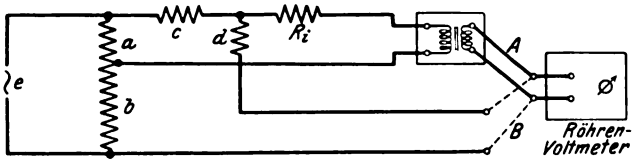


Bild 1.

formators. Dabei ist zu beachten, daß bei der Eingangsspannung nicht die Klemmenspannung als Bezugsgröße zu wählen ist, sondern die EMK, da man sonst infolge des inneren Widerstandes (Quellenwiderstand) derselben ein gänzlich gefälschtes Resultat erhalten würde.

Die nachfolgenden Untersuchungen wurden mit einem kleinen Tonsender von etwa 1 Watt Nutzleistung ausgeführt[1]. Ein bzw. zwei Siebkreise ermöglichten eine sinusförmige Form der Meßspannung. Die Methode, nach der gemessen wurde, ist im Prinzip in Bild 1 dargestellt.

Die Kombination der Widerstände a, b, c, d wird so getroffen, daß man im Röhrenvoltmeter sowohl in Stellung A (mit Verstärkung), als auch in Stellung B (ohne Verstärkung) denselben Ausschlag erhält. Dann läßt sich die Verstärkungsziffer des Apparates, bezogen auf die EMK, leicht aus den Widerständen a, b, c, d finden. Die Messungen selbst sind also sehr einfach; sie erfordern nur einen sehr sorgfältigen Aufbau, die Verwendung von weitgehend induktions- und kapazitätsfreien Widerständen und Verhinderung von ungewollten kapazitiven Belastungs- oder Kopplungseffekten. Die untersuchten Transformatoren hatten einen Eisenkern, bei dem der Einfluß der Stoßfugen infolge der besonderen Form auf ein Minimum herabgesetzt war. Es wurde normales technisches Transformatoreneisen mittlerer Güte verwendet in einer Stärke von 0,35 mm. Die elektrischen Daten der Wicklungen, soweit sie durch das Eisen bedingt sind, zeigten daher eine merkliche Amplituden- und Frequenzabhängigkeit und ferner spielte die Vorgeschichte des Eisens eine gewisse Rolle. Messungen der vorliegenden Art müssen also bei gleichbleibender Magnetisierung ausgeführt werden. Es liegt nicht im Rahmen dieser Arbeit, auf diese Dinge näher einzugehen. Bemerkt sei lediglich noch, daß die Eisenverluste r_v in Abhängigkeit von der Frequenz ν sehr weitgehend die bekannte Beziehung $r_v = m\nu + p\nu^2$ erfüllen, worin m und p Konstante sind.

[1] Siehe auch Zenneck-Rukop, S. 763 ff.

Digitized by Google

Wir beginnen unsere eigentlichen Betrachtungen mit einer kurzen Bemerkung über die Transformatorgleichungen[1]. Diese lauten ohne Berücksichtigung der Eisenverluste für stationäre Zustände, die uns in dieser Arbeit allein interessieren:

$$\left.\begin{aligned} e &= (r_1 + r_i)\, i_1 + j\omega L_1 i_1 + j\omega M i_2 \\ -e_2 &= r_2 i_2 + j\omega L_2 i_2 + j\omega M i_1 \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Die Bedeutung der einzelnen Größen dürfte ohne weiteres klar sein. Man kann diesen Gleichungen eine Form geben, die eine äußerst anschauliche Interpretation gestattet. Wir brauchen zu diesem Zwecke nur eine Größe einzuführen, die der zeitlichen Ableitung der MMK des resultierenden Gesamtmagnetfeldes oder besser den auf die primäre bzw. sekundäre Seite reduzierten Ausdruck dieser Größe proportional ist. Zu diesem Zwecke subtrahieren und addieren wir in dem Gleichungssystem 1 in der ersten Gleichung $j\omega \frac{M}{n} i_1$ und in der zweiten $j\omega \frac{M}{n}(n i_2)$ und fassen dann wie folgt zusammen[2]:

$$\left.\begin{aligned} e &= (r_1 + r_i)\, i_1 + j\omega \left(L_1 - \frac{M}{n}\right) i_1 + j\omega \frac{M}{n}(n i_2 + i_1) \\ -\frac{e_2}{n} &= \frac{r_2}{n^2}(n i_2) + j\omega \left(\frac{L_2}{n^2} - \frac{M}{n}\right)(n i_2) + j\omega \frac{M}{n}(n i_2 + i_2) \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

n ist das Übersetzungsverhältnis

$$n = \frac{z_2}{z_1}.$$

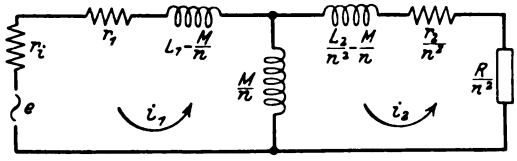


Bild 2.

Es ist ohne weiteres klar, daß dieses Gleichungssystem einer Konfiguration von elektrischen Größen äquivalent ist, wie sie Bild 2 zur Darstellung bringt. Beim Eisentransformator haben wir in erster Näherung infolge der Struktur der einzelnen Spulenfelder:

$$n L_1 \simeq M \simeq \frac{L_2}{n}. \quad (3)$$

Daraus folgt, daß die Größen $L_1 - \frac{M}{n}$ und $\frac{L_2}{n^2} - \frac{M}{n}$ sehr kleine Größen sind im Vergleich zu den Induktivitätsgrößen des Transformators. Man nennt sie die Streuinduktivitäten des Transformators. Ihre Summe würde die von der primären Seite aus gesehene Gesamtstreuung ergeben, deren genauerer Wert $L_{sp} = L_1 (1 - K^2)$ ist, worin $K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$ den Kopplungsfaktor bedeutet. Alle sekundären Widerstandsgrößen erscheinen auf der primären Seite durch n^2 dividiert.

Das in Bild 2 gegebene sog. primäre Ersatzbild ist ein Serienschema oder ein Schaltelement erster Art entsprechend den Gleichungen (1), die nur die mathematische Formulierung des Satzes von der Umlaufspannung darstellen. Man könnte ebensogut ein Parallelschema oder ein Schaltelement zweiter Art zugrunde legen, jedoch ist diese Betrachtungsweise im allgemeinen weniger üblich. Überdies läßt sich jeder Vektor als Serienkombination von Widerständen aufgefaßt leicht in seine Komponenten als Parallelkombination spalten. Man braucht zu diesem Zwecke in dem

[1] In etwas anderer Weise ist das Transformatorenproblem von H. Rukop dargestellt in der Telefunkenzeitung Nr. 48/49, S. 10.

[2] Vgl. Breisig, Theoretische Telegraphie, S. 250.

Digitized by Google

Endpunkt des Vektors nur eine Senkrechte zu errichten. Dieselbe schneidet auf der reellen und imaginären Achse die verlangten Größen ab. Die Richtigkeit dieses Satzes ist sofort evident, wenn man der Beweisführung den Satz von der Transformation mittels reziproker Radien zugrunde legt[1].

Wir haben die Eisenverluste bisher überhaupt nicht berücksichtigt. Man kann sie rein formal erfassen, ohne auf ihre physikalische Natur näher einzugehen, wenn man jeder Induktivitätsgröße noch eine Widerstandsgröße z. B. in Reihe zuordnet, also:

$$L_1 \ldots\ldots\ldots\ldots r_{v1}$$
$$M \ldots\ldots\ldots\ldots r_{vm}$$
$$L_2 \ldots\ldots\ldots\ldots r_{v2}.$$

Diese Größen würden analog den Relationen 3 zueinander in Beziehung stehen

$$n \cdot r_{v1} \backsimeq r_{vm} \backsimeq \frac{r_{v2}}{n}. \tag{4}$$

was in voller Übereinstimmung mit dem Experiment steht. Nach Einführung dieser Größen lauten die Transformatorgleichungen dann wie folgt:

$$\left.\begin{aligned} e &= (r_1 + r_i + r_{v1})\, i_1 + j\omega L_1 i_1 + (r_{vm} + j\omega M)\, i_2 \\ -e_2 &= (r_2 + r_{v2})\, i_2 + j\omega L_2 i_2 + (r_{vm} + j\omega M)\, i_1 \end{aligned}\right| \tag{5}$$

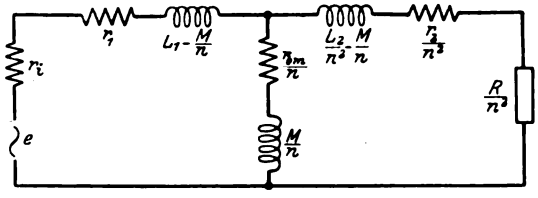


Bild 3.

Um zu einem Ersatzschema für dieses Gleichungssystem zu kommen, nehmen wir eine Umformung vor analog der bei den Gleichungen (1) ausgeführten. Das System (5) geht dann über in die Form:

$$\left.\begin{aligned} e &= (r_1 + r_i)\, i_1 + j\omega \left(L_1 - \frac{M}{n}\right) i_1 + \left(\frac{r_{vm}}{n} + j\omega \frac{M}{n}\right)(i_1 + n\, i_2) \\ -\frac{e_2}{n} &= \frac{r_2}{n^2}(i_2 n) + j\omega \left(\frac{L_2}{n^2} - \frac{M}{n}\right)(i_2 n) + \left(\frac{r_{vm}}{n} + j\omega \frac{M}{n}\right)(i_1 + n\, i_2) \end{aligned}\right| \tag{6}$$

Das Bild 3 stellt die den Gleichungen (6) entsprechende Widerstandskombination dar.

Nach unseren obigen Bemerkungen sind die Eisenverluste und Induktivitäten von Amplitude und Frequenz abhängig. Es hat allerdings wenig Zweck, die in Frage kommenden Funktionen einzuführen, da die Rechnungen bereits bei dem einfachen Ansatz 5 sehr unübersichtlich und langwierig werden. Es genügt vollständig, während der Rechnung Widerstände und Induktivitäten als Konstanten zu betrachten und im Falle der quantitativen experimentellen Nachprüfung in den Rechnungsresultaten die Abhängigkeit von Amplitude und Frequenz zu berücksichtigen. Dies ist um so mehr berechtigt, da die Einführung der Eisenverluste die aus den Gleichungen (1) gewonnenen Resultate im allgemeinen nicht wesentlich beeinflußt, sondern nur die Bedeutung einer Korrektion hat.

In der Verstärkertechnik erscheint der Transformator als Eingangs- und Ausgangsglied, sowie als koppelndes Element zwischen den einzelnen Stufen. Dieser rein äußerlichen Unterscheidung liegen physikalisch verschiedenartige Belastungszustände zugrunde, und dementsprechend unterscheiden sich auch die einzelnen Frequenzkurven voneinander.

Zunächst betrachten wir den leerlaufenden Transformator, ein Fall, wie er in Wirklichkeit beim Eingangstransformator im tiefen Frequenzbereich vorliegt, denn

[1] Siehe H. Rukop, Telefunkenzeitung 48/49, S. 10.

Digitized by Google

der sekundäre kapazitive Belastungswiderstand, herrührend von der Eigenkapazität und der Apparatkapazität und der Isolationswiderstand, sind hier von so hoher Größenordnung, daß sie das Resultat praktisch nicht beeinflussen. Da $i_2 = 0$, so arbeitet die EMK e auf die Impedanz

$$Z_0 = r_1 + r_i + r_{v1} + j\omega L_1. \tag{7}$$

Das Verhältnis der EMK e zur sekundären Spannung e_2 wird:

$$\left|\frac{e}{e_2}\right| = \frac{1}{n}\sqrt{\frac{1+\left(\frac{r_1+r_i+r_{v1}}{\omega L_1}\right)^2}{1+\left(\frac{r_{v1}}{\omega L_1}\right)^2}}. \tag{8}$$

Da r_{v1} mit ω sehr klein wird, so bestimmt bei sehr tiefen Frequenzen die Größe $\frac{r_1+r_i}{\omega L_1}$ wesentlich den Verlauf der Frequenzkurve. Je nachdem, welchen Abfall man in den tiefen Tonlagen zulassen will, hat man also das Verhältnis von Quellenwiderstand und Primärinduktivität zu wählen, und da der innere Widerstand meist festliegt,

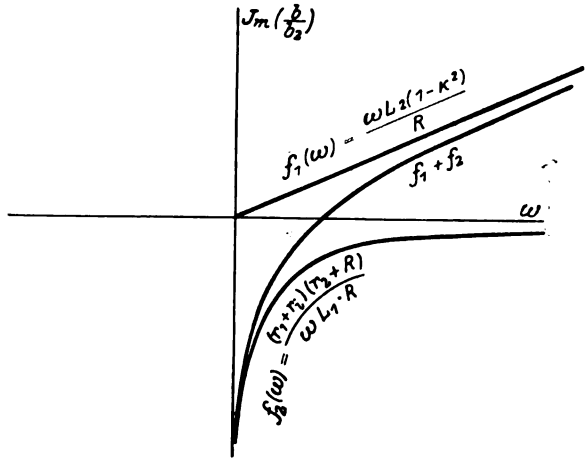


Bild 4.

so muß man die Primärwicklung dementsprechend dimensionieren, ein Vorgang, den man häufig mit dem Namen Anpassung bezeichnet. Die Frequenzkurven des Bildes 8 lassen den Einfluß des Quellenwiderstandes in den tiefen Frequenzlagen bei einem Eingangstransformator sehr gut erkennen.

Wir betrachten weiter den Fall rein Ohmscher Belastung, wie er in der Hauptsache durch Ausgangstransformatoren repräsentiert wird. Stellt R den Ohmschen Belastungswiderstand dar, und vernachlässigen wir zunächst die Eisenverluste, so erhalten wir für das Spannungsverhältnis

$$-\frac{e}{e_2} = \frac{1}{n}\frac{(r_1+r_i)n^2 + r_2 + R}{R} + j\cdot\frac{1}{n}\left(-\frac{(r_1+r_i)(r_2+R)}{\omega L_1 R} + \frac{\omega L_2(1-K^2)}{R}\right). \tag{9}$$

Von wesentlichem Interesse ist der Imaginärterm, dem wir bereits eine sehr durchsichtige Form gegeben haben. Der erste Teil der imaginären Komponente ist ausschlaggebend im tiefen Frequenzbereich, während der zweite Teil den Einfluß der Streuung bei hohen Frequenzen aufdeckt. Das Bild 4 gibt eine prinzipielle Erläuterung zur graphischen Darstellung dieses funktionalen Zusammenhanges. Bei der Frequenz

$$\omega^2 = \frac{\frac{r_1+r_i}{L_1}\cdot\frac{r_2+R}{R}}{\frac{L_2(1-K^2)}{R}} \tag{10}$$

erreicht das Spannungsverhältnis seinen höchsten Wert, da dann der imaginäre Teil verschwindet. Im günstigsten Fall ist also das Spannungsverhältnis lediglich durch

Digitized by Google

die Verteilung der EMK auf die Ohmschen Widerstände gegeben. Für den Ausgangstransformator, der also im allgemeinen von EMKen mit relativ hohen inneren Widerständen gespeist wird, ist also die generelle Forderung: hohe primäre Induktivität, dabei kleine Streuinduktivität, um einen möglichst breiten Verlauf des Optimums zu erzielen. Sehr weitgehend wird man dieser Forderung gerecht durch einen scheibenförmigen Aufbau des Spulenkörpers. Die Streuung läßt sich hier leicht auf 0,5 bis 0,25% bringen. In Bild 5 ist die Frequenzkurve eines guten und eines weniger guten Ausgangstransformators gegeben.

Die Eisenverluste modifizieren die obigen einfachen und leicht durchsichtigen Ausdrücke der Gleichung (9) etwas, und zwar ergibt sich für den Realteil des Spannungsverhältnisses:

$$R_e\left(-\frac{e}{e_2}\right) = \frac{1}{n}\left\{\frac{(r_1 + r_i)\,n^2 + r_2 + R}{R} + n\,\frac{(r_1 + r_i + r_{v1})(r_2 + R + r_{v2})\,r_{vm} - r_{vm}^3}{R\,\omega^2 M^2}\right\} \qquad (11)$$

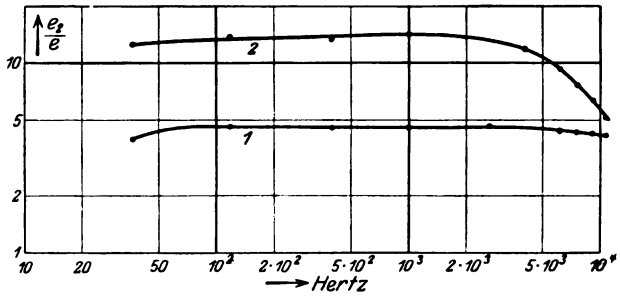


Bild 5. Ausgangstransformatoren.
1. Tr 5000/800 $R = 100\ \Omega$, $r_i = 3500\ \Omega$
2. Tr 6000/1200 $R = 1500\ \Omega$, $r_i = 20000\ \Omega$

und für den imaginären Teil:

$$\mathfrak{J}_m\left(-\frac{e}{e_2}\right) = \frac{1}{n}\left\{\frac{\omega L_2(1 - K^2)}{R} - \frac{(r_1 + r_i + r_{v1})(r_2 + R + r_{v2}) - r_{vm}^2}{R \cdot \omega L_1}\right\} \qquad (12)$$

Setzt man die Eisenverluste gleich Null, so gehen diese Ausdrücke in die bereits bekannten über.

Wir wollen bei dieser Gelegenheit noch den speziellen Fall $R = 0$, also den Kurzschluß erwähnen. Der Kurzschlußversuch gibt uns mit der Leerlaufsimpedanz Aufschluß über die Streuung des Transformators. Für die Kurzschlußimpedanz Z_K ergibt sich:

$$Z_K = r_1 + r_i + \frac{r_2}{n^2}\,\frac{1}{1 + \left(\frac{r_2 + r_{v2}}{\omega L_2}\right)^2} - \frac{r_{v2}^2(r_2 + r_{v2})}{(r_2 + r_{v2})^2 + (\omega L_1)^2} + j\,\omega L_1 - \frac{1 - K^2 + \left(\frac{r_2}{\omega L_2}\right)^2}{1 + \left(\frac{r_2 + r_{v2}}{\omega L_2}\right)^2}. \qquad (13)$$

In erster Näherung erhält man also die bekannten Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned} R_e(Z_K) &= r_1 + r_i + \frac{r_2}{n^2} \\ \mathfrak{J}_m(Z_K) &= \omega L_1(1 - K^2) \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

$L_1(1 - K^2)$ ist, wie bereits oben erwähnt, die gesamte primär gemessene Streuinduktivität des Transformators.

Wir wenden uns nun dem Fall der kapazitiven Belastung zu, wie er verwirklicht ist z. B. durch Eingangs- und Zwischentransformatoren. Letztere unterscheiden sich ja von den ersteren nur dadurch, daß die Quellenwiderstände der EMK, die sie speisen, im allgemeinen größer sind als bei den Eingangstransformatoren. Wir bilden aus den Gleichungen (1) das Spannungsverhältnis $\frac{e}{e_2}$, dessen Extremwerte uns besonders

Digitized by Google

interessieren. In bekannter Weise betrachten wir den absoluten Betrag des Verhältnisses, differenzieren ihn nach der Frequenz und setzen den Differentialquotienten gleich Null. Dann ergibt sich für die Kreisfrequenz ω eine Gleichung 6. Grades, die folgendermaßen lautet:

$$\omega^6 \frac{L_1^2 (1-K^2)^2}{\omega_0^4} + \omega^4 \left\{ \frac{L_1^2}{\omega_0^2} \left(1 + \frac{(r_1 + r_i) n^2 r_2}{\frac{L_2}{C_2}} \right) (K^2 - 1) + \frac{r_1 + r_i + \frac{r_2}{n^2}}{2\,\omega_0^4} \right\} - \frac{(r_1 + r_i)^2}{2} = 0. \quad (15)$$

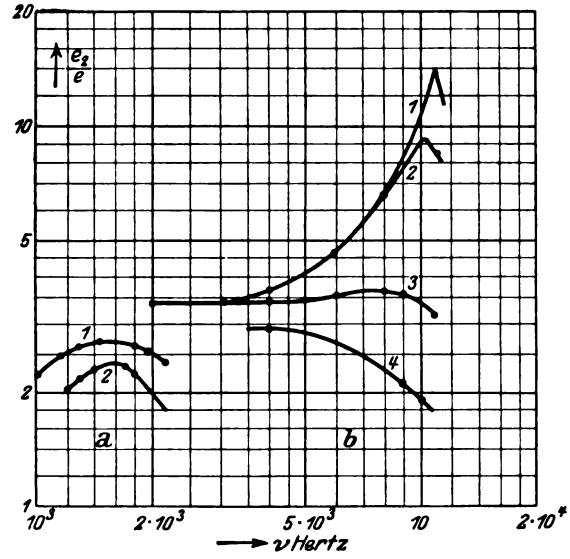


Bild 6. Verschiebung der Streuungs- und Schwungradresonanz-Maxima mit dem Quellenwiderstand.

a) Schwungradresonanzen
1. 6000 Ω
2. 11000 Ω
r_i

b) Streuungsresonanzen
r_i 1. 50 Ω, 2, 500 Ω, 3. 2000 Ω, 4. 5000 Ω.

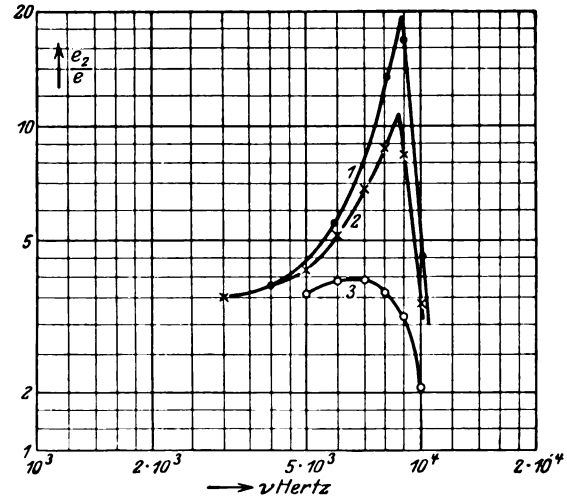


Bild 7. Verschiebung der Streuungsresonanz-Maxima mit dem Quellenwiderstand.
1. $r_i = 50$ Ω, $r_i = 550$ Ω, $r_i = 2050$ Ω.

Digitized by Google

Diese Gleichung ist in ω^2 vom dritten Grade. Sie hat als solche drei reelle Lösungen, von denen zwei zusammenfallen. Die erste Wurzel lautet angenähert:

$$\omega_1 = \frac{\omega_0}{1-K^2}\sqrt{1+\frac{(r_i+r_1)n^2 r_2}{\frac{L_2}{C_2}}-\frac{1}{2}\frac{r_1+r_i+\frac{r_2}{n^2}}{\frac{L_1(1-K^2)}{C_2}}}, \tag{16}$$

während sich für die Doppelwurzel angenähert ergibt:

$$\omega_{2,3} = \omega_0\sqrt{\frac{r_1+r_i}{r_1+r_i+\frac{r_2}{n^2}}}. \tag{17}$$

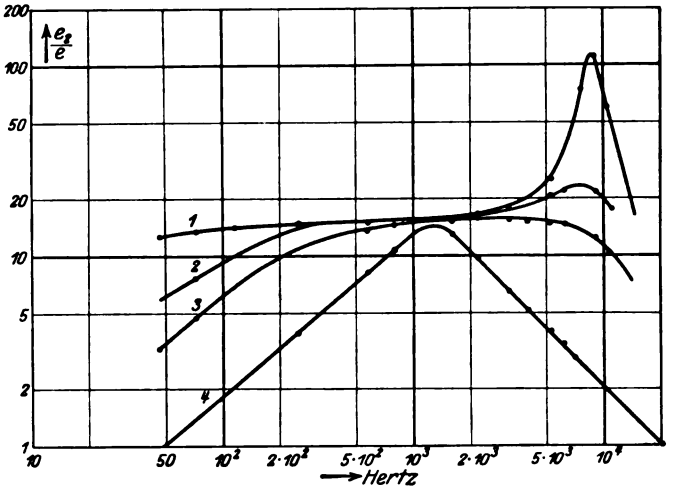


Bild 8. Eingangstransformator mit verschiedenen Quellenwiderständen.
Tr. 650/10000
1. $R_i = 100\ \Omega$
2. $R_i = 600\ \Omega$
3. $R_i = 1100\ \Omega$
4. $R_i = 5100\ \Omega$

Hierin bedeutet:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}.$$

Wir nennen diese beiden Wurzeln die Hauptresonanzen des Transformators, und zwar die erste Wurzel die Streuungsresonanz und die Doppelwurzel die Schwungradresonanz (Bild 8). Die Eisenverluste beeinflussen diese Resultate erst in zweiter Näherung, so daß wir von ihrer Berücksichtigung absehen können.

Wie man sieht, hängen die Optima des Spannungsverhältnisses von der Wahl des inneren Widerstandes ab, und zwar verschiebt sich in der Streuungsresonanz das Optimum mit wachsendem Quellenwiderstand nach tiefen Frequenzen, während es sich in der Schwungradresonanz dem Grenzwert ω_0 nähert. Die Bilder 6 u. 7 zeigen das sehr deutlich. Man kann diese Verschiebungen dazu benutzen, den effektiven Wert der sekundären Belastungskapazität zu finden. Diese setzt sich ja zusammen aus der Eigenkapazität der Wicklung und z. B. der Gitter-Kathode-Kapazität des Rohres, auf das der Transformator arbeitet. Bei den für die Versuche verwendeten Transformatoren und Röhren ergaben sich so für die Sekundärkapazität Werte zwischen 60 und 80 cm. Unter gewissen Umständen kommen aber auch Werte bis zu 500 cm vor. Spielen die Eisenverluste keine Rolle für die spektrale Lage der Schwungradmaxima, so ist ihre Berücksichtigung erforderlich in dem Falle, wo man die absolute Größe der Transformation kennen will. Es ergibt sich für das Optimum

Digitized by Google

$$\left|-\frac{e}{e_2}\right| = \frac{1}{n}\left(1 + \frac{(r_1 + r_i)(r_2 + r_{v_2})}{\left(r_{v_m}{}^2 + \frac{1}{n^2}\frac{L_2}{C_2}\right)} \cdot \frac{(r_1 + r_i)}{\left(r_1 + r_i + \frac{r_2}{n^2}\right)}\right) \tag{18}$$

d. h. also bei kleinen Quellenwiderständen sowie Kupfer- und Eisenverlusten nähert es sich dem Übersetzungsverhältnis. Für das Verhältnis der Spannungen in der Streuungsresonanz spielen die Eisenverluste keine Rolle. Wesentlich sind hier nur die Kupferverluste, und die Spannungstransformation geht hier entsprechend dem Dekrement eventuell über das Übersetzungsverhältnis. Die EMK arbeitet in diesem Falle auf eine Serienkombination von Kapazität und Induktivität, deren Teilspannung die Nutzspannung repräsentiert.

Allgemein kann das Spannungsverhältnis $\frac{e}{e_2}$ im Falle der kapazitiven Belastung mit genügender Genauigkeit (ohne Berücksichtigung der Eisenverluste) nach der folgenden Formel berechnet werden:

$$\left|-\frac{e}{e_2}\right| = \frac{1}{n}\sqrt{\left\{1 - \omega^2 C_2 L_2 (1 - K^2) + \frac{(r_1 + r_i) n^2 r_2}{L_2/C_2}\right\}^2 + \left\{\omega C_2 (r_2 + (r_1 + r_i) n^2) - \frac{r_1 + r_i}{\omega L_1}\right\}^2}$$

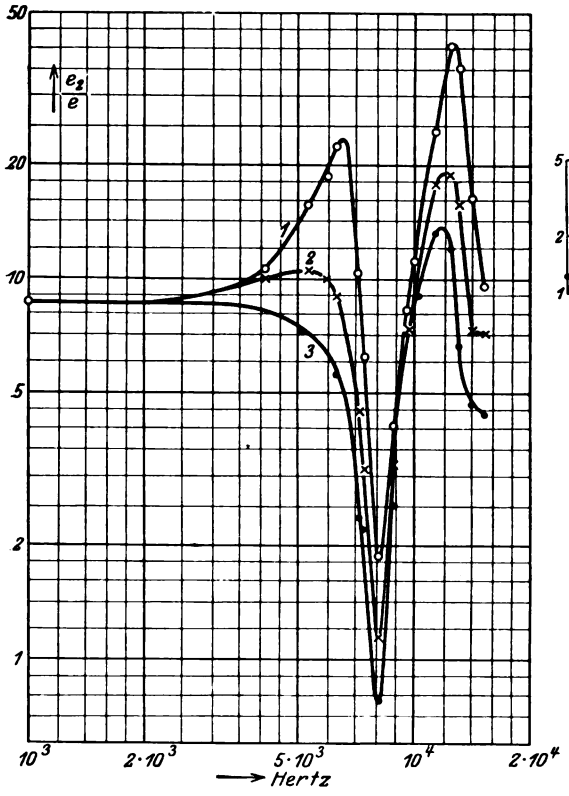


Bild 11. Natürliche Einbrüche bei verschiedenen Quellenwiderständen.

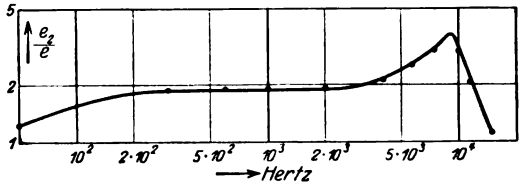


Bild 9. Eingangstransformator.

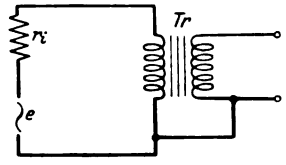


Bild 10.

Wir hatten bereits oben gesehen, daß man die Primärwicklung zu dem inneren Widerstand der EMK in ein gewisses Verhältnis bringen muß, um einen möglichst guten Verlauf der Frequenzkurve in den tiefen Tonlagen zu bekommen. Tut man dies, so kann man natürlich keine ausgeprägte Resonanzstelle für die Schwungradresonanz mehr finden, und man erhält bei solchen Transformatoren durchweg den Verlauf, wie er in Bild 8 angegeben ist (vgl. Rukop-Zenneck, S. 763, Pseudodämpfung).

Digitized by Google

Bevor die Spannung an der sekundären Kapazität zusammenbricht, setzt bereits die Wirkung der Streuungsresonanz ein und treibt, je nach der Dämpfung des Kreises die Frequenzkurve weit über das Übersetzungsverhältnis. Die in Bild 9 dargestellte Kurve ist der Grundtypus für alle guten Eingangstransformatoren. Durch Veränderung der Streuung kann man die Spitze hinsichtlich der Frequenz in weiten

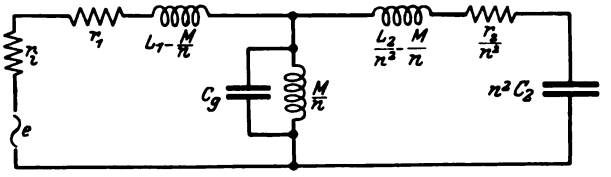


Bild 12.

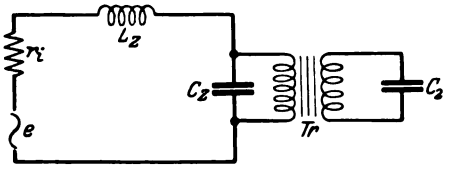


Bild 13.

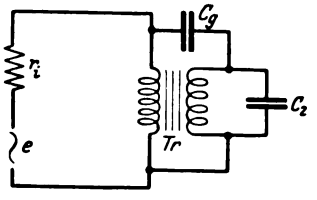


Bild 15.

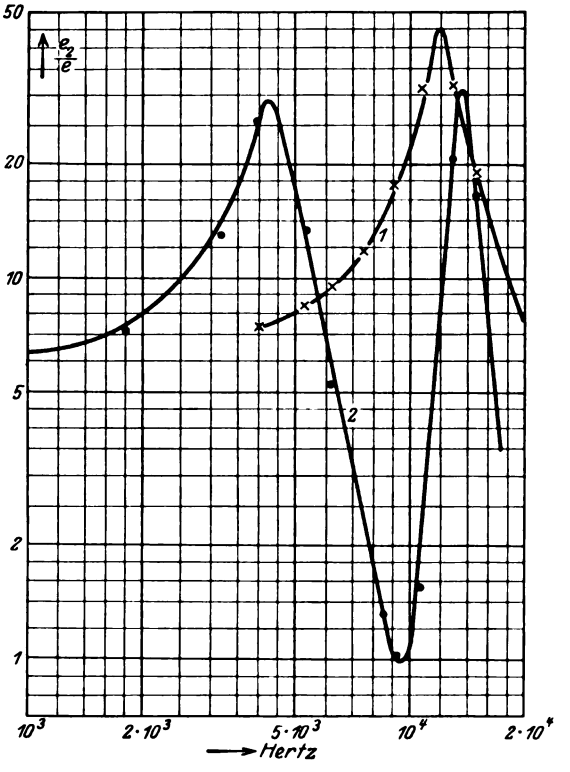


Bild 14. Künstlicher Einbruch.
1. Natürliche Transformatorkurve,
2. Einbruchkurve.

Grenzen verschieben und durch entsprechende Dämpfung die Höhe derselben, so wie man es für den vorliegenden Zweck gerade haben will.

Wir kommen nun zur Besprechung von Frequenzkurven bei kapazitiver Belastung, die vom normalen Verlauf abweichen. Verbindet man bei gewissen Transformatoren, nämlich solchen mit großer Kapazität der Wicklungen gegeneinander, je ein Ende der beiden Wicklungen, wie es in dem Bild 10 angegeben ist, schafft also dadurch einen wohldefinierten Schwingungskreis, so erhält man Frequenzkurven, deren Typus in dem Bild 11 wiedergegeben ist, und zwar für verschiedene Quellenwiderstände. Ist der Quellenwiderstand klein, so hat man bei relativ niedrigen Frequenzen eine Spitze, auf die ein starker Abfall der Sekundärspannung folgt, bei

Digitized by Google

höheren Frequenzen steigt dann die Frequenzkurve wieder und kann unter Umständen über das Übersetzungsverhältnis hinausgehen. Die Erklärung des Verlaufs der Kurve ist sehr einfach. Die gegenseitige Kapazität C_g muß man sich im Ersatzschema parallel zur Gegeninduktivität denken, wie es in dem Bild 12 angegeben ist. Die erste Spitze und der darauf folgende Einbruch erklärt sich durch den Kurzschlußkreis, der aus der gegenseitigen Kapazität und dem sog. primären Teil der Streuung gebildet wird, die zweite Spitze erklärt sich durch den Kurzschlußkreis, gebildet aus dem sekundären Teil der Streuung und der Sekundärkapazität. Wir können diese Anschauung experimentell dadurch prüfen, daß wir versuchen, an einem Transformator

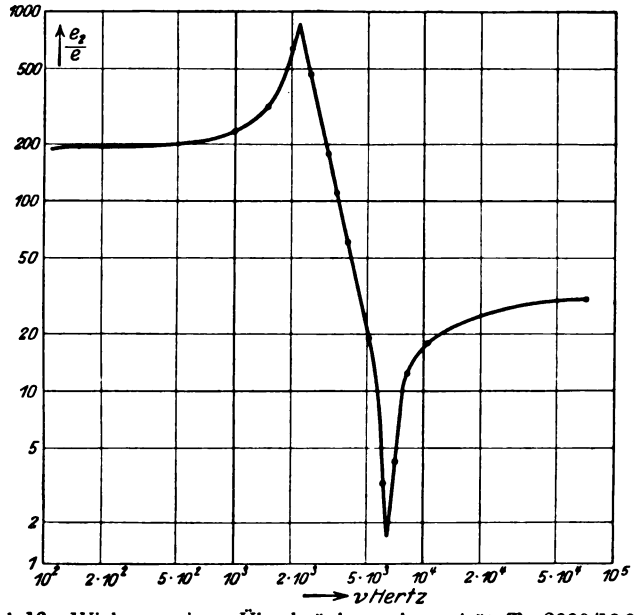


Bild 16. Wirkung einer Überbrückungskapazität Tr 2000/12000.

mit normaler Frequenzkurve die zwei Spitzen und den Einbruch künstlich zu schaffen Zu diesem Zwecke fügen wir primär eine zusätzliche Streuinduktivität L_z und eine Kapazität C_z so ein, wie es im Bild 13 angegeben ist.

Die erhaltenen Kurven sind im Bild 14 dargestellt. Der Verlauf unterscheidet sich in nichts von dem der natürlichen Einbruchskurven.

Daß man sich die gegenseitige Kapazität in dieser Weise wirksam denken muß und nicht etwa über dem ganzen Transformator liegend, wie es in Bild 15 angedeutet ist, zeigt das entsprechende Experiment. Es ist leicht einzusehen, daß die Anordnung zu einem starken Einbruch in der Frequenzkurve führen muß bei

$$\omega^2 = \frac{1}{L_1 (1 - K^2)\, n\, C_K} \tag{19}$$

und zu einer Spitze bei der Frequenz

$$\omega^2 = \frac{1}{L_2 (1 - K^2)\, C_K}\,, \tag{20}$$

also etwa dem $\frac{1}{\sqrt{n}}$-fachen der Lochfrequenz. Für hohe Frequenzen nähert sich die Frequenzkurve einem Wert, der unabhängig ist von dem Übersetzungsverhältnis. In der Tat bestätigt das Experiment diese Anschauung. Im Bild 16 ist die Frequenzkurve dieser Anordnung gegeben, die in ihrem Verlauf den natürlichen Einbruchskurven absolut nicht ähnelt.

Das Einbruchsphänomen kann bei Variation der elektrischen Daten des Transformators den Verlauf der Frequenzkurven sehr wechselnd gestalten.

Digitized by Google

Wir wollen nun noch kurz einige weitere Resonanzvorgänge erwähnen, die ebenfalls Interesse besitzen. Jede der Primärwicklung parallel liegende Kapazität verschiebt die Grundresonanz zu tieferen Frequenzen und kann dadurch bei genügender Größe einer an sich guten normalen Frequenzkurve eine beträchtliche Einsattelung geben, ein Vorgang, der z. B. sehr wichtig ist für Audiontransformatoren. Im Bild 17 ist ein solcher Fall dargestellt.

Legt man mit der Primärwicklung eine Kapazität in Reihe, ein Fall, wie er häufig bei Verblockungen auftritt, so resoniert diese natürlich mit der Primärinduktivität und führt dadurch zu einer weiteren Spitze in der Frequenzkurve. Vernunftgemäß wählt man diese Kapazitäten groß, so daß diese Resonanz bei sehr tiefen

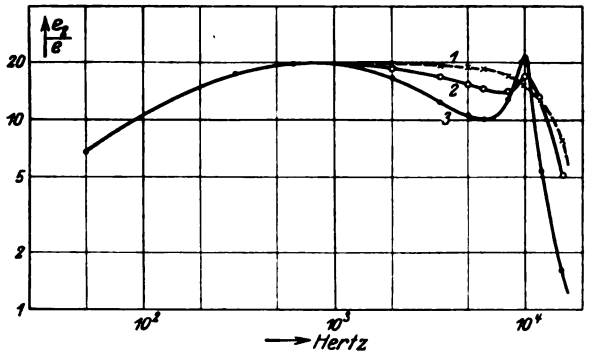


Bild 17. Zwischen Transformator mit primärer Parallelkapazität. $r_i = 10000\,\Omega$. 1. $Cp = 0$, 2. $Cp = 1000$ cm, 3. $Cp = 3000$ cm

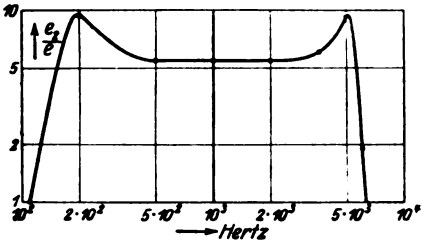


Bild 18. Eingangstransformator mit primärer Serienkapazität.

Tönen liegt. Man kann durch diesen Effekt zwar die Frequenzkurve oberhalb der Resonanzfrequenz verbessern, aber unterhalb hat man einen viel stärkeren Abfall als bei dem Transformator ohne diese hinzugefügte Kapazität. Im Bild 18 ist eine Frequenzkurve wiedergegeben, bei der entsprechend der Streuungsresonanzspitze bei hohen Frequenzen eine Spitze in den tiefen Tonlagen durch eine solche Serienkapazität hervorgerufen ist. Man kann diesen Vorgang benutzen, um Verstärker mit einem scharf begrenzten Durchlässigkeitsbereich zu bauen.

Die Reihe der bei den Transformatoren auftretenden Resonanzphänomene glauben wir mit dem vorstehenden vollständig beschrieben zu haben. Es ist eigentlich erstaunlich, in welcher Mannigfaltigkeit sich diese wenigen Erscheinungen in den Frequenzkurven wiederfinden lassen. Ob bei den Transformatoren nicht auch andere Resonanzstellen vorkommen können, die ihre Ursache z. B. in Scheinwiderständen mit ausgeprägtem Extremum haben, halten wir immerhin für möglich. Ein einwandfreier Nachweis solcher Phänomene ist uns aber noch nicht gelungen.

Die mitgeteilten Ergebnisse sind im Laufe einer Reihe von Arbeiten an Verstärkerapparaturen für Rundfunkzwecke gewonnen worden. Sie stellen eine kurze Zusammenfassung und Übersicht über den heutigen Stand des Transformatorenproblems in der Verstärkertechnik dar. Die Klärung der vielen Einzelfragen, die namentlich der Rundfunk stellte, erfolgte in engster Zusammenarbeit mit Herrn Prof. Dr. H. Rukop und Frau Dr. J. Haußer, die bereits durch frühere Arbeiten das Transformatorenproblem weitgehend gefördert hatten.

Digitized by Google

Durchschlag von öldurchtränkter Papierisolation.

Von

G. A. Dmitriew und **Alexander Walther.**

Physikalisch-Technisches Laboratorium in Leningrad.

Eins von den wichtigsten elektrotechnischen Isoliermaterialien ist das öldurchtränkte Papier, das bei der Isolation von Hochspannungskabeln angewandt wird. Gewöhnlich dient dazu ungeleimtes, aus reinem Zellstoff bestehendes Papier, das mit Mineralöl oder halbflüssigen Lösungen von Mineralölen und Kolophonium durchtränkt ist.

Es ist viel über den Mechanismus des Durchschlags von Hochspannungskabeln gesprochen worden. Alle unsere Vermutungen über diese Erscheinungen bleiben aber praktisch unbegründet, bis die dielektrischen Eigenschaften des Materials, aus dem die Isolation des Kabels aufgebaut ist, uns unbekannt sind. Bei den bisher ausgeführten Messungen, die die Papierisolation betrafen[1], hat man sich hauptsächlich auf die Bestimmung der dielektrischen Verluste beschränkt, wobei stillschweigend angenommen wurde, daß die Isolation die minderwertigste ist, die die größten dielektrischen Verluste besitzt. Wenn diese Behauptung in den meisten Fällen auch zutrifft, so kann man doch nicht a priori voraussetzen, daß dies immer so sein wird. Genauere Angaben dürften, wie es uns scheint, unmittelbare Messungen der dielektrischen Festigkeit geben.

Als uns daher die Leningrader Kabelmanufaktur „Sewkabel" beauftragte, die von ihr angewandte Isolation zu prüfen, so entschieden wir uns, diese Untersuchung auf Durchschlagsmessungen zu gründen. Es galt dabei herauszustellen, welchen Einfluß verschiedene Faktoren, wie z. B. die Spannungsart, die Temperatur, der Feuchtigkeitsgehalt, auf die dielektrische Festigkeit dieser Isolation ausüben konnten.

1. Vorversuche.

Die erste Aufgabe, die wir uns stellten, bestand darin, die günstigsten Bedingungen für die Verfertigung der Isolation zu finden. Das Papier muß vollkommen ausgetrocknet und gut durchtränkt sein. Jegliche Spuren von Wasser oder Luftblasen sind dabei aufs sorgfältigste zu vermeiden. Wir führten deshalb die Trocknung und die Tränkung im Vakuum in einem und demselben Gefäß aus, ohne daß zwischen diesen Operationen Luft eingelassen werden brauchte. Dies wurde folgendermaßen erreicht: In das gläserne Gefäß *a* Bild 1, das durch den Schliff *b* verschlossen war, wurde ein Rahmen eingeführt, in dem zwei Rollen d_1 und d_2 so einmontiert waren, daß sie von außen mittels der Schliffe e_1 und e_2 gedreht werden konnten. Das zu untersuchende Papier wurde in Form eines Bandes *c* von 3 cm Breite auf die obere Rolle gewickelt. Das Gefäß wurde darauf mittels einer Ölpumpe bis auf etwa 1 cm Hg evakuiert und mit Hilfe eines Ofens bis 100—110° C erwärmt. Nach mehreren Stunden, nachdem das Papier als vollkommen ausgetrocknet gelten konnte, wurde es auf die untere Rolle übergewickelt, die in die Tränkmasse eingetaucht war. Die Tränkung geschah bei 100 bis 110° C. Die Masse war vorläufig durch dauerndes Erwärmen im Vakuum entwässert und entgast. Nach einigen weiteren Stunden, nachdem sich aus der Tränkmasse und dem in ihr eingetauchtem Papier keine Gasblasen mehr ausschieden, wurde trockene Luft hineingelassen und das Papier in demselben Gefäß auf seine dielektrische Festigkeit geprüft. Der Papierstreifen wurde dabei zwischen zwei ebenen Elektroden eingeklemmt, von denen einer auf dem Bild 1 gestrichelt angedeutet ist. Mit einem und demselben Streifen ließen sich bis zu 50 Durchschlagsversuche ausführen.

[1] Vgl. z. B. die ausführliche Untersuchung von Hentschel Arch. f. Elektrot. XV, 138, 1925.

Digitized by Google

Die Resultate einer Serie von solchen Messungen, die an einem Papier finnländischer Herkunft bei einer Tränkmasse von 40% Kolophonium und 60% Mineralöl ausgeführt wurden, sind auf der Tabelle 1 angeführt. Jede Zahl in der zweiten Spalte ist ein Mittelwert von 5—10 Einzelbeobachtungen.

Tabelle 1.

Finnländisches Papier. Dicke 0,12 mm.
Tränkmasse 40% Kolophonium und 60% Mineralöl.
Wechselspannung 50 Per/sec.

Temperatur Grad	Durchschlagspannung Mittelwert kV_{eff}	Mittlere Streuung %
20	6,3	8,5
50	5,7	11,5
75	7,0	10,0
100	6,9	8,0
125	6,3	8,5

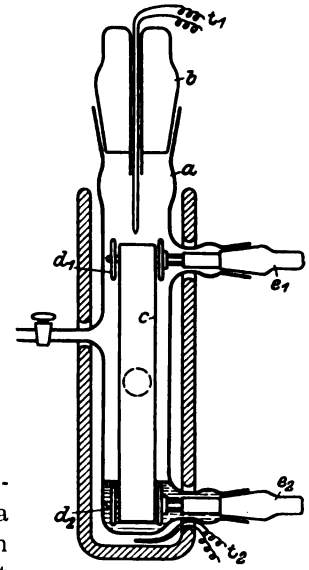


Bild 1.

Bei kleinen Schichtdicken kommt folglich dem durchtränkten Papier eine Durchschlagfeldstärke von etwa 500 kV_{eff}/cm zu. Aus der Tabelle 1 läßt sich außerdem noch der wichtige Schluß ziehen, daß die dielektrische Festigkeit des Papiers von der Temperatur nur wenig abhängt.

Die oben beschriebene Versuchsanordnung besitzt den Nachteil, daß sie die Isolation nur in Luft durchzuschlagen erlaubt. Es können deshalb nur kleine Schichtdicken untersucht werden, da sonst ein Überschlag um den Rand herum stattfindet. Außerdem erweist es sich als schwierig, einen guten Kontakt zwischen den Elektroden und dem Papier zu erzielen. Deshalb ist auch wahrscheinlich bei diesen Versuchen die Streuung der Einzelwerte so groß.

Bei den weiteren Versuchen mußten diese Nachteile vermieden werden. Speziell ausgeführte Versuche zeigten, daß das schon durchtränkte Papier mehrere Wochen in einem trockenen Raum aufbewahrt werden konnte, ohne daß es dabei seine dielektrische Festigkeit einbüßte. Nach einer dauernden Aufbewahrung lag die Durchschlagspannung selbst eher etwas höher, als gleich nach der Durchtränkung. Außerdem brauchte das Papier gar nicht vorläufig getrocknet und erst dann in die Tränkmasse eingetaucht zu werden. Genau ebenso günstige Resultate ergaben sich, wenn man das Papier schon von Anfang an in die entgaste Masse einführte. Diese Umstände erlaubten die Versuchsbedingungen bei den weiteren Messungen bedeutend zu vereinfachen.

2. Methodik der Messungen.

Aus dem noch nicht durchtränkten feuchten Papier wurden Kreise von 4 cm Durchmesser ausgeschnitten. Diese Kreise wurden in einer Anzahl von 200—300 Stück aufeinander geschichtet und in einem Behälter eingeführt, in dem sie während 40 bis 60 Stunden bei 100—110° C und einem Druck von einigen cm Hg mit der Masse durchtränkt wurden. Das Papier galt als fertig, wenn sich aus der Tränkmasse, in die es eingetaucht war, beim Abpumpen keine Blasen mehr ausschieden. Darauf wurde das Papier aus dem Behälter herausgenommen und in einem Gefäß aufbewahrt, auf dessen Boden konzentrierte Schwefelsäure eingegossen war.

Die Durchschlagsversuche wurden unter Öl ausgeführt. Das Prüfgefäß ist auf dem Bild 2 schematisch wiedergegeben. Es wurden ebene Elektroden mit abgerundeten

Digitized by Google

Rändern angewandt, die senkrecht angeordnet waren. Die untere Elektrode lag auf einem Teller, in den ein Glaszylinder eingekittet war, so daß sich ein Behälter ergab, in den Öl eingegossen werden konnte.

Bis zu Spannungen von 20—25 kV ließen sich bei einer solchen Anordnung an den Rändern der Elektroden keine Entladungen bemerken. Die Dielektrizitätskonstante des Öls und des durchtränkten Papiers unterscheiden sich nur wenig voneinander, so daß das elektrische Feld bei diesen Messungen als annähernd homogen gelten konnte. Auch geschah der Durchschlag gewöhnlich nicht an den Rändern der Elektroden, sondern näher zu deren Mitte, so daß der Randeffekt sicher keinen großen Einfluß haben konnte.

Die meisten Versuche wurden bei Wechselspannung von 50 Per/sec ausgeführt, die einem Meßtransformator von Siemens & Halske (20 kV) entnommen wurde. Für die Spannungsregelung wurde in den Primärkreis im Potentiometer eingeführt. Da das Übersetzungsverhältnis bei den Belastungen, die sich bei den Versuchen ergaben, mit guter Genauigkeit konstant blieb, so konnte die sekundäre Spannung direkt aus der primären berechnet werden. Die Genauigkeit, mit der die sekundäre Spannung bestimmt wurde, schätzen wir zu 3—5%. Bedeutende Entstellungen der Spannungskurve ließen sich nicht feststellen. Im folgenden werden wir überall die effektiven Werte der Spannungen angeben.

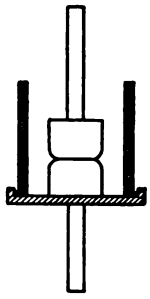


Bild 2.

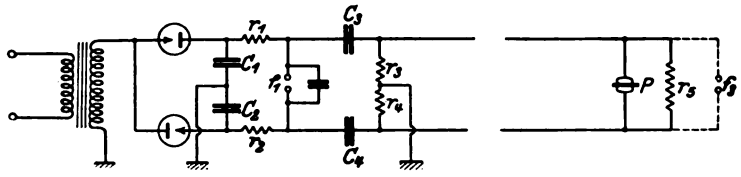


Bild 3.

War Gleichspannung erforderlich, so wurde die Spannung demselben Transformator entnommen und mittels zweier Glühkathodenröhren gleichgerichtet. Parallel zum Prüfling wurde dabei ein Kondensator von solch einer Kapazität geschaltet, daß die Spannungskurve vollkommen abgeglättet wurde.

Für die Erzeugung der Stoßspannungen diente das übliche Schaltungschsema, das auf dem Bild 3 abgebildet ist. Hier sind C_1, C_2, C_3 und C_4 Kondensatoren von je 5000 cm, r_1 und r_2 Ohmsche Widerstände von 10^6 Ω, r_3 und r_4 ebensolche von 10^5 Ω, P der Prüfling, f_1 eine Meßfunkenstrecke. Um eine Reflektion der Wellen an den Enden der Leitung zu vermeiden, wurde parallel zum Prüfling ein Ohmscher Widerstand r_5 geschaltet, der dem Wellenwiderstande gleich war. Die Abwesenheit einer Reflexion wurde mittels der Funkenstrecke f_3 festgestellt. Die Dauer des Stoßes schätzen wir zu 10^{-7} sek.

Für die Messungen standen uns folgende Papiere zur Verfügung:

1. russisches Papier von zwei Dicken;
2. finnländisches Papier;
3. deutsches Papier von zwei Dicken;
4. deutsches verdichtetes Papier von zwei Dicken;
5. französisches verdichtetes Papier.

Zur Untersuchung gelangten:

1. die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke;
2. die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Beanspruchungsdauer;
3. die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur;
4. die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von dem Wassergehalt,

Digitized by Google

bei allen drei oben erwähnten Spannungsarten. Als Tränkmasse diente überall eine Lösung von 40% Kolophonium und 60% Mineralöl.

3. Die Abhängigkeit der Durchlagspannung von der Schichtdicke.

Die Messungen wurden mit allen 5 Sorten von Papieren ausgeführt. Eine große Vorsicht erforderte die richtige Wahl der Dauer der Beanspruchung. Gewöhnlich

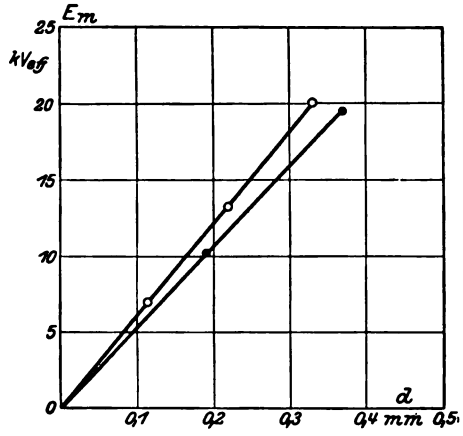


Bild 4. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke. Wechselsp. 50 per/sec. Deutsches verdichtetes Papier.
Dicke einer Lage ° — 0,120 mm
• — 0,19 mm.

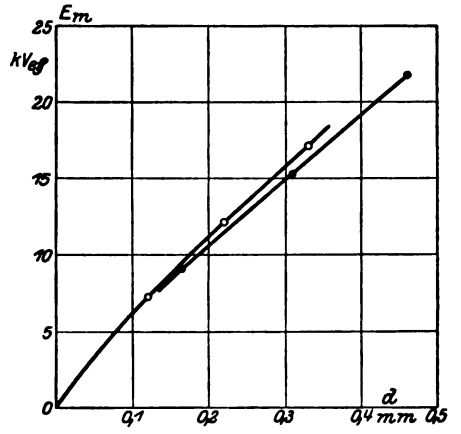


Bild 5. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke. Wechselsp. 50 per/sec. Deutsches Papier.
Dicke einer Lage ° — 0,125 mm
• — 0,165 mm

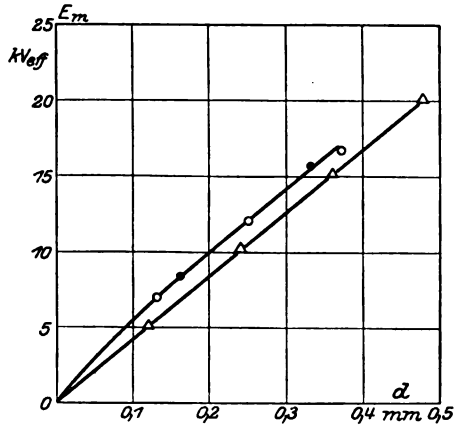


Bild 6. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke. Wechselsp. 50 per/sec.
° • — Russisches Papier.
Δ — Finnländisches Papier.

wird bei solchen Messungen für alle Messungen eine und dieselbe absolute Schnelligkeit der Spannungssteigerung gewählt. Es ist leicht einzusehen, daß sich dabei bei größeren Schichtdicken, denen höhere Durchschlagspannungen entsprechen, für die Isolation eine längere Beanspruchungsdauer ergibt als bei kleinen Schichtdicken. Da aber bei einer solchen Isolation, wie das durchtränkte Papier, die Durchschlagspannungen von der Dauer der Beanspruchung sehr stark abhängen, so kann man durch eine Wahl einer konstanten Schnelligkeit der Spannungssteigerung zu direkt falschen Resultaten gelangen. Wir suchten deshalb bei unseren Versuchen eine konstante relative Schnelligkeit innezuhalten. Da die Durchschlagspannung, wie wir es später sehen

Digitized by Google

werden, annähernd proportional der Schichtdicke anwächst, so genügte dazu, daß man bei einer doppelten Schichtdicke die absolute Schnelligkeit der Spannungssteigerung v verdoppelte, bei einer dreifachen verdreifachte usw. Der Zahlenwert v betrug in unseren Versuchen meistens $0{,}728 \cdot n$ kV_{eff} min, wo n die Zahl der Lagen ist.

Die Resultate der Messungen, die Wechselspannungen entsprechen, sind auf den Bildern 4—6 angeführt. Jeder Punkt ist ein Mittelwert von 5—10 Einzelbeobachtungen. Die mittlere Streuung beträgt etwa 5%. In der Tabelle 2 sind fernerhin die Werte der Durchschlagfeldstärken angeführt, die sich bei einer Schichtdicke von 0,25 mm ergeben.

Aus der Tabelle 2 und den Bildern 4—6 lassen sich folgende Schlüsse ziehen:

1. Je dichter das Papier ist, um so größer ist die Durchschlagfeldstärke, die ihm entspricht.

Tabelle 2.

Papier	Dicke einer Lage mm	Durchschlagfeldstärke bei einer Dicke von 0,25 mm kV_{eff}/cm
Finnländisches	0,125	425
Russisches	0,125	480
Russisches	0,16	480
Deutsches	0,125	540
Deutsches	0,165	500
Deutsches verdichtetes	0,12	600
Deutsches verdichtetes	0,19	525
Französisches verdichtetes	0,09	640

2. Bei den meisten Papieren wächst die Durchschlagspannung weniger schnell als die Schichtdicke an. Je dichter aber das Papier ist, um so näher kommt man zu der Proportionalität zwischen Durchschlagspannung und Schichtdicke.

3. Bei einem und demselben Papier und gleicher Schichtdicke erweist sich die aus dünnerem Papier aufgebaute Isolation widerstandsfähiger als diejenige, die aus dickerem Papier besteht.

Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke bei Gleichspannung wurde von uns nicht systematisch untersucht. Einige wenige Messungen, die in dieser Richtung ausgeführt wurden, zeigen das bei Gleichspannung im Vergleich zur Wechselspannung, die Werte der Durchschlagspannungen um ungefähr 250% erhöht sind.

Bei Stoßspannungen wurde die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke für die beiden deutschen Papiere gemessen. Die Resultate dieser Messungen sind auf dem Bild 7 eingetragen. Im Vergleich zur Wechselspannung erweisen sich hier die Werte um etwa 250% erhöht. Dies zeigt auch die Tabelle 3, in der die entsprechenden Werte der Durchschlagfeldstärken angeführt sind. Sowie die Punkte auf dem Bild 7, als auch die in der Tabelle 3 angeführten Zahlen sind Mittelwerte von 5 Einzelbeobachtungen.

Tabelle 3.

Papier	Dicke einer Lage	Durchschlagfeldstärke bei einer Dicke von 0,25 mm	
		Stoßspannung	Wechselspannung
Deutsches gewöhnliches	0,125	1440 kV/cm	540 kV_{eff}/cm
Deutsches verdichtetes	0,12	1360 „	600 „

Merkwürdig ist, daß während bei Wechselspannung das verdichtete Papier sich als widerstandsfähiger erweist, bei Stoßspannungen eher das Entgegengesetzte der Fall ist.

Digitized by Google

4. Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Beanspruchungsdauer.

Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Beanspruchungsdauer wurde bei den deutschen und russischen Papieren für den Fall von Wechselspannung bestimmt. Als Maß der Beanspruchungsdauer τ kann der Reziprokenwert der Schnelligkeit der Spannungssteigerung v gelten, d. h. die Zeit, während der die Spannung um eine Einheit vergrößert wird. Als Einheit der Zeit wollen wir die Minute, als Einheit der Spannung ein kV wählen und folglich τ in min/kV ausdrücken.

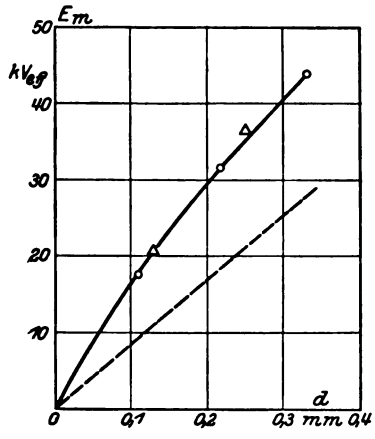


Bild 7. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke.
△ Deutsches unverdichtetes Papier
Stoßspannungen
o Deutsches verdichtetes Papier
– – – – Wechselsp. 50 per/sec.

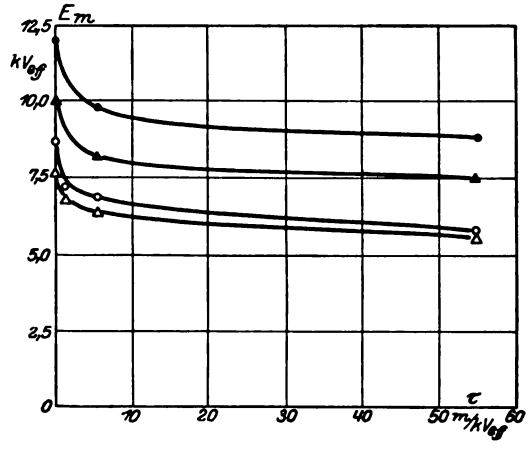


Bild 8. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Beanspruchungsdauer.
Wechselsp. 50 per/sec. Eine Lage Papier.
• $d = 0{,}19$ mm } Deutsches verdichtetes Papier
o $d = 0{,}12$ mm }
▲ $d = 0{,}16$ mm } Russisches Papier.
△ $d = 0{,}125$ mm }

Die Resultate dieser Messungen sind auf dem Bilde 8 angeführt. Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von τ ist am größten bei kleinem τ, d. h. kurzdauernden Belastungen. Ob bei unbegrenztem Anwachsen von τ die Durchschlagspannung zu einem konstanten Wert strebt, kann aus dem Gang der Kurven nicht entschieden werden.

5. Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur.

Schon die Vorversuche zeigten, daß bei gut getrocknetem und durchtränktem Papier die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur unbedeutend ist. Unsere weiteren Versuche bestätigten diese Resultate. Die bei verschiedenen Papieren im Fall von Wechselspannung gewonnenen Resultate sind in der Tabelle 4 angeführt.

Tabelle 4.

Papier	Dicke mm	Anzahl der Lagen	Durchschlagspannung 20° C		100° C	
Deutsches	0,12	1	7,25	kV_{eff}	8,16	kV_{eff}
Deutsches	0,23	2	12,3	,,	14,3	,,
Deutsches verdichtetes	0,11	1	7,0	,,	6,6	,,
Deutsches verdichtetes	0,22	2	13,2	,,	13,2	,,
Russisches	0,13	1	7,0	,,	8,9	,,
Russisches	0,25	2	12,0	,,	16,0	,,

Digitized by Google

Merkwürdig ist, daß wir bei einer ganzen Reihe von Papieren eine Vergrößerung der dielektrischen Festigkeit bei Temperaturerhöhung bekommen. Dies steht wahrscheinlich mit der Erscheinung im Zusammenhange, daß gerade solche Flüssigkeiten, wie die Mineralöle bei Temperaturen von 80—110°, ein Maximum der dielektrischen Festigkeit aufweisen. Auch das Medium, das gerade aus Transformatoröl bestand, konnte bei dieser Erhöhung der Durchschlagspannungen des Papiers mitwirken.

Im Fall von Stoßspannungen ist die Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung auch unbedeutend, hat aber einen anderen Charakter. Bei Temperaturerhöhung verkleinern sich hier die Durchschlagspannungen, wie es folgende Tabelle zeigt:

Tabelle 5.

Papier	Dicke	Durchschlagspannung 20° C	75° C
Deutsches	0,12	19,2 kV_{eff}	16,2 kV_{eff}
Deutsches verdichtetes . . .	0,11	16,4 „	15,5 „

6. Einfluß der Feuchtigkeit.

Alle oben erwähnten Versuche wurden mit sorgfältig getrockneter Isolation ausgeführt. In der Praxis kann es aber vorkommen, daß die Isolation entweder wegen mangelhafter Trocknung, oder wegen der Einwirkung der Luftfeuchtigkeit etwas Wasser aufgenommen hat. Es war deshalb von Interesse herauszustellen, welchen Einfluß der Feuchtigkeitsgehalt auf die dielektrische Festigkeit des durchtränkten Papiers ausübt.

Da die Tränkung wegen der großen Zähigkeit der Tränkmasse bei 100—110° geschah, so war es unmöglich, der Isolation während ihrer Bereitung Wasser zuzusetzen. Wir unterwarfen deshalb die schon fertige Papierisolation der Wirkung der Luftfeuchtigkeit. Die Papierscheiben wurden in einen Behälter gebracht, in den verdünnte Schwefelsäure eingegossen war. Die Quantität des aufgenommenen Wassers wurde nach der Gewichtsänderung des Papiers bestimmt. Die Papierscheiben wurden im Behälter so lange aufbewahrt, bis sie keine weitere Gewichtsvermehrung zeigten. Den Feuchtigkeitsgehalt konnte man dadurch variieren, daß man Schwefelsäure verschiedener Konzentration nahm.

Nachteilig bei dieser Methode ist, daß man nicht davon überzeugt sein kann, daß die ganze aufgenommene Wassermenge im Papier gleichmäßig räumlich verteilt ist. Zweifellos sitzt ein Teil des Wassers an der Oberfläche der Blättchen. Daß aber das Wasser, wenn auch teilweise auch in das Innere des Papiers eindringt, zeigt folgender Versuch: Gewöhnlich werden die Blättchen im Behälter mit der verdünnten Schwefelsäure einzeln aufgehängt. Wenn man aber mehrere von ihnen aufeinanderlegte und so in den Behälter brachte, so besaßen nach dem Einwirken der Feuchtigkeit die inneren Blättchen dieselbe dielektrische Festigkeit wie die äußeren. Das Wasser mußte folglich bis zu den inneren Blättchen gedrungen sein.

Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von dem relativen Feuchtigkeitsgehalt ist für das finnländische Papier und Wechselspannung auf dem Bild 9 wiedergegeben. Da es sich hier um eine bedeutende Änderung der Durchschlagspannungen handelt, sind sie in einem logarithmischen Maßstab aufgetragen. Die obere Kurve entspricht einer Schichtdicke von 0,36 mm (3 Lagen Papier), die untere einer solchen von 0,12 mm (1 Lage Papier). Bis zu einem Gehalt von 1% hat das Wasser überhaupt keinen Einfluß auf die dielektrische Festigkeit des Papiers. Weiter beginnt aber ein steiler Abfall. Bei einem Feuchtigkeitsgehalt von 9% liegen die Durchschlagspannungen 6mal niedriger als bei dem trockenen Papier.

Wie wir es gesehen haben, ist bei der trockenen Isolation die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur unbedeutend. In einigen Fällen

Digitized by Google

ergab sich eine Erhöhung der Durchschlagspannungen bei steigender Temperatur. Bei dem feuchten durchtränkten Papier nehmen dagegen bei Temperaturerhöhung die Durchschlagspannungen ab, sowohl bei Gleich- als auch bei Wechselspannung. Dies ist aus dem Bild 10 zu sehen, auf dem die an dem finnländischen Papier gewonnenen Resultate eingezeichnet sind (Dreiecke). Zum Vergleich sind auf demselben Bild auch die Kurven angeführt, die sich in gleichen Bedingungen für die trockene Isolation ergeben.

Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur ist um so schärfer ausgeprägt, je größer der Feuchtigkeitsgehalt ist, wie es aus folgender Tabelle zu sehen ist.

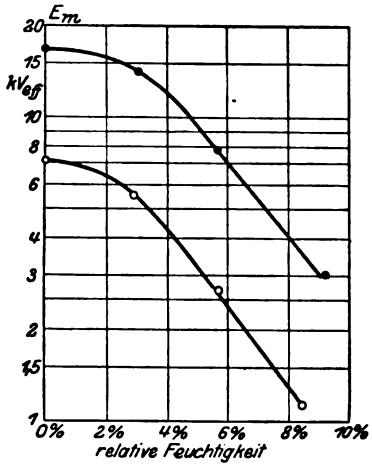


Bild 9. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von dem relativen Feuchtigkeitsgehalt. Wechselsp. 50 per/sec. Finnländisches Papier. • — $d = 0{,}36$ mm (3 Lagen) ○ — $d = 0{,}12$ mm (eine Lage)

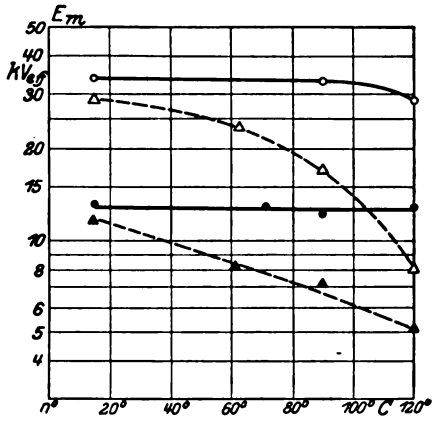


Bild 10. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur Finnländisches Papier. Trockenes Papier 2 Lagen ○ Gleichsp. • Wechselsp. Feuchtes Papier 2,5 % relat. Feucht. 2 Lagen △ — Gleichsp. ▲ — Wechselsp.

Tabelle 6.

Finnländisches Papier. Schichtdicke 0,12 mm. Wechselspannung.

Relativer Feuchtigkeitsgehalt	Durchschlagspannung 15° C	Durchschlagspannung 57° C
0%	7,1 kV_{eff}	6,4 kV_{eff}
3%	5,6 „	4,0 „
5%	2,7 „	1,1 „

Bei den Stoßspannungen ist die Abhängigkeit der Durchschlagspannungen von dem Wassergehalt bedeutend kleiner. Bei 6% relativer Feuchtigkeit sind bei dieser Spannungsart die Durchschlagspannungen gegenüber dem trockenen Papier bloß um 25—30% erniedrigt, während im Fall von Wechselspannung bei denselben Bedingungen die Erniedrigung 250% beträgt.

7. Über den wahrscheinlichen Mechanismus des Durchschlags von öldurchtränktem Papier.

Wir wiesen schon darauf hin, daß zur Klärung des Durchschlags von durchtränktem Papier die reine Wärmetheorie kaum herangezogen werden kann. Da diese Behauptung ein bedeutendes prinzipielles Interesse bietet, wollen wir sie näher begründen.

Digitized by Google

Einer von den wichtigsten Schlüssen, zu denen die Wärmetheorie führt, ist der, daß sich die Durchschlagspannung bei übrigen konstanten Bedingungen proportional der Quadratwurzel aus dem spezifischen Widerstand des Isoliermaterials verändern muß.

$$E_m = \text{const } \sqrt{\varrho}. \qquad (1)$$

Falls es sich um Wechselspannung handelt, muß statt des Ohmschen Widerstandes in die Formel (1) der wirksame spezifische Widerstand (Quadrat der Spannung durch die spezifischen dielektrischen Verluste dividiert) eingeführt werden.

Nach Hentschel[1] vergrößern sich die Verluste im Fall von durchtränktem Papier bei einer Temperaturerhöhung von 20° C bis 50° C je nach der Tränkmasse und der Spannung 3 bis 5 mal. Falls wir es mit einem Wärmedurchschlag zu tun hätten, so müßten sich in demselben Temperaturintervall die Durchschlagspannungen etwa 2 mal verkleinern. Tatsächlich wird keine Abnahme, eher eine Erhöhung der Durchschlagspannungen beobachtet. Dieser Umstand zeigt mit voller Bestimmtheit, daß wir es hier mit keinem Wärmedurchschlag zu tun haben.

Von welcher Art die Prozesse sind, die den Durchschlag tatsächlich herbeiführen, ist bis jetzt noch nicht klar. Jedenfalls müssen es Ionisationsprozesse sein. Wahrscheinlich dürfte die oft vertretene Ansicht, daß bei dem Durchschlag der Papierisolation Gaseinschlüsse eine wichtige Rolle spielen, das Richtige treffen. Diese Gasblasen brauchen nicht unbedingt schon vor dem Anlegen der Spannung vorhanden zu sein, sie können auch wegen der Einwirkung der Spannung entstehen, wie es u. a. auch von Hentschel beobachtet wurde. Sehr möglich ist es, daß der Durchschlag gerade durch eine solche lokale Zersetzung der Tränkmasse eingeleitet wird.

Gehen wir von kleinen Schichtdicken zu großen, dem Hochspannungskabel über, so bleibt das oben Gesagte bestehen. Auch bei dem Kabel dürfte der Durchschlag kaum ein reiner Wärmeprozeß sein. Das bedeutet selbstverständig nicht, daß die thermischen Erscheinungen bei dem Durchschlag von Kabeln überhaupt keine Rolle spielen. Sie müssen aber eher als Nebenerscheinungen betrachtet werden.

Im Gegensatz zu dem trockenen Papier kommen wir bei dem feuchten dem Wärmedurchschlag sehr nahe, was z. B. schon daraus hervorgeht, daß in diesem Fall sich bei Temperaturerhöhung die Durchschlagspannungen schnell verringern. Man könnte versuchen, hier die Gültigkeit der Formel (1) zu prüfen. Nach Hentschel vergrößern sich bei einem Anwachsen des Wassergehalts von 3 bis 6% die Verluste etwa 3 mal. Der Formel (1) gemäß könnte man dann eine Erniedrigung der Durchschlagspannung um 70% erwarten. Tatsächlich nimmt, wie es aus dem Bild 9 zu sehen ist, bei diesen Bedingungen die Durchschlagspannung 2 mal ab, ein Wert, der mit dem oben berechneten (70%) gut übereinstimmt. Bei solchen Kabeln folglich, die Stellen mit erhöhtem Feuchtigkeitsgehalt enthalten, können wir einen nahezu reinen Wärmedurchschlag erhalten.

Diese Arbeit ist auf Anregung der Kabelmanufaktur „Sewbakel" unternommen worden und wurde von ihr durch Geldmittel und die für die Messungen notwendige Apparatur bereitwillig unterstützt. Dem technischen Direktor der Manufaktur Herrn Ing. S. Jakowlew, sowie dem Leiter des Wissenschaftlich-Technischen Laboratoriums Herrn Ing. S. Bragin sind wir für ihr freundliches Entgegenkommen zu aufrichtigem Dank verpflichtet.

Zusammenfassung.

Für eine Reihe von reinen Zellstoffpapieren, die mit einer Masse von 40% Kolophonium und 60% Mineralöl durchtränkt sind, wird die dielektrische Festigkeit bei verschiedenen Bedingungen bestimmt. Dabei erwies sich:

1. Die Durchschlagspannungen wachsen für die meisten Papiere weniger schnell als die Schichtdicken an. Bei wachsender Dicke verkleinern sich folglich die Durch-

[1] Hentschel, Arch. f. Elektrot. Bd. XV, 138, 1925.

Digitized by Google

schlagfeldstärken. Bei Wechselspannung erweisen sich die Durchschlagspannungen derjenigen Papiere am höchsten, die am dichtesten sind.

2. Bei gut getrocknetem und durchtränktem Papier ist die Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung unbedeutend. In einigen Fällen wachsen bei Temperaturerhöhung die Durchschlagspannungen an.

3. Bei Gleichspannung erweist sich die dielektrische Festigkeit des Papiers um 250—300% höher als bei Wechselspannung. Bei Stoßspannungen beträgt diese Erhöhung ungefähr 250%.

4. Es ist eine bedeutende Abhängigkeit der Durchschlagspannungen von der Beanspruchungsdauer vorhanden.

5. Wird dem durchtränkten Papier etwas Wasser zugesetzt, so nehmen die Durchschlagspannungen bedeutend ab. Ein Wassergehalt von 9% verkleinert die dielektrische Festigkeit etwa 9 mal. Außerdem wird bei der feuchten Papierisolation ein scharfe ausgeprägte Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannungen beobachtet.

6. Die Resultate lassen es als sehr wahrscheinlich erscheinen, daß wir es bei der trockenen Isolation mit keinem Wärmedurchschlag zu tun haben. Bei der feuchten Isolation kommen wir dagegen dem Wärmedurchschlag sehr nahe.

Beiträge zur Theorie des synchronen Einankerumformers unter besonderer Berücksichtigung der Ausgleichvorgänge bei gleichstromseitigen Kurzschlüssen.

Teil II.

Von

L. Dreyfus.

Moderne Hilfspolkonstruktionen.

Der Wendepol von Einankerumformern hat bereits eine kleine Geschichte Zuerst baute man Einankerumformer ohne Hilfspole. Später ging man, gezwungen durch gesteigerte Ausnützung des aktiven Materials zur Anwendung von Wendepolen über, wobei man zunächst Luftspalte von gleicher Größenordnung wie bei Gleichstrommaschinen ausführte. Die Folge war große Empfindlichkeit der Umformer gegen Belastungs- und Periodenschwankungen und häufige Überschläge bei scheinbar geringfügigen Ursachen.

Es wurde natürlich bald erkannt, woran die Schuld lag. Plötzliche Beschleunigungen oder Verzögerungen des Umformers bedingen mechanische Momente. Andererseits ist das Auftreten mechanischer Momente an die Bedingung geknüpft, daß das Verhältnis der Gleich- und Wechselstromamperewindungen von dem normalen Übersetzungsverhältnis, wie es sich bei stationärer Belastung einstellt, verschieden ist. Es bleiben also in der Kommutierungszone gewisse, dem Momente proportionale Restamperewindungen übrig, welche das normale Kommutierungsfeld verstärken oder schwächen, jedenfalls also stören.

Sowie man diese Ursache erkannt hatte, war es klar, auf welche Weise Abhilfe geschaffen werden konnte. Man mußte dafür sorgen, daß die oben beschriebenen Restamperewindungen nur ein möglichst schwaches Feld in der Wendezone erzeugen konnten, d. h. man mußte mit großen Wendepolluftspalten und großen Amperewindungen auf den Wendepolen arbeiten. Man verstand somit das Problem qualitativ

Digitized by Google

und naturgemäß wäre der nächstliegende Schritt gewesen auch die quantitative Seite des Problems aufzuklären.

Aber ob dieser Schritt wirklich zurückgelegt wurde, ist recht zweifelhaft. Es spricht sogar viel gegen eine solche Annahme. Ich brauche zur Kennzeichnung der gegenwärtigen Lage nur auf zwei immer wiederkehrende Fehler hinzuweisen:

Eine sehr gebräuchliche Konstruktion verwendet einen großen Luftspalt nicht nur zwischen Anker- und Wendepolschuh, sondern auch zwischen Wendepol und Joch. In Wirklichkeit ist diese Lösung ungünstig.

Sodann wird in der Literatur oft empfohlen, die Wendepolamperewindungen mindestens ebenso groß zu machen wie die Gleichstromankeramperewindungen, da man auf diese Weise volle Sicherheit gegen das Umpolen des Wendefeldes bei Belastungsstößen habe. Denn, so ist der Gedankengang, sind beide Amperewindungen gleich groß, aber entgegengesetzt, so erzeugen sie unter den Hilfspolen überhaupt kein Feld, also auch kein Feld falscher Richtung.

Auch diese Auffassung ist irrig. Es liegt ihr stillschweigend die Annahme zugrunde, das Kommutierungsfeld B_k könne nach der Formel

$$B_k = \frac{0{,}4\,\pi}{\Delta} \sum_i (A\,W_i) \tag{1a}$$

aus der algebraischen Summe aller Amperewindungen mit einem einzigen Luftspalt Δ berechnet werden. In Wirklichkeit variiert jedoch der wirksame Luftspalt sehr erheblich mit der Lage der Amperewindungen. Er ist am größten für die Wendepolamperewindungen, kleiner für die Ankerrückwirkung der Wechselstromseite, noch kleiner für die Ankerrückwirkung der Gleichstromseite und am aller geringsten für die resultierende Ankerrückwirkung. Die richtige Berechnungsformel lautet daher

$$B_k = 0{,}4\,\pi \sum_i \left(\frac{A\,W_i}{\Delta_i}\right) \tag{1}$$

und diese ergibt ganz andere Werte als die gebräuchliche aber falsche Gleichung (1a).

Bei dieser Lage der Dinge ist es wahrscheinlich, daß die vorliegende Veröffentlichung einem Bedürfnis entgegenkommt und zu verbesserten Hilfspolkonstruktionen Anlaß geben wird.

Erster Abschnitt.

Theorie der einfachsten Hilfspolkonstruktion mit nur einem Luftspalt.

1. Definition des wirksamen Hilfspolluftpsaltes und der Wendefeldinduktion.

Von Ausnahmefällen abgesehen ist das Feld innerhalb der Wendezone nicht konstant. Wenn wir trotzdem für jede Wicklung einen bestimmten Hilfspolluftspalt Δ einführen wollen, so kann dieser nur einen Mittelwert bedeuten, und dann natürlich den Mittelwert, auf den es bei der Kommutierung ankommt. Nun weiß man, daß die Verteilung des Wendefeldes von geringerer Bedeutung ist als sein Mittelwert B_k innerhalb der Wendezone k. Unter dem wirksamen Wendepolluftspalt soll daher derjenige Mittelwert Δ verstanden werden, mit dem nach der Formel

$$B_k = 0{,}4\,\pi \frac{A\,W}{\Delta} \tag{1b}$$

der richtige Mittelwert B_k aus dem Maximalwert $A\,W$ der Amperewindungen irgendeiner Wicklung erhalten wird.

Digitized by Google

In Anlehnung an diese Definition kann man

$$\Phi_k = B_k \cdot k \cdot L \tag{2}$$

(L Ankereisenbreite), als den wirksamen Wendefluß bezeichnen.

Betrachten wir nun Bild 1, welches auf der linken Seite das Feld der Hilfspolwicklung, auf der rechten Seite das Feld der Drehstromankerrückwirkung darstellt. Wenngleich die Zeichnung keinen Anspruch auf Genauigkeit macht, läßt sie doch

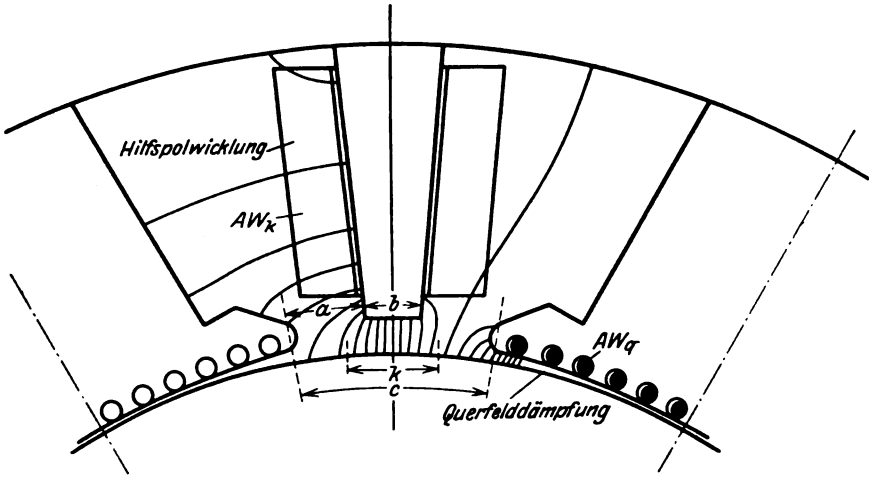


Bild 1. Feld der Hilfspolwicklung und der Drehstromankerrückwirkung im Polzwischenraum.

einen wichtigen Unterschied erkennen. Der wirksame Wendefluß der Hilfspolwicklung konvergiert gegen den Hilfspolschuh, der wirksame Wendefluß der Ankerrückwirkung dagegen konvergiert gegen die Ankeroberfläche. Die magnetische Leitfähigkeit ist deshalb für das Wendefeld der Hilfspolwicklung kleiner als für das Wendefeld der Ankerrückwirkung. Oder anders ausgedrückt: Der wirksame Luftspalt Δ_k der Wendewicklung ist größer als der wirksame Luftspalt $\tilde{\Delta}$ der Drehstromankerrückwirkung.

Diese Verhältnisse lassen sich mit guter Annäherung analytisch erfassen, wenn man die komplizierten Grenzbedingungen des Bildes 1 durch einfachere, z. B. durch das vereinfachte Schema des Bildes 2 ersetzt. Infolge der Vernachlässigung der Polspitzen erhalten wir dabei das Wendefeld etwas zu stark, was indessen durch eine geringfügige Vergrößerung von a ausgeglichen werden kann: Da außerdem diese Ungenauigkeit auf den wirksamen Luftspalt von Hilfspol- und Ankerwicklung ungefähr denselben Einfluß haben dürfte, spielt sie für das Verhältnis der wirksamen Luftspalte eine untergeordnete Rolle. Wir werden im folgenden derartige Rechnungen für alle interessierenden Wicklungen nach den Methoden der konformen Abbildung durchführen. Der Hauptpolluftspalt δ_p und der magnetische Widerstand des Eisenweges werden dabei als unwesentlich vernachlässigt.

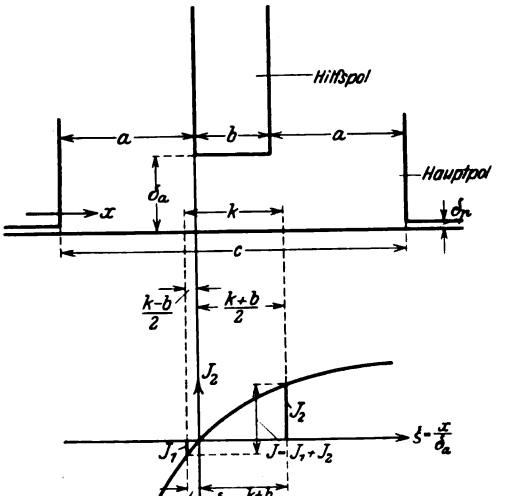


Bild 2. Vereinfachte Grenzbedingungen für das Feld im Polzwischenraum.

Digitized by Google

2. Der wirksame Wendepolluftspalt Δ_k bezogen auf die Wendepolwicklung.

a) Wendepolbreite sehr groß: $b = \infty$ (Bild 3).

Es bezeichne

AW_k die Amperewindungen der Wendepolwicklung

$B_0 = \frac{0{,}4\,\pi\,A\,W_k}{\delta_a}$ die Induktion des Wendefeldes in einigem Abstand von der Kante des Wendepolschuhes.

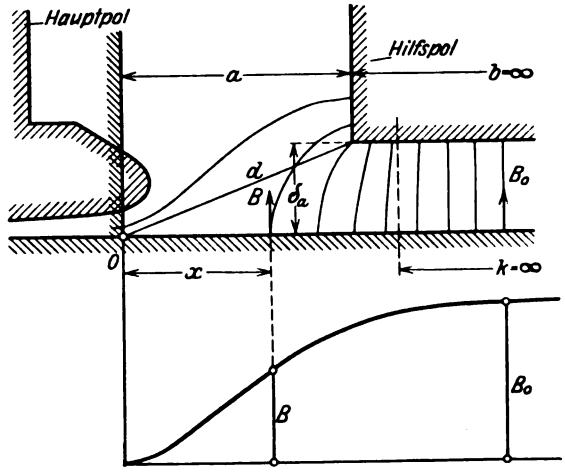


Bild 3. Grenzbedingungen und Verteilung des Feldes der Hilfspolwicklung bei sehr breitem Hilfspol.

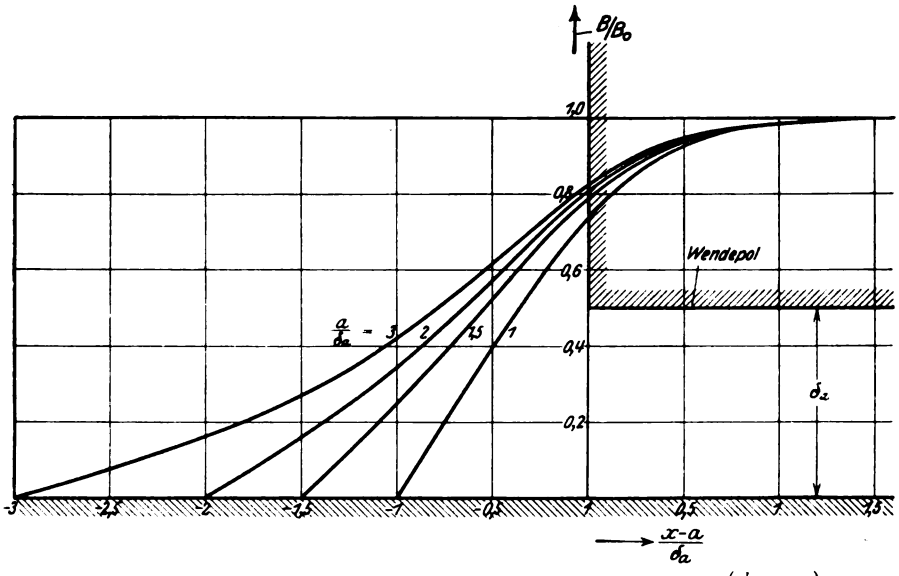


Bild 4. Feld der Wendepolwicklung bei breitem Wendepol $\left(\frac{b}{\delta_a} \geqq 3\right)$.

Für die Normalkomponente B der Induktion an der Ankeroberfläche ergibt sich:

$$\frac{x}{\delta_a} = \frac{2}{\pi}\left[\frac{a}{\delta_a}\,\text{arc tg}\left(\frac{a}{\delta_a}\cdot\frac{B}{B_0}\right) + \mathfrak{Ar\,Tg}\,\frac{B}{B_0}\right]. \qquad (3)$$

Nach dieser Gleichung sind die Feldkurven des Bildes 4 für die Verhältnisse $\frac{a}{\delta_a} = 1$, 1.5, 2 und 3 gezeichnet. Je kleiner dieses Verhältnis ist, desto mehr wird das Wendefeld unter den Polschuhkanten geschwächt.

Digitized by Google

b) Normale Wendepolbreite b.

Die Berücksichtigung der endlichen Wendepolbreite geschieht am einfachsten auf folgendem Wege: Man berechnet zuerst für jede Polschuhkante die Feldverteilungskurve B' bzw. B'' wie für unendlich breiten Hilfspol und drückt sie gemäß Bild 5 wie folgt aus:

$$\frac{B'}{B_0} = 1 - \varphi\left(\frac{x}{\delta_a}\right) \tag{4a}$$

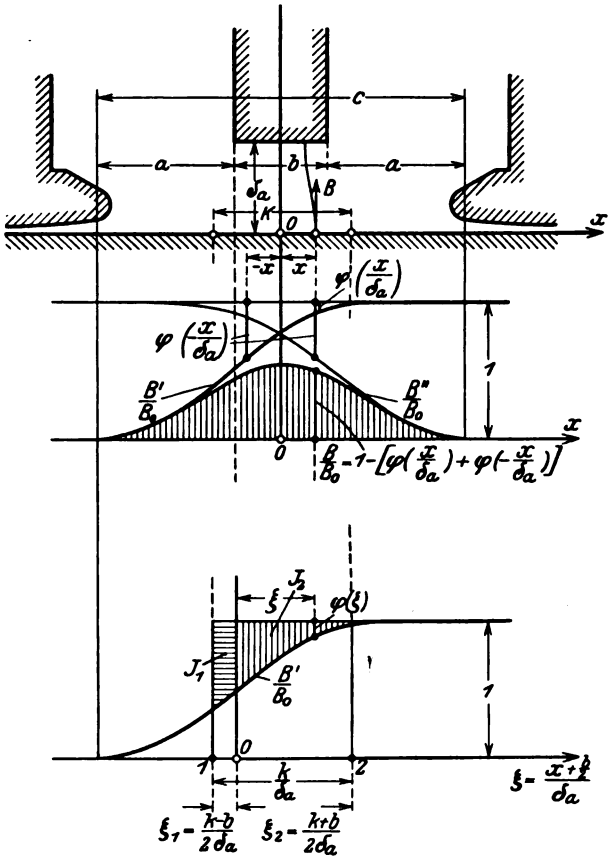


Bild 5 u. 6. Näherungsmethode zur Berücksichtigung der endlichen Hilfspolbreite b.

$$\frac{B''}{B_0} = 1 - \varphi\left(\frac{-x}{\delta_a}\right). \tag{4b}$$

(Dabei haben wir die Ordinatenachse durch die neutrale Zone gelegt). Für die wirkliche Feldverteilung gilt dann mit guter Annäherung:

$$\frac{B}{B_0} = 1 - \left[\varphi\left(\frac{x}{\delta_a}\right) + \varphi\left(\frac{-x}{\delta_a}\right)\right]. \tag{5}$$

Um die Güte dieser Näherungslösung zu kontrollieren, kann man sie auf den leicht zu behandelnden Spezialfall $b = 0$ anwenden. Die genaue Lösung lautet hierfür:

$$\frac{B}{B_0} = \frac{\delta_a}{a} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{x}{a}\right)}{\sqrt{\frac{1}{2}\left(\mathfrak{Cof}\,\pi\,\frac{\delta_a}{a} - \cos\pi\,\frac{x}{a}\right)}} \tag{6}$$

und speziell für $x = 0$

$$\frac{B}{B_0} = \frac{\delta_a}{a} \cdot \frac{1}{\mathfrak{Sin}\,\frac{\pi}{2}\,\frac{\delta_a}{a}}. \tag{6a}$$

Digitized by Google

Hieraus folgt beispielsweise für $\delta_0 = a$:

$$\frac{B}{B_0} = 0{,}435$$

während nach Bild 4, 5 und Gleichung (5)

$$\frac{B}{B_0} = 1 - 2 \cdot 0{,}27 = 0{,}46$$

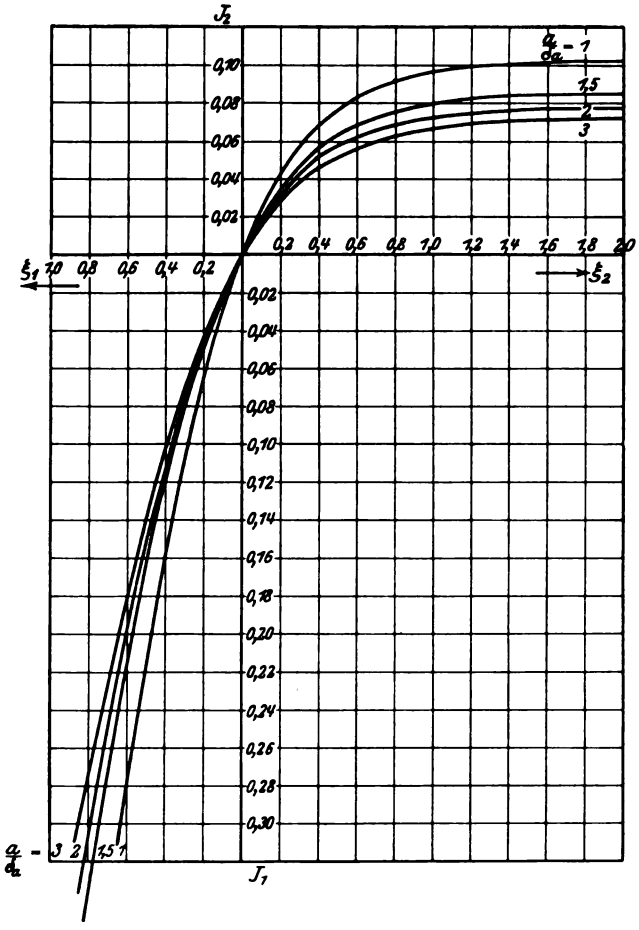


Bild 7. Die Funktion $\mathfrak{F} = f\left(\frac{x}{\delta_a}\right)$ berechnet für das Feld der Hilfspolwicklung.

erhalten wird. Ist also die Übereinstimmung selbst für den Grenzfall $b = 0$ nicht unbefriedigend, so kann man die Näherungsmethode erst recht für endliche Polschuhbreiten anwenden.

Ich habe noch zu zeigen, wie sich hierauf eine einfache Methode für die Berechnung des wirksamen Wendepolluftspaltes Δ_k aufbauen läßt. Gemäß Gleichung (1a) ist

$$\frac{\delta_a}{\Delta_k} = \frac{B_k}{B_0} = \frac{1}{q} \int_{-\frac{k}{2}}^{+\frac{k}{2}} \frac{B}{B_0}\, dx. \tag{7}$$

daraus folgt nach Gleichung (5) und Bild 6 mit $\xi = \frac{x + b/2}{\delta_a}$

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned}\frac{\delta_a}{\Delta_k} &= 1 - \frac{2\,\delta_a}{k}\int_{-\xi_1=-\frac{k-b}{2\,\delta_a}}^{\xi_2=\frac{k+b}{2\,\delta_a}} \varphi(\xi)\,d\xi \\ &= 1 - \frac{2\,\delta_a}{k}\left[\int_{-\xi_1}^{0}\varphi(\xi)\,d\xi + \int_{0}^{\xi_2}\varphi(\xi)\,d\xi\right]\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

$$= 1 - \frac{2\,\delta_a}{k}\left[\mathfrak{F}_1 + \mathfrak{F}_2\right]. \quad (8a)$$

Die Integrale $\mathfrak{F}_1$ und $\mathfrak{F}_2$, die eine Funktion der Verhältnisse $\frac{a}{\delta_a}$ und $\xi_{1,2} = \frac{k \mp b}{2\,\delta_a}$ sind, können aus Bild 4 durch graphische Integration gewonnen werden. Sie sind in

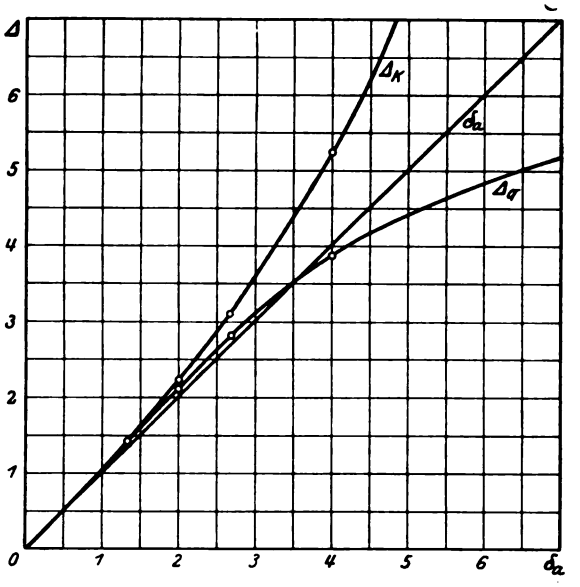


Bild 8. Die wirksamen Luftspalte für Hilfspol und Dämpferwicklung.
$a = 4$ cm, $b = k = 3$ cm, $c = 11$ cm.

Bild 7 für die Verhältnisse $\frac{a}{\delta_a} = 1,\ 1.5,\ 2,\ 3$ aufgetragen, und ermöglichen so eine schnelle Bestimmung des wirksamen Luftspaltes Δ_k ohne verwickelte Rechenoperationen (vgl. auch Bild 2).

Zahlenbeispiel.

Ein Beispiel möge zeigen, wie das Verhältnis $\frac{\Delta_k}{\delta_a}$ mit der Vergrößerung des Luftspaltes zunimmt. Die Breite der Wendezone möge dabei gleich der Breite des Wendepoles angenommen werden: $k = b$, $\mathfrak{F}_1 = 0$, $\xi_2 = \frac{k}{\delta_a}$. Hierfür wird

$$\frac{\Delta_k}{\delta_a} = \frac{1}{1 - \frac{2\,\delta_a}{k}\mathfrak{F}_2}. \quad (9)$$

Wir setzen $a = 4$ cm, $b = k = 3$ cm und berechnen:

Digitized by Google

$\frac{a}{\delta_a}$	3	2	1,5	1
δ_a	1,333	2,000	2,667	4,000
ξ_2	2,25	1,5	1,125	0,75
$\mathcal{J}_2$	0,072	0,076	0,082	0,090
$\frac{2\,\delta_a}{k}\mathcal{J}_1$	0,064	0,101	0,146	0,240
$\frac{\Delta_k}{\delta_a}$	1,07	1,11	1,17	1,31
Δ_k	1,42	2,22	3,12	5,26

Die berechneten Werte sind in Bild 8 aufgetragen. Darnach ist die Differenz zwischen Δ_k und δ_a schon bei kleinen Luftspalten nicht unbeträchtlich und vergrößert sich schnell mit wachsendem Luftspalt.

3. Der wirksame Wendepolluftspalt Δ_q bezogen auf eine Querfelddämpferwicklung.

Wir wollen jetzt den Fall untersuchen, in welchem die Erregung des Wendefeldes ausschließlich durch Ampereleiter unter den Hauptpolen bewerkstelligt wird. Den so berechneten wirksamen Wendepolluftspalt Δ_q kann man als „Wendepolluftspalt der Querfelddämpfung" bezeichnen, da eine Querfelddämpferwicklung oder ein Dämpfergitter, dessen Leiter in den Polschuhnuten liegen, bei Änderungen des Querfeldes derartige Amperewendungen ausbildet. Die Berechnung von Δ_q bildet zugleich eine notwendige Vorstufe zur Berechnung des wirksamen Luftspaltes der Ankerrückwirkung.

a) Wendepolbreite sehr groß: $b = \infty$ (Bild 9).

Es bezeichne:

AW_q die Amperewindungen der Querfelddämpfung

$B_0 = \frac{0{,}4\,\pi\,AW_q}{\delta_a}$ die Induktion des Wendefeldes in einigem Abstand von der Kante des Wendepolschuhes.

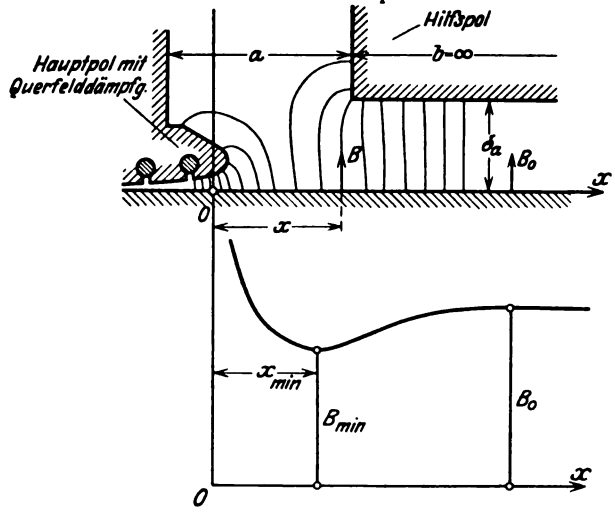


Bild 9. Grenzbedingungen und Verteilung des Feldes der Querfelddämpferwicklung bei sehr breitem Hilfspol.

Ferner:

$$B_{min} = B_0 \frac{2}{\frac{a}{\delta_a} + \frac{\delta_a}{a}} \qquad (10)$$

Digitized by Google

den Minimalwert der Oberflächeninduktion im Abstand

$$x_{\min} = \frac{a}{2} + \frac{\delta_a}{\pi} \operatorname{Ar\,Sin}\left(\frac{2}{\frac{a}{\delta_a} - \frac{\delta_a}{a}}\right) \tag{10a}$$

von der Kante des Hauptpoles. Dann ergibt sich für die Verteilung der Induktion an der Ankeroberfläche

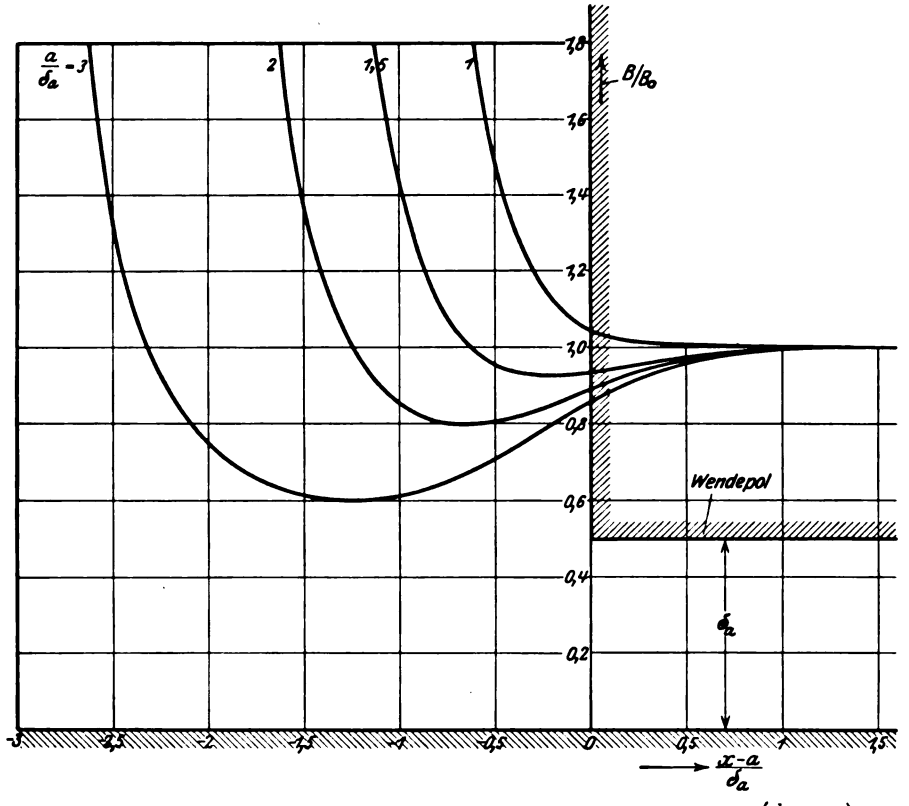


Bild 10. Feld der Querfelddämpferwicklung bei breitem Wendepol $\left(\frac{b}{\delta_a} \geqq 3\right)$.

$$\frac{x}{\delta_a} = \frac{1}{\pi}\left[\frac{a}{\delta_a}\arcsin\frac{B_{\min}}{B} + \operatorname{Ar\,Sin}\frac{\frac{B_{\min}}{B}}{\frac{\frac{a}{\delta_a}-\frac{\delta_a}{a}}{2} \pm \frac{\frac{a}{\delta_a}+\frac{\delta_a}{a}}{2}\sqrt{1-\left(\frac{B_{\min}}{B}\right)^2}}\right]. \tag{11}$$

Hierbei gilt das + Zeichen von $x = 0$ bis zur Lage $x_{\min}$, während für $x > x_{\min}$ das — Zeichen anzuwenden ist. Nach Gleichung (11) sind die Kurven des Bildes 10 für die Verhältnisse $\frac{a}{\delta_a} = 1,\ 1{,}5,\ 2,\ 3$ gezeichnet. Der Vergleich mit Bild 4 ergibt für den vorliegenden Fall eine wesentlich geringere Schwächung des Wendefeldes unter und jenseits der Kante des Polschuhes.

b) Normale Wendepolbreite b (Bild 11).

Für die näherungsweise Berücksichtigung der endlichen Wendepolbreite wurde bereits bei der Bestimmung des Feldes der Wendepolwicklung eine einfache Methode angegeben (siehe Bild 5). Bild 11 zeigt die Anwendung desselben Verfahrens auf den vorliegenden Fall. Durch Bestimmung der in Bild 11 schraffierten Flächen $\mathcal{J}_1$ und $\mathcal{J}_2$ ergibt sich für den wirksamen Luftspalt der Querfelddämpfung:

Digitized by Google

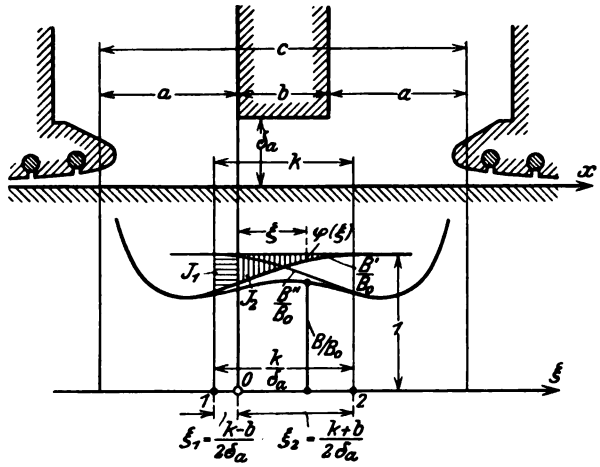


Bild 11. Näherungsmethode zur Berücksichtigung der endlichen Hilfspolbreite b.

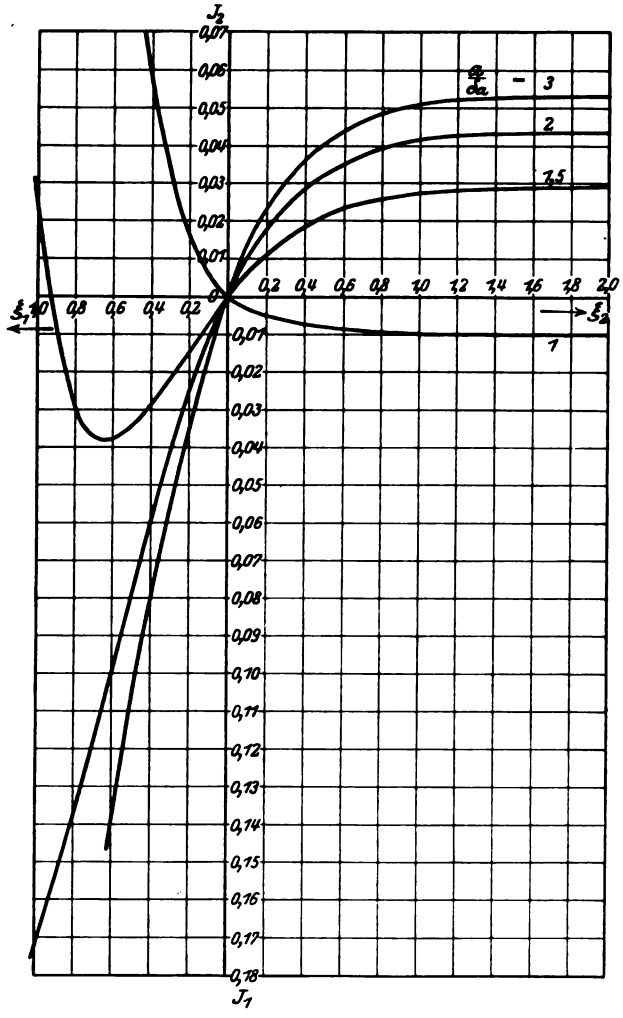


Bild 12. Die Funktion $\mathcal{J} = f\left(\frac{x}{\delta_a}\right)$ berechnet für das Feld der Dämpferwicklung.

Digitized by Google

$$\frac{\Delta_q}{\delta_a} = \frac{1}{1 - \frac{2\,\delta_a}{k}\,[\mathcal{J}_1 + \mathcal{J}_2]} \tag{12}$$

Die Integrale $\mathcal{J}_1$ und $\mathcal{J}_2$, die eine Funktion der Verhältnisse $\frac{a}{\delta_a}$ und $\xi_{1,2} = \frac{k \mp b}{2\,\delta_a}$ darstellen, sind in Bild 12 für die Verhältnisse $\frac{a}{\delta_a} = 1,\ 1{,}5,\ 2,\ 3$ aufgetragen.

Zahlenbeispiel.

Wir setzen das Zahlenbeispiel des vorigen Abschnittes mit denselben Annahmen $\left(a = 4 \text{ cm},\ b = k = 3 \text{ cm},\ \xi_1 = 0,\ \xi_2 = \frac{k}{\delta_a}\right)$ fort und erhalten

$$\frac{\Delta_q}{\delta_a} = \frac{1}{1 - \frac{2\,\delta_a}{k}\,\mathcal{J}_2}. \tag{12a}$$

Hierfür berechnet sich:

$\frac{a}{\delta_a}$	3	2	1,5	1,
δ_a	1,333	2,000	2,667	4,000
ξ_2	2,25	1,5	1,125	0,75
$\mathcal{J}_2$	0,053	0,044	0,028	— 0,009
$\frac{2\,\delta_a}{k}\,\mathcal{J}_2$	0,047	0,059	0,050	— 0,024
$\frac{\Delta_q}{\delta_a}$	1,05	1,065	1,05	0,975
Δ_q	1,40	2,13	2,81	3,90

Die so berechnete Kurve ist ebenfalls in Bild 8 aufgetragen. Sie zeigt uns, daß bei einigermaßen großen Luftspalten Δ_q wesentlich kleiner als Δ_k ausfällt.

4. Der wirksame Wendepolluftspalt $\tilde{\Delta}$ bezogen auf die Ankerrückwirkung der Drehstromseite.

Von der Ankerrückwirkung der Drehstromseite berücksichtigen wir nur die Grundwelle, deren Komponente in der Pollücke wir mit $A\,\tilde{W}$ bezeichnen (Bild 13). Ist

$$c = 2\,a + b = \gamma\,\tau$$

die Breite der Pollücke, so zerfällt innerhalb derselben die Ankerrückwirkung in eine konstante Komponente

$$A\tilde{W}\cos\gamma\,\frac{\pi}{2}$$

und in eine überlagerte, sehr nahezu parabolisch verteilte Komponente vom Scheitelwert

$$A\tilde{W}\left(1 - \cos\gamma\,\frac{\pi}{2}\right) = 2\,A\tilde{W}\sin^2\gamma\,\frac{\pi}{4}. \tag{13}$$

Da wir das Feld der konstanten Komponente bereits im vorigen Abschnitt behandelt haben, beginne ich sogleich mit der Untersuchung der variablen Komponente, die in Bild 13 durch Schraffur hervorgehoben ist. Es genügt, wenn wir sie durch eine Sinuswelle von der halben Wellenlänge c und der Amplitude

$$A\,\tilde{W}\left(1 - \cos\gamma\,\frac{\pi}{2}\right)$$

ersetzen.

Wenngleich das Feld unter dem Wendepol schwer exakt zu berechnen ist, läßt es sich doch leicht zwischen 2 Grenzwerten einschließen. Den ersten Grenzwert erhalten wir, indem wir das Wendefeld ganz ohne Rücksicht auf den Hilfspol wie für

Digitized by Google

$\delta_a = \infty$ berechnen. Mit denselben vereinfachten Grenzbedingungen wie früher (Bild 2) ergibt sich eine sinusförmige Feldverteilung von der Amplitude

$$\frac{0{,}4\,\pi}{\frac{c}{\pi}} \cdot 2\,A\tilde{W} \sin^2 \gamma \frac{\pi}{4},$$

die innerhalb der Kommutierungszone $k = \varkappa\, c$ den Mittelwert

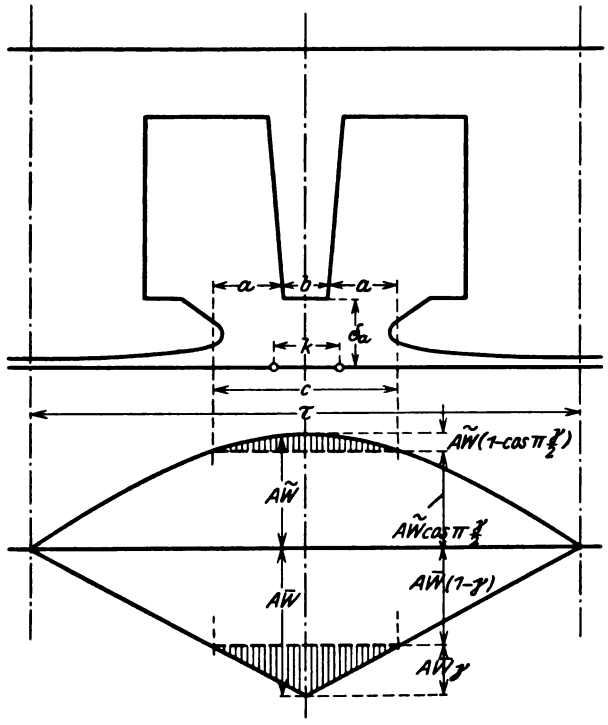


Bild 13. Die Ankerrückwirkung der Drehstrom- und Gleichstromseite.

$$\frac{0{,}4\,\pi}{\frac{c}{\pi}} \cdot 2\,A\tilde{W} \sin^2\left(\gamma \frac{\pi}{4}\right) \frac{\sin \varkappa \frac{\pi}{2}}{\varkappa \frac{\pi}{2}}$$

besitzt. Dem entspricht ein wirksamer Luftspalt

$$\tilde{\Delta}'_{max} = \frac{c}{\pi} \frac{\varkappa \frac{\pi}{2}}{\sin \varkappa \frac{\pi}{2}}. \tag{14}$$

Diesen Wert kann der wirksame Luftspalt nie überschreiten, wir mögen den geometrischen Luftspalt δ_a noch so groß machen. Große Werte für Δ' erreicht man daher leichter durch breite Pollücken (c) als durch große Luftspalte (δ_a).

Eine zweite, untere Grenze für $\tilde{\Delta}'$ ergibt sich, wenn wir die wirkliche Größe δ_a des Luftspaltes berücksichtigen, aber die Wendepolbreite mit der Annahme $b = c$ gewaltig übertreiben. Hierfür ergibt sich abermals eine sinusförmige Feldverteilung, jedoch von der größeren Amplitude

$$\frac{0{,}4\,\pi}{\delta_a} \cdot 2\,AW \sin^2 \gamma \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\pi \frac{\delta_a}{c}}{\operatorname{tg} \pi \frac{\delta_a}{c}},$$

die innerhalb der Kommutierungszone $k = \varkappa \cdot c$ den Mittelwert

Digitized by Google

$$\frac{0{,}4\,\pi}{\delta_a} \cdot 2\,AW \sin^2\gamma\frac{\pi}{4} \cdot \frac{\pi\frac{\delta_a}{c}}{\operatorname{tg}\pi\frac{\delta_a}{c}} \cdot \frac{\sin\varkappa\frac{\pi}{2}}{\varkappa\frac{\pi}{2}}$$

besitzt. Diesem Felde entspricht ein wirksamer Luftspalt

$$\tilde{\Delta}'_{\min} = \frac{c}{\pi}\,\frac{\varkappa\frac{\pi}{2}}{\sin\varkappa\frac{\pi}{2}} \cdot \operatorname{tg}\pi\frac{\delta_a}{c} \tag{15}$$

und speziell für kleine Verhältnisse $\frac{\delta_a}{c}$:

$$\tilde{\Delta}' \approx \delta_a \frac{\varkappa\frac{\pi}{2}}{\sin\pi\frac{\pi}{2}}. \tag{15a}$$

Daß wir durch diese einfachen Rechnungen den wirksamen Luftspalt $\tilde{\Delta}'$ bereits mit recht guter Annäherung bestimmt haben, zeigt Bild 14, nach welche $\tilde{\Delta}'$ innerhalb

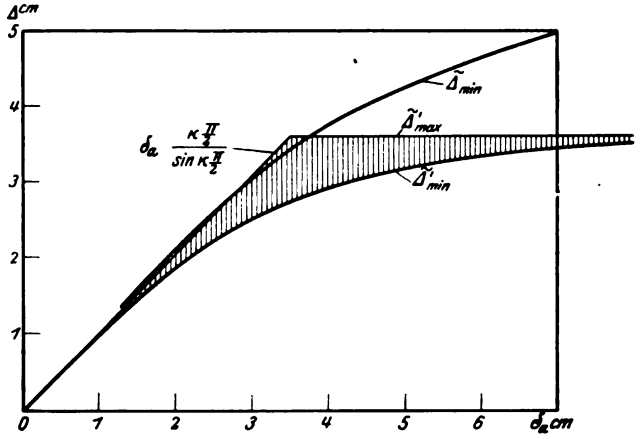


Bild 14. Zur Bestimmung des wirksamen Luftspaltes für die Ankerrückwirkung der Drehstromseite.

des schraffierten Gebietes gelegen sein muß. Für praktische Rechnungen kann zur Sicherheit direkt mit der unteren Grenzkurve gerechnet werden.

Schließlich habe ich noch zu zeigen, wie man aus den Luftspalten Δ_q und $\tilde{\Delta}'$ den wirksamen Luftspalt für die gesamte Rückwirkung der Wechselstromseite bestimmt. Man berechnet dann erst die resultierende mittlere Induktion in der Wendezone

$$B_k = \frac{0{,}4\,\pi}{\Delta_q} A\tilde{W}\cos\pi\frac{\gamma}{2} + \frac{0{,}4\,\pi}{\tilde{\Delta}'} A\tilde{W}\left(1-\cos\pi\frac{\gamma}{2}\right) = \frac{0{,}4\,\pi}{\tilde{\Delta}} A\tilde{W}$$

und erhält daraus:

$$\tilde{\Delta} = \frac{1}{\frac{\cos\pi\frac{\gamma}{2}}{\Delta_q} + \frac{1-\cos\pi\frac{\gamma}{2}}{\tilde{\Delta}'}} \tag{16}$$

Zahlenbeispiel.

Die früheren Daten unseres Zahlenbeispieles ($a = 4$, $b = k = 3$, $c = 11$) ergänzen wir durch die Angaben:

$$\varkappa = \frac{k}{c} = 0{,}273 \qquad \gamma = 0{,}29$$

Digitized by Google

$$\frac{\varkappa\frac{\pi}{2}}{\sin\varkappa\frac{\pi}{2}} = 1{,}03 \qquad \cos\pi\frac{\gamma}{2} = 0{,}898$$

$$\bar{\Delta}'_{max} = \frac{c}{\pi}\cdot\frac{\varkappa\frac{\pi}{2}}{\sin\varkappa\frac{\pi}{2}} = 3{,}61 \qquad 1-\cos\pi\frac{\gamma}{2} = 0{,}102.$$

Hierfür berechnet sich:

δ_a	1,5	3	4,5	6
$\mathfrak{Tg}\,\pi\frac{\delta_a}{c}$	0,405	0,695	0,858	0,937
$\bar{\Delta}'_{min}$	1,46	2,51	3,09	3,38
$\delta_a\frac{\varkappa\frac{\pi}{2}}{\sin\varkappa\frac{\pi}{2}}$	1,55	3,09	4,64	6,18
Δ_q	1,6	3,1	4,18	4,85
$\frac{\cos\pi\frac{\gamma}{2}}{\Delta_q}$	0,560	0,289	0,215	0,185
$\frac{1-\cos\pi\frac{\gamma}{2}}{\bar{\Delta}'_{min}}$	0,070	0,041	0,033	0,030
$\bar{\Delta}_{min}$	1,59	3,03	4,02	4,65

Nach diesen Ergebnissen ist Bild 14 gezeichnet.

5. Der wirksame Wendepolluftspalt $\bar{\Delta}$ bezogen auf die Ankerrückwirkung der Gleichstromseite.

Das im vorigen Abschnitt entwickelte Verfahren, die Zerlegung der Ankerrückwirkung in eine konstante und eine im Polzwischenraum veränderliche Komponente, kann auch im vorliegenden Falle mit Vorteil angewandt werden. Bei unverkürztem Nutenschritt (Bild 13) ergibt sich dann eine Aufteilung der gesamten Amperewindungen $A\bar{W}$ in den konstanten Teil

$$A\bar{W}\left(1-\frac{c}{\tau}\right) = A\bar{W}(1-\gamma)$$

und eine dreieckförmig verteilte Komponente vom Höchstwert

$$AW\frac{c}{\tau} = AW\cdot\gamma.$$

Da der Einfluß der veränderlichen Komponente auf das Wendefeld noch nicht untersucht worden ist, wollen wir hierfür die Näherungsmethoden des vorigen Abschnittes zur Anwendung bringen.

Bei sehr kleinem Luftspalt δ_a ist die Induktion unter dem Wendepol überall proportional der Amperewindungsverteilung. Ist daher die Wendezone nicht breiter als der Polschuh so gilt sehr angenähert

$$B_k = \frac{0{,}4\,\pi}{\delta_a}\cdot A\bar{W}\cdot\gamma\cdot\left(1-\frac{k}{2c}\right) = \frac{0{,}4\,\pi}{c_a}\cdot AW\gamma\cdot\left(1-\frac{\varkappa}{2}\right)$$

und daher für den wirksamen Luftspalt

$$\bar{\Delta}' = \frac{\delta_a}{1-\frac{\varkappa}{2}} \qquad (17)$$

Umgekehrt errechnet sich für sehr große Luftspalte ($\delta_a = \infty$) eine obere Grenze, indem man die druckförmige Amperewindungsverteilung in eine Fourniersche

Digitized by Google

Reihe auflöst, und für Grund- und Oberwellen die Beiträge zum mittleren Wendefelde innerhalb der Wendezone bestimmt. Auf diesem Wege erhält man

$$B_k = AW\gamma \cdot \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{0{,}4\pi}{\frac{c}{\pi n}} \cdot \frac{8}{\pi^2 n^2} \frac{\sin n \varkappa \frac{\pi}{2}}{n \varkappa \frac{\pi}{2}}$$

und daraus

$$\bar{\Delta}'_{max} = \frac{c}{\pi} \cdot \frac{1}{\varphi(\varkappa)}, \tag{18}$$

wobei die Hilfsfunktion

$$\varphi(x) = \sum_{n=1.3}^{\infty} \frac{8}{\pi^2} \frac{\sin n \frac{\pi}{2} x}{n^2 \frac{\pi}{2} x} \tag{18a}$$

Bild 15 entnommen werden kann.

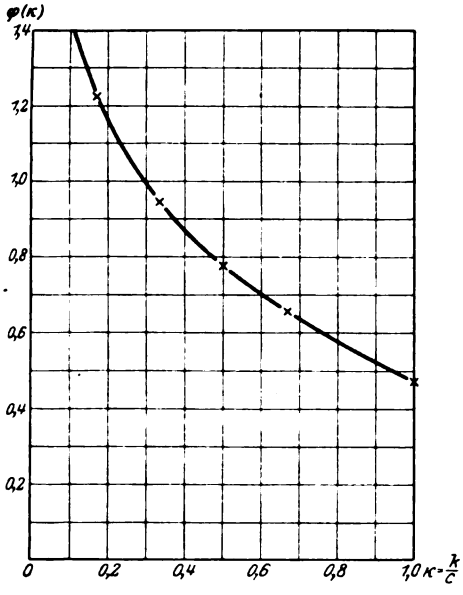


Bild 15. Die Hilfsfunktion $\sum_{n=1,3}^{\infty} \left(\frac{8}{\pi^2} \cdot \frac{\sin n \frac{\pi}{2} \varkappa}{n^2 \frac{\pi}{2} \varkappa} \right)$.

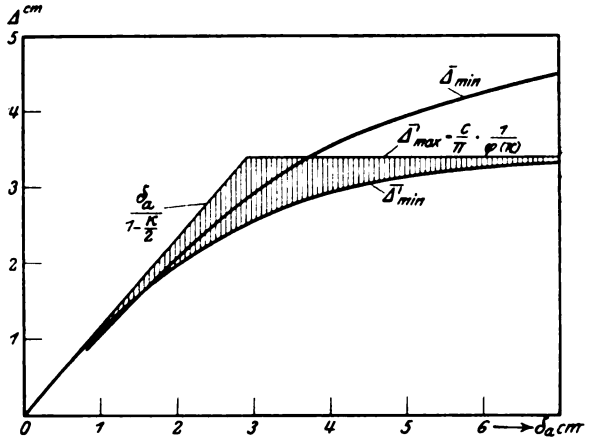


Bild 16. Zur Bestimmung des wirksamen Luftspaltes für die Ankerrückwirkung der Gleichstromseite.

Schließlich ergibt sich noch, wie im vorigen Abschnitt, eine untere Grenze für $\bar{\Delta}'$ durch eine unter der Annahme $b = c$ durchgeführte Rechnung. Hierfür wäre streng genommen:

$$\bar{\Delta}'_{min} = \frac{\frac{c}{\pi}}{\sum_{n=1,3}^{\infty} \left[\frac{8}{\pi^2} \frac{\sin n \varkappa \frac{\pi}{2}}{n^2 \varkappa \frac{\pi}{2}} \frac{1}{\operatorname{Tg} n \pi \frac{\delta_a}{c}} \right]} \tag{19}$$

Da aber bei einigermaßen großen Luftspalten $\operatorname{Tg} n \pi \frac{\delta_a}{c}$ nur für die Grundwelle ($n = 1$) berücksichtigt zu werden braucht, sonst aber gleich 1 gesetzt werden darf, läßt sich Gleichung (19) durch folgende Näherungsformel ersetzen:

$$\bar{\Delta}'_{min} = \frac{\frac{c}{\pi}}{\varphi(\varkappa) + \frac{8}{\pi^2} \frac{\sin \varkappa \frac{\pi}{2}}{\varkappa \frac{\pi}{2}} \left(\operatorname{Ctg} \pi \frac{\delta_a}{c} - 1 \right)} - . \tag{19a}$$

Digitized by Google

Auf diese Weise haben wir den wahren Wert von $\bar{\Delta}'$ auf die in Bild 16 schraffierte Fläche eingeengt, was für praktische Zwecke vollkommen genügt. Im allgemeinen dürfte es sich empfehlen, die untere Grenzkurve nach Gleichung (19) oder (19a) anzuwenden.

Ist $\bar{\Delta}'$ berechnet, so folgt der wirksame Wendepolluftspalt für die gesamte Gleichstrom-Ankerrückwirkung aus:

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{\frac{1-\gamma}{\Delta_q} + \frac{\gamma}{\bar{\Delta}'}} \tag{20}$$

Zahlenbeispiel.

Wir behalten die früheren Daten ($a = 4$, $b = k = 3$, $c = 11$, $\varkappa = 0{,}273$, $\gamma = 0{,}29$) und berechnen:

$$\varphi(\varkappa) = 1{,}03$$

$$\frac{8}{\pi^2} \frac{\sin \varkappa \frac{\pi}{2}}{\varkappa \frac{\pi}{2}} = 0{,}788. \tag{20}$$

Ferner ergibt sich:

δ_a	1,5	3	4,5	6
$\operatorname{Ctg} \pi \frac{\delta_a}{c} - 1$	1,47	0,44	0,15	0,07
$\frac{c}{\pi \Delta'_{\min}}$	2,19	1,38	1,15	1,08
$\bar{\Delta}'_{\min}$	1,6	2,54	3,04	3,25
Δ_q	1,6	3,1	4,18	4,85
$\frac{1-\gamma}{\Delta_q}$	0,443	0,229	0,170	0,146
$\frac{\gamma}{\bar{\Delta}'_{\min}}$	0,182	0,114	0,096	0,089
$\bar{\Delta}_{\min}$	1,6	2,91	3,76	4,25

Dies sind die Unterlagen für die in Bild 16 aufgezeichneten Kurven.

Gegenüber Ankerwicklungen mit unverkürztem Schritt, wie sie den bisherigen Rechnungen dieses Abschnittes zugrunde liegen, besitzen Wicklungen mit verkürztem Schritt nicht zu unterschätzende Vorteile. Einmal erfordern Wicklungen bei genügender Schrittverkürzung ein schwächeres maximales Kommutierungsfeld als Durchmesserwicklungen. Man kann deshalb bei ein und derselben Amperewindungszahl auf den Hilfspolen den Luftspalt δ_a größer ausführen. — Zweitens aber erregt die resultierende (Gleich-Drehstromseite) Ankerrückwirkung von Wicklungen mit verkürztem Schritt auch bei gleichem Luftspalt ein schwächeres Feld in der Wendezone, als die resultierende Ankerrückwirkung von Durchmesserwicklungen. Der Wendepolluftspalt kann also auch aus diesem Grunde vergrößert werden. Da nun alle Bestrebungen darauf gerichtet sein müssen, die Rückwirkungsfelder in der Wendezone durch Vergrößerung der Luftspalte Δ und $\bar{\Delta}$ möglichst zu unterdrücken, ohne übermäßig große Wendepolwicklungen zu benötigen, sind die besprochenen Vorteile sogar ziemlich schwerwiegend. Ein Nachteil ist natürlich die Verbreiterung der Kommutierungszone und die dadurch entstehende Gefahr, daß das Hauptfeld mit zu starken Ausläufern in diese Zone eindringt. Wir werden später hierauf zurückkommen.

Bei Wicklungen mit verkürztem Schritt hat die veränderliche Komponente der Gleichstromankerrückwirkung die Form eines Trapezes (Bild 17). Die kleine

Digitized by Google

Trapezseite ist gleich der Schrittverkürzung $e = c \cdot \eta$, gemessen am Ankerumfang. Die Trapezhöhe beträgt

$$A\bar{W} \cdot \gamma (1 - \eta)$$

wenn $A\bar{W}$ die gesamte Amperewindungszahl derselben Wicklung ohne Schrittverkürzung bedeutet[1].

Diese, in Bild 18 schraffierte, Amperewindungsverteilung erzeugt bei sehr kleinen Luftspalten in der Wendezone die mittlere Induktion

$$B_k = \frac{0{,}4\,\pi}{\delta_a} \cdot A\bar{W} \cdot \gamma \cdot \left[1 - \frac{\varkappa}{2} - \frac{\eta^2}{2\,\varkappa}\right]$$

dagegen bei sehr großen Luftspalten ($\delta_a = \infty$)

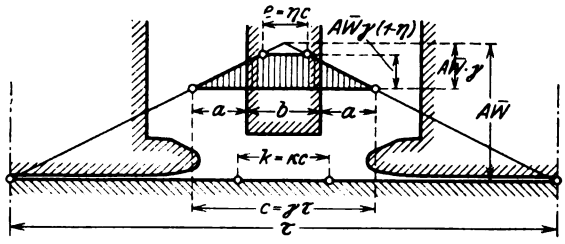


Bild 17. Die Ankerrückwirkung der Gleichstromseite (Wicklung mit verkürztem Schritt).

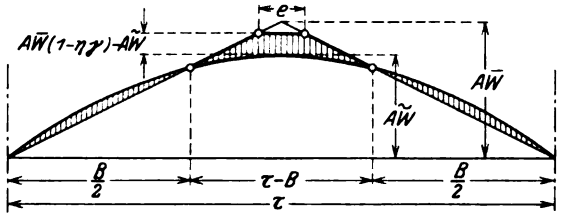


Bild 18. Die resultierende Ankerrückwirkung der Gleich- und Drehstromseite (schraffiert).

$$B_k = A\bar{W} \cdot \gamma \cdot \sum_{n=1,3}^{\infty} \left[\frac{0{,}4\,\pi}{\frac{c}{\pi\, n}} \cdot \frac{8}{\pi^2 n^2} \frac{\sin n\,\varkappa \frac{\pi}{2}}{n\,\varkappa \frac{\pi}{2}} \cos n\,\eta \frac{\pi}{2} \right]$$

$$= A\bar{W} \cdot \gamma \cdot \frac{1}{2} \sum_{n=1,3}^{\infty} \left[\frac{0{,}4\,\pi}{\frac{c}{\pi\, n}} \cdot \frac{8}{\pi^2 n^2} \left(\frac{\varkappa + \eta}{\varkappa} \cdot \frac{\sin n\,(\varkappa + \eta) \frac{\pi}{2}}{n\,(\varkappa + \eta) \frac{\pi}{2}} + \frac{\varkappa - \eta}{\varkappa} \frac{\sin n\,(\varkappa - \eta) \frac{\pi}{2}}{n\,(\varkappa - \eta) \frac{\pi}{2}} \right) \right]$$

Wir erhalten also für den wirksamen Luftspalt[1] bei sehr kleinen Werten von δ_a:

$$\bar{\Delta}' = \frac{\delta_a}{1 - \frac{\varkappa}{2} - \frac{\eta^2}{2\,\varkappa}} \tag{21}$$

bzw. bei großen Luftspalten als oberen Grenzwert

$$\bar{\Delta}'_{max} = \frac{\frac{c}{\pi}}{\frac{\varkappa + \eta}{2\,\varkappa}\,\varphi(\varkappa + \eta) + \frac{\varkappa - \eta}{2\,\varkappa}\,\varphi(\varkappa - \eta)} \tag{22}$$

wobei die Hilfsfunktion $\varphi(x)$ wie früher aus Bild 15 zu entnehmen ist.

Für den unteren Grenzwert kann die Gleichung (19a) nachgebildeter Formel

[1] Der Einfachheit halber werden im folgenden die wirksamen Luftspalte $\bar{\Delta}'$ und $\bar{\Delta}$ auf die Amperewindungen der Durchmesserwicklung $A\bar{W}\gamma$ bzw. AW bezogen.

Digitized by Google

$$\bar{\Delta}'_{\min} = \frac{\frac{c}{\pi}}{\frac{\varkappa+\eta}{2\varkappa}\varphi(\varkappa+\eta) + \frac{\varkappa-\eta}{2\varkappa}\varphi(\varkappa-\eta) + \frac{8}{\pi^2}\frac{\sin\varkappa\frac{\pi}{2}}{\varkappa\frac{\pi}{2}}\cos\eta\frac{\pi}{2}\left(\operatorname{Ctg}\pi\frac{\delta_a}{c}-1\right)} \tag{23}$$

angewandt werden.

Damit ist der effektive Luftspalt für den trapezförmigen Teil der Ankerrückwirkung genau genug bestimmt. Für die gesamte Gleichstromankerrückwirkung bleibt Gleichung (20) zu Recht bestehen.

6. Der wirksame Wendepolluftspalt $\tilde{\Delta}$ bezogen auf die resultierende Ankerrückwirkung der Gleich- und Wechselstromseite.

Wenn bereits die wirksamen Luftspalten $\bar{\Delta}$ und $\tilde{\Delta}$ der Gleich- und Drehstromrückwirkung für sich allein wesentlich kleiner ausfallen als der wirksame Luftspalt Δ_k der Wendepolwicklung, so gilt das in noch höherem Grade für den Ersatzluftspalt $\tilde{\Delta}$ der resultierenden Ankerrückwirkung. Nach dem vorigen erzeugt diese in der Wendezone die mittlere Induktion (Bild 18).

$$B_k = 0.4\,\pi\left[\frac{A\bar{W}}{\bar{\Delta}} - \frac{A\tilde{W}}{\tilde{\Delta}}\right] = 0{,}4\,\pi\frac{A\bar{W}(1-\eta\gamma)-A\tilde{W}}{\tilde{\Delta}}$$

und daraus folgt unmittelbar

$$\tilde{\Delta} = \frac{1-\eta\gamma-\frac{A\tilde{W}}{A\bar{W}}}{\frac{1}{\bar{\Delta}}-\frac{1}{\tilde{\Delta}}\cdot\frac{A\tilde{W}}{A\bar{W}}} \tag{24}$$

Daß hiernach $\tilde{\Delta}$ wesentlich kleiner ist als sowohl $\bar{\Delta}$ wie $\tilde{\Delta}$, ist zwar nicht ohne weiteres ersichtlich, kann aber leicht auf folgender Weise gezeigt werden.

Angenommen der Luftspalt unter den Hauptpolen sei konstant, so daß das Hauptfeld näherungsweise durch ein Rechteckfeld gleicher Höhe von der Basis $\alpha\tau$ ersetzt werden kann (α = Polbedeckungsfaktor). Dann beträgt bei Leerlauf als Gleichstrommotor das Verhältnis der Gleichspannung $\bar{E}$ zur effektiven Wechselspannung $\tilde{E}$ zwischen diametralen Schleifringanschlüssen:

$$\frac{\bar{E}}{\tilde{E}} = \varkappa_m\cdot\sqrt{2} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}\frac{\alpha\frac{\pi}{2}}{\sin\alpha\frac{\pi}{2}}. \tag{25}$$

Bei Vernachlässigung der Reibungs- und Eisenverluste folgt daraus für das Verhältnis der Querampere windungen

$$\frac{A\tilde{W}}{A\bar{W}} = \varkappa_m\cdot\frac{8}{\pi^2} = \frac{\alpha}{\sin\alpha\frac{\pi}{2}} \tag{26}$$

Mit Hilfe dieser Übersetzungsverhältnisse läßt sich die Lage des Punktes berechnen, in dem sich die Ampereverteilungskurven der Gleich- und Wechselstromseite schneiden. Bezeichnet nämlich $\frac{B}{2}$ dessen Abstand von der Hauptpolachse, so gilt gemäß Bild 18

$$A\tilde{W}\sin\frac{B}{\tau}\frac{\pi}{2} = A\bar{W}\cdot\frac{B}{\tau}$$

oder

$$\frac{A\tilde{W}}{A\bar{W}} = \frac{\frac{B}{\tau}}{\sin\frac{B}{\tau}\frac{\pi}{2}} \tag{27}$$

Digitized by Google

und somit wegen Gleichung 26

$$B = \alpha\,\tau \tag{28}$$

Andererseits ist aber sehr nahezu

$$\tau - B = c$$

d. h. die resultierende Ankerrückwirkung geht ungefähr dort durch Null, wo wir früher (Bild 2) den Polzwischenraum abgegrenzt haben. Sie gleicht also bei Durchmesserwicklungen einem Dreieck von der Höhe $A\,\bar{W} - A\tilde{W}$, bei Sehnenwicklungen einem Trapez von der Höhe $A\,\bar{W}\,(1 - \eta\,\gamma) - A\,\tilde{W}$ und der kleinen Seite $e = \eta\,c$. Den wirksamen Luftspalt $\bar{\Delta}'$ für diese Amperewindungsverteilungen haben wir im vorigen Abschnitt berechnet. Jetzt sehen wir, daß ihm der wirksame Luftspalt $\tilde{\Delta}$ der resultierenden Ankerrückwirkung mit guter Annäherung gleichgesetzt werden kann:

$$\tilde{\Delta} \approx \bar{\Delta}' \tag{29}$$

Zahlenbeispiel.

Mit der Berechnung von $\tilde{\Delta}$ für eine Durchmesserwicklung mit $a = 4$, $b = k = 3$, $c = 11$, $x = 0{,}273$, $\gamma = 0{,}29$, $\alpha = 0{,}71$, $\eta = 0$ führen wir das Zahlenbeispiel der vorigen Abschnitte zu Ende. Mit

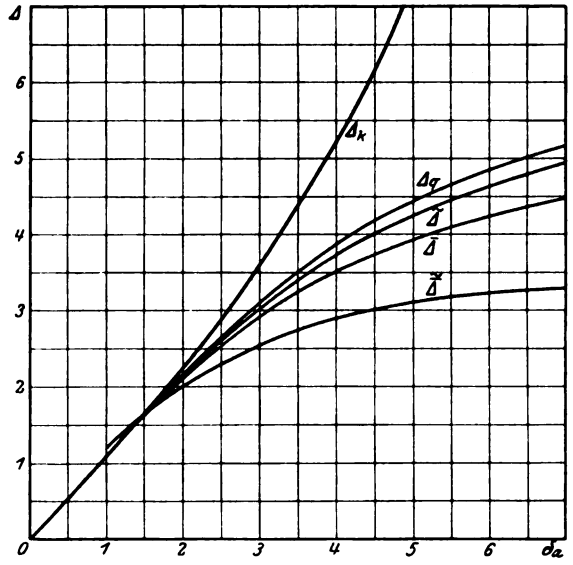


Bild 19. Die wirksamen Wendepolluftspalte für verschiedene Wicklungen. $a = 4$ cm, $b = k = 3$ cm, $c = 11$ cm.

$$\frac{A\tilde{W}}{A\bar{W}} = \frac{0{,}71}{\sin 63{,}9^0} = 0{,}79$$

berechnet sich:

δ_a	1,5	3	4,5	6
$\bar{\Delta}_{min}$	1,60	2,91	3,76	4,25
$\tilde{\Delta}_{min}$	1,59	3,03	4,02	4,65
$\frac{1}{\Delta_{min}}$	0,625	0,344	0,266	0,235
$\frac{1}{\tilde{\Delta}_{min}} \cdot \frac{A\tilde{W}}{A\bar{W}}$	0,496	0,261	0,197	0,170
$\tilde{\Delta}_{min}$	1,62	2,53	3,04	3,23

Digitized by Google

Der Vergleich von $\tilde{\Delta}_{min}$ mit $\bar{\Delta}'_{min}$ ergibt vollkommene Übereinstimmung [siehe Gleichung (29)]. In Bild 19 sind alle wirksamen Luftspalten in einem Diagramm vereinigt. Es mag gleich beigefügt werden, daß diese auf rein theoretischem Wege ermittelten Resultate der experimentellen Prüfung sehr wohl standhalten.

Zweiter Abschnitt.

Besprechung einiger Konstruktionen mit unterteiltem Wendepolluftspalt.

Der vorige Abschnitt enthielt die Berechnung der wirksamen Wendepolluftspalte für die einfachste Konstruktion, bei welcher der gesamte Luftweg zwischen Anker und Wendepolschuh liegt. Es zeigte sich, daß bei großem Luftspalt der wirksame Luftspalt Δ_k der Kommutierungswicklung größer ist als für irgendeine andere Wicklung. Er kann beispielsweise 2—3 mal so groß werden als der wirksame Luftspalt $\tilde{\Delta}$ für die resultierende Ankerrückwirkung. Es ist deshalb selbst in diesem einfachsten Falle ganz unzulässig, für die Wendepol- und Ankerwicklungen mit ein und demselben Luftspalt zu rechnen.

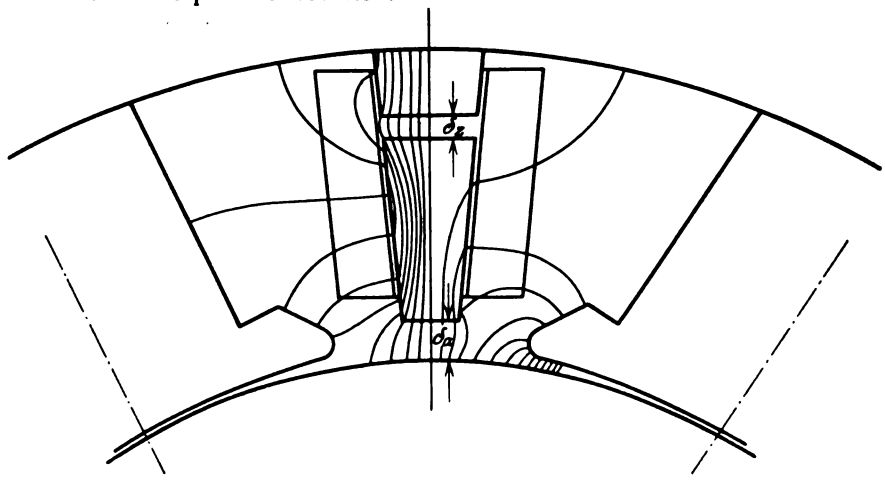


Bild 20. Wendepol mit geteiltem Luftspalt.
Links: Feld der Wendepolwicklung, Rechts: Feld der Drehstromankerrückwirkung.

Alle modernen Einankerumformer arbeiten mit großen Wendepolluftspalten. Aber die Regel bildet nicht die im vorigen Abschnitt untersuchte einfachste Konstruktion. Vielmehr pflegt man den gesamten Luftspalt zu unterteilen.

Hierüber ist prinzipiell folgendes zu sagen: Man mag den 2. Luftspalt legen wohin man will; immer vermindert er den wirksamen Luftspalt $\bar{\Delta}$ bzw. $\tilde{\Delta}$ für die Ankerrückwirkung.

Die Erklärung hierfür ist leicht zu geben: Sind alle Amperewindungen und das mittlere Wendefeld vorgeschrieben, so kann man nicht den Wendepolkern irgendwo durch einen Zusatzluftspalt δ_z unterbrechen, ohne gleichzeitig den Ankerluftspalt δ_a um ein entsprechendes Stück zu vermindern (Bild 20). Das würde an sich noch nichts schaden, wenn bei Erregung der Ankerwicklung ungefähr derselbe Fluß, welcher δ_a überbrückt, auch δ_z passieren müßte. Dies ist indessen nicht der Fall. Bei Erregung der Ankerwicklung erhält der durch δ_z abgetrennte, untere Teil des Hilfspoles ein höheres magnetisches Potential als die Hauptpole. Ein Teil des vom Anker erregten Wendeflusses tritt deshalb schon vom unteren Teil des Wendepolkernes nach den Hauptpolen über und dieser Streuweg bildet einen magnetischen

Digitized by Google

Nebenschluß für den zusätzlichen Luftspalt δ_z. Aus diesem Grunde erhöht δ_z weit mehr den magnetischen Widerstand für die Wendepolwicklung als für die Ankerwicklung, während gerade das umgekehrte Verhältnis für die Verbesserung der Kommutierungsverhältnisse bei stoßweiser Belastung erwünscht wäre.

Aber wenn dem so ist, warum ist man überhaupt zur Unterteilung des Luftspaltes übergegangen? — Hierfür lassen sich, soweit ich sehen kann, nur zwei Gründe angeben: Der eine hat mit der Verteilung des Wendefeldes, der andere mit der Sättigung des Wendepolkernes zu schaffen.

Was zunächst die Verteilung des Wendefeldes betrifft, so kann man diese bei großem Ankerluftspalt δ_a durch die Formgebung des Wendepolschuhes nicht mehr wesentlich beeinflussen. Ja, man kann nicht einmal leicht verhindern, daß das Hauptfeld mit ziemlich starken Ausläufern in die Kommutierungszone eindringt und die Feldverteilung verzerrt. Da besonders die letzte Gefahr von nicht zu unterschätzender Bedeutung ist, will ich hierfür die Ergebnisse einer Näherungsrechnung mitteilen.

Wenn man die Grenzbedingungen wieder nach Bild 3 vereinfacht, so kann man den Anteil des Hauptfeldes in der Wendezone nach der Methode der konformen Abbildung berechnen. Mit den in Bild 3 eingeführten Bezeichnungen ergibt sich für die Induktion B an der Ankeroberfläche

$$x = \frac{a}{\pi} \arcsin \left(\frac{\frac{a^2 - \delta_a^2}{d^2} \cdot \frac{B}{B_a} + \sqrt{\frac{4 a^2 \delta_a^2}{d^4} + \frac{B^2}{B_a^2}}}{1 + \frac{B^2}{B_a^2}} \right) + \frac{\delta_a}{\pi} \operatorname{Ar\,Sin} \left(\frac{2 a \delta_a}{d^2} \cdot \frac{B_a}{B} \right) \quad (30^*)$$

Hierbei ist

$$B_a = \frac{0{,}4\,\pi\, AW_l}{a} \quad (30\text{a})$$

wenn AW_l die Luftfeldamperewindungen unter den Hauptpolen bedeuten. In Bild 21 sind diese Feldverteilungskurven für $\frac{a}{\delta_a} = 1,\ 1{,}5,\ 2,\ 3$ und 5 aufgezeichnet.

Legt man die Ordinatenachse ($x' = o$) durch die Mitte des Wendepolschuhes (Breite b) so gilt für $\frac{a}{\delta_a} = 1$ bis 5 innerhalb der Wendezone mit guter Annäherung

$$\frac{B}{B_a} = \left(0{,}02 + 0{,}31 \frac{\delta_a}{a}\right) \frac{\operatorname{Sin} \frac{x'}{\delta_a} \pi}{\operatorname{Sin} \frac{b}{2\,\delta_a} \pi}. \quad (31)$$

Zahlenbeispiel.

Wir setzen entsprechend früheren Annahmen

$$a = 4$$
$$b = 3$$
$$k = 3$$

Außerdem sei

$$B_k = 1300$$
$$AW_l = 3500$$
$$B_a = 1100$$

Wie groß darf hierfür der Armaturluftspalt δ_a gemacht werden, wenn innerhalb der Kommutierungszone die Hauptfeldinduktion den Wert $B = 100$ nicht überschreiten soll?

* Für $\frac{B}{B_a} < \frac{a^2 - \delta_a^2}{d^2}$ ist der arc sin größer als $\frac{\pi}{2}$.

Digitized by Google

Hierauf gibt Gleichung (31) folgende Antwort: Aus

$$B = 100 \text{ für } x' = \frac{k}{2} = 1{,}5$$

folgt:

$$\frac{100}{1100} = \left(0{,}02 + 0{,}31 \cdot \frac{\delta_a}{4}\right) = 0{,}0909$$

$$\delta_a = \frac{0{,}0709}{0{,}0775} = 0{,}915 \text{ cm}.$$

Wenn man also an $B_{max} \leqq 100$ festhält aber trotzdem bei gleicher Breite der Pollücke δ_a vergrößern will, so müßte man den Wendepolschuh wesentlich breiter machen als die Kommutierungszone, eventuell auch den Wendepolluftspalt unter den Polschuhkanten verkleinern. Beide Lösungen wird man aber kaum als zufriedenstellend empfinden; denn sie erhöhen die Streuung zwischen Haupt- und Hilfspol und auch wenn man dies durch breitere Pollücken ausgleicht, so vergrößern sie doch

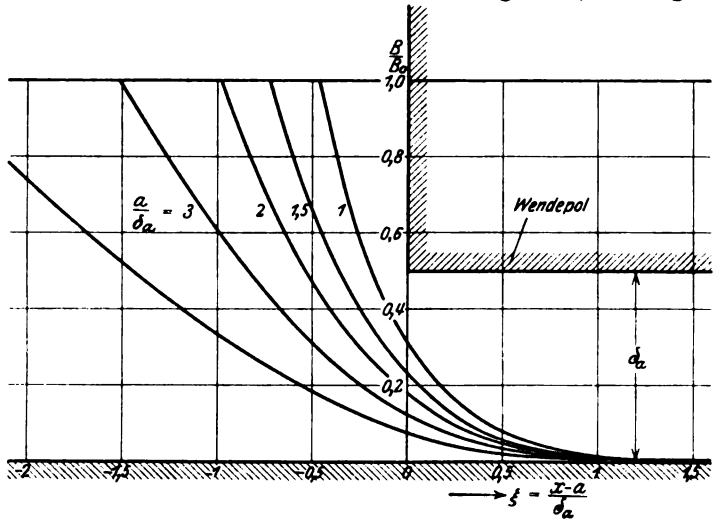


Bild 21. Eindringen des Hauptfeldes in die Wendezone.

immer den Fluß und damit die Sättigung im Hilfspolkern. So wird man tatsächlich zu dem Mittel gedrängt, das man am liebsten vermeiden möchte: zu einer Verringerung des Ankerluftspaltes δ_a und zur Einfügung eines zusätzlichen Luftspaltes an anderer Stelle.

Damit stehen wir vor der wichtigen Frage: Wohin soll man den zusätzlichen Luftspalt legen? — Solange man die Unterdrückung des Ankerrückwirkungsfeldes als Hauptziel betrachtet, gibt es hierauf nur eine Antwort. Auch der neue Luftspalt muß möglichst nahe an die Ankeroberfläche gereicht werden; denn nur so läßt sich der schädliche Einfluß der Luftspaltunterteilung vermeiden, den wir an Hand von Bild 20 nachgewiesen haben.

Diese Überlegung hat den Verfasser zu einer Konstruktion geführt, die nicht nur die Wendezone gegen das Hauptfeld abschirmt, sondern gleichzeitig gestattet, die Verteilung des Wendefeldes beliebig zu beeinflussen. Es handelt sich dabei nicht so sehr um eine Unterteilung des Wendepolluftspaltes als vielmehr um die Einfügung einer Niveaufläche passender Form in der Nähe der Ankeroberfläche. Bild 22 veranschaulicht diesen Gedanken, der auf mannigfacher Weise variiert werden kann. Eine massive oder lamellierte Stahllinse oder ein Stahlprisma von solcher Dicke, daß in ihr das Wendefeld und Hauptfeld keine nennenswerte Tangentialsättigung zu erzeugen vermögen, teilt den Ankerluftspalt in 2 Teile δ_{a1} und δ_{a2}. Die aus dem Hilfspol austretenden Kraftlinien werden durch die Linse gesammelt und in völlig

Digitized by Google

neuer Verteilung über den Luftspalt δ_{a2} dem Anker zugeführt. Gleichzeitig schirmt die Linse die Wendezone gegen Kraftlinien des Hauptfeldes, in dem sie diese aufsaugt und in tangentieller Richtung vorbeileitet.

Merkwürdigerweise hat der Elektromaschinenbau bisher nicht diesen, sondern gerade den umgekehrten Weg eingeschlagen, indem er den zweiten Luftspalt soweit als möglich vom Anker entfernt, nämlich zwischen Wendepolkern und Joch einfügt. Man kann wohl annehmen, daß man sich dabei nicht darüber klar war, wie wenig dieser Luftspalt zum gesamten magnetischen Widerstand für das Feld der Ankerrückwirkung beiträgt. Statt dessen glaubte man wahrscheinlich, auf diese Weise die Eisensättigung des Wendepoles wesentlich herabsetzen zu können, was bei großen Stromstößen sicherlich von Nutzen sein würde. Daß dieser letzte Gedanke etwas

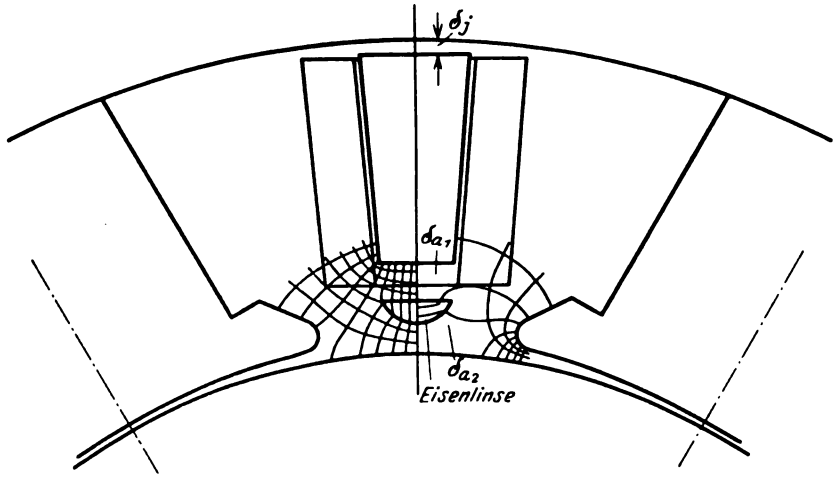


Bild 22. Neue Wendepolbauart: Großer, geteilter Ankerluftspalt, kleiner Jochluftspalt. Links: Feld der Wendewicklung. Rechts: Hauptfeld im Polzwischenraum.

für sich hat, soll nicht bestritten werden. Sicher ist aber, daß sich so nur verhältnismäßig kleine Jochluftspalte rechtfertigen lassen. Die beste Wendepolkonstruktion ist daher eine Anordnung nach Bild 22 mit breiten Pollücken, reichlich dimensioniertem Wendepolkern, ohne oder mit kleinem Luftspalt zwischen Wendepol und Joch.

Dritter Abschnitt.

Modellversuche.

Im Versuchsfeld der ASEA wurde eine große Zahl interessanter Fragen durch Modellversuche geklärt, so der Einfluß des massiven Joches (mit und ohne lamelliertem magnetischem Schunt) auf die Schnelligkeit, mit welcher das Wendefeld plötzlichen Stromstößen folgt; ferner die Überkompensierung des Wendefeldes bei Stromstößen durch Parallelschaltung zweier Wendepolspulen verschiedener Zeitkonstanten, die Beeinflussung des Wendefeldes durch Stahllinsen (Bild 22) und anderes mehr. Vor allem aber wurde die Frage nach der günstigsten Aufteilung des Wendepolluftspaltes einem eingehenden Studium unterworfen, und einige der hierbei gewonnenen Ergebnisse können mitgeteilt werden, teils zur Stütze der früher abgeleiteten Theorie, teils zu ihrer Ergänzung bezüglich anderer, nicht behandelter Konstruktionen.

Die wertvollsten Aufschlüsse wurden an Hand des Modelles gewonnen, welches die Bilder 23 und 24 zeigen. Es ist dies eine, in elektromagnetischer Beziehung ziemlich getreue Kopie des Polzwischenraumes eines 2000 kW-Umformers für 25 $\sim$ ausgeführt in $^1/_2$ natürlicher Größe. Hierbei benötigte man von dem Anker nur die

Digitized by Google

12 Nuten, welche auf die Pollücke entfallen, und von Hauptpolen und Joch wenig mehr als deren Konturen. Der Hilfspolkern — in Wirklichkeit zwecks Verminderung der Sättigung konisch — war für das Modell mit konstanten Querschnitt ausgeführt. Die Größe und Aufteilung des Hilfspolluftspaltes konnte beliebig verändert werden.

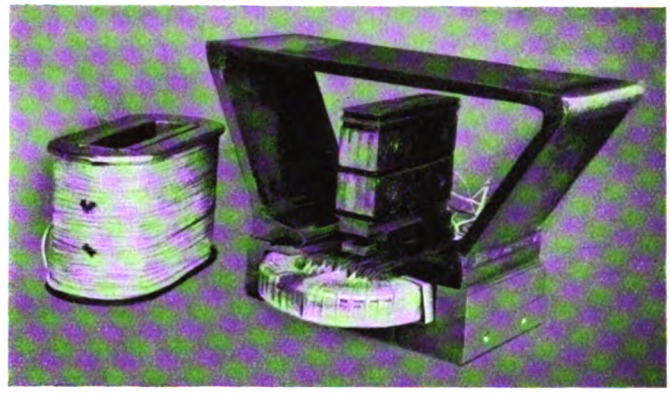


Bild 23. Wendepolmodell.

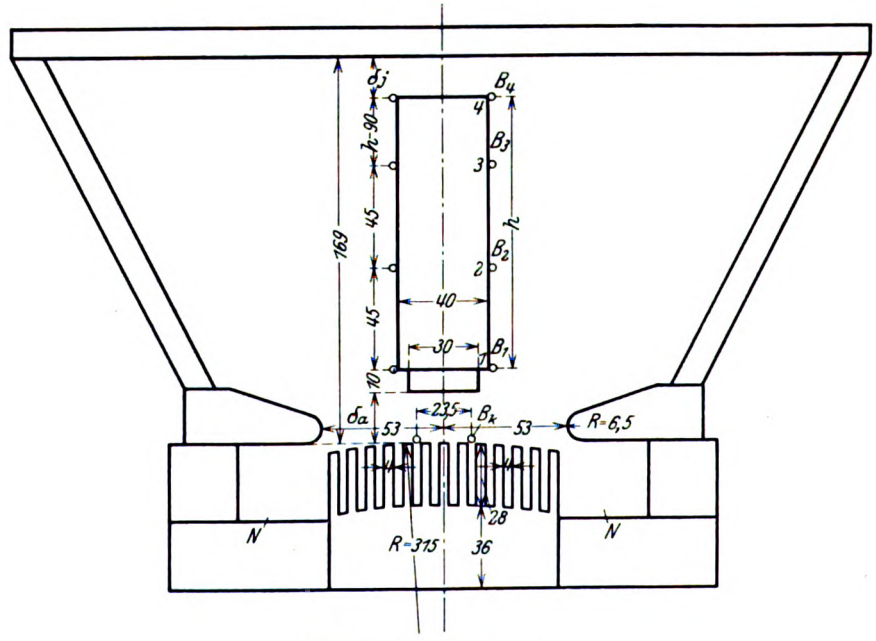


Bild 24. Wendepolmodell.

Da die Ankernuten um eine Nutteilung schräggestellt waren, wurden die Angaben der (nicht schräggestellten) Meßschleife, welche der Bestimmung der mittleren Wendefehlinduktion diente, durch die Kraftlinienkonzentration an den Zahnkronen nicht beeinflußt.

Das Neue und Wichtige an diesem Modellversuch war, daß alle in der wirklichen Maschine auftretenden Amperewindungsverteilungen maßstabsgetreu nachgeahmt werden konnten. Das Modell besaß nämlich nicht nur die Hilfspolwicklung, sondern außerdem folgende drei Ankerwicklungen:

Erstens: die „Stammwicklung" in den großen Nuten N—N als Repräsentant des Teiles der wirklichen Ankerwicklung, die den Bogen unter den Hauptpolen ein-

Digitized by Google

nimmt. Diese Wicklung hat 117 Windungen. Ihre Amperewindungen sind identisch mit $A\tilde{W}\cos\pi\frac{\gamma}{2}$ resp. $A\bar{W}(1-\gamma)$ in Bild 13.

Zweitens: eine Zusatzwicklung in den $2\cdot 6$ kleinen Nuten mit den Windungszahlen 0, 1, 2, 2, 3, 3 von der Wendepolmitte aus gerechnet. Diese Wicklung erzeugt die ziemlich genau parabolisch verteilten Amperewindungen, die in Bild 13 mit

$$A\tilde{W}\left(1-\cos\pi\frac{\gamma}{2}\right)$$

bezeichnet sind.

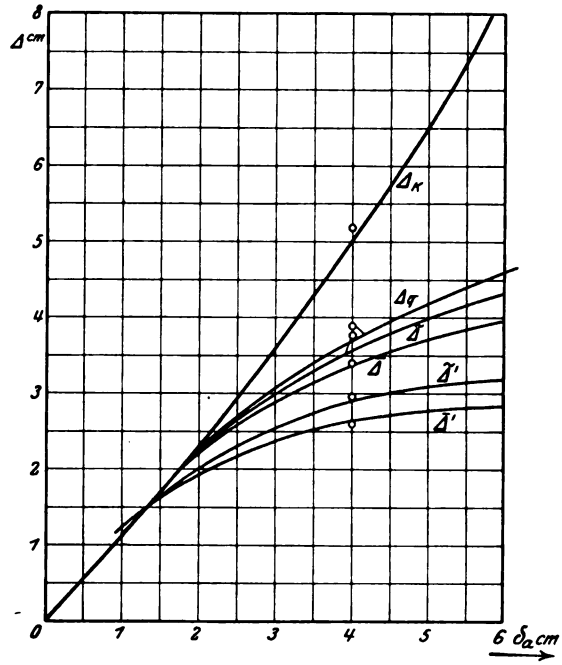


Bild 25. Die wirksamen Luftspalte verschiedener Wicklungen.
(o . . . berechnete Werte),
($a = 4$, $b = 3$, $k = 2{,}25$, $c = 11$, $\delta_i = 0$).

Drittens: Eine weitere Zusatzwicklung in denselben Nuten aber mit durchweg 8 Windungen pro Nut. Sie erzeugt die dreieckförmige Amperewindungsverteilung, deren Scheitelwert in Bild 13 mit $A\bar{W}\gamma$ bezeichnet ist.

Es ist leicht einzusehen, daß man durch Kombination dieser Wicklungen sowohl die Ankerreaktion der Gleich- und Drehstromseite als auch die resultierende Reaktion nachahmen und die entsprechenden wirksamen Luftspalte und Sättigungen bestimmen konnte. Außerdem gab die Veränderung der Größe und Aufteilung des Luftspaltes die Möglichkeit, verschiedene Konstruktionen zu vergleichen, alle Verbesserungsmöglichkeiten zu prüfen und die beste Lösung herauszukristallisieren.

Derselbe Maßstab 1 : 2 wie für die Modellkonstruktion gilt auch für die Amperewindungen. An Stelle der wirlichen Amperewindungen

$$AW_K = 18100,\quad A\bar{W} = 15800,\quad A\tilde{W} = 12800,\quad A\tilde{\tilde{W}} = AW - A\tilde{W} = 3000$$

wurden alle Messungen auf

$$AW_K = 9050,\quad A\bar{W} = 7900,\quad A\tilde{W} = 6400,\quad A\tilde{\tilde{W}} = 1500$$

umgerechnet. Auf diese Weise erhält man gleiche Induktionen wie in der wirklichen Maschine. Die Messungen selbst wurden allerdings vielfach mit schwächerer Erregung durchgeführt, um zu hohe Sättigungen in den das Joch und die Hauptpole vorstellenden Modellteilen zu vermeiden. Die trotzdem für diese (etwas knapp bemessenen)

Digitized by Google

Abschnitte verbrauchten Amperewindungen wurden durch eine besondere Korrektur eliminiert. Endlich ist noch zu bemerken, daß alle angegebenen Kern-Induktionen sich auf die in Bild 24 gezeichnete konstante Kernbreite von 4 cm beziehen, während die Sättigung in der wirklichen Maschine erheblich geringer ausfällt.

Nach diesen Vorbemerkungen kann ich für die Versuche selbst berichten und beginne dabei mit derjenigen Konstruktion, die wir bereits theoretisch beherrschen, d. i. der Konstruktion mit ungeteiltem Hilfspolluftspalt. Die Kernbreite betrug hierbei 3 cm. Die Breite der Kommutierungszone wurde zu 2,35 cm angenommen und innerhalb dieses Gebietes die mittlere Induktion an der Ankeroberfläche bestimmt. Zum Vergleich des Experimentes mit der Theorie wäre

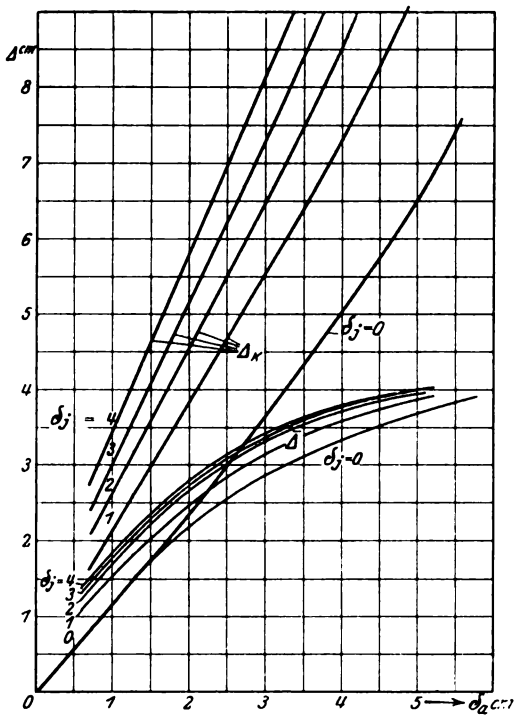


Bild 26. Einfluß des Jochluftspaltes δ_j auf Δ_k und $\overline{\Delta}$.

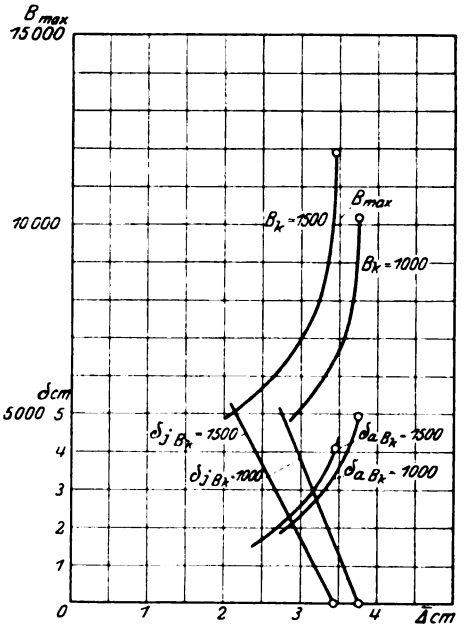


Bild 27. Einfluß des Jochluftspaltes δ_j bei gegebenem Wendefeld B_k und gegebenen Amperewindungen ($AW_k = 9050$, $A\bar{W} = 1500$, $B_k = 1000$ bzw. 1500).

$$c = 11$$
$$a = 4$$
$$b = 3$$
$$k = 2{,}35$$
$$\varkappa = \frac{2{,}35}{11} = 0{,}214$$
$$\gamma = \frac{48}{48 + 117} = 0{,}29$$

zu setzen. Bild 25 zeigt die gemessene wirksame Luftspalte. Außerdem sind für $\delta_a = 4$ cm die entsprechenden Werte nach der Theorie des ersten Hauptabschnittes angegeben. Die erreichte Übereinstimmung ist als sehr gut zu bezeichnen. Es kann darnach als bewiesen gelten, daß das Kommutierungsfeld von Einankerumformern keinesfalls aus der Summe der Amperewindungen aller Wicklungen, sondern statt dessen aus der Summe der diesen Wicklungen entsprechenden Felder zu berechnen ist.

Digitized by Google

Gilt diese Behauptung schon für große, ungeteilte Hilfspolluftspalte, so gilt sie mit doppeltem Recht für Bauarten mit unterteiltem Luftspalt. Hier ohne Experiment die besten Proportionen zu treffen dürfte recht schwer sein, und vergleicht man die Konstruktionen leitender Firmen, so kommt man zu der Auffassung, daß auch die folgenden Modellversuche manches Neue bringen dürften.

Die Messungen wurden mit dem in Bild 24 gezeichneten Polkern ausgeführt. Die Kerninduktion wurde an den 4 dort angegebenen Stellen bestimmt, wobei die Meßschleifen 1, 2, 3 immer dieselbe Lage zum Kerne einnehmen. Dagegen wurde die oberste Meßschleife 4 mit Änderung der Kernhöhe so verschoben, daß sie immer am obersten Ende, zunächst dem Jochluftspalt δ_j zu liegen kam. Wie schon früher angedeutet, darf dem Absolutwerte der Kerninduktionen keine besondere Bedeutung beigemessen werden, weil der Kern in der wirklichen Maschine breiter war. Hingegen ist es wichtig, die maximale Kerninduktion für verschiedene Aufteilung des Wendepolluftspaltes vergleichen zu können. Denn die Einführung des Jochluftspaltes kann

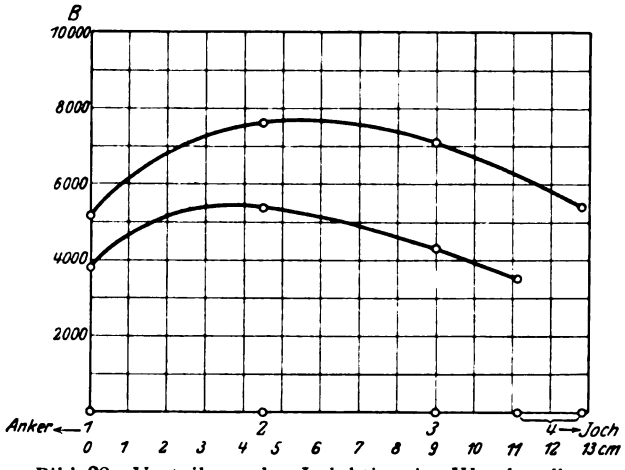


Bild 28. Verteilung der Induktion im Wendepolkern.

Obere Kurve: $\delta_j = 1{,}05$, $\delta_a = 3{,}0$. $\bar{\Delta} = 3{,}15$, $B_k = 1500$, $AW_k = 9050$, $\tilde{AW} = 1500$.

Untere Kurve: $\delta_j = 4{,}25$, $\eta_a = 1{,}5$, $\bar{\Delta} = 2{,}55$, $B_k = 1500$, $AW_k = 9050$, $\tilde{AW} = 1500$.

ja überhaupt nur mit der Rücksicht auf Kern- (und Joch)sättigung begründet werden. Freilich schirmt die damit verbundene Verminderung des Ankerluftspaltes δ_a gleichzeitig die Wendezone gegen das Hauptfeld, aber hierfür kennen wir bereits bessere Lösungen; und denkt man an die wichtigste Aufgabe der Hilfspolkonstruktion, die Erhöhung des magnetischen Widerstandes für das Feld der Ankerrückwirkung, so muß der Jochluftspalt als direkt schädlich bezeichnet werden.

Zur Begründung der letzten Behauptung will ich zunächst einige Kurven über die Abhängigkeit der wirksamen Luftspalte von den Teilluftspalten vorweisen: Für verschiedene konstante Jochluftspalten zeigt Bild 26 die wirksame Luftspalte Δ_k und $\bar{\Delta}$ für die Hilfspol- und Gleichstromankerwicklung als Funktion des Ankerluftspaltes δ_a. Es ist in die Augen fallend, wie wenig $\bar{\Delta}$ durch selbst recht hohe Werte des Jochluftspaltes vergrößert wird, im Gegensatz zu Δ_k, wo diese Vergrößerung sehr unerwünscht ist. So erhöht z. B. bei $\delta_a = 3$ cm ein ebenso großer Jochluftspalt die wirksamen Luftspalten Δ_k bzw. $\bar{\Delta}$ mit 3,75 bzw. 0,5 cm.

Handelt es sich um eine bestimmte Maschine, so sind außer den Dimensionen und der Ankerrückwirkung $A\tilde{W}$ bzw. $A\bar{W}$ auch die maximalen Hilfspolamperewindungen gegeben, die man im Polzwischenraum unterbringen kann. Außerdem muß durch das Zusammenwirken aller Amperewindungen ein bestimmtes Wendefeld

Digitized by Google

vom Mittelwert B_k erzeugt werden. Man steht dann vor der Aufgabe, die Hilfspolamperewindungen möglichst gut auszunützen, d. h. den größtmöglichen Wert für $\bar{\Delta}$ ohne unzulässig hohe Kernsättigungen zu erreichen. Jede Wahl des Ankerluftspaltes δ_a bestimmt dabei alle anderen Grössen, δ_j, $\bar{\Delta}$ und die größte Kerninduktion B_{max}. Durch Modellversuche kann diese verwickelte Abhängigkeit genau festgestellt werden und trägt man sodann δ_a, δ_j und B_{max} als Funktion von $\bar{\Delta}$ auf, so gewinnt man einen guten Überblick.

Bild 27 zeigt die an unserem Modell gewonnenen Resultate. Die Induktionen beziehen sich auf das resultierende Feld bei Vollast mit $AW_K = 9050$ und $A\tilde{W} = 1500$. Die Kurven sind für 2 verschiedene Wendefelder $B_k = 1000$ und 1500 gezeichnet.

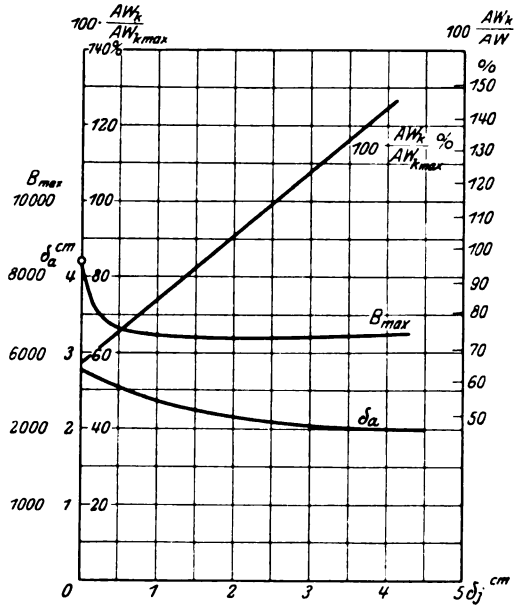


Bild 29. Einfluß des Jochluftspaltes bei konstanten Werten des Wendefeldes B_k und des wirksamen Luftspaltes $\bar{\Delta}$ der Gleichstromankerrückwirkung ($B_k = 1500$, $\bar{\Delta} = 2{,}75$).

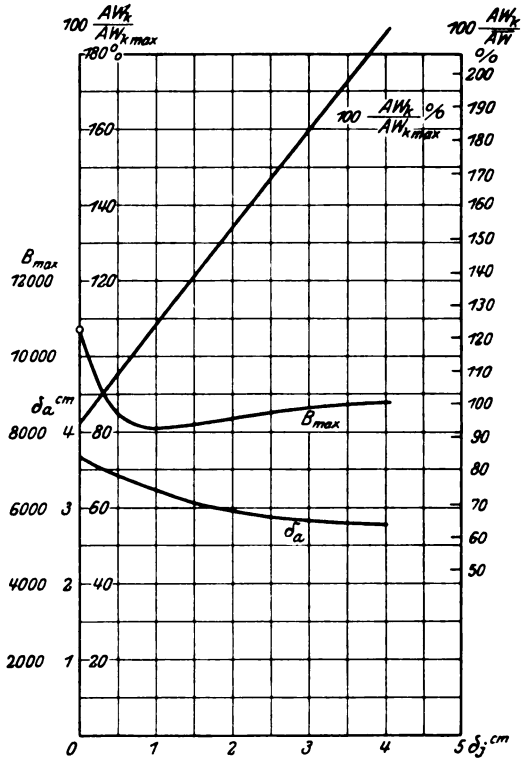


Bild 30. Einfluß des Jochluftspaltes bei konstanten Werten des Wendefeldes B_k und des wirksamen Luftspaltes $\bar{A}$ der Ankerrückwirkung ($B_k = 1500$, $\bar{A} = 3{,}25$).

Sie zeigen fürs erste, daß jeder Zentimeter des Jochluftspaltes den wirksamen Luftspalt $\bar{\Delta}$ der Ankerrückwirkung um 0,2 cm für $B_k = 1000$, bzw. 0,25 cm für $B_k = 1500$ verkleinert. Auf der anderen Seite lassen die Kurven aber doch kleine Jochluftspalte z. B. $\delta_j = 0{,}5 - 1$ cm, als berechtigt erscheinen, da hierdurch eine erhebliche Verminderung der maximalen Kerninduktion gewonnen wird. Daß diese Verringerung in noch erhöhtem Maße der Jochinduktion zustatten kommt, zeigen die Kurven des Bildes 28, die für einige Fälle die Verteilung der Kernsättigung zwischen Anker und Joch angeben.

Indessen darf man aus Bild 27 nicht zu weitgehende Schlüsse ziehen. Denn sowie man sich für $\bar{\Delta}$ mit einem kleineren Werte als dem größtmöglichen begnügt, ändert sich streng genommen die ganze Fragestellung. Ist man z. B. in unserem Falle für $B_k = 1500$ der Ansicht, daß an Stelle von $\bar{\Delta}_{max} = 3{,}45$ cm ein kleinerer Wert z. B. $\bar{\Delta} = 2{,}75$ cm genügt, so folgt hieraus durchaus nicht, daß der hierfür aus Bild 27 zu entnehmende Jochluftspalt von 2,6 cm berechtigt ist. Statt dessen

Digitized by Google

ist erst zu untersuchen, ob nicht die Verkleinerung von $\bar{\Delta}$ auch die Möglichkeit einer Verkleinerung der Wendepolamperewindungen einschließt.

Auf diese Frage geben die Bilder 29 und 30 Bescheid, und zwar unter Zugrundelegung von $B_k = 1500$ für zwei Werte des wirksamen Luftspaltes der Gleichstromankerrückwirkung $\bar{\Delta} = 3{,}25$ cm und $\bar{\Delta} = 2{,}75$ cm. Als Funktion des Jochluftspaltes ist der Ankerluftspalt, die maximale Kerninduktion und ein Wert $100\,\frac{AW_k}{AW_{k\max}}$ aufgetragen, d. h. die Amperewindungszahl der Hilfspole in Prozenten des höchsten ausführbaren Grenzwertes $AW_{k\max} = 9050$. Die letzte Kurve kann in einem anderen Maßstab auch als das Verhältnis $100\,\frac{AW_k}{A\bar{W}}$ gelesen werden, und gibt dann die notwendigen Amperewindungen auf den Hilfspolen in Prozenten der Ankeramperewindungen an. Beide Bilder zeigen nun übereinstimmend, daß bei unserem Modell ein Jochluftspalt von 0,5 cm seine Berechtigung haben kann, aber kaum ein größerer Luftspalt. Denn größere Luftspalten würden nur die notwendigen Hilfspolamperewindungen vergrößern ohne die maximale Kernsättigung nennenswert zu senken. Die Kurven für $100\,\frac{AW_k}{A\bar{W}}$ zeigen ferner sehr deutlich wie unzureichend die Angabe dieses Verhältnisses die Kommutierungsbedingungen kennzeichnet. Begnügt man sich mit $\bar{\Delta} = 2{,}75$, so ist ja ein Umformer mit

$$\delta_j = 0{,}5 \quad \delta_a = 2{,}55 \quad \frac{AW_k}{A\bar{W}} = 0{,}75$$

genau ebenso gut wie eine andere Maschine mit

$$\delta_j = 3 \qquad \delta_a = 2 \qquad \frac{AW_k}{A\bar{W}} = 1{,}23.$$

Trotzdem erfordert die 2. Konstruktion mindestens 65% mehr Hilfspolkupfer als die erste.

Hydrodynamische Behandlung hochfrequenter elektromagnetischer Aufgaben.

Von

M. J. O. Strutt in Eindhoven (Holland).

Zusammenfassung.

Die bereits von Lord Kelvin erwähnte hydrodynamische (potentialtheoretische) Betrachtung hochfrequenter Probleme wird angewandt auf den Fall eines Zylinders von kreisförmigem und von elliptischem Querschnitte, der sich in einer langen, mit hochfrequentem Wechselstrom beschickten Spule befindet. Ist W_l die in der Längeneinheit des Zylinders dissipierte Wärme, wenn die Zylinderachse in der Spulenachse liegt (longitudinal), W_t die ebenso gemessene Wärme, wenn die Zylinderachse senkrecht auf der Spulenachse steht (transversal), so ergibt sich für den Kreiszylinder $W_t/W_l = 2$, während für den elliptischen Zylinder W_t/W_l als Funktion des Achsenverhältnisses β der Querschnittsellipse in der Tabelle 1 angegeben wird. Im letzteren Falle ergibt sich, daß W_t nicht abhängt vom Winkel, den die Spulenachse mit der großen Achse der Querschnittsellipse einschließt und, solange β nicht extrem klein ist, wenig verändert mit β. In einer Kugel wird im hochfrequenten Felde mehr dissipiert als in der Längeneinheit eines Kreiszylinders mit gleicher Oberfläche wie die Kugel, wenn die Zylinderachse in der Spulenachse liegt, aber weniger als in dieser Längeneinheit, wenn die Zylinderachse senkrecht zur Spulenachse steht.

Digitized by Google

Eine reibungslose Flüssigkeit kann auf drei wesentlich verschiedene Arten entlang einem sehr lang gedachten Zylinder strömen:

a) die Flüssigkeit strömt parallel zur Zylinderachse (longitudinale Strömung);

b) die Flüssigkeit strömt senkrecht zur Zylinderachse und in großem Abstande der Achse geradlinig (transversale Strömung);

c) die Flüssigkeit strömt senkrecht zur Zylinderachse und in großem Abstande der Achse in Kreisen um diese herum (Zirkulationsströmung).

Den drei hierdurch formulierten hydrodynamischen Aufgaben entsprechen drei hochfrequente elektromagnetische Aufgaben, wie man folgendermaßen einsieht.

Lord Kelvin[1] hat darauf hingewiesen, daß elektromagnetische Wechselfelder in der Umgebung von leitenden Zylindern bei sehr hoher Frequenz (aber doch noch so niedrig, daß die Wellenlänge im Äther der Schwingung groß gegenüber den Leiterabmessungen ist) einer elektrostatischen Behandlung zugänglich sind. Dies ergibt sich einfach daraus, daß in allen hochfrequenten Formeln das Produkt von Frequenz und Leitfähigkeit als Parameter auftritt. Eine sehr hohe Frequenz hat also die gleiche Wirkung wie eine sehr gute Leitfähigkeit und im letzteren Falle stehen bekanntlich die elektrischen Kraftlinien senkrecht auf der Leitoberfläche, woraus eine „elektrostatische" Behandlung folgt.

Man muß nun die hydrodynamische Strömungsgeschwindigkeit vergleichen mit der magnetischen Feldstärke. Die letztere verläuft, da die elektrische Feldstärke senkrecht zur Leiteroberfläche steht, tangential hierzu, genau wie die hydrodynamische Strömungsgeschwindigkeit.

Den drei oben genannten hydrodynamischen Aufgaben entsprechen die nachfolgenden elektromagnetischen:

a) ein zylindrischer Leiter befindet sich in einem näherungsweise homogenen longitudinalen magnetischen Wechselfelde;

b) ein zylindrischer Leiter befindet sich in einem näherungsweise homogenen transversalen magnetischen Wechselfelde;

c) an den Enden eines Leiters ist eine elektrische Wechselspannung angelegt.

In der Praxis treten die Aufgaben (a) und (b) auf bei der hochfrequenten Heizung eines in einer wechselstrombeschickten Spule gehaltenen Zylinders (Hochfrequenzofen); die Aufgabe (c) beim gewöhnlichen Skineffekt, d. h. bei der Leitung eines Wechselstromes durch einen geraden Draht[2].

Im vorliegenden Aufsatz werde ich mich auf die Fälle (a) und (b) beschränken und diese Fälle betrachten für Zylinder von kreisförmigem und elliptischem Querschnitt und für eine Kugel. Die Aufgabe (c) wurde bereits früher behandelt[3].

Man kann fragen, wie ein Zylinder (z. B. ein Nagel) in einer mit hochfrequentem Wechselstrom beschickten Spule zu halten ist, damit er möglichst heiß wird. Das Experiment lehrt, daß der Nagel stärker glüht, wenn er quer zur Spulenachse steht, wie wenn er in der Spulenachse liegt.

Durch eine einfache Überlegung macht man sich zunächst klar, daß eine extreme Erwärmung nur in einer der Lagen (a) oder (b) auftreten kann, nicht in einer Zwischenlage (Zylinderachse schief zur Spulenachse).

Übrigens kann man die Lösung für den letzteren Fall aus denjenigen der Fälle (a) und (b) zusammenstellen.

Die theoretische Erklärung des Experimentes verläuft nun einfach. Der Strom in der Spule möge in großem Abstande von der Zylinderachse ein magnetisches Feld

[1] Math. and Phys. Papers, Bd. 5, S. 489, 1890.

[2] Prof. F. Noether, der an drei Stellen (Handb. d. Physik **13**, S. 97, 1927; Ann. d. Phys. **84**, S. 775, 1927; Zeitschr. angew. Math. u. Mech. **7**, S. 453, 1927) Betrachtungen über die hochfrequente Stromverteilung in Leitern veröffentlicht hat, die von den hier als Grundlage benutzten wesentlich abweichen, teilte mir nach meiner diesbezüglichen Bemerkung (Ann. d. Phys. **85**, S. 787, § 3, 1928) mit, daß er seine Betrachtungen nicht mehr für richtig hält.

[3] Rayleigh, Kreiszylinder, Sc. Papers V, S. 496; ell. Zyl. Verf. Ann. d. Phys. **85**, S. 788, 1928.

Digitized by Google

von der Amplitude H, dagegen an der Leiteroberfläche mit der Amplitude H_0 erzeugen. Wir betrachten die Längeneinheit des Zylinders entlang der Achse gemessen. Nennt man das Element des Zylinderumfanges du, so berechnet sich die Wärmezerstreuung in dieser Längeneinheit aus:

$$W = C \oint H_0^2 \, du, \tag{1}$$

wobei die konstante C die Leitfähigkeit, die Permeabilität und die Frequenz enthält. Der genaue Wert von C ist aber hier gleichgültig.

Wir betrachten zunächst einen Kreiszylinder. Im Falle (a) gilt:

$$H_0 = H,$$

also

$$W_{\text{long}} = C H^2 \int_0^{2\pi} R \, d\varphi = C H^2 R \, 2\pi,$$

mit R der Zylinderhalbmesser.

Im Falle (b) dagegen gilt[1]

$$H_0 = 2 H \sin \varphi,$$

also

$$W_{\text{trans}} = C H^2 2 \int_0^{2\pi} R (1 - \cos 2\varphi) \, d\varphi = C H^2 R \, 4\pi.$$

Wir finden also

$$\frac{W_{\text{trans}}}{W_{\text{long}}} = 2,$$

in Worten: In der Längeneinheit eines Kreiszylinders wird im Falle, daß die Zylinderachse senkrecht zur Achse einer wechselstrombeschickten Spule steht, genau doppelt so viel Wärme zerstreut als im Falle, daß die Zylinderachse parallel zur Spulenachse liegt.

Dieses Ergebnis erklärt das oben beschriebene Experiment. Nur der Faktor 2 ist unerwartet. Eine Rechnung zeigte, daß dieser Faktor für beliebige Frequenzen und nichtferromagnetische Zylinder gültig bleibt.

Alle Rechenergebnisse können auch auf Zylinder endlicher Länge angewandt werden, solange die Länge groß ist gegen den Durchmesser.

Weiter betrachten wir einen Zylinder von elliptischem Querschnitt (um zum Bändchen übergehen zu können). Es ist vorteilhaft, hier neue Koordinaten in der Zylinderquerschnittsebene einzuführen:

$$x = d \operatorname{Cof} \xi \cos \eta;$$
$$y = d \operatorname{Sin} \xi \sin \eta,$$

wo d die lineare Exzentrizität der Querschnittsellipse bezeichnet. Am Querschnittsumfang hat ξ den Wert ξ_1. Dann ist das Umfangselement:

$$du = d \sqrt{\operatorname{Cof}^2 \xi_1 - \cos^2 \eta} \cdot d\eta.$$

Im Falle (a) gilt:

$$H_0 = H$$

also

$$W_{\text{long}} = C H^2 d \int_0^{2\pi} \sqrt{\operatorname{Cof}^2 \xi_1 - \cos^2 \eta} \, d\eta = 4 C H^2 d \operatorname{Cof} \xi_1 E (\operatorname{Cof}^{-1} \xi_1), \tag{2}$$

wo $E (\operatorname{Cof}^{-1} \xi_1)$ das vollständige elliptische Integral zweiter Gattung mit dem Modul $\operatorname{Cof}^{-1} \xi_1$ bezeichnet.

Im Falle (b) möge die Spulenachse den Winkel α mit der großen Achse der Querschnittsellipse einschließen. Dann gilt[2]

$$H_0 = H \{ \operatorname{Co}^2 \xi_1 - \cos^2 \eta \}^{-\frac{1}{2}} e^{\xi_1} \sin (\eta - \alpha),$$

also nach (1):

[1] Z. B. A. Föppl, Techn. Mech. Bd. 5, S. 351 (4. Aufl.).
[2] Z. B. H. Lamb, Hydrodynamics, S. 78—86, 4. Aufl.

Digitized by Google

$$W_{\text{trans}} = CH^2 d e^{2\xi_1} \int_0^{2\pi} \frac{1-\cos 2(\eta-\alpha)}{2\sqrt{\mathfrak{Cof}^2\xi_1 - \cos^2\eta}}\, d\eta = 2CH^2 d e^{2\xi_1} \mathfrak{Cof}^{-1}\xi_1 F(\mathfrak{Cof}^{-1}\xi_1), \quad (3)$$

wo $F(\mathfrak{Cof}^{-1}\xi_1)$ das vollständige elliptische Integral erster Gattung mit dem Modul $\mathfrak{Cof}^{-1}\xi_1$ bezeichnet.

Aus (2) und (3) ergibt sich:

$$\frac{W_t}{W_l} = \frac{1}{2}\,\frac{e^{2\xi_1}}{\mathfrak{Cof}^2\xi_1}\,\frac{F(\mathfrak{Cof}^{-1}\xi_1)}{E(\mathfrak{Cof}^{-1}\xi_1)}. \quad (4)$$

Zunächst fällt auf, daß W_t nicht abhängt vom Winkel, den die Spulenachse mit der großen Achse der Querschnittsellipse einschließt. Es zeigt sich, daß man ein in der Spule senkrecht zur Spulenachse gehaltenes Bändchen noch willkürlich um seine eigene Achse drehen kann, ohne daß die Erwärmung sich ändert.

In der untenstehenden Tabelle ist aus (4) W_t/W_l als Funktion des Achsenverhältnisses $\beta = \mathfrak{Tg}\,\xi_1$ der Querschnittsellipse berechnet worden. Die zwei Grenzfälle sind:

$$\beta \to 0 \text{ (Bändchen) und } \beta = 1 \text{ (Kreiszylinder).}$$

Tabelle I.

W_t/W_e	2,00	2,00	2,00	2,05	2,10	2,24	2,80	∞
β	1	0,707	0,500	0,262	0,177	0,089	0,017	0

Es zeigt sich, daß W_t/W_l wenig verändert mit β, solange β nicht extrem klein wird.

Auch der Fall einer Kugel läßt sich einfach behandeln. Hier ist:

$$H_0 = \frac{3}{2} H \sin\psi$$

also

$$W = CH^2 \frac{9}{4} \int_0^{\pi} 2\pi\varrho^2 \sin^3\psi\, d\psi = CH^2 \varrho^2 6\pi, \quad (5)$$

wo ϱ den Kugelhalbmesser bezeichnet. Zum Vergleich mit dem Kreiszylinder geben wir der Kugel dieselbe Oberfläche wie der Längeneinheit des Kreiszylinders:

$$2\pi a = 4\pi\varrho^2.$$

Dann schreibt sich also (5):

$$W = C H^2 a\, 3\pi. \quad (5a)$$

Beim Kreiszylinder war

$$W_{\text{long}} = CH^2 a\, 2\pi,$$
$$W_{\text{trans}} = CH^2 a\, 4\pi.$$

Der Wert für die Kugel fällt gerade hier zwischen.

Alle Ergebnisse sind auch anwendbar auf nicht zu dünne Röhren.

Eindhoven, August 1928.

Natuurkundig Laboratorium der N. V. Philips Gloeilampenfabrieken.

Nachtrag

zu meinem Aufsatze:

Zur Theorie des kompensierten Asynchronmotors

(Archiv f. Elektrot. XX. Band, Heft 1).

Wie Herr Dipl.-Ing. Hartwagner, Dresden, mir mitteilt, ist der Motor in der Schaltung nach Bild 2 meines Aufsatzes durch D.R.P. 442065 geschützt, dessen alleiniger Patentinhaber das Sachsenwerk ist.

H. Heß.

Abgeschlossen am 24. Januar 1929.

Digitized by Google

Voranzeige.

In den nächsten Heften des Archivs für Elektrotechnik werden voraussichtlich folgende Arbeiten erscheinen:

W. Geyger, Messungen an eisengeschlossenen, elektrodynamischen Wechselstrom-Leistungsmessern nach der Kompensationsmethode.
K. Halbach, Untersuchungen über den Durchschlag und die Verluste einiger fester Isolierstoffe.
W. Geyger, Eine einfache Kompensationsschaltung zur Messung der Kapazität und des dielektrischen Verlustwinkels von Kondensatoren und Kabeln.
E. A. Ter-Markarjanz, Theoretische und experimentelle Untersuchung des Synchronreaktionsmotors.
W. Wirz, Der Kaskadentransformator mit ungleichmäßig verteilten Wicklungen als Spannungswandler.
R. Willheim, Drehstromgeneratoren ohne Querfelddämpfung als Elemente von Resonanzkreisen.
B. D. H. Tellegen, Erzwungene Schwingungen eines linearen Systems zweiter Ordnung.
P. Rosenlöcher und **E. Rühlemann,** Äußere Einflüsse bei der Messung dielektrischer Verluste von Hartpapierdurchführungen und ihre Beseitigung.
G. Güllner, Über Polarisationsspannungen in Glas, Glimmer und Gips.
E. Werner, Die Zyli derfunkenstrecke nach Prof. Schwaiger.
H. Gries und **H. Esser,** Magnetische Messungen an Eisenviel- und Einkristallen mit einem neuartigen magnetischen Spannungsmesser.
H. G. Baerwald, Verstärkungsmessungen am rückgekoppelten Widerstandsverstärker. Konstruktion eines kompensierten Verstärkers mit gerader Frequenzkurve.
A. Smurow, Die physikalische Natur der elektrischen Vorgänge bei homogenen Isolatoren.
W. Steidinger, Beitrag zur Theorie flächenhafter Wirbelströme.
W. Suckow, Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen Strom und Spannung in einem Kunstharz.
E. Jasse und **E. Zianke,** Beitrag zur Nutenstreuung von elektrischen Maschinen.
W. O. Schumann, Ein Hochspannungsvoltmeter.
Fr. Vilbig, Über Widerstandsänderung verschiedener Metalle in Magnetfeldern.
A. Nikuradse, Über Elektrizitätsleitung bei Feldstärken bis zu Entladungsspannungen und Ionenkonstanten in dielektrischen Flüssigkeiten.
A. Nikuradse, Dielektrische Flüssigkeiten bei hohen Temperaturen und hohen Spannungen.
R. Pohl, Zur Berechnung von Rippenrohrkühlern für elektrische Maschinen.
H. G. Baerwald, Das Raumladenetzrohr als rückgekoppelter Widerstandsverstärker in theoretischer Behandlung.
L. Pungs, Bemerkung zur Arbeit des Herrn A. Schulze „Eine exakte Methode zur Messung der Magnetostriktion".
G. Baust, Messung von Ausschaltüberspannungen mit dem Kathodenoszillographen.
W. Schilling, Berechnung der Anfangsspannung zwischen kantigen Elektroden in Luft.
M. Paavola, Der dunkle Entladungsvorstrom in Luft von Atmosphärendruck.
L. Inge und **A. Walther,** Durchschlag von festen Isolatoren in homogenen und nichthomogenen elektrischen Feldern bei Beanspruchungen von langer und kurzer Dauer.
H. Buchholz, Schirmwirkung und Wirbelstromverluste eines hohlen kreiszylindrischen Leiters im magnetischen Wechselfeld.
F. Ollendorff, Zur qualitativen Theorie gesättigter Eisendrosseln. II. Teil; Überströme beim Einschalten von Transformatoren.
M. Toepler, Funkenkonstante und Lufttemperatur.

Soeben erschienen

Fachbericht-Sonderheft

der VDE-Jahresversammlung Berlin 1928

Fachberichte nebst Besprechungen aus den Gebieten der elektrischen Kraftwerke und Kraftübertragung, der elektrischen Industrieanlagen, der Fernmeldetechnik und Elektrophysik und der Maschinen und Transformatoren.

Preise:

Geheftet für VDE-Mitglieder	RM 4.—
Gebunden für VDE-Mitglieder	RM 5.—
Geheftet für Nichtverbandsmitglieder	RM 7.—
Gebunden für Nichtverbandsmitglieder	RM 8.—

Bestellungen
an die Geschäftsstelle des Verbandes Deutscher Elektrotechniker e. V. Berlin W 57, Potsdamerstr. 68

Bestellung eilt, da die Auflage in Kürze vergriffen ist

Digitized by Google

Der verbrannte Motor überzeugt Sie, daß die Abschmelzsicherung keine Sicherung des Motors ist, sondern nur eine Sicherung der Leitungsanlage. Bei geringer Überlastung des Motors spricht sie nicht an, obgleich er Schaden leidet. Eine vollkommene Sicherung des Motors ist nur der **Klöckner-Motorschutzschalter, er schützt** gegen Überlastung, gegen die Folgen starken Spannungsrückganges und Ausbleiben einer Phase **und spart** Abschmelzsicherung, Stromkosten durch bessere Ausnutzung des Motors, sowie Arbeitszeit, Betriebsstörungen, Ärger und Verdruß. Mit RWE-(Heinisch-Riedl)-Schutzschaltung gegen gefährliche Berührungsspannung (DRP. 277370) versehen, ist der Klöckner-Motorschutz **der vollkommenste Wächter.**

F. KLOCKNER - KÖLN-BAYENTHAL

Der Quecksilberdampf-Gleichrichter

Von **Kurt E. Müller-Lübeck**
Ingenieur der AEG-Apparatefabriken Treptow

Soeben erschien Band II:

Konstruktive Grundlagen

Mit 340 Textabbildungen und 4 Figurentafeln. VI, 350 S. 1929. Geb. RM 42.—

Band I: **Theoretische Grundlagen**

Mit 49 Textabbildungen und 4 Zahlentafeln. X, 217 Seiten. 1925. Geb. RM 15.—

Zur Einführung.

Das nunmehr vollständig vorliegende Werk ist ein Versuch, zum ersten Male das gesamte Gebiet der Quecksilberdampf-Gleichrichter aller Dimensionen einschließlich der Fragen der Projektierung von Gleichrichteranlagen zusammenhängend darzustellen.

Im ersten Band werden die physikalischen und mathematischen Grundlagen entwickelt, die zur Gewinnung von Berechnungsgrundlagen unentbehrlich sind, aber andererseits bei der Eigenart des Gleichrichterbetriebes nicht ohne weiteres aus den bekannten Definitionen zu entnehmen sind. Hierbei handelt es sich einmal um das Verhalten des Quecksilberlichtbogens, das andere Mal um die Induktivitätsverhältnisse vormagnetisierter Drosselspulen. Anschließend daran wird die Frage erörtert, die Untersuchung der mannigfachen Gleichrichterschaltungen auf die einer einzigen zu reduzieren.

Der zweite Band beginnt mit der Entwicklung von Berechnungsgrundlagen, bringt eine ausführliche Theorie des Gleichrichtertransformators sowie die Unterlagen zur Berechnung der Kennlinien für die Gleichspannung, die Welligkeit des Gleichstromes, für die Leistungsdaten und insbesondere des Leistungsfaktors in ihrer Abhängigkeit von der Belastungshöhe. Ein historisches Kapitel bildet die Überleitung zu den nun folgenden konstruktiven Auseinandersetzungen. Anschließend an die Darstellung der Konstruktion der Glas- und Eisengleichrichter werden die Unterlagen für die Projektierung von Gleichrichteranlagen entwickelt. Einen großen Raum nehmen hierbei die systematisch behandelten Fragen der Automatisierung und der schalttechnischen Probleme ein, insbesondere wird ein Überblick über neuzeitliche Schnellschalter gegeben.

Verlag von Julius Springer / Berlin

Hierzu zwei Beilagen vom Verlag Julius Springer in Berlin.

Verlag der ETZ-Verlag G. m. b. H., Berlin. Im Buchhandel durch Julius Springer in Berlin W 9.
Druck der Universitätsdruckerei H. Stürtz A. G., Würzburg.

Digitized by Google

Archiv
für
Elektrotechnik

Herausgegeben unter Beteiligung
des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins
von
Prof. Dr.-Ing. **W. Rogowski**, Aachen
Im Buchhandel durch Julius Springer in Berlin W 9

XXI. Band | **8. April 1929** | **6. Heft**

CORNELL UNIVERSITY LIBRARY
MAY 4 1929
ITHACA, N.Y.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

W. Geyger, Eine einfache Kompensationsschaltung zur Messung der Kapazität und des dielektrischen Verlustwinkels von Kondensatoren und Kabeln 529

K. Halbach, Untersuchungen über den Durchschlag und die Verluste einiger fester Isolierstoffe 535

E. Wirz, Der Kaskadentransformator mit ungleichmäßig verteilten Wicklungen als Spannungswandler 563

R. Willheim, Drehstromgeneratoren ohne Querfelddämpfung als Elemente von Resonanzkreisen. 593

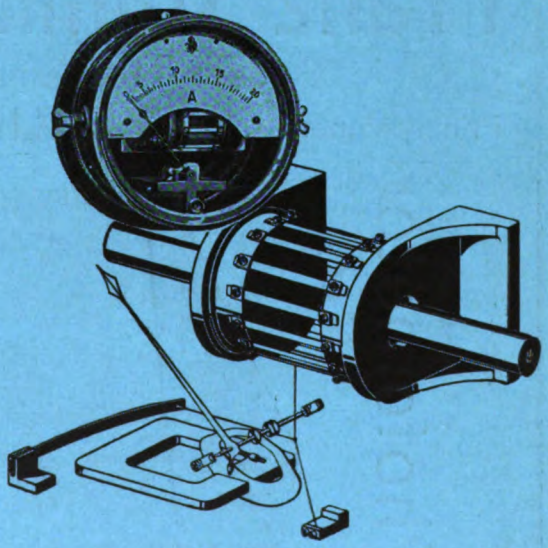
E. A. Ter-Markarjanz, Theoretische und experimentelle Untersuchung des synchronen Reaktionsmotors 612

W. Rogowski und O. Wolff, Ein Zeitkipper für den Kathodenoszillographen 645

K. Matthies und G. Ganswindt, Druckfehlerberichtigung 655

H & B
Messgeräte für Hochfrequenz

Hitzband-Amperemeter für Antennenströme bauen wir in einer bewährten Sonderausführung: auf einem Kreiszylinder sind Platiniridium-Bänder als Hitzbänder angeordnet. Die Bänder dehnen sich durch die vom Meßstrom erzeugte Wärme — die Änderung der Bandlänge wird durch den Spannfaden auf den Zeiger übertragen. Dies einzigartige Gerät gibt peinlich genau Anzeige — ist verwendbar bis 300 Amp.



HARTMANN & BRAUN AG
FRANKFURT a M

Preis RM 12.50

Digitized by Google

Das **Archiv für Elektrotechnik**

sieht seine Hauptaufgabe darin, allen in der Elektrotechnik wissenschaftlich arbeitenden Ingenieuren ein Sammelpunkt zu sein. Seine Arbeiten werden vorwiegend auf einem Gebiet liegen, in dem technische und physikalische Fragen ineinander übergehen. Das Archiv wird daher auch für alle auf dem Grenzgebiet zwischen Physik und Elektrotechnik tätigen Physiker von Interesse sein.

Das Archiv soll eine Ergänzung der „Elektrotechnischen Zeitschrift" nach der wissenschaftlichen Seite hin bilden, zumal die „Elektrotechnische Zeitschrift" infolge der Zusammensetzung ihres Leserkreises wirtschaftliche Fragen und beschreibende Aufsätze mehr als früher in den Vordergrund rücken muß.

Beiträge sowie sonstige für den Herausgeber bestimmte Mitteilungen werden erbeten unter der Adresse: Professor Dr.-Ing. W. Rogowski, Aachen, Elektrotechnisches Institut der Technischen Hochschule.

Die Herren Verfasser werden infolge der gewaltig gestiegenen Unkosten gebeten, durch kurze und klare Fassung ihrer Mitteilungen und durch Beschränkung auf das Wesentliche an einer Herabminderung der Druckkosten mitzuwirken.

Nach einem Vorschlag des Elektrotechnischen Vereins sollen künftig von allen Archivarbeiten kurze Eigenberichte in der Elektrotechnischen Zeitschrift veröffentlicht werden. Die Herren Mitarbeiter werden gebeten, solche Eigenberichte, deren Umfang mit Rücksicht auf die heutigen Druckkosten $^1/_{10}$ der Archivarbeit nicht überschreiten soll, spätestens bei der Korrektur einzusenden, damit sie gleichzeitig mit der Archivarbeit in der Elektrotechnischen Zeitschrift erscheinen können.

Es ist erwünscht, daß sich die Verfasser bei ihren Bezeichnungen an die Vorschläge des A. E. F. halten.

Das **„Archiv für Elektrotechnik"** erscheint vom Jahrgang 1923 (Band XII) ab in einzeln berechneten Heften. Der Preis eines Heftes wird sich nach dem Umfang desselben und den entstandenen Herstellungskosten richten.

Abonnenten, die mehrere Exemplare des „Archiv für Elektrotechnik" beziehen, erhalten das erste Stück zum Ladenpreis, jedes weitere im Abonnement bezogene Stück mit einem Nachlaß von 40 %.

Die Mitglieder des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins, sowie die Bezieher der „Elektrotechnischen Zeitschrift" erhalten auf den Bezugspreis einen Nachlaß von 25 % für das erste, einen Nachlaß von 40 % für jedes weitere von ihnen im Abonnement bezogene Exemplar.

Der Bezug kann durch den Buchhandel oder die Versandstelle des Verlages, die Hirschwaldsche Buchhandlung, Berlin NW 7, Unter den Linden 68 (Fernsprecher Zentrum 2825, 2826, 2835, 2836. Drahtanschrift: Hirschwaldbuch) erfolgen.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstr. 23/24

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050—53, 6326—28; Amt Nollendorf 755—57. — Drahtanschrift: Springerbuch Berlin.

Bank- und Postscheckkonten:

für Anzeigen, Beilagen, Sonderdrucke: Reichsbank-Girokonto, Deutsche Bank, Depositenkasse C, Berlin W 9. Postscheckkonto Berlin Nr. 118935 Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9.

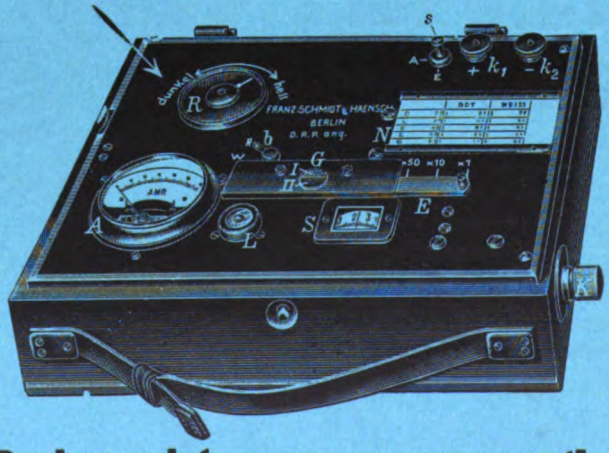
für Bezug von Büchern, Zeitschriften und einzelnen Heften: Hirschwaldsche Buchhandlung, Berlin NW 7. Postscheckkonto Berlin Nr. 33700. Disconto-Gesellschaft, Depositenkasse Berlin W 8, Unter den Linden 11.

Franz Schmidt & Haensch

Optisch-Mechanische Werkstätten

Prinzessinnenstr. 16 ▫ **BERLIN S 42** ▫ Prinzessinnenstr. 16

Photometer für



wissenschaftliche und technische Zwecke

Neuer Beleuchtungsmesser (Luxmeter)

nach Bechstein,

auch in Verbindung mit Schattenwerfeinrichtung nach Norden

zur Kontrolle von Beleuchtungsanlagen

Digitized by Google

MAY 4 1929

Archiv für Elektrotechnik

XXI. Band. 6. Heft. 1928.

Eine einfache Kompensationsschaltung zur Messung der Kapazität und des dielektrischen Verlustwinkels von Kondensatoren und Kabeln.

Von

Wilhelm Geyger, Frankfurt a. M.

In früheren Arbeiten[1] ist vom Verfasser ein einfaches Kompensationsmeßverfahren angegeben worden, welches ermöglicht, Kapazität und dielektrischen Verlustwinkel von Kondensatoren und Kabeln ohne Zuhilfenahme eines Vergleichskondensators zu messen. Die hierzu benutzte Kompensationsschaltung, bei der ein eisenfreier Transformator (Lufttransformator) zur Darstellung eines Phasenwinkels von 90^0 verwendet wird, stellt eine Stromverzweigung dar, deren Zweigströme bei abgeglichener Meßanordnung um 90^0 in der Phase gegeneinander verschoben sind.

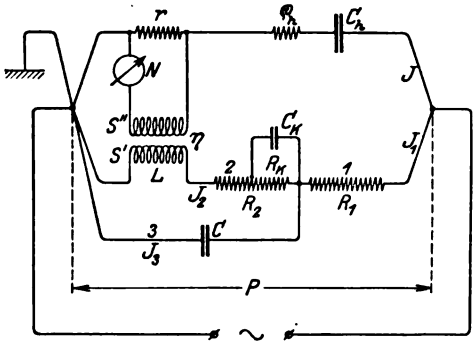


Bild 1. Kompensationsschaltung zur Messung der Kapazität und des dielektrischen Verlustwinkels von Kondensatoren und Kabeln.

Die primäre Spule des Lufttransformators ist in den ersten, einen Induktivitätsvariator enthaltenden Zweig (Spulenzweig) eingeschaltet, während die sekundäre Spule über das Nullinstrument an einen im zweiten, das Meßobjekt (Kondensator oder Kabel) enthaltenden Zweig (Kondensatorzweig) liegenden Kompensationswiderstand angeschlossen ist. Nach Abgleichung der Meßanordnung läßt sich die Kapazität des Meßobjektes aus der gegenseitigen Induktivität des Lufttransformators, dem gesamten Ohmschen Widerstand des Spulenzweiges und dem Widerstandswert des Kompensationswiderstandes berechnen. Der Verlustwinkel ergibt sich aus der Frequenz, der gesamten Induktivität des Spulenzweiges, der gegenseitigen Induktivität des Lufttransformators und dem gesamten Ohmschen Widerstand des Spulenzweiges. Bei geeigneter Wahl der Versuchsverhältnisse können Kapazität und Verlustwinkel an entsprechend geeichten Skalen ohne Zwischenrechnungen unmittelbar abgelesen werden.

Die Verwendung des im Spulenzweig vorgesehenen, zur Phasenabgleichung dienenden Induktivitätsvariators kann, besonders wenn kurz hintereinander Verlustwinkel von sehr verschiedener Größe gemessen werden sollen, zu Unbequemlichkeiten und unter Umständen (z. B. bei der Messung verhältnismäßig großer Verlustwinkel

[1] Geyger, Arch. f. Elektrot., Bd. 12, 1923, S. 370 und Bd. 14, 1925, S. 560.

Digitized by Google

oder, wenn bei höheren Betriebsspannungen gemessen werden soll) zu erheblichen experimentellen Schwierigkeiten führen. Im folgenden wird gezeigt, wie in solchen Fällen durch geeignete Abänderung der beschriebenen Kompensationsschaltung Verbesserungen erzielt werden können.

In Bild 1 ist die abgeänderte Schaltung dargestellt. Wie bei der ursprünglichen Meßanordnung[1] ist die primäre Spule S' des Lufttransformators in den Spulenzweig der Stromverzweigung eingeschaltet, während die sekundäre Spule S'' über das Nullinstrument N an einen im Kondensatorzweig liegenden Kompensationswiderstand r angeschlossen ist. Der Spulenzweig enthält jedoch an Stelle des bei der ursprünglichen Anordnung erforderlichen Induktivitätsvariators einen zur Phasenabgleichung dienenden Kondensator C von veränderbarer Kapazität sowie einen zur Erzielung günstigster Phasenverhältnisse vorgesehenen festen Hilfskondensator C_K und setzt sich in der aus Bild 1 ersichtlichen Weise aus den drei Zweigen 1, 2, 3 zusammen. Die Widerstandsverhältnisse im Kondensatorzweig werden so gewählt, daß r den gesamten Ohmschen Widerstand dieses Zweiges darstellt. Dies trifft dann zu, wenn der Widerstand der Zuleitungen zu Kompensationswiderstand und Kondensator gegenüber r vernachlässigbar klein ist.

Wir behandeln den allgemeinen Fall, daß der Kondensator dielektrische Energieverluste besitzt und denken uns zunächst in der bekannten Darstellungsweise den in den Kondensatorzweig eingeschalteten, mit Verlusten behafteten Kondensator ersetzt durch einen idealen, verlustfreien Kondensator C_h, der mit einem Verlustwiderstand ϱ_h in Reihe geschaltet ist.

Es bedeuten:

R_1 und R_2 die gesamten Ohmschen Widerstände der Zweige 1 und 2 des Spulenzweiges[2],

r den Widerstandswert des im Kondensatorzweig liegenden Kompensationswiderstandes bzw. gemäß obigen Ausführungen den gesamten Ohmschen Widerstand des Kondensatorzweiges,

L die gesamte Induktivität des Zweiges 2 (Induktivität der Primärspule des Lufttransformators),

η die gegenseitige Induktivität der Primärspule S' auf die Sekundärspule S'',

C die jeweilig wirksame Kapazität des veränderbaren Kondensators in Zweig 3,

C_K die Kapazität des festen Hilfskondensators in Zweig 2,

R_K den Ohmschen Widerstand in Zweig 2, welcher durch den Hilfskondensator C_K überbrückt wird,

P die Betriebsspannung,

$\mathfrak{J}_1$, $\mathfrak{J}_2$, $\mathfrak{J}_3$ die in den Zweigen 1, 2, 3 des Spulenzweiges fließenden Ströme,

$\mathfrak{J}$ den im Kondensatorzweig fließenden Strom.

Die zur Berechnung der Kapazität C_h, des Verlustwiderstandes ϱ_h und des Verlustwinkels δ dienenden Gleichungen ergeben sich, ähnlich wie bei der ursprünglichen Schaltung, direkt aus dem bei Stromlosigkeit des Nullinstrumentes gültigen Vektorendiagramm, wenn die Widerstandsoperatoren entsprechend der abgeänderten Schaltung in das Diagramm eingesetzt werden.

Die für die Aufstellung des Diagramms erforderlichen Beziehungen zwischen der Betriebsspannung P und dem in der primären Spule des Lufttransformators fließenden Strome $\mathfrak{J}_2$ erhält man hier bei Anwendung der symbolischen Rechnungsweise aus den Widerstandsoperatoren a_1, a_2, a_3 der Zweige 1, 2, 3. Bezeichnet ω die

[1] Vgl. Geyger, a. a. O.

[2] Im folgenden wird angenommen, daß der Ohmsche Widerstand des Zweiges 3 (der Zuleitungen zum Kondensator C) praktisch gleich Null gesetzt werden darf.

Digitized by Google

Kreisfrequenz der an die Meßanordnung angelegten, zeitlich sinusförmig verlaufenden Betriebsspannung und $j = \sqrt{-1}$ die imaginäre Einheit, so stellen

$$a_1 = R_1 \text{ und } a_3 = -j\frac{1}{\omega C}$$

die Operatoren der Zweige 1 und 3 dar, während der Operator des Zweiges 2, wie sich leicht ableiten läßt, durch den Ausdruck

$$a_2 = R_2 - R_K + \frac{R_K}{1 + (R_K \omega C_K)^2} + j\omega\left(L - \frac{R_K^2 \cdot C_K}{1 + (R_K \omega C_K)^2}\right)$$

gegeben ist. Für den praktisch stets vorliegenden Fall, daß $(R_K \omega C_K)^2$ gegen 1 vernachlässigt werden darf, gilt die vereinfachte Beziehung

$$a_2 = R_2 + j\omega (L - R_K^2 \cdot C_K).$$

Bedeuten in symbolischer Schreibweise $\mathfrak{P}$ die an die Meßanordnung angelegte Betriebsspannung und $\mathfrak{J}_1$, $\mathfrak{J}_2$, $\mathfrak{J}_3$ die in den Zweigen 1, 2, 3 des Spulenzweiges fließenden Ströme, so gilt allgemein:

$$\mathfrak{J}_3 = \mathfrak{J}_2 \cdot \frac{a_2}{a_3}, \quad \mathfrak{J}_1 = \mathfrak{J}_2 + \mathfrak{J}_3 = \mathfrak{J}_2 \cdot \frac{a_2 + a_3}{a_3}.$$

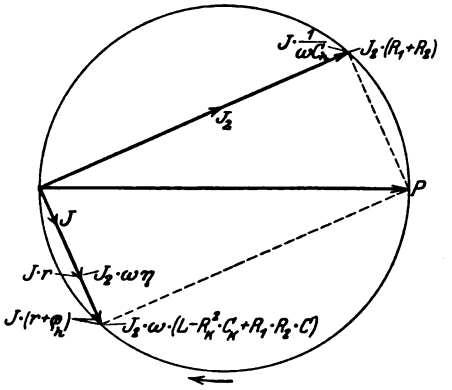


Bild 2. Vektorendiagramm bei abgeglichener Meßanordnung.

Der Operator des Spulenzweiges ist

$$a = \frac{a_2 \cdot a_3}{a_2 + a_3} + a_1 = \frac{a_2 \cdot a_3 + a_1 \cdot (a_2 + a_3)}{a_2 + a_3}.$$

Somit wird

$$\mathfrak{P} = \mathfrak{J}_1 \cdot a = \mathfrak{J}_2 \cdot \frac{a_2 + a_3}{a_3} \cdot a = \mathfrak{J}_2 \cdot \frac{a_2 \cdot a_3 + a_1 (a_2 + a_3)}{a_3}.$$

Setzt man für a_1, a_2, a_3 die entsprechenden, oben genannten Werte ein, so ergibt sich

$$\frac{\mathfrak{P}}{\mathfrak{J}_2} = R_1 \cdot [1 - \omega^2 \cdot (L - R_K^2 \cdot C_K) C] + R_2 + j\omega \cdot (L - R_K^2 \cdot C_K + R_1 \cdot R_2 \cdot C). \quad \textbf{(1a)}$$

Da nun $\omega^2 (L - R_K^2 C_K) C$ gegen 1 praktisch stets vernachlässigt werden darf, so kann man schreiben

$$\mathfrak{P} = \mathfrak{J}_2 \cdot [R_1 + R_2 + j\omega \cdot (L - R_K^2 \cdot C_K + R_1 \cdot R_2 \cdot C)] \quad (1b)$$

oder

$$P = \mathcal{J}_2 \cdot \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + \omega^2 \cdot (L - R_K^2 \cdot C_K + R_1 \cdot R_2 \cdot C)^2}. \quad (1c)$$

Die Auswertung der Gleichung (1c) führt zu dem in Bild 2 wiedergegebenen Diagramm, welches dem der ursprünglichen Schaltung sehr ähnlich ist. Aus dem Diagramm in Bild 2 können folgende Beziehungen abgelesen werden:

$$\mathcal{J} \cdot \frac{1}{\omega C_k} = \mathcal{J}_2 \cdot (R_1 + R_2), \quad (2)$$

$$\mathcal{J} \cdot (r + \varrho_k) = \mathcal{J}_2 \cdot \omega \cdot (L - R_K^2 \cdot C_K + R_1 \cdot R_2 \cdot C), \quad (3)$$

$$\mathcal{J} \cdot r = \mathcal{J}_2 \cdot \omega \cdot \eta. \quad (4)$$

Digitized by Google

Hieraus folgt

$$C_h = \frac{\eta}{r \cdot (R_1 + R_2)}, \tag{5}$$

$$\varrho_h = r \cdot \frac{L - R_K^2 \cdot C_K + R_1 \cdot R_2 \cdot C - \eta}{\eta}, \tag{6}$$

$$\operatorname{tg} \delta = \varrho_h \cdot \omega \cdot C_h = \omega \cdot \frac{L - R_K^2 \cdot C_K + R_1 \cdot R_2 \cdot C - \eta}{R_1 + R_2}. \tag{7}$$

Gibt man η einen konstanten Wert und wählt man die Versuchsverhältnisse derart, daß

$$R_K^2 \cdot C_K = L - \eta \tag{8}$$

ist, so gelten die vereinfachten Beziehungen

$$\varrho_h = r \cdot \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot C}{\eta}, \tag{9}$$

$$\operatorname{tg} \delta = \omega \cdot \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot C}{R_1 + R_2}. \tag{10}$$

Sind R_1, R_2 und ω während den Messungen konstant, so gilt

$$\operatorname{tg} \delta = \text{const} \cdot C$$

und es kann $\operatorname{tg} \delta$ nach Abgleichung der Meßanordnung am Kondensator C ohne Zwischenrechnungen unmittelbar abgelesen werden. Man wird daher, wenn ω gegeben ist, die Widerstände R_1 und R_2 so bemessen, daß der die Proportionalitätskonstante darstellende Faktor $\omega \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ einen runden Zahlenwert annimmt. Macht man z. B. bei der Frequenz 50 ($\omega = 100\,\pi$) den Widerstandswert $\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ gleich $\frac{1000}{\pi}$ Ohm, so wird

$$\operatorname{tg} \delta = 100 \cdot \pi \cdot \frac{1000}{\pi} \cdot C = 10^5 \cdot C$$

und z. B. für $C = 1$ Mikrofarad: $\operatorname{tg} \delta = 0{,}1$. Als veränderbaren Kondensator C benutzt man am besten einen Dekadenkurbelkondensator, wie er bei Wechselstrom-Kompensationsmeßeinrichtungen zur Untersuchung von Meßwandlern und Kabeln vielfach Anwendung findet. In dem obigen Beispiel ergibt also — ähnlich wie bei der Hochspannungsmeßbrücke nach Schering[1] — die Ablesung am Dekadenkondensator in Mikrofarad, geteilt durch 10, unmittelbar den zur Kennzeichnung der dielektrischen Energieverluste allgemein gebräuchlichen Wert $\operatorname{tg} \delta$. Selbstverständlich kann $\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ auch so bemessen werden, daß der Verlustwinkel δ am Kondensator C direkt in Winkelminuten abgelesen werden kann.

Ist der gesamte Ohmsche Widerstand $R = R_1 + R_2$ des Spulenzweiges gegeben, so ist es in vielen Fällen zweckmäßig, das Verhältnis $\frac{R_1}{R_2}$ so zu wählen, daß man zur Darstellung eines bestimmten $\operatorname{tg} \delta$-Wertes mit einer möglichst kleinen Kapazität C auskommt, d. h. derart, daß $\operatorname{tg} \delta$ für eine bestimmte Kapazität C einen möglichst großen Wert annimmt. Wie eine einfache Überlegung ergibt, ist dies dann der Fall, wenn $\frac{R_1}{R_2} = 1$ ist, d. h. wenn

$$R_1 = R_2 = \frac{R}{2} \tag{11}$$

gemacht wird. Für diesen Spezialfall gilt

$$C_h = \frac{\eta}{R \cdot r}, \tag{12}$$

$$\varrho_h = r \cdot \frac{R^2 \cdot C}{4 \cdot \eta}, \tag{13}$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{R}{4} \cdot \omega \cdot C. \tag{14}$$

[1] Vgl. z. B. Semm, Arch. f. Elektrot., Bd. 9, 1921, S. 30.

Digitized by Google

Denkt man sich in einer anderen Darstellungsweise den im Kondensatorzweig eingeschalteten, mit Verlusten behafteten Kondensator ersetzt durch einen idealen, verlustfreien Kondensator C_n, der mit einem Verlustwiderstand ϱ_n nebeneinander geschaltet ist, so ergibt sich der Verlustwinkel δ aus der Beziehung

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{1}{\varrho_n \cdot \omega \cdot C_n}.$$

Die zwei Kondensatorersatzschaltungen sind dann gleichwertig, wenn ihre Kapazitäts- und Widerstandswerte so bemessen sind, daß bei beiden Schaltungen sich derselbe Wechselstromwiderstand und derselbe Verlustwinkel ergibt:

$$\sqrt{\varrho_k^2 + \left(\frac{1}{\omega C_k}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\varrho_n}\right)^2 + (\omega C_n)^2}},$$

$$\varrho_k \cdot \omega \cdot C_k = \frac{1}{\varrho_n \cdot \omega \cdot C_n}.$$

Hieraus folgt

$$C_n = \frac{C_k}{1 + (\varrho_k \cdot \omega \cdot C_k)^2} = \frac{C_k}{1 + \operatorname{tg}^2\delta}, \tag{15}$$

$$\varrho_n = \frac{1 + (\varrho_k \cdot \omega \cdot C_k)^2}{\varrho_k \cdot (\omega C_k)^2} = \frac{1 + \operatorname{tg}^2\delta}{\operatorname{tg}\delta \cdot \omega C_k}. \tag{16}$$

Zur Kennzeichnung des dielektrischen Energieverlustes benutzt man vielfach den reziproken Wert von ϱ_n, welcher „Ableitung" genannt wird. Für die Ableitung A gilt somit

$$A = \frac{\varrho_k \cdot (\omega C_k)^2}{1 + (\varrho_k \cdot \omega \cdot C_k)^2} = \frac{\operatorname{tg}\delta \cdot \omega C_k}{1 + \operatorname{tg}^2\delta}. \tag{17}$$

Setzt man in Gleichung (15) bis (17) für C_k und $\operatorname{tg}\delta$ die entsprechenden Werte aus Gleichung (5) und (10) ein, so ergibt sich

$$C_n = \frac{\eta}{r \cdot (R_1 + R_2) \cdot \left(1 + \frac{\omega^2 \cdot (R_1 \cdot R_2 \cdot C)^2}{(R_1 + R_2)^2}\right)}, \tag{18}$$

$$\varrho_n = \frac{r \cdot (R_1 + R_2)^2 \cdot \left(1 + \frac{\omega^2 \cdot (R_1 \cdot R_2 \cdot C)^2}{(R_1 + R_2)^2}\right)}{\omega^2 \cdot \eta \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C}, \tag{19}$$

$$A = \frac{\omega^2 \cdot \eta \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C}{r \cdot (R_1 + R_2)^2 \cdot \left(1 + \frac{\omega^2 \cdot (R_1 \cdot R_2 \cdot C)^2}{(R_1 + R_2)^2}\right)}, \tag{20}$$

und für $R_1 = R_2 = \frac{R}{2}$:

$$C_n = \frac{\eta}{r \cdot R \cdot \left(1 + \frac{(R \cdot \omega \cdot C)^2}{16}\right)}, \tag{21}$$

$$\varrho_n = \frac{4 \cdot r \cdot \left(1 + \frac{(R \cdot \omega \cdot C)^2}{16}\right)}{\omega^2 \cdot \eta \cdot C}, \tag{22}$$

$$A = \frac{\omega^2 \cdot \eta \cdot C}{4 \cdot r \cdot \left(1 + \frac{(R \cdot \omega \cdot C)^2}{16}\right)}. \tag{23}$$

Bei kleinen Werten von δ darf in diesen Gleichungen $\operatorname{tg}^2\delta$ gegen 1 vernachlässigt werden. Es wird dann

$$C_n \approx C_k \approx C_0 \tag{24}$$

und es gilt in erster Annäherung

$$\varrho_n = \frac{1}{\operatorname{tg}\delta \cdot \omega C_0} = \frac{r \cdot (R_1 + R_2)^2}{\omega^2 \cdot \eta \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C}, \tag{25}$$

Digitized by Google

$$A = \operatorname{tg}\delta \cdot \omega C_0 = \frac{\omega^2 \cdot \eta \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C}{r \cdot (R_1 + R_2)^2}, \tag{26}$$

bzw. für $R_1 = R_2 = \frac{R}{2}$:

$$\varrho_n = \frac{4 \cdot r}{\omega^2 \cdot \eta \cdot C}, \tag{27}$$

$$A = \frac{\omega^2 \cdot \eta \cdot C}{4 \cdot r}. \tag{28}$$

Bezüglich des Aufbaues der Meßanordnung und der praktischen Durchführung der Messungen sei noch folgendes bemerkt. Während für die ursprüngliche Anordnung die Verwendung eines Variators für gegenseitige Induktion oder auch eines in der Kopplung unveränderlichen, sekundär belasteten Lufttransformators, in dessen Sekundärkreis ein mit Abgreifkontakten versehener Kompensationswiderstand eingeschaltet ist[1], empfohlen wurde, muß man bei der in vorliegender Arbeit behandelten Kompensationsschaltung ein festes, in der Kopplung unveränderliches und zweckmäßig astatisch aufgebautes Normal der gegenseitigen Induktion benutzen. Die gegenseitige Induktivität η wird man so wählen, daß, wenn der konstante Widerstand $R = R_1 + R_2$ gemäß obigen Ausführungen bestimmt ist, für den Quotienten $\frac{\eta}{R}$ sich ein runder Zahlenwert (z. B. 10^{-5} oder 10^{-6}) ergibt. Um die in Gleichung (8) ausgedrückte Bedingung erfüllen zu können, muß die Induktivität L der Primärspule des Lufttransformators ebenso groß oder größer sein als die gegenseitige Induktivität η. Für $L = \eta$ wird $C_K = 0$, d. h. es ist in diesem Falle möglich, ohne den Hilfskondensator C_K auszukommen.

Der Kompensationswiderstand r muß veränderlich ausgebildet werden. Man verwendet hierzu einen Stöpsel- oder Kurbelwiderstand und, wenn es sich um verhältnismäßig kleine Werte von r (Größenordnung: 1 bis 10 Ohm) handelt, zwei parallelgeschaltete Widerstände, von denen der eine zur Grobeinstellung, der andere zur Feineinstellung dient. Die Widerstandsspulen der Widerstände R_1, R_2 und r müssen induktions- und kapazitätsfrei gewickelt sein; am besten eignet sich die Wicklungsart nach Wagner und Wertheimer[2]. Als Nullinstrument wird ein Vibrationsgalvanometer (bei niederen Frequenzen) oder ein Telephon (bei Tonfrequenzmessungen) benutzt, welches, wenn die Meßanordnung in der aus Bild 1 ersichtlichen Weise geerdet wird, einpolig an Erde liegt.

[1] Vgl. Geyger, Arch. f. Elektrot., Bd. 15, 1925, S. 174.
[2] Wagner und Wertheimer, ETZ 1913, S. 613, 649 und 1915, S. 606, 621.

Digitized by Google

Untersuchungen über den Durchschlag und die Verluste einiger fester Isolierstoffe*.

Von

Kurt Halbach, Halle a. S.

Überblick.

An den für die Praxis wichtigen Isoliermaterialien Porzellan, Hartpapier, Glas, und teilweise auch Steatit und Hartgummi werden Vergleichsversuche über ihre elektrischen Eigenschaften ausgeführt. Es wird zunächst gezeigt, daß mit vergleichenden Verlustwinkelmessungen bei Wechselspannungen eine Trennung der Durchschlagerscheinungen in den sog. elektrischen und den Wärmedurchschlag leicht durchzuführen ist. Hierbei kann die Grenztemperatur, unterhalb welcher der elektrische, oberhalb welcher der Wärmedurchschlag erfolgt, genau festgelegt werden. Weiter ergibt sich daraus ein einfacher Weg, die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur mit einer einzigen Versuchsplatte schnell und genau aufzunehmen. Der Praxis wird so ein Mittel an die Hand gegeben, durch die gleichzeitige Erfassung verschiedener Faktoren die „elektrische Güte" eines Isoliermaterials in einfacher Weise bei geringstem Materialverbrauch festzustellen.

Der sogenannte wärmeelektrische Durchschlag tritt bei den Versuchen nicht in Erscheinung.

Ferner wird der Verlustwinkel und der zugehörige Verlust abhängig von Feldstärke und Temperatur ermittelt, und es wird gezeigt, ob und wieweit der Verlustwinkel unmittelbar zum Vergleich der Verluste von Isoliermaterialien herangezogen werden kann.

Die Stoß-Durchschlagspannungen von Porzellan und Hartpapier werden abhängig von Stoßzahl und Temperatur untersucht, und mit den bei Wechselspannung gefundenen Werten verglichen.

Inhaltsübersicht.

I. Einleitung. Die Auffassung vom Durchschlag fester Isolierstoffe. Bereits bekannte Arbeiten und Kritik derselben. Stellung der Aufgabe.
II. Die Wahl der Versuchsanordnung und die Erzeugung der Wechsel- und Stoßspannung.
III. Messungen.
A. Wechselspannungsmessungen.
1. Über den Verlustwinkel und seine Verwendung bei der Untersuchung der Durchschlagerscheinungen.
2. Durchschlagversuche bei Wechselspannung,
a) abhängig von der Temperatur,
b) abhängig von der Belastungsdauer.
3. Verlustmessungen abhängig von Feldstärke und Temperatur.
B. Stoßspannungsmessungen.
Durchschlagversuche bei Spannungstoß,
a) abhängig von der Temperatur,
b) abhängig von der Stoßzahl.
IV. Zusammenfassung der Ergebnisse.
V. Bedeutung für die Praxis. Angabe weiterer wünschenswerter Versuche.

I. Einleitung.

Auf Grund der Forschungsergebnisse[1] der letzten Jahre darf man für den Durchschlag fester Isoliermaterialien 2 Hauptursachen verantwortlich machen.

* An die Techn. Hochschule Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig eingereichte Dissertation.

[1] K. W. Wagner, Der physikalische Vorgang beim elektrischen Durchschlag von festen Isolatoren. J. A. I. E. E. 1922, Bd. 41, S. 1034. — W. Rogowski, Der Durchschlag fester Isolatoren. Arch. f. Elektrot. 1924, Bd. 13, S. 153. — L. Inge, N. Semenoff und A. Walther, Über den Durchschlag fester Isolatoren. Arch. f. Elektrot. 1926, Bd. 17, S. 433. — U. a.

Digitized by Google

Erstens die übermäßige Erwärmung durch die Verluste, die zum sog. Wärmedurchschlag führen kann. Dem Wärmedurchschlag liegt folgender Vorgang zugrunde. Die angelegte Spannung erzeugt im Isolierstoff durch Ohmsche, und bei Wechselspannung auch durch dielektrische Verluste, eine Temperaturerhöhung, die ihrerseits eine Widerstandverminderung bedingt. Dadurch wachsen die Verluste weiter und führen so durch Wechselwirkung von Temperatursteigerung und Widerstandverminderung ein Durchbrennen oder Schmelzen des Stoffes herbei. Offensichtlich ist hierbei, daß für den Durchschlag der Effektivwert der Spannung bzw. des Stromes maßgebend ist, und die Zeitdauer der Belastung auf die Höhe der Durchschlagspannung Einfluß haben muß. Nun hängt aber der Widerstand nicht allein von der jeweiligen Temperatur, sondern auch von der herrschenden Feldstärke ab, wie dies Poole[1] und Schiller[2] nachgewiesen haben. So ist der Widerstand für die gleiche Temperatur bei hoher Feldstärke niedriger als bei geringerer Feldstärke. Der Durchschlag des Stoffes muß also bei einer niedrigeren Spannung erfolgen, als er nach der „reinen" Wärmetheorie zu erwarten wäre. Da die Abnahme des Widerstandes R mit der Feldstärke $\mathfrak{E}$ bei kleinen Feldstärken gering und daher zu vernachlässigen ist, läßt sich der Wärmedurchschlag nach seinen Ursachen unterteilen in:

1. a) reinen Wärmedurchschlag — Verminderung von R durch $\mathfrak{E}$ zu vernachlässigen!
   b) feldstärkeabhängigen Wärmedurchschlag — großer Einfluß von $\mathfrak{E}$ auf R!

Als zweite Ursache kommt der „elektrische" Durchschlag[3] in Frage. Dieser wird als Folge einer mittel- oder unmittelbaren molekularen Gleichgewichtstörung durch die Feldstärke angesehen. Der „elektrische" Durchschlag ist in weiten Grenzen temperaturunabhängig und durch den Maximalwert der Feldstärke bestimmt. Ich will ihn den „rein elektrischen" Durchschlag nennen. Der von Rogowski für die hier mit 1b bezeichnete Durchschlagart gewählte Ausdruck „wärmeelektrischer" Durchschlag soll im folgenden nicht verwendet werden, da er irrtümlich als eine Kombination von reinem Wärme- und rein elektrischem Durchschlag aufgefaßt werden könnte.

Es wird daher immer nur von den eben erwähnten und hier nochmals zusammengefaßten Durchschlagarten gesprochen werden, nämlich vom:

1. Wärmedurchschlag,
   a) reinen Wärmedurchschlag,
   b) feldstärkeabhängigen Wärmedurchschlag.
2. Rein elektrischen Durchschlag.

Das Wesen der Erscheinungen wird am besten durch eine schematische Darstellung erfaßt, welche die Durchschlagspannung abhängig von der Temperatur bei Dauerbelastung darstellt. Bild 1, Kurve a stellt den Verlauf der Durchschlagspannung über der Temperatur nach der reinen Wärmeauffassung (1a) dar. Nach Rogowski gilt hierfür ungefähr, daß die Durchschlagspannung über der Temperatur denselben Verlauf hat wie die Quadratwurzel aus dem spezifischen Widerstand. Kommt nun noch bei höheren Feldstärken die Verminderung des Widerstandes durch die Feldstärke hinzu, so geht, wie bereits ausgeführt, der reine Wärmedurchschlag in den feldstärkeabhängigen Wärmedurchschlag nach Kurve b über. Der rein elektrische Durchschlag ist durch c_1 dargestellt.

Betrachten wir zunächst für den Fall der Dauerbelastung die Kurven a und c_1. Es ist selbstverständlich, daß man die zum rein elektrischen Durchschlag gehörige

[1] H. H. Poole, Über die elektrische Leitfähigkeit einiger Dielektrika. Phil. Mag. 1921, Bd. 42, S. 488.

[2] H. Schiller, Elektrizitätsleitung in festen Dielektriken bei hohen Feldstärken. Arch. f. Elektrot. 1927, Bd. 17, S. 600.

[3] Günther-Schulze, Über die dielektrische Festigkeit. Kösel & Pustet, München 1924, S. 104 u. ff.

Digitized by Google

Spannung C_1 nicht überschreiten kann, ohne daß der Durchschlag erfolgt. Alles, was über c_1 liegt, hat dann keine praktische Bedeutung. Bei höheren Temperaturen als T_1 kommt man in den Geltungsbereich des reinen Wärmedurchschlages nach *a*. Man erreicht also bei Dauerbelastung nur Durchschlagspannungen, welche auf *a* liegen. Dementsprechend ist die Durchschlagspannung, abhängig von der Temperatur für Dauerbelastung, durch die schraffierten Kurventeile von c_1 und a_1 festgelegt.

Wie bereits eingangs erwähnt wurde, ist die Höhe der Durchschlagspannung beim Wärmedurchschlag stark von der Belastungszeit abhängig, so daß die Spannung bei kurzen Belastungszeiten über den schraffierten Kurventeil von *a* hinaus gesteigert werden kann. Bis zu welchem Grade diese Spannungsüberhöhung möglich ist, wird im Laufe der Arbeit gezeigt werden. Es ist offensichtlich, daß der Schnittpunkt *A* von c_1 und *a* scharf ausgeprägt beim Experiment zu erwarten ist. Der feldstärkeabhängige Wärmedurchschlag tritt hier nicht in Funktion.

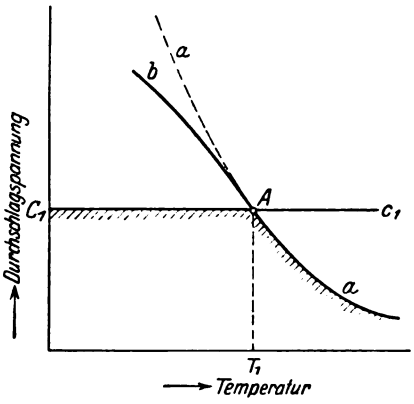


Bild 1. Schematisches Bild der Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung. Niedrige rein elektrische Durchschlagspannung.

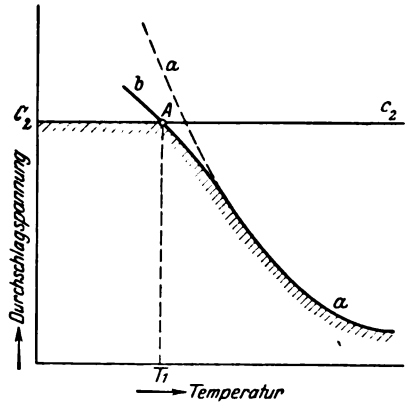


Bild 2. Schematisches Bild der Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung. Hohe rein elektrische Durchschlagspannung.

Weiter besteht aber auch die Möglichkeit, daß die rein elektrische Durchschlagspannung — Bild 2 — den Wert C_2 hat und über der Temperatur nach der Geraden c_2 verläuft. Dann tritt der feldstärkeabhängige Wärmedurchschlag in Erscheinung durch die Kurve *b*. Ob und wieweit dieser Verlauf tatsächlich auftritt, wird noch gezeigt werden. Die Grenze der Durchschlagspannungen für Dauerbelastung ist wieder schraffiert eingezeichnet.

Wenn dieser Kurvencharakter bislang nur von wenigen Forschern[1] gefunden wurde, so liegt das hauptsächlich an der ungenügenden Beachtung der Belastungszeit. Es wurden wohl verschiedene Geschwindigkeiten der Spannungsteigerung gewählt, aber Belastungen, die praktisch einer Dauerbelastung gleichkamen, wurden nicht durchgeführt. Ferner ließ vielfach die den Durchschlagversuchen eigene Streuung eine klare Erfassung des Kurvenverlaufes nicht zu.

Die Versuche von Inge, Semenoff und Walther geben ein gutes Bild der Erscheinung. Die Autoren untersuchten zwecks experimenteller Nachprüfung der Rogowskischen Theorie des Durchschlages Steinsalz und Glas, und späterhin auch teilweise Porzellan. Zu den Ergebnissen dieser Arbeit ist einiges zu bemerken. Bei Inge, Semenoff und Walther lag der rein elektrische Durchschlag immer am Rande, der Wärmedurchschlag dagegen immer in der Mitte der Versuchsplatte. Es war also sicherlich durch Randwirkung ein inhomogenes Feld vorhanden, und der

[1] L. Inge, N. Semenoff, H. Walther, a. a. O. — E. Mündel, Zum Durchschlag fester Isolatoren. Arch. f. Elektrot. 1925, Bd. 15, S. 320. — G. O. Weimer, Der Einfluß der Temperaturen auf die dielektrische Festigkeit von Porzellan-Isolatoren. E. u. M. 1911, Bd. 29, S. 58.

Digitized by Google

rein elektrische Durchschlag wäre in der Mitte der Platte erst bei einer höheren Spannung eingetreten. Für jeden Kurvenpunkt mußte eine Platte durchschlagen werden, so daß aus diesem und dem vorhergehenden Grunde eine Streuung besonders im Gebiete um A (Bild 1 und 2) unvermeidlich war. So konnten denn die Verfasser die Grenztemperatur T_1 nur auf etwa 10—20° C genau festlegen.

Weitere Arbeiten in dieser Richtung über die wichtigsten Isoliermaterialien der Praxis sind noch nicht durchgeführt worden. Die Kenntnis der Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur ist aber für die Beurteilung der in der Praxis gebräuchlichen Isoliermittel von großer Wichtigkeit.

Ebenso interessiert es, bei der vergleichenden Betrachtung der Isolierstoffe über ihren Verlustwinkel und Verlust Genaueres zu erfahren. Die bislang vorliegenden Verlustwinkelmessungen sind zu sehr von den Versuchsbedingungen abhängig, als daß sie untereinander verglichen werden könnten. Eine Bestimmung der Verluste in ihrer Abhängigkeit von Feldstärke und Temperatur liegt im wesentlichen nur für Hartpapier vor[1].

Die Aufgabe der vorliegenden Arbeit soll es sein, die angeführten Lücken auszufüllen, und vergleichende Untersuchungen an den für die Praxis wichtigsten Hochspannungs-Isolierstoffen anzustellen. In der Hauptsache wurden untersucht Porzellane, Hartpapiere und Gläser; Teilmessungen fanden statt an Steatit und Hartgummi.

Vornehmlich soll die Durchschlagspannung und ihre Abhängigkeit von Temperatur und Zeitdauer der Belastung für Wechselspannung von 50 Hertz bestimmt und ein Weg gefunden werden, der die Grenztemperatur zwischen rein elektrischem und Wärmedurchschlag aufzunehmen gestattet. Im Anschluß daran sind die erwähnten Verlustbestimmungen durchzuführen.

Ferner soll die Stoß-Durchschlagspannung und ihre Abhängigkeit von Temperatur und Zahl der Stöße untersucht, und mit den Ergebnissen bei Wechselspannung verglichen werden.

II. Die Wahl der Versuchsanordnung und die Erzeugung der Wechsel- und Stoßspannung.

Die Wahl der Versuchsanordnung.

Bekanntlich erfordern Durchschlagversuche der Streuung wegen eine große Menge von Durchschlägen. Dementsprechend mußte eine Plattenform gewählt werden, die sich in der notwendigen Anzahl — es wurden etwa 400 Platten durchschlagen — ohne zu großen Aufwand herstellen ließ, aber auch ein definiertes Feld aufwies. Hierzu eignete sich gut die in Bild 3 rechts dargestellte Plattenart. Abweichungen von dieser Form kamen bei Porzellan vor dergestalt, daß beiderseitig Kugelmulden vorhanden waren. Ein Unterschied in den Versuchswerten war gegenüber den anderen Platten nicht festzustellen. Auf beiden Seiten der Platten wurde eine Metallelektrode meist mit der Schoopschen Metallspritze aufgebracht. Als Metall wurde vorwiegend Kupfer verwendet. Nur die Glasplatten mußten wegen ihrer großen Empfindlichkeit gegenüber Temperaturdifferenzen chemisch versilbert und dann galvanisch verkupfert werden. Die Platten wurden auf einer Seite in bekannter Weise mit einer Schutzringelektrode versehen, um gleichzeitig an ihnen Verlustwinkelmessungen ausführen zu können. Die Kugelmulden wurden hergestellt bei

Porzellan durch Formgebung vor dem Brennen,
Hartpapier und Hartgummi durch Fräsen,
Glas durch Schleifen.

[1] K. Berger, Der Durchschlag fester Isolierstoffe als Folge ihrer Erwärmung. S. E. V. 1926, Bd. 17, S. 37.

Digitized by Google

Die Stärke der Platten in der Kugelmulde wurde auf 1 mm festgelegt. Abweichungen kamen aus fabrikationstechnischen Gründen bei Porzellan bis zu 1,7 mm Stärke vor. Bei Glas mußte mit Rücksicht auf die hohe Durchschlagfeldstärke und das notwendige Verhältnis der Dicken $a : b = 1 : 20$ (Bild 3 rechts) die Schicht-

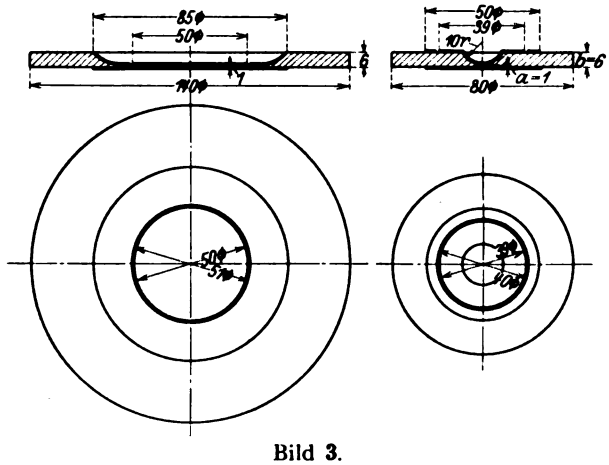


Bild 3.
Links Plattenform für Verlustbestimmungen. Rechts Plattenform für Durchschlagversuche.

dicke a auf 0,3 mm festgesetzt werden. Die Schichtdicke konnte bei Porzellan wegen der ungeschliffenen Oberfläche nur auf $\pm 5\%$ genau bestimmt werden. Bei den anderen Materialien war die Abweichung etwa halb so groß.

Das Feld dieser Plattenform ist allerdings nicht homogen. Die Feldstärke an der Kugelmulde ist bis etwa 6% größer als an der flachen Elektrode. Aus der Durchschlagspannung wurde unter Berücksichtigung dieser Inhomogenität die Durchschlagfeldstärke an der höchst beanspruchten Stelle berechnet und in den Darstellungen und Tabellen angegeben.

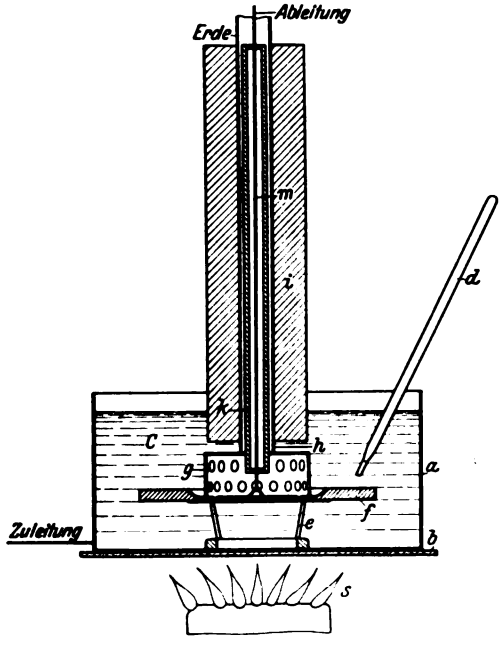


Bild 4. Anordnung der Versuchsplatte im Versuchsgefäß.

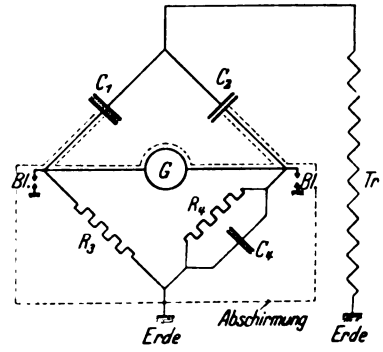


Bild 5. Schaltbild der Schering-Brücke.

Zur Verlustbestimmung wurden Platten mit homogenem Feld verwendet, wie sie in Bild 3 links dargestellt sind. Abweichungen von der Stärke 1 mm kamen hier aus fabrikationstechnischen Gründen nur bei den keramischen Materialien, Porzellan und Steatit, bis zu 2,5 mm Schichtdicke vor.

Digitized by Google

Um die Platten auf verschiedene Temperaturen zu bringen, war ihre Erwärmung in einer Flüssigkeit, die gleichzeitig isolieren mußte, am besten geeignet. Um gleich eine der Praxis entsprechende Anordnung zu haben, wurde für Temperaturen bis etwa 120° C Transformatorenöl benutzt, das bei höheren Temperaturen durch flüssiges Paraffin ersetzt wurde. Die in beiden Flüssigkeiten erzielten Werte wichen nicht voneinander ab. Die ganze Anordnung der Platte ist aus Bild 4 ersichtlich. Das Aluminiumgefäß *a* wurde von unten her durch die Asbestplatte *b* mittels der Spiritusgasflamme *s* geheizt. Die Temperatur des Öles *c* konnte am Thermometer *d* abgelesen werden. Die Spannungszuleitung zur Platte geschah durch das Gefäß *a* über den Messingdreifuß *e* zur unteren Elektrode der Platte *f*. Der Stromweg ging dann durch

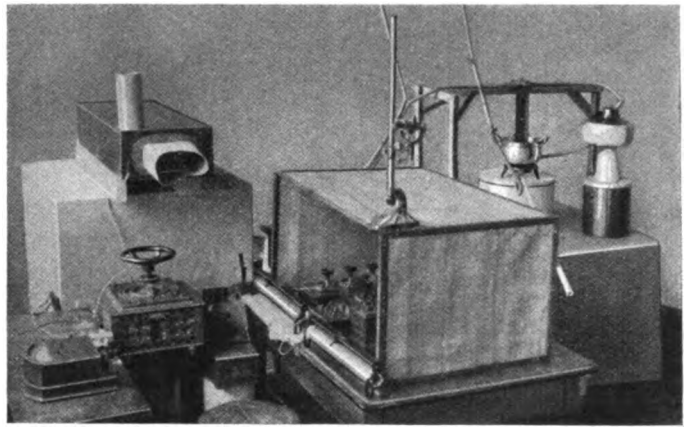


Bild 6. Versuchsanordnung mit Schering-Brücke.

die Platte zur Abschirmung und inneren Elektrode auf der Oberseite. Auf die Abschirmung war ein allseitig durchlochter Schutzzylinder *g* aufgesetzt, der die Ölzirkulation nicht hinderte und die Nebenströme durch das Messingrohr *h* direkt zur Erde ableitete. Die innere Elektrode war durch die abgeschirmte und durch das Porzellanrohr *k* isolierte Leitung *m* mit der Meßeinrichtung verbunden. Zur Sicherung gegen Überschlag zum Gefäß *a* hin erhielt das Rohr *h* noch einen Überwurf *i* aus Hartpapier. Die Versuche wurden erst durchgeführt, nachdem sich das Öl 15 Minuten lang auf der gewünschten Temperatur gehalten hatte.

Zur Verlustwinkelmessung diente die Schering-Meßbrücke mit einem Vibrationsgalvanometer von Hartmann & Braun in der Schaltung nach Bild 5. Die Wechselspannung U von 50 Hertz lag praktisch am Vergleichskondensator C_2 — einem Luftkondensator nach Petersen von 45 cm Kapazität — und an der Versuchsplatte C_1. Die Theorie der Brücke[1] sei als bekannt vorausgesetzt, und es sei nur einiges über die mit der Brücke ermittelbaren Größen gesagt. Als Ersatzschema der Verlustkapazität C_1 kann man sowohl Kapazität mit Widerstand parallel, als auch Kapazität mit Widerstand in Reihe benutzen. Je nach Verwendung der Ersatzschemata ergeben sich für Kapazität oder Widerstand verschiedene Rechnungswerte. Aus diesem Grunde wurde darauf verzichtet, die Dielektrizitätskonstante und den spezifischen Widerstand anzugeben. Völlig unabhängig vom Ersatzbild ist aber der Tangens des Verlustwinkels und der Verlust.

Die Gleichungen lauten für den Tangens des Verlustwinkels — im folgenden kurz tg δ genannt —:

$$\operatorname{tg}\delta = -\omega \cdot C_4 \cdot R_4,$$

und für den Verlust N:

[1] G. Hauffe, W. Geyger, H. Schering, G. Benischke, Arch. f. Elektrot. 1927, Bd. 17.

Digitized by Google

$$N = \frac{U_{eff}^2 \cdot C_2}{C_4 \cdot R_3} \cdot \sin^2 \delta .$$

Der durch die Zusatzkapazität der abgeschirmten Leitungen gemachte Fehler konnte auf Grund angestellter Untersuchungen vernachlässigt werden.

Den Aufbau des Versuchsgefäßes und des abgeschirmten Teiles der Schering-Brücke gibt Bild 6 wieder.

Die Erzeugung der Wechselspannung.

Das Schaltbild hierzu ist in Bild 7 wiedergegeben. Der Generator lieferte eine Wechselspannung von 50 Hertz und hatte eine Nennleistung von 18 kVA. Seine

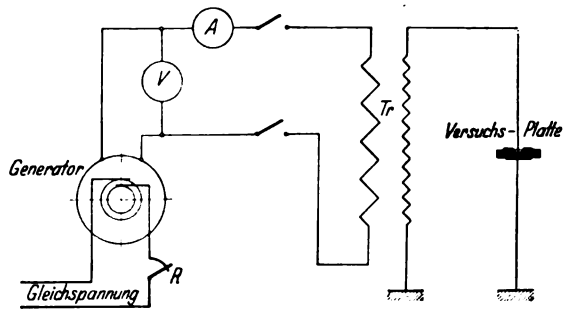


Bild 7. Schaltung zur Erzeugung der Wechselspannung.

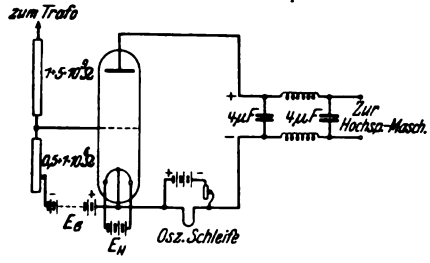


Bild 8. Schaltung zum Oszillographieren der Spannungskurve im Hochspannungskreis nach Bechdoldt.

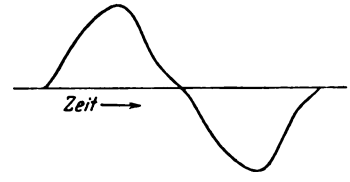


Bild 9. Oberspannungsseitig aufgenommene Spannungskurve. Scheitelfaktor 1,53.

Spannung wurde durch Änderung des Magnetfeldes reguliert, und durch den Transformator *Tr.* auf maximal 150 kV_{eff} transformiert. Zur Eichung des Primär-Voltmeters *V* diente ein im Hochspannungskreis angelegtes Hochspannungs-Voltmeter mit kapazitiver Spannungsunterhaltung nach Palm[1]. Gleichzeitig wurde mit diesem Instrument der Scheitelfaktor bestimmt. Derselbe war konstant gleich 1,55. Mit einer in der demnächst erscheinenden Arbeit von H. Bechdoldt angegebenen Schaltung — Bild 8 — wurde die Kurvenform der Spannung oberspannungseitig oszillographiert. Der aus dem Oszillogramm — Bild 9 — ermittelte Scheitelfaktor betrug 1,53. Die Übereinstimmung mit der vorhergehenden Aufnahme ist als gut zu bezeichnen. Die genaue Ermittelung des Scheitelfaktors war zur gleichzeitigen Kenntnis von Effektiv- und Maximalwert wichtig.

Die Erzeugung der Stoßspannung.

Die Erzeugung der Spannungstöße[2] wurde nach der in Bild 10 wiedergegebenen Schaltung vorgenommen. Dem Gleichrichter Gl. wurde über die als Wanderwellen-

[1] A. Palm, Über neuere Hochspannungs-Meßgeräte und ihre Anwendung. ETZ. 1926, S. 873 und 906.

[2] Erwin Marx, Versuche und Massenprüfungen mit der Stoßprüfungsanlage im zentralen elektrotechnischen Versuchsfeld der Hermsdorf-Schomburg-Isolatoren, G. m. b. H. in Hermsdorf, Thüringen, Hescho-Mitt. 1924, H. 10.

Digitized by Google

schutz für den Transformator eingefügten Wasserwiderstände *WW* Wechselspannung zugeführt, die in ihrer Höhe verändert werden konnte. Die beiden Kapazitäten C_1 und C_2 gleich je 1800 cm nahmen die vom Gleichrichter gelieferte, pulsierende Gleichspannung auf und glichen ihre Ladungen auf der rechten Seite über die Widerstände $R/2$ und $R/2$ von zusammen 600 Ohm aus. Bis zum Stoß war also die Versuchsplatte *Pl.* spannungslos. Erreichte die Kondensatorspannung die Zündspannung der Kugelfunkenstrecke *ZF*, so sprach diese an, und dadurch wurde nach rechts ein Spannungsstoß weitergegeben. Der zeitliche Spannungsverlauf der am Prüfobjekt auftretenden Stoßspannung wird nach Toepler[1] durch den Zündfunken, und dieser wieder durch den Wellenwiderstand der angeschlossenen, hier kurzen Leitung, gesteuert. Durch

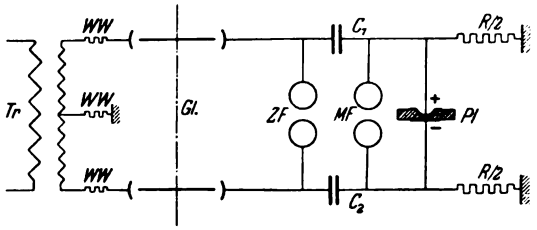


Bild 10. Schaltung zur Erzeugung der Spannungstöße.

die Widerstände $R/2$, die dem Wellenwiderstand des Leitungstumpfes ungefähr entsprechen, ist die Leitung „unendlich lang" gemacht, sodaß das dem Stoß nachfolgende Gleichspannungsglied schnell verschwindet. Wegen der Kürze der Leitung — kleine Induktivität! — verläuft der ganze Vorgang aperiodisch.

Die Länge der Stoßstirn wurde berechnet nach näheren Angaben von Harald Müller[2] und betrug 20—25 m. Der allgemeine Charakter des Stoßes wurde weiter durch das sog. Stoßverhältnis bestimmt. Dies ist nach Peek das Verhältnis der Überschlagspannung einer Anordnung bei Stoß zu derjenigen bei Wechselspannung. Dieses Stoßverhältnis wurde ermittelt für eine Nadelfunkenstrecke und war konstant gleich 1,95. Die Höhe der Stoßspannung ließ sich durch die belichtete Meßfunkenstrecke *MF* bestimmen. Der zugehörige Abstand der Zündfunkenstrecke *ZF* wurde dann durch die Meßfunkenstrecke geeicht.

III. Messungen.

A. Wechselspannungsmessungen.

1. Über den Verlustwinkel und seine Verwendung bei der Untersuchung der Durchschlagerscheinungen.

Die Kenntnis der Verlusterscheinungen in festen Dielektriken bei Wechselspannung[3] ist im folgenden als bekannt vorausgesetzt. Kurz sei nur eingegangen auf die Definition des Verlustwinkels. Hierzu gehört Bild 11. Die Spannung U bedingt im verlustbehafteten Kondensator einmal einen Kapazitätstrom J_C, der ihr um 90° vorauseilt. Gleichzeitig aber entsteht der Verluststrom J_D als Folge der dielektrischen Nachwirkung. Er ist gegen U kapazitiv verschoben. Endlich noch fließt ein reiner Leitungstrom J_R, der mit J_D und J_C zusammen den Gesamtstrom J_G ergibt. Der Strom J_D hat sowohl eine Blindkomponente J_{C_1} als auch eine Wirkkomponente J_V und trägt zur Vergrößerung der Verluste bei. Unter dem (Gesamt-)Verlustwinkel sei nun der Winkel zwischen den Vektoren J_C und J_G verstanden, da er, oder besser seine Tangente, ein Maß für die Verluste darstellt.

[1] M. Toepler, Über Versuchsanordnungen mit steilsten Spannungstößen. Hescho-Mitt. 1924, H. 9.

[2] Harald Müller. Funkenkonstante, Stoßspannung und Wanderwellenstirn. Arch. f. Elektrot. 1927, Bd. 18, S. 328.

[3] K. W. Wagner, in Schering, Isolierstoffe der Elektrotechnik. Julius Springer, 1924, S. 1—59.

Digitized by Google

Zwecks Erfassung der allgemeinen Abhängigkeiten des tg δ wurden zunächst Messungen an Porzellan durchgeführt. Die Messungen von Draeger[1] konnten hierbei zur allgemeinen Orientierung benutzt werden. Wichtig war die Feststellung der Zeitdauer, bei welcher sich der tg δ nach Spannungsanlegung als konstant erwies. Dieser Versuch wurde aus später zu erläuternden meßtechnischen Gründen nicht an

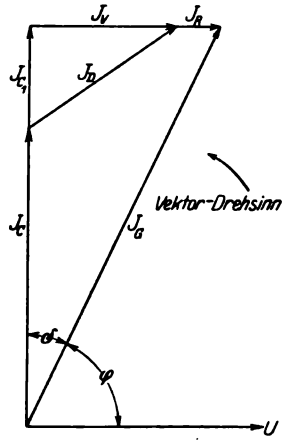


Bild 11.
Vektordiagramm des verlustbehafteten Kondensators.

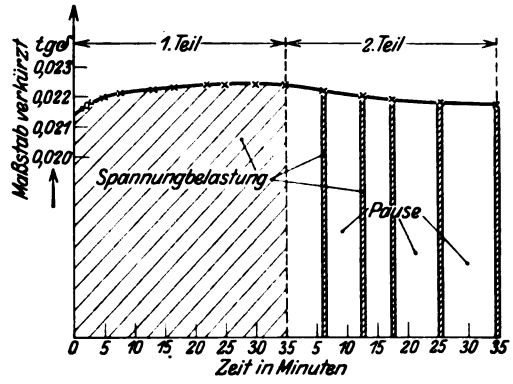


Bild 12. Porzellan: Zeitlicher Verlauf des tg δ während und nach Spannungsbelastung.
Feldstärke 110 kV_{max}/cm = 71 kV_{eff}/cm. $t = 20^0$ C.

den Platten des Bildes 3, sondern an einem größeren Porzellankondensator von 130 cm Kapazität und 7 mm Wandstärke vorgenommen. In Bild 12 ist das Versuchsergebnis niedergelegt. Nach Anlegen einer konstanten Spannung stieg der tg δ mit der Zeit langsam an, um nach etwa 35 Minuten einen konstanten Wert zu er-

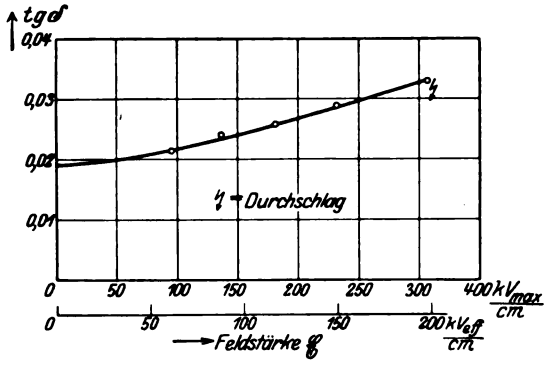


Bild 13. Porzellan: Abhängigkeit des tg δ von der Feldstärke bei Dauerbelastung und $t = 20^0$.

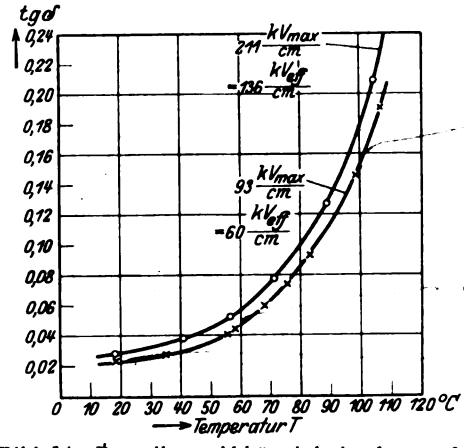


Bild 14. Porzellan: Abhängigkeit des tg δ von der Temperatur bei Dauerbelastung und zwei verschiedenen Feldstärken.

reichen (1. Teil der Kurve). Dann wurde die Spannung abgeschaltet, und nun nach etwa je 7 Minuten bei kurzzeitigem Einschalten der tg δ bestimmt. Er hatte nach weiteren 35 Minuten wieder einen konstanten Endwert erreicht (2. Teil der Kurve).

[1] K. Draeger, Über Verlustwinkel und Kapazitätsmessungen an Porzellan. Mitt. der Porzellanfabrik Ph. Rosenthal & Co. A. G., Heft 7. — Derselbe, Über die Durchschlagspannung und den Verlustwinkel bei festen Isolatoren. Mitt. der Porzellanfabrik Ph. Rosenthal & Co. A. G. Heft 8.

Digitized by Google

Bei konstanter Spannung und Kapazität kann sich aber der tg δ nur ändern, wenn sich der Widerstand ändert; und dies ist wieder nur durch Änderung der Temperatur möglich. Der zeitliche Verlauf des tg δ gibt also einen Anhalt für die Erwärmungsverhältnisse im Porzellan. Bei Belastung erwärmte sich dieses, bis sich in ihm Wärmegleichgewicht eingestellt hatte, was nach 35 Minuten der Fall war. Die Abkühlung mußte nach der gleichen Zeit erfolgt sein. Wenn der Endwert des tg δ höher lag als am Anfang des 1. Teiles der Kurve, so hatte das seinen Grund in den zum Messen notwendigen kurzzeitigen Zwischenbelastungen. Bei dem verwendeten, größeren Porzellankondensator erstreckte sich der Vorgang über einen größeren Zeitraum als bei den regulären Versuchsplatten, und ließ sich deshalb besser aufnehmen. Das Wärmegleichgewicht der regulären Versuchsplatten war bereits nach 10 Minuten erreicht.

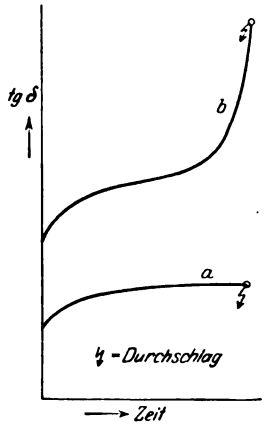


Bild 15. Zeitlicher Verlauf des tg δ vor dem Durchschlag, a) bei niedriger Temperatur, b) bei hoher Temperatur.

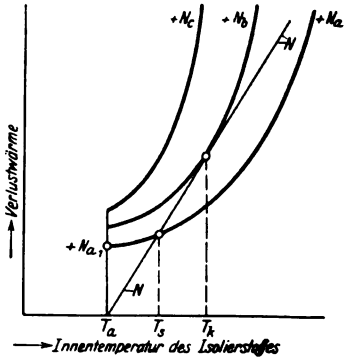


Bild 16. Verlustwärme-Bildung und -Abfuhr im Isolierstoff.

Die im folgenden angegebenen Versuchswerte über Verlust und tg δ sind im allgemeinen an **einer** Platte aufgenommen, und mit denen von vier weiteren Platten verglichen worden. Die Streuung betrug bei allen Isolierstoffen nicht mehr als $\pm$ 5 %.

Die Abhängigkeit des tg δ von der Spannung bzw. Feldstärke ist in Bild 13 gezeigt. Die Belastungszeit wurde so gewählt, daß sie zur Einstellung des Wärmegleichgewichts ausreichte und somit praktisch der Dauerbelastung gleichkam. Mit der Spannung wachsen die Leitfähigkeit, wie bereits einleitend erwähnt wurde, und auch der Verlust. Beide Ursachen führen daher ein Anwachsen des Verlustwinkels herbei.

Der Einfluß der Temperatur auf den tg δ ist entsprechend der Abhängigkeit des Widerstandes von der Temperatur sehr groß. In Bild 14 ist für 2 verschiedene Feldstärken der tg δ abhängig von der Temperatur aufgetragen.

Der zeitliche Verlauf des tg δ kurz vor dem Durchschlag war je nach Höhe der Temperatur grundsätzlich verschieden. In Bild 15 sind die Verhältnisse dargestellt. Kurve *a* gilt für niedrige, Kurve *b* für hohe Temperaturen. Es folgt zunächst die Betrachtung des Vorganges bei niedriger Temperatur. Beim Anlegen einer konstanten Spannung U steigt der tg δ mit der Zeit in der bereits bekannten Weise (Bild 12) an. Reichte die angelegte Spannung zum Durchschlag aus, so erfolgte derselbe plötzlich ohne vorherige, wahrnehmbare Veränderung des tg δ. Die zeitliche Lage des Durchschlages war regellos bei den durchschlagenen Platten über die Kurve *a* verteilt. Als Beispiel ist er hier in das Gebiet der Wärmestabilität eingetragen. Dieser Durchschlag steht also offensichtlich in keinem Zusammenhang mit inneren Erwärmungsvorgängen. Bei höheren Temperaturen wurde die Erscheinung vor dem

Digitized by Google

Durchschlag anders. Zunächst war die zum Durchschlag erforderliche Spannung niedriger, und der tg δ entsprechend der höheren Temperatur größer (Bild 15 Kurve *b*). Die tg δ-Kurve strebte zunächst nach steilem, kurzem Anstieg dem wagerechten, stabilen Verlauf zu, bog aber dann mit zunehmender Geschwindigkeit zu höheren Werten ab, worauf der Durchschlag erfolgte. Diese Erscheinung ließ sich auch bei anderen untersuchten Isolierstoffen feststellen. Die Durchschläge *a* ↯ und *b* ↯ sind offenbar verschiedener Art. Der Durchschlag *b* ↯ tritt als Folge der selbsttätig anwachsenden Verluste auf. Der Isolierstoff wird geschmolzen oder durchgebrannt. Wir haben ein Instabilwerden des Wärmegleichgewichtes als Ursache.

Der Vorgang kann nach Berger[1] ungefähr folgendermaßen dargestellt werden (Bild 16). Vor Spannungsanlegung habe der Isolierstoff samt seiner Umgebung die Temperatur T_a. Beim Anlegen einer konstanten Spannung entstehen in ihm Verluste, die im ersten Moment die Größe $+ N_{a_1}$ haben mögen. Diese Verluste erwärmen den Stoff und schaffen so zwischen innen und außen ein Temperaturgefälle, durch welches ein Teil der Verlustwärme an das umgebende Öl abgegeben wird. Die abgegebene Wärmemenge sei als proportional mit dem Temperaturgefälle angenommen und durch die Gerade $- N$ dargestellt. Mit höherer Temperatur steigt aber ebenfalls die Verlustwärme nach Art der Kurve $+ N_a$. Solange die zugeführte Wärmemenge $+ N_a$ größer ist als die abgeführte, erwärmt sich der Isolierstoff. Erst wenn $+ N_a = - N$ ist, haben wir Wärmegleichgewicht; hier also bei der Temperatur T_s. Über diesen Wärmezustand kommt der Isolierstoff nicht heraus, denn bei einer Temperaturerhöhung irgendwelcher Art ist die abgeführte Verlustwärme $- N$ größer als die zugeführte $+ N_a$, so daß selbsttätige Abkühlung bis zur Temperatur T_s erfolgt. Wird das Material mit einer höheren Spannung belastet, so sind die Verluste größer. Sie seien durch die Kurve $+ N_b$ gegeben. Der Erwärmungsvorgang spielt sich anfangs genau wie vorher ab und erreicht bei der Temperatur T_k einen Ruhezustand, der jedoch labil ist. Eine geringe Steigerung der inneren Temperatur oder der Spannung erhöht die Verlustwärme. Diese kann entsprechend dem divergierenden Verlauf von $+ N_b$ und $- N$ nicht vollständig abgeführt werden, so daß sich die Innentemperatur selbständig erhöht und den Durchschlag herbeiführt. Für den Fall der Kurve *b*, Bild 15, trat vor dem Durchschlag eine vorübergehende Wärmestabilität nicht ein, da die Verluste nach der Kurve N_c, Bild 16, anwuchsen. Dies war gleichbedeutend mit einem ununterbrochenen Anwachsen der Innentemperatur. Dieser geschilderte Durchschlag ist also der Wärmedurchschlag.

Der Durchschlag der Art *a* ↯ dagegen wurde als unabhängig von der Größe des tg δ gefunden. Er trat sowohl bei großen als auch bei kleinem Verlustwinkel und unabhängig von der Temperatur bei einer bestimmten Spannungshöhe ein. Wir haben demnach den rein elektrischen Durchschlag vor uns.

Der zeitliche Verlauf des tg δ vor dem Durchschlag gibt uns also ein Mittel an die Hand, den Durchschlag seiner Art nach zu erkennen.

Nachdem nun bekannt ist, daß der Anstieg des tg δ nach Kurve *b*, Bild 15 — kurz instabiler Verlustwinkelanstieg genannt — ohne Spannungserhöhung zum Durchschlag führt, kann man beim Bemerken dieses Anstieges die Spannungszuführung unterbrechen und so die Spannung, die zum Durchschlag führen würde, aufnehmen, ohne die Platte durchzuschlagen.

War die dem instabilen Verlustwinkelanstieg vorangehende Dauertemperatur vom Isolierstoff ohne Schaden ertragen worden, so schadete auch die kleine Temperaturerhöhung bei Beginn der Instabilität — sie beträgt bis zur Erkennung des Vorganges schätzungsweise nur einige Grad — nicht. Eine evtl. Beschädigung des Isolierstoffes ließ sich durch zwei Verlustwinkelmessungen feststellen, die vor und nach dem Versuch bei gleichen Bedingungen denselben Wert ergeben mußten.

[1] Berger a. a. O.

Digitized by Google

Man ist also in der Lage, mit nur **einer** Versuchsplatte beliebig viele Durchschlagwerte im Gebiet des Wärmedurchschlages durch Unterbrechung des beginnenden Durchschlages aufzunehmen, und den Übergang in das Gebiet des rein elektrischen Durchschlages festzustellen.

2. Durchschlagversuche bei Wechselspannung.

Die Methode zur Bestimmung der Durchschlagart und der Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung ist soeben beschrieben worden. Bei der praktischen Ausführung der Versuche mußte aber aus meßtechnischen Gründen eine Änderung im Brückenzweig des verlustbehafteten Kondensators vorgenommen werden. Bei höheren Temperaturen stieg nämlich der tg δ unter Umständen weit über den Meßbereich der Brücke hinaus an. Da die tg δ-Messungen im folgenden nur zur Orientierung über den zeitlichen Verlauf des Verlustwinkels dienen sollten, war eine Änderung des Absolutwertes des Verlustwinkels ohne weiteres zulässig. Parallel zum Verlustkondensator und außerhalb des Versuchsgefäßes wurde daher eine Porzellankapazität von 200 cm geschaltet, die den Kapazitätstrom im fraglichen Brückenzweige wesentlich vergrößerte. Aus Bild 17 ist die Auswirkung dieser Kapazität auf den Gesamtverlustwinkel ersichtlich. Die Versuchsplatte habe den Verlustwinkel δ_1, welcher mit der Brücke nicht mehr zu messen sei. Die parallel geschaltete Porzellankapazität mit dem Verlustwinkel δ_2 gibt dem Gesamtstrom die Richtung von J_G, so daß der Gesamtverlustwinkel δ_G meßbar ist und sich auch bei einer Veränderung des Wirkstromes J_{W_1} ebenfalls ändert. Die Einbuße an Empfindlichkeit stört die Verfolgung des Vorganges nicht.

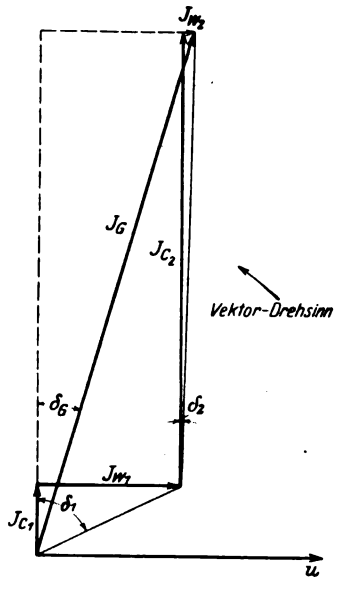


Bild 17. Vektordiagramm des verlustbehafteten Kondensators mit Zusatzkapazität (im Brückenzweig 1 der Schering-Brücke).

a) Abhängig von der Temperatur.

Am besten geschieht die Aufnahme der Durchschlagspannung von höheren zu niederen Temperaturen, um eine möglichst große Anzahl von Wärme-Durchschlagpunkten, und gleichzeitig den Übergang zum rein elektrischen Durchschlag mit einer Versuchsplatte aufnehmen zu können.

Zunächst wurden an Porzellan orientierende Versuche über die Lage der Grenztemperatur zwischen rein elektrischem und Wärmedurchschlag durchgeführt. Die Bestimmung der Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung sei des besseren Verständnisses wegen für Porzellan an Hand der gewonnenen Kurve, Bild 18, ausführlich besprochen. Eine Porzellanplatte nach Bild 3 rechts wurde im Paraffinbad auf 160° erhitzt. Nach Konstanz der Temperatur steigerte ich die Spannung langsam (etwa 1 kV_{eff} je Minute), bis der Verlustwinkel auch ohne Spannungsteigerung beschleunigt weiterstieg. Dann wurde die Spannung abgeschaltet. So war zunächst die ungefähre Höhe der Durchschlagspannung bestimmt. Innerhalb dieses Bereiches wurde nun die Spannung nochmals, jedoch noch langsamer als vorher, gesteigert, der bis instabile Verlustwinkelanstieg eintrat. Dieser Wert war dann der erste Meßwert von 75 kV_{max}/cm bei 160° C. Nach Verminderung der Temperatur auf 150° wurde der gleiche Vorgang wiederholt, und so weiter bis 90° herunter. Die ungefähre

Digitized by Google

Lage des Kreuzpunktes beider Durchschlagarten war unterhalb 90° und aus den Vorversuchen bekannt. Die Temperaturintervalle wurden deshalb dort kleiner gewählt. Der nächste Meßpunkt lag nur 2° tiefer, bei 88°. Hier erfolgte der Durchschlag sofort ohne vorherigen Verlustwinkelanstieg. Zwischen 88° und 90° liegt also der Kreuzpunkt von rein elektrischem und Wärmedurchschlag. Rein äußerlich ist auch wegen der verschobenen Lage des Punktes bei 88° eine Änderung der Durchschlagart zu erwarten.

Daß der Kreuzpunkt scharf ausgeprägt sein kann, und ein Übergangsgebiet nicht zu bestehen braucht, geht aus folgender Überlegung hervor. Der rein elektrische

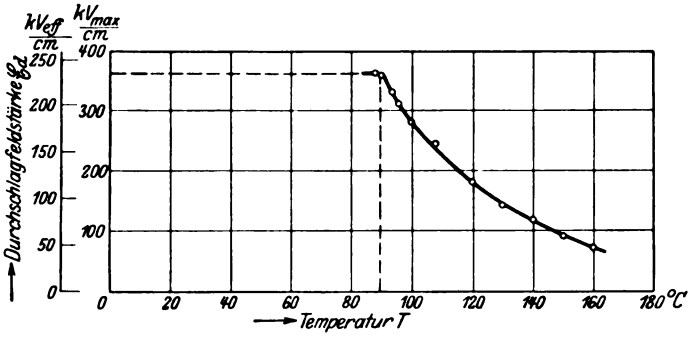


Bild 18. Porzellan I: Abhängigkeit der Durchschlagfeldstärke von der Temperatur bei Dauerbelastung. Mit einer Versuchsplatte aufgenommen. Schichtstärke $a = 1{,}6$ mm.

Durchschlag erfolgt bei Wärmestabilität. In diesem Falle wird die Innentemperatur der Platte gegenüber der Außentemperatur des Öles nicht wesentlich höher liegen. Der Wärmedurchschlag dagegen erfolgt immer bei Wärmeinstabilität und wird durch größte Wärmeentwicklung und höchste Temperaturen verursacht. Zwischen den Innentemperaturen beim Einsetzen des rein elektrischen und des Wärmedurchschlages bestehen also große Unterschiede. (Hieraus ergibt sich ja erst die Möglich-

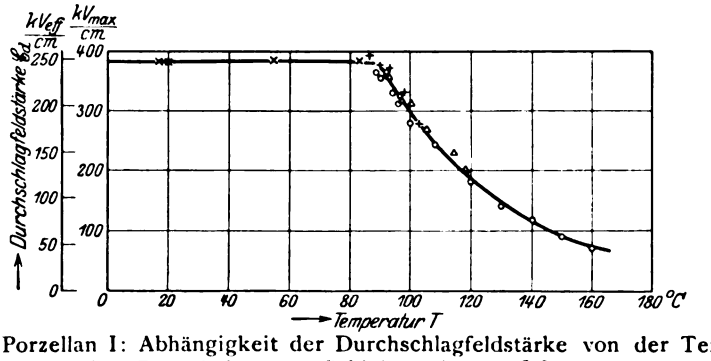


Bild 19. Porzellan I: Abhängigkeit der Durchschlagfeldstärke von der Temperatur bei Dauerbelastung. Schichtstärke $a = 1{,}6$ mm.

keit der genauen Unterscheidung beider Vorgänge mittels der angeführten Verlustwinkelbeobachtungen.) Zur Einstellung der Wärmeinstabilität, also zum Übergang der einen Durchschlagbedingung in die andere kann aber schon eine Temperaturerhöhung um den Bruchteil eines Grades genügen, so daß ein elektrischer und Wärmedurchschlag bezogen auf die angegebene Öltemperatur (Außentemperatur), ohne Übergangsgebiet aneinander stoßen und in der Darstellung $\mathfrak{E}_d = f(T)$ (siehe auch Bild 1 und 2) als Kreuzpunkt in Erscheinung treten.

Anschließend wurden zur Sicherstellung der Kurve und zur Ermittelung der Streuung noch 3 weitere Platten in der gleichen Weise untersucht. Desgleichen wurde die Temperaturabhängigkeit des rein elektrischen Durchschlages ermittelt, wozu

Digitized by Google

natürlich die Versuchsplatten jedesmal durchschlagen werden mußten. Die Geschwindigkeit der Spannungsteigerung wurde, genau wie vorher, so gewählt, daß die Belastung einer Dauerbelastung gleichzusetzen war. Die bei 4 verschiedenen Temperaturen ermittelten Werte des rein elektrischen Durchschlages sind Mittel-

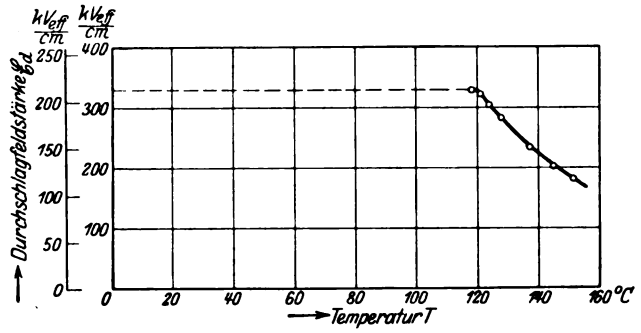


Bild 20. Porzellan II: Abhängigkeit der Durchschlagfeldstärke von der Temperatur bei Dauerbelastung. Mit einer Versuchsplatte aufgenommen. Schichtstärke $a = 1{,}6$ mm.

werte aus je 4 Einzelmessungen. Sie sind samt den weiteren Werten des Wärmedurchschlages in Bild 19 dargestellt. Die Temperaturunabhängigkeit des rein elektrischen Durchschlages wird hier bestätigt. Die Streuung der Spannungswerte beträgt im Gebiet des Wärmedurchschlages etwa $\pm$ 4%, im Gebiet des rein elektrischen Durchschlages etwa $\pm$ 6%. Die Durchschlagstelle lag bei beiden Durchschlagarten

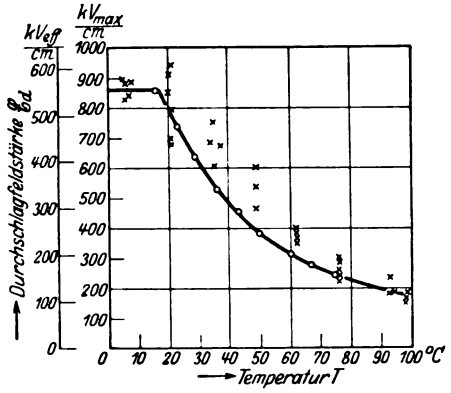


Bild 21. Hartpapier I: Abhängigkeit der Durchschlagfeldstärke von der Temperatur bei Dauerbelastung.
x Wirkliche Durchschläge.
o Durchschlagwerte mit einer Platte aufgenommen.
Schichtstärke $a = 1{,}0$ mm.

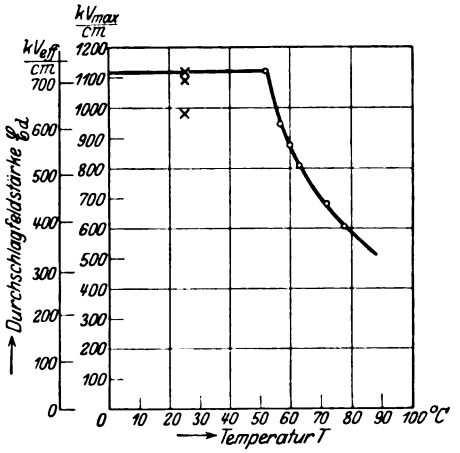


Bild 22. Hartpapier II: Abhängigkeit der Durchschlagfeldstärke von der Temperatur bei Dauerbelastung.
x Wirkliche Durchschläge.
o Durchschlagwerte mit einer Platte aufgenommen.
Schichtstärke $a = 1{,}0$ mm.

immer in der Mitte der Kugelmulde, also im Gegensatz zu den Versuchen von Inge, Semenoff und Walther, immer im gleichen Felde. Der Grund liegt in der Plattenform.

Die Porzellansorte II, welche sich von der Porzellansorte I durch die Art ihrer Formgebung unterscheidet, ergab dasselbe charakteristische Bild bei anderer Lage des Kurvenkreuzpunktes (Bild 20). Der rein elektrische Durchschlag war bereits temperaturunabhängig gefunden worden, so daß sich hier seine Bestimmung erübrigte. Der im Zusammenhang mit den Wärmedurchschlagwerten an einer Platte

Digitized by Google

ermittelte Wert des rein elektrischen Durchschlages liegt ebenso wie in Bild 18 bereits nicht mehr im Kurvenzug der Wärmedurchschläge. Er kann nur durch einen Knick mit der Kurve des Wärmedurchschlages verbunden werden. Bezüglich der Streuwerte im Gebiet des Wärmedurchschlages gilt das Gleiche wie bei Porzellan I. Ein Vergleich beider Porzellansorten wird bei der späteren Zusammenstellung gegeben.

In der gleichen Weise wurde nun die Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung zweier Hartpapiersorten untersucht. Mit Rücksicht auf die Temperaturempfindlichkeit des im Hartpapier verwendeten Papiers und Bakelits, wurden für Hartpapier I zunächst die Durchschlagpunkte mittels regulärer Durchschläge

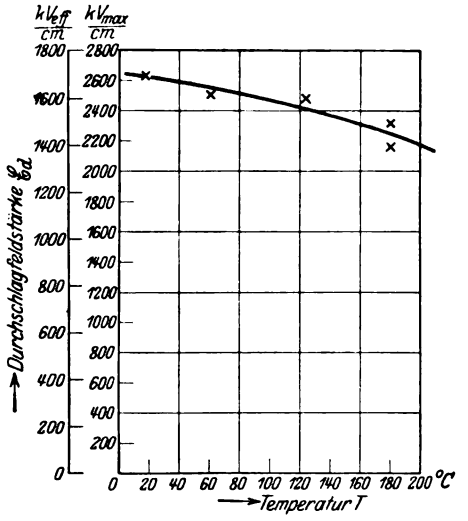


Bild 23. Minosglas: Abhängigkeit der Durchschlagfeldstärke von der Temperatur bei Dauerbelastung.
Schichtstärke $a = 0{,}3$ mm.

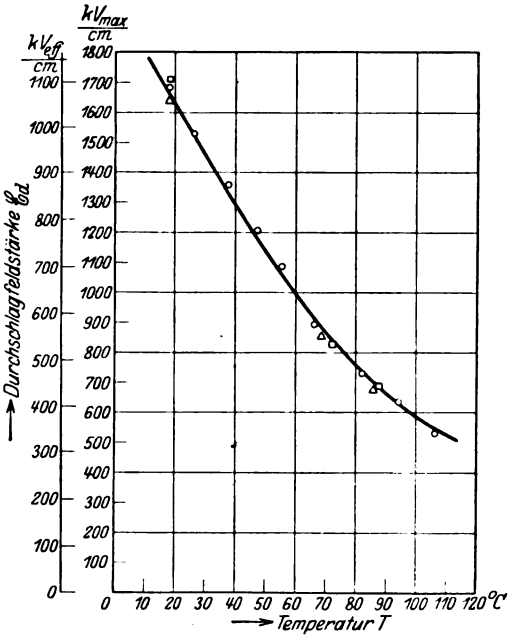


Bild 24. Tafelglas: Abhängigkeit der Durchschlagfeldstärke von der Temperatur bei Dauerbelastung.
Durchschlagwerte von 3 Platten.
Schichtstärke $a = 0{,}3$ mm.

aufgenommen (Bild 21). Es mußte sich dann bei der Kurvenaufnahme mit **einer** Platte zeigen, wieweit eine Minderung des Materials durch die intermittierende Belastung eingetreten war. Die an der Einzelplatte aufgenommenen Punkte sind ebenfalls in Bild 21 eingetragen und miteinander verbunden. Die Kurve fügt sich gut in das Gebiet der Streuwerte ein. Die Methode des instabilen Verlustwinkelanstieges kann demnach auch hier unbedenklich angewendet werden. An dem Hartpapier Idonit hat bereits Gabler[1] die Reproduzierbarkeit der Werte festgestellt. Die Grenztemperatur beider Durchschlagarten liegt zwischen 16^0 und 20^0. Die größere Streuung der Werte gegenüber der bei Porzellan läßt sich vielleicht durch Ungleichmäßigkeiten bei der Fabrikation erklären. Jedenfalls geht aus den Streuwerten der Kurvenverlauf längst nicht so klar hervor, wie aus den Werten der Einzelplatte. Vorsicht war bei Hartpapier bei höheren Temperaturen, etwa über 80^0, geboten, bei welchen das Material sich unter dem Einfluß der Erwärmung leicht blähte. Fernerhin war der Einfluß der Zeitdauer der Belastung auf etwaige chemische Umsetzungsvorgänge, wie Erhärtung usw., unbekannt, so daß es wohl möglich ist, daß die gewonnenen Werte noch keine endgültigen Werte für Dauerbelastung darstellen.

[1] H. Gabler, Über den Zusammenhang von Strom und Spannung in festen Dielektrizis. Arch. f. Elektrot. 1925, Bd. 14, S. 417.

Digitized by Google

Mit 4 Platten wurde die Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung bei Hartpapier II ermittelt (Bild 22). Eine Platte diente zur Aufnahme des Wärme-, und 3 weitere zur Aufnahme des rein elektrischen Durchschlages. Ein Vergleich beider Hartpapiere erfolgt später.

Weiter wurde Minos-Glas untersucht, welches hauptsächlich für Kondensatoren Verwendung findet. Wie eingangs erwähnt, mußte mit Rücksicht auf die außerordentliche hohe Durchschlagfeldstärke im homogenen, und die sehr niedrige im inhomogenen Feld (Randwirkung!), die Schichtstärke auf 0,3 mm festgesetzt werden,

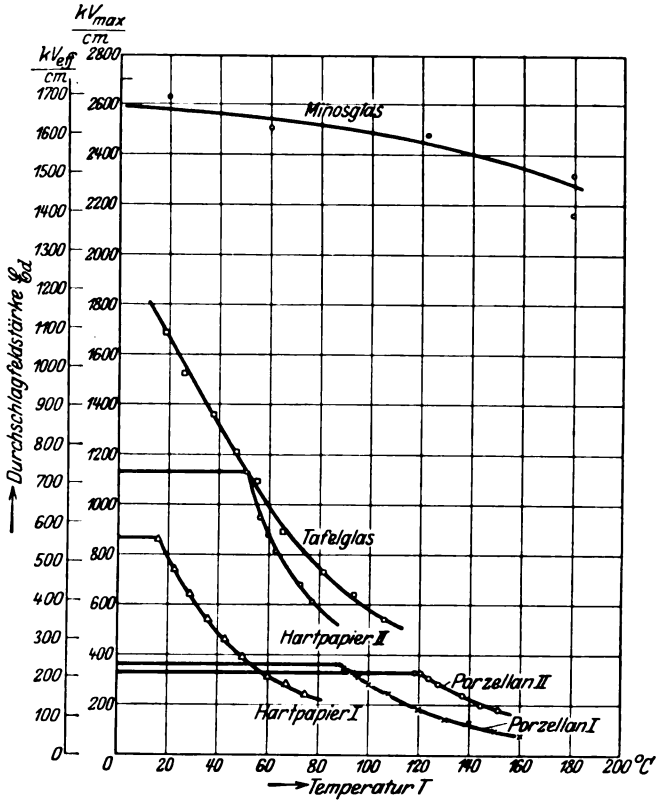


Bild 25. Zusammenstellung der Durchschlagfeldstärken verschiedener Materialien abhängig von der Temperatur bei Dauerbelastung.

um überhaupt einen Durchschlag in der Kugelmulde, und nicht am Rande der Elektroden, zu erhalten. Es standen mir 5 Platten zur Verfügung. Die Versuchswerte sind in Bild 23 wiedergegeben. Ein Wärmedurchschlag war selbst bei 180° noch nicht festzustellen. Dies wird auch ohne weiteres erklärlich, wenn man sich die später angegebenen geringen Verluste betrachtet. Die Temperaturabhängigkeit der rein elektrischen Durchschlagspannung ist natürlich durch die eingetragenen 5 Punkte nicht sicher festgelegt.

Als Vergleich wurde noch ein gewöhnliches Tafelglas untersucht. Das Ergebnis zeigt Bild 24. Die große Leitfähigkeit dieses Glases bedingt den Wärmedurchschlag bereits bei Zimmertemperatur. Der Kreuzpunkt von Wärme- und rein elektrischem Durchschlag wird auf Grund der gewonnenen Durchschlagwerte bei schneller Spannungsteigerung (2910 kV_{max}/cm) bei $-30°$ C zu erwarten sein.

Bei Hartgummi war bis zu Temperaturen von 100° ein Wärmedurchschlag nicht eingetreten. Die Abhängigkeit des rein elektrischen Durchschlages von der Temperatur ließ sich aus den 3 durchschlagenen Platten nur annähernd feststellen.

Digitized by Google

Sie war zwischen 20° und 100°, ähnlich wie bei Glas, leicht geneigt. Die mittlere rein elektrische Durchschlagfeldstärke betrug etwa 850 kV_{max}/cm gleich 550 kV_{eff}/cm. Da Hartgummi ein gegen höhere Temperaturen sehr empfindlicher Stoff, und bereits bei 100° recht plastisch ist, wurden weitere Versuche an ihm nicht vorgenommen. Die gewonnenen Werte sollen auch nach Angaben von Gabler[1] nicht reproduzierfähig sein.

Zum Vergleich der Materialien sind in Bild 25 die gewonnenen Werte zusammengestellt. Da die angegebene Methode des instabilen Verlustwinkelanstieges Werte liefert, die vom Mittelwert nicht weit entfernt sind, gelangten nur die durch diese Methode ermittelten Werte je einer Platte im Gebiet des Wärmedurchschlages zur Eintragung. Der Unterschied beider Porzellansorten zeigt sich hauptsächlich in der Lage des Kreuzpunktes. Dieser liegt wegen des größeren spezifischen Widerstandes

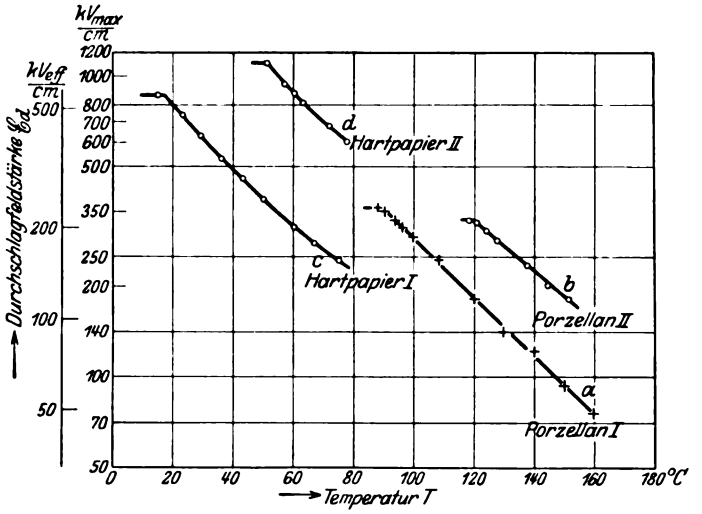


Bild 26. Logarithmus der Wärmedurchschlagspannung bei Dauerbelastung abhängig von der Temperatur.

bei Porzellan II bei höherer Temperatur als bei Porzellan I. Weiter ist ersichtlich daß eine Verbesserung der Isolierfähigkeit noch keine Erhöhung der rein elektrischen Durchschlagspannung im Gefolge hat. Die Absoluthöhe derselben zwischen 200 und 250 kV_{eff}/cm ist für Porzellan unter Berücksichtigung des hohen Scheitelfaktors von 1,55 als normal anzusprechen. Die beiden Hartpapiere unterscheiden sich bezüglich des rein elektrischen und des Wärmedurchschlages dergestalt, daß Hartpapier II insgesamt besser ist als Hartpapier I. Am günstigsten erscheint Minos-Glas mit seiner hohen Durchschlagfeldstärke von 2500 kV_{max}/cm, die jedoch auch bei niederen Temperaturen ($-30°$ C) von Tafelglas erreicht wird. Hier sei nochmals darauf hingewiesen, daß die Schichtdicke nur 0,3 mm betrug, und beide Glassorten aus einem Block herausgeschnitten wurden, welcher größte Homogenität verbürgte. Innerhalb einer Materialgruppe, z. B. Hartpapier, gibt die Lage des Kreuzpunktes nach Spannung und Temperatur ein einfaches Mittel, die „elektrische Güte" der Materialien zu vergleichen. Dabei werden 2 Faktoren erfaßt, nämlich einmal die Leitfähigkeit durch die Temperaturlage, und die rein elektrische Durchschlagfeldstärke durch die Spannungslage des Kreuzpunktes.

Mit wachsender Dicke der Platte, also mit wachsendem Wärmeleitungswiderstand, verschiebt sich der Kreuzpunkt in Richtung niederer Temperaturen. Wir werden daher bei Hartpapier-Durchschlägen an dickeren Stücken im Dauerbetrieb

[1] H. Gabler, a. a. O.

Digitized by Google

fast immer mit einem Wärmedurchschlag zu tun haben. Haben die Stoffe ungleiche Wärmeleitfähigkeiten, so ist die Verschiebung des Kreuzpunktes mit der Dicke nicht gleichmäßig, sondern der Stoff mit der größeren Wärmeleitfähigkeit weist eine geringere Verschiebung mit wachsender Dicke auf, als der andere.

Bei dem großen Unterschied der Wärmeleitfähigkeit von Porzellan und Hartpapier von etwa 10 : 1 ist eine gegenseitige Beurteilung auf Grund der Kreuzpunktlage vorsichtig zu betreiben, und das Bild 25 gilt diesbezüglich nur für die Dicke um 1 mm. Bei größeren Materialstärken wird das Bild für Hartpapier wesentlich ungünstiger.

Nach Rogowski[1] muß die Durchschlagspannung ebener Platten beim Wärmedurchschlag ungefähr dieselbe Abhängigkeit von der Temperatur besitzen, wie die Wurzel aus dem spezifischen Widerstand. Dieser läßt sich bei Porzellan für kleine Temperaturintervalle annähernd ausdrücken durch die Gleichung

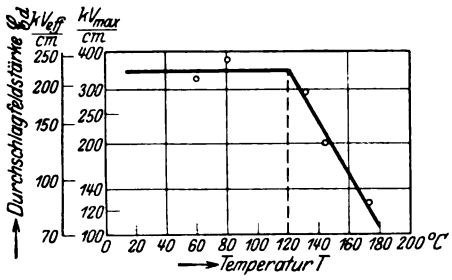


Bild 27. Porzellan II: Bestimmung der Grenztemperatur für Wärme- und rein elektrischen Durchschlag aus den Durchschlagwerten von 5 Platten. Schichtstärke $a = 1{,}6$ mm.

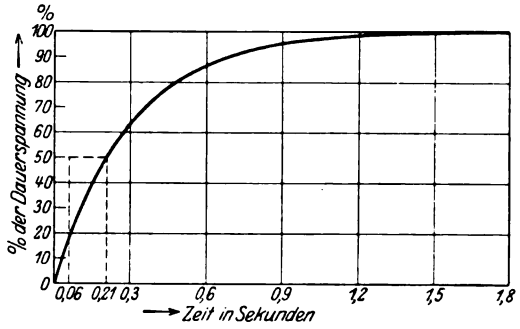


Bild 28. Zeitlicher Anstieg der Maschinenspannung nach Einschalten der Erregung.

$$R = R_0 \cdot e^{-\gamma \cdot T}.$$

Das besagt aber, daß der Logarithmus der Durchschlagspannung, über der Temperatur aufgetragen, eine Gerade ergeben muß. Dies ist bereits von Inge, Semenoff und Walther[2] experimentell festgestellt worden. Wie die Kurven *a* und *b* von Bild 26 zeigen, ist das auch hier der Fall, obgleich die verwendete Plattenform die Rogowskischen Rechnungsbedingungen nicht streng erfüllt.

Für die untersuchten Hartpapiere I und II läßt sich ungefähr dieselbe Gesetzmäßigkeit feststellen. Kurve *c* und *d* Bild 26.

Eine Abweichung von der Kurve des reinen Wärmedurchschlages, wie sie beim Eintreten des feldstärkeabhängigen Wärmedurchschlages sich zeigen müßte (Bild 2), konnte nicht festgestellt werden. Sie ist jedenfalls bei den hier in Frage kommenden Feldstärken noch nicht ausgeprägt.

Für Isolierstoffe, deren Abhängigkeit des Widerstandes von der Temperatur bekannt ist, läßt sich der Kreuzpunkt auch ohne begleitende Verlustwinkelbeobachtungen näherungsweise mit wenigen Durchschlagwerten, die über größere Temperaturintervalle verteilt sind, einfach bestimmen, wenn man nur die Belastungszeit entsprechend einer Dauerbelastung wählt. Als Beispiel sei die Bestimmung der Grenztemperatur bei Porzellan Sorte II angeführt (Bild 27). Es wurden insgesamt fünf Durchschläge bei langsamster Spannungsteigerung in der Nähe des zu erwartenden Durchschlages (etwa 1 $kV_{eff/min.}$) gemacht. In Bild 27 ist der Logarithmus der

[1] W. Rogowski, a. a. O.
[2] L. Inge, N. Semenoff und H. Walther, a. a. O.

Digitized by Google

Durchschlagfeldstärke über der Temperatur aufgetragen. Werden dann die Punkte durch zwei Geraden, wovon eine parallel zur Abszissenachse verlaufen muß, verbunden, so ergibt der Schnittpunkt dieser Geraden den Kreuzpunkt und die Grenztemperatur. Letztere fällt recht gut mit der vorher (Bild 20) auf genauere Weise bestimmten Grenztemperatur zusammen.

b) Abhängig von der Belastungszeit.

Der zeitabhängige Temperaturanstieg im Innern der Platte als Folge der Verluste hängt ab von der Wärme-Kapazität und der Wärmeableitung der Platte. Er betrug bei den verwendeten Platten (Bild 3 rechts) bis zur Wärmestabilität etwa 10 Minuten. Innerhalb dieser Zeit muß natürlich die Wärme-Durchschlagspannung je nach der Belastungsdauer verschieoene Werte besitzen. Für den rein elektrischen Durchschlag ist der thermische Zustand des Isolierstoffes in weiten Grenzen ohne Belang. Dennoch ist ein Einfluß der Belastungszeit festzustellen. Er soll im Anschluß an den Wärmedurchschlag besprochen werden.

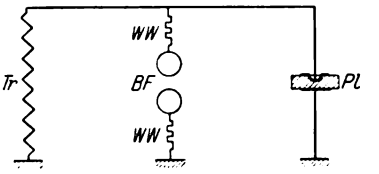


Bild 29. Schaltung zur Erzeugung kurzer Spannungsbelastungen von 0,21 Sekunden.

Die Bestimmung der Belastungszeit geschah folgendermaßen. Die Spannung stieg beim Einschalten der Maschinenerregung in etwa 1,5 Sekunden auf einen konstanten Wert. Der Anstieg verläuft ungefähr nach einer Exponentialkurve, welche hier eine Zeitkonstante von etwa $\frac{1,5}{5}$ Sekunden gleich 0,3 Sekunden hatte (Bild 28). Dieser Anstieg wurde bei der Angabe der Gesamt-Belastungsdauer entsprechend berücksichtigt. Die kürzesten Zeiten unter einer Sekunde konnten nur ungefähr, und auf folgende Weise bestimmt werden (Bild 29). Parallel zur Platte war eine Begren-

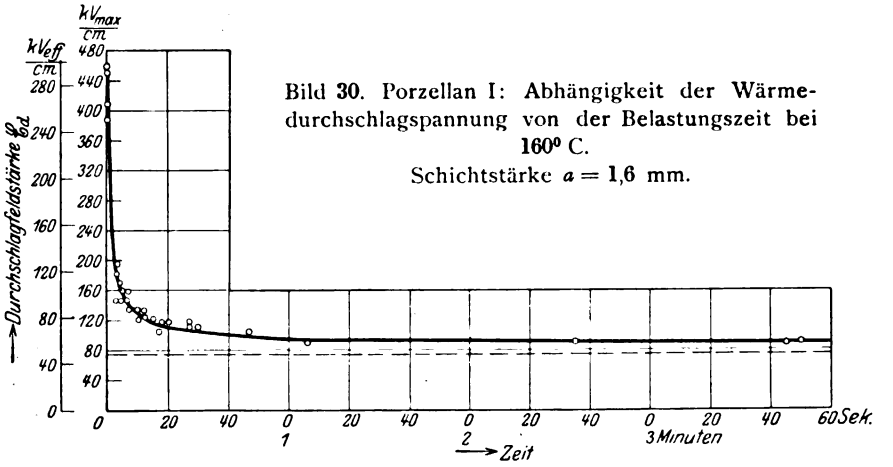


Bild 30. Porzellan I: Abhängigkeit der Wärmedurchschlagspannung von der Belastungszeit bei 160° C.
Schichtstärke $a = 1,6$ mm.

zungsfunkenstrecke *BF* angeschlossen, der zur Vermeidung von Spannungstößen auf die Platte beiderseitig ein Wasserwiderstand *WW* vorgeschaltet war. Die Spannung wurde zunächst ohne Anschluß der Versuchsplatte auf den doppelten Wert der Funkenspannung reguliert, so daß sie nach Einschalten der Erregung in etwa 0,21 sec (siehe Bild 28) die Funkenspannung erreichte. Wurde nun die Platte an-

Digitized by Google

geschlossen, so erhielt sie kurzzeitig eine ansteigende Spannung, die mit dem Ansprechen der Funkenstrecke auf einen für die Platte ungefährlichen Wert verringert wurde. Bezüglich der Plattenerwärmung entsprechen die 0,21 sec des Spannungsanstieges einer Belastungszeit mit konstanter Spannung in der Höhe des erreichten Maximalwertes von nur etwa 0,06 sec.

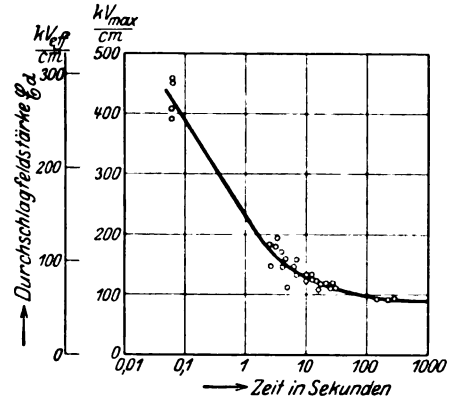


Bild 31. Wie Bild 30. Zeit logarithmisch aufgetragen.

Bild 30 gibt für Porzellan I die Abhängigkeit der Wärme-Durchschlagspannung von der Belastungszeit bei 160° wieder. Die Kurve hat eine der gleichseitigen Hyperbel ähnliche Form, wie das auch zu erwarten war. Während der wagerechte Hyperbelast unbegrenzt weitergeht, wird der aufsteigende Hyperbelast durch den rein elektrischen Durchschlag begrenzt. Wie später gezeigt wird, liegen die hohen Durchschlagwerte für die kürzeste Zeit von 0,06 sec in der Höhe der rein elektrischen Durchschlagspan-

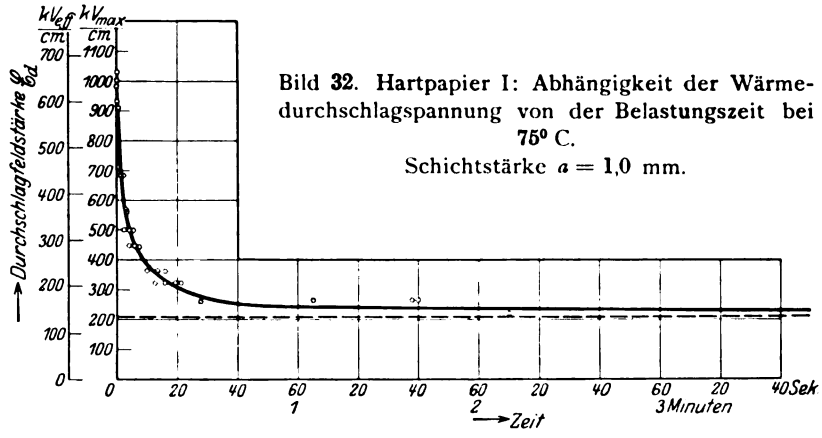


Bild 32. Hartpapier I: Abhängigkeit der Wärmedurchschlagspannung von der Belastungszeit bei 75° C.
Schichtstärke $a = 1{,}0$ mm.

nung. Aus der logarithmischen Darstellung (Bild 31) geht noch besser hervor, daß die Durchschlagspannung bei Dauerbelastung einem konstanten Endwert zustrebt.

Für Hartpapier I ist der Einfluß der Belastungszeit auf die Höhe der Durchschlagspannung bei 75° C in Bild 32 dargestellt. Bezüglich Kurvenform und Begrenzung gilt hier dasselbe wie bei Porzellan.

Es ist ersichtlich, daß man bei der für Hartpapier häufig vorgeschlagenen Prüfungsmethode, die Bestimmung der 1-Minuten-Durchschlagspannung[1], bei der vorliegenden Plattenform und Temperatur einen Fehler von -20% macht, der sich bei größerer Erwärmungszeitkonstante der Versuchskörper noch erhöht.

[1] A. Roth, Hochspannungstechnik. Julius Springer, Berlin 1927, S. 109 u. 119.

Digitized by Google

Inge, Semenoff und Walther geben bei ihren Versuchen an Glas und Steinsalz an, daß es ihnen möglich war, im Gebiet des Wärmedurchschlages die Spannung kurzzeitig um 50% über die Dauer-Durchschlagspannung zu erhöhen, ohne daß ein Durchschlag eintrat. Bei den vorliegenden Versuchen lag die ohne Schaden ertragene

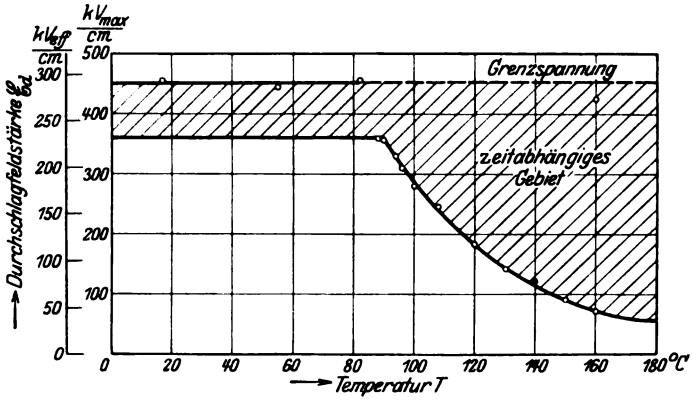


Bild 33. Porzellan I: Abhängigkeit der Durchschlagspannung von Temperatur und Belastungszeit. Schichtstärke $a = 1{,}6$ mm.

kurzzeitige Überspannung für Porzellan I 450% und für Hartpapier I 350% über der Dauer-Durchschlagspannung. Diese Werte sind natürlich keine Festwerte, sie hängen von den Versuchsbedingungen ab.

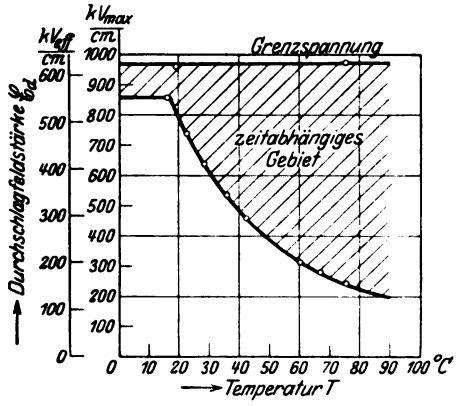


Bild 34. Hartpapier I: Abhängigkeit der Durchschlagspannung von Temperatur und Belastungszeit. Schichtstärke $a = 1{,}0$ mm.

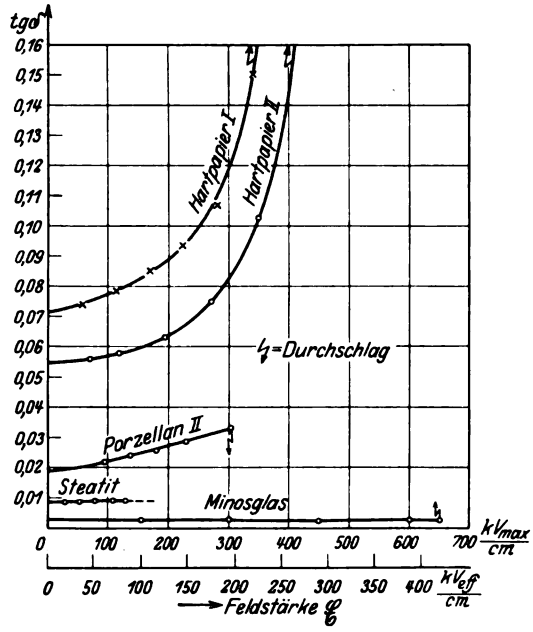


Bild 35. Abhängigkeit des tg δ von der Feldstärke bei Dauerbelastung und 20° C.

Die Abhängigkeit der rein elektrischen Durchschlagspannung von der Belastungszeit wurde nur für die beiden Grenzfälle, Dauerbelastung und Spannungsanstieg innerhalb 0,21 sec, ermittelt. Gegenüber dem Wärmedurchschlag ist aber hier nur ein geringer Unterschied zu merken. In den Bildern 33 und 34 sind die gewonnenen Werte, welche Mittelwerte aus 4 Einzelmessungen darstellen, zusammen mit den Kurven der Bilder 18 und 21 eingetragen. Die Gerade der höchsterreichbaren Spannung, der Grenzspannung, erreicht vielleicht bei noch kürzeren Zeiten noch höhere Werte. Die Grenzspannung liegt für Porzellan etwa 25% und für

Digitized by Google

Hartpapier etwa 12% über der Dauerspannung des rein elektrischen Durchschlages. Die Mittelwerte bei 75° des Bildes 34, und bei 160° des Bildes 33, sind den Bildern 32 und 30 entnommen. Es handelt sich bei Hartpapier sicherlich, und bei Porzellan vielleicht auch noch, um einen rein elektrischen Durchschlag.

Eine Darstellung des Belastungszeiteinflusses auf den rein elektrischen Durchschlag analog den Bildern 30 und 32 wurde nicht ermittelt.

Die von anderen Autoren für bestimmte Geschwindigkeiten der Spannungssteigerung gefundenen Durchschlagwerte liegen vielfach im zeitabhängigen Gebiet. Ob man sich noch in diesem Gebiet befindet, geht aus begleitenden Verlustwinkelbeobachtungen eindeutig hervor. Bei einer der Dauerbelastung gleichwertigen Beanspruchung muß der Verlustwinkel, wenigstens für einige Zeit, einen zeitlich stabilen Verlauf haben. Auf diese Weise läßt sich für jede Anordnung die der Dauerbelastung gleichkommende Belastungszeit schnell ermitteln.

3. Verlustmessungen abhängig von Feldstärke und Temperatur.

Die im folgenden vorgenommenen Verlustmessungen wurden an der Plattenart nach Bild 3 links, also im homogenen Feld, durchgeführt. Es soll zunächst untersucht werden, wieweit bei der Beurteilung der Materialien der tg δ unmittelbar als Maß

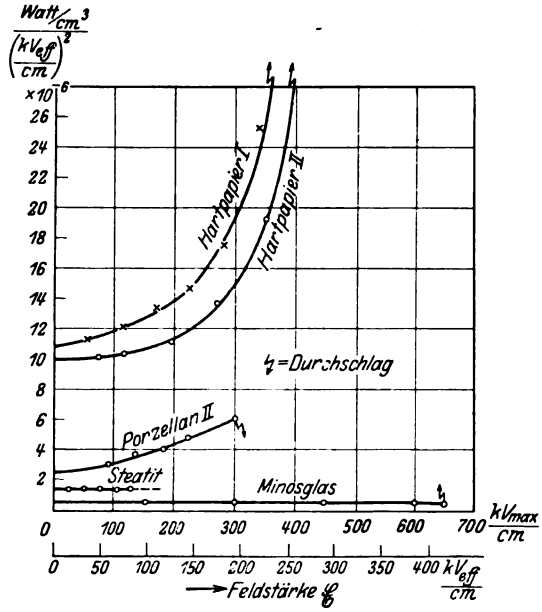


Bild 36. Abhängigkeit des spezifischen Verlustes von der Feldstärke bei Dauerbelastung und 20° C.

für die Verluste dienen kann. Bild 35 gibt den tg δ verschiedener Materialien bei 20° C abhängig von der Feldstärke wieder. Die Plattenstärke betrug allgemein 1 mm, nur bei Porzellan und Steatit 2,5 mm. Die Belastungsart kam der Dauerbelastung gleich. An und für sich ist eine Zunahme des Verlustwinkels mit wachsender Feldstärke durch die gleichzeitige Abnahme des Widerstandes zu erklären. Bei Hartpapier aber wird die Eigenerwärmung durch die großen Verluste einen wesentlichen Einfluß auf das Ansteigen des Verlustwinkels mit der Spannung ausüben.

Zu den obigen Ergebnissen wurden nun die spezifischen Verluste berechnet. Was unter spezifischem Verlust zu verstehen ist, sei kurz erläutert. Der Verlust N ist gegeben durch die Gleichung

Digitized by Google

$$N = U_{\text{eff}} \cdot J_{w\,\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R_w}.$$

Hierin bedeutet N den Verlust, U_{eff} den Effektivwert der Spannung, $J_{w\,\text{eff}}$ den Effektivwert des Wirkstromes, R_w den Wirkwiderstand bei Wechselspannung. Der Verlust wächst hiernach mit dem Quadrat der Spannung, so daß der spezifische Verlust sich ergibt als Verlust pro Zentimeterwürfel, dividiert durch das Quadrat der Feldstärke. Seine Dimension ist

$$\frac{\text{Watt/cm}^3}{\left(\frac{\text{kV}_{\text{eff}}}{\text{cm}}\right)^2}.$$

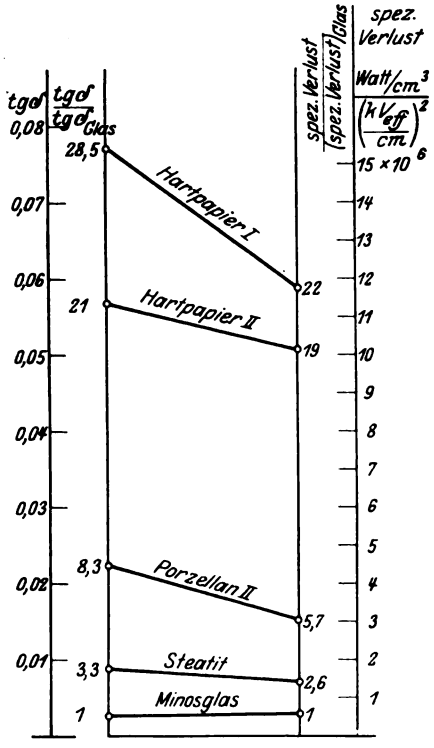


Bild 37. Gegenüberstellung von tg δ und spezifischem Verlust bei 20° und $\mathfrak{E} = 100$ kV$_{\text{max}}$/cm.

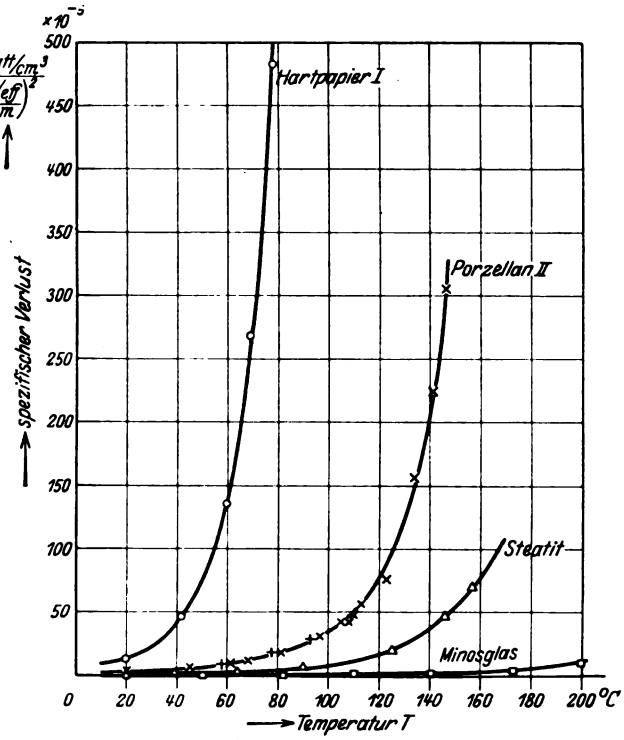


Bild 38. Abhängigkeit des spezifischen Verlustes von der Temperatur bei einer Feldstärke von 130 kV$_{\text{max}}$/cm = 84 kV$_{\text{eff}}$/cm.

Der spezifische Verlust ist natürlich abhängig von Feldstärke und Temperatur. Diese Abhängigkeit ist für verschiedene Stoffe bei 20° C und Dauerbelastung in Bild 36 dargestellt. Es ergibt sich bei der Betrachtung dieses Bildes ohne weiteres, daß der Durchschlag bei Glas und Porzellan entsprechend der geringen Größe der spezifischen Verluste ein rein elektrischer, und bei den Hartpapieren I und II ein Wärmedurchschlag gewesen sein muß.

Der tg δ hängt mit dem Verlust N zusammen durch die Gleichung:

$$N = \omega \cdot U_{\text{eff}}^2 \cdot C \cdot \operatorname{tg}\delta.$$

Hierin bedeutet C die Kapazität der Versuchsplatte. Für C läßt sich setzen:

$$C = k_1 \cdot \varepsilon$$

(k_1 = Konstante; ε = Dielektrizitätskonstante). Für den spezifischen Verlust N_{spez} entfällt in der ersten Gleichung U_{eff}^2, so daß man schreiben kann

$$N_{\text{spez}} = k_2 \cdot \varepsilon \cdot \operatorname{tg}\delta$$

(k_2 = Konstante).

Digitized by Google

Wieweit der tg δ unmittelbar, also ohne Berücksichtigung von ε als Maß der spezifischen Verluste verschiedener Isoliermaterialien herangezogen werden kann, zeigt die Gegenüberstellung von tg δ und spezifischem Verlust in Bild 37. tg δ und Verlust von Glas sind gleich 1 gesetzt. Es ist rechts das Verhältnis

$$\frac{\text{spez. Verlust}}{(\text{spez. Verlust})_{\text{Glas}}}$$

und links das Verhältnis

$$\frac{\text{tg } \delta}{(\text{tg } \delta)_{\text{Glas}}}$$

aufgetragen.

Bei Porzellan z. B. ist der tg δ 8,3mal, der spezifische Verlust dagegen nur 5,7mal größer als bei Glas. Ebenso unterscheiden sich die beiden Hartpapiersorten mehr durch ihren tg δ als durch ihren Verlust. Bei der Beurteilung der Verluste von Isolierstoffen auf Grund der Größe des tg δ allein ist daher Vorsicht geboten.

Bild 38 gibt eine Zusammenstellung der spezifischen Verluste, abhängig von der Temperatur, bei einer Feldstärke von 130 kV_{max}/cm gleich 84 kV_{eff}/cm und Dauerbelastung. Die absolute Größe der Verluste stimmt mit den von Roth[1] für Porzellan und Hartpapier bei niederen Temperaturen angegebenen gut überein.

B. Stoßspannungsmessungen.

Die Versuche wurden an Hartpapier I und Porzellan I durchgeführt und dienten zur Ergänzung der Durchschlagversuche mit Wechselspannung.

Durchschlagversuche bei Spannungstoß.

a) Abhängig von der Temperatur.

Von etwa 50% der zu erwartenden Durchschlagspannung ab wurde die Spannung nach je 2 Stößen um 2 kV_{max} bis zum Durchschlag der Platte gesteigert, und aus etwa 10—15 Durchschlägen der Mittelwert gebildet. Der zeitliche Abstand der Stöße betrug $^1/_2$—$^1/_3$ sec. Diese Versuche wurden bei 20° und 100° ausgeführt. Die Werte sind in der folgenden Tabelle angegeben.

b) Abhängig von der Zahl der Spannungstöße.

Bei 20° wurde in derselben Weise wie unter a) die Spannung erhöht. Nach jeder Erhöhung erhielt aber diesmal die Platte 500 Stöße. Diesen Werten wurden die unter a) bei 20° gefundenen in der Tabelle gegenübergestellt.

Material	Stoßart Temperatur	pro 2 kV 20°	2 Stöße 100°	pro 2 kV 500 Stöße 20°
Hartpapier I	kV_{max}/cm	1045	726	666
	% des Höchstwertes	100	69	64
Porzellan I	kV_{max}/cm	407	387	309
	% des Höchstwertes	100	95	76

Die Erniedrigung der Stoßdurchschlagspannung unter dem Einfluß von Temperatur und Stoßzahl ist prozentual in Bild 39 wiedergegeben. Wegen der großen Streuung der Versuchswerte — sie war hier beträchtlich größer als bei Wechselspannung — läßt sich nicht genau sagen, ob für Porzellan die Stoßdurchschlagspannung wirklich mit der Temperatur sinkt. Auf jeden Fall ist dies aber für Hartpapier sicher-

[1] A. Roth, Hochspannungstechnik, Berlin, Julius Springer, 1927, S. 56 u. 68.

Digitized by Google

gestellt. Auf den Einfluß der Stoßzahl auf die Höhe der Durchschlagspannung hat bereits Marx[1] in ähnlichem Sinne hingewiesen.

Die Durchschlagspannung bei Stoß und 20° C mit einer Spannungsteigerung von 2 kV nach je 2 Stößen liegt für Porzellan 13%, und für Hartpapier 22% über derjenigen bei Wechselspannung und Dauerbelastung. Dieses Ergebnis stimmt für Porzellan qualitativ mit dem von Marx[2] gefundenen überein.

Da nun letzten Endes das Verhalten des Isoliermaterials im Dauerzustand maßgebend ist, so muß der nach vorhergegangener großer Stoßbelastung erhaltene Durchschlagwert als Stoßdurchschlagspannung gewertet werden. Diese liegt aber für Hartpapier 22%, und für Porzellan 14% niedriger als der rein elektrische Durchschlag bei Wechselspannung und Dauerbelastung (Bild 40).

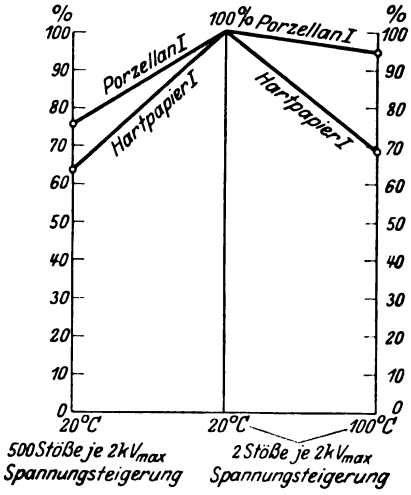


Bild 39. Prozentuale Änderung der Stoßdurchschlagspannung unter dem Einfluß von Temperatur und Stoßzahl.

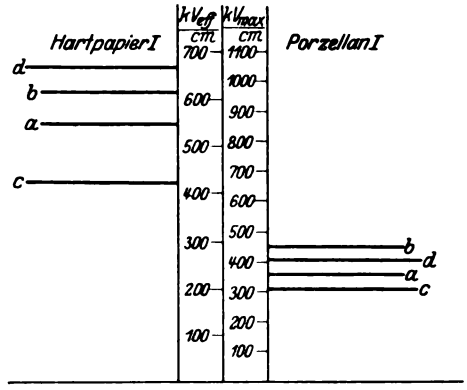


Bild 40. Durchschlagfeldstärken bei 20° C für
a) Dauerwechselspannung.
b) Kurzzeitige Wechselspannung.
c) Stoßbelastung, 500 Stöße je 2 kV_{max} Spannungsteigerung.
d) Stoßbelastung, 2 Stöße je 2 kV_{max} Spannungsteigerung.

Zwecks Feststellung einer evtl. Minderung des Materials durch die Stöße wurden an Porzellan Verlustwinkelmessungen bei Wechselspannung zwischen den einzelnen Stößen ausgeführt. Eine Änderung des Verlustwinkels war nicht festzustellen. In scheinbarem Gegensatz hierzu stehen die Angaben von Draeger[3], welcher eine Vergrößerung des Verlustwinkels durch Stoßbeanspruchung an montierten Isolatoren festgestellt hat. Diese Änderung des Verlustwinkels ist jedoch auf den zwischen Kappe und Porzellan befindlichen Kitt zurückzuführen, was folgender Versuch erhärtete. Wurde auf die Versuchsplatten ein Gemisch von Wasserglas und Graphit als Elektrode aufgebracht, so zeigte sich mit wachsender Stoßzahl eine Erhöhung des Verlustwinkels, welche bei aufgespritzten Kupferelektroden ausblieb.

Die Durchschlagstellen bei Stoß hatten je nach der Zahl der Stöße verschiedenes Aussehen. Der Stoß-Durchschlag nach vorhergegangener geringer Stoßzahl sprengte kleinste, kaum sichtbare Teilchen aus der Durchschlagstelle heraus (Bild 41a). Nach dem Stoß-Durchschlag mit vorhergegangener großer Stoßzahl war die Platte

[1] Erwin Marx, Versuche über die Prüfung von Isolatoren mit Spannungsstößen. ETZ. 1924, H. 25, S. 652.

[2] Derselbe, Die Abhängigkeit der Überschlagspannung und der Durchschlagspannung von Isolatoren vom Spannungsverlauf. Mitteilung. d. Hermsdorf-Schomburg-Isolatoren-G m. b. H., 1925, H. 21/22, S. 31.

[3] K. Draeger, a. a. O.

Digitized by Google

in jedem Falle um die Durchschlagstelle herum gesprengt (Bild 41b). Man konnte mehr von einem Durchschlagriß als von einem -kanal sprechen. Dabei war vor dem Durchschlag äußerlich nicht die geringste Spur einer Anfressung festzustellen.

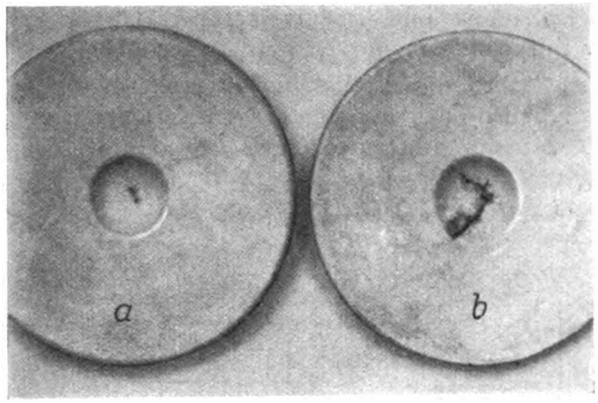


Bild 41.
Porzellan: Bild der Stoßdurchschlagstelle.
a) Nach geringer Stoßzahl.
b) Nach hoher Stoßzahl.

IV. Zusammenfassung der Ergebnisse.

Es wird eine Methode (die Methode des instabilen Verlustwinkelanstieges) angegeben, welche es ermöglicht, den Durchschlag seiner Art nach, ob rein elektrischer oder Wärme-Durchschlag, genau zu erkennen.

Diese Methode gestattet weiter, im Gebiete des Wärmedurchschlages mit nur einer Versuchsplatte beliebig viele Durchschlagwerte durch Unterbrechung des beginnenden Wärmedurchschlages aufzunehmen, und den Übergang in das Gebiet des rein elektrischen Durchschlages auf wenige Temperaturgrade genau festzustellen. Dieser Übergang erfolgt plötzlich und drückt sich in der Darstellung $\mathfrak{E}d = f(T)$ als Kreuzpunkt zweier Kurven aus.

Die Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung wurde für 2 Porzellane, 2 Hartpapiere und 2 Gläser bestimmt.

Das Gebiet des feldstärkeabhängigen Wärmedurchschlages tritt bei den in Frage kommenden Feldstärken nicht in Erscheinung.

Es wird ein Weg angegeben, wie man auch ohne die obenerwähnte Methode die Grenztemperatur beider Durchschlagarten ziemlich genau mit nur wenigen Durchschlagwerten aufnehmen kann.

Im Gebiete des Wärmedurchschlages wird die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Belastungszeit für Porzellan und Hartpapier ermittelt und festgestellt, daß für die verwendeten Platten nach 10 Minuten die Durchschlagspannung einen konstanten Wert erreicht. Kurzzeitige Überspannungen in diesem zeitabhängigen Gebiete von der drei- bis vierfachen Höhe der Dauer-Durchschlagspannung werden von Hartpapier und Porzellan ohne Schaden ausgehalten. Im Gebiete des rein elektrischen Durchschlages kann die Spannung kurzzeitig bei Porzellan bis 20% und bei Hartpapier bis 12% überhöht werden.

Es wird die Abhängigkeit des tg δ und des spezifischen Verlustes von Feldstärke und Temperatur ermittelt und gezeigt, wieweit der tg δ beim Vergleich von Isolierstoffen unmittelbar zur Beurteilung der Verluste herangezogen werden kann.

Digitized by Google

Bei Spannungstoß zeigt sich eine Abnahme der Stoßdurchschlagspannung mit der Stoßzahl und teilweise auch mit der Temperatur. Die Höhe der Stoßspannung liegt je nach Art der Stoßbelastung über oder unter der rein elektrischen Durchschlagspannung bei Wechselspannung und Dauerbelastung. Eine Änderung des Verlustwinkels mit der Zahl der auf die Platte gegebenen Stöße kann nicht festgestellt werden.

V. Bedeutung für die Praxis. Angabe weiterer wünschenswerter Versuche.

Eine Zusammenstellung der elektrischen Eigenschaften der für die Praxis wichtigen Isoliermaterialien nach den neuesten Gesichtspunkten der Forschung fehlte.

Durch die Angabe des Kreuzpunktes von Wärme- und rein elektrischem Durchschlag wurde der charakteristische Unterschied im elektrischen Verhalten verschiedener Isoliermittel dargelegt. Die angegebene Methode zur Bestimmung dieses Grenzpunktes ist einfach, läßt sich bei geringstem Materialverbrauch durchführen und ist deshalb für die Praxis besonders geeignet. Die Bestimmung des Kreuzpunktes kann aber auch aus Durchschlagwerten erfolgen, die bei langsamster Spannungsteigerung (1 kV_{eff} pro Minute) in der Nähe des zu erwartenden Durchschlages gewonnen worden sind.

Ferner gibt die Arbeit einen Fingerzeig für die Prüfung von Isoliermaterialien, in der Hauptsache für solche, bei denen der Durchschlag im überwiegenden Maße als Wärmedurchschlag erfolgt. Hierfür kommen vor allen Dingen die Hartpapiere in Frage. Da für die elektrische Prüfung dieser Materialien noch keine festgesetzten Vorschriften bestehen, sei in Kürze ein Vorschlag gemacht, in welchem Sinne etwa die Prüfung zu erfolgen hätte.

Auf die Bestimmung des Kreuzpunktes muß das Hauptaugenmerk gerichtet sein. Diese Bestimmung wird am besten an einer genormten, leicht herstellbaren Platte, z. B. nach Art der hier verwendeten (Bild 3 rechts), unter erhitztem Transformatorenöl vorgenommen, entweder nach der Methode des instabilen Verlustwinkelanstieges, oder nach dem einfacheren Verfahren mittels Interpolation der bei langsamster Spannungsteigerung und verschiedenen Temperaturen gewonnenen Durchschlagwerte.

Der Vergleich von tg δ und den Verlusten zeigt, wieweit der tg δ unmittelbar zur gegenseitigen Beurteilung von Isoliermaterialien herangezogen werden kann. Aus der Zusammenstellung der spezifischen Verluste bei verschiedenen Temperaturen ist zu sehen, innerhalb welcher Temperaturgebiete die Materialien verwendet werden können.

Besonders sei darauf hingewiesen, daß bei Hartpapier das Gebiet des Wärmedurchschlages bei den dünnen Schichtstärken bereits bei Zimmertemperatur beginnt. Für dickere Schichten rückt dieses Gebiet noch niedrigeren Temperaturen zu. Zur Vermeidung dieser ungünstigen Verschiebung wird eine weitgehende Unterteilung zwecks besserer Kühlung von Hartpapierisolation angebracht sein.

Im Laufe der Arbeit zeigten sich Punkte, die einer eingehenden Bearbeitung wert sind. Einige derselben seien aufgeführt:

Die Feststellung der Verschiebung des Kreuzpunktes beider Durchschlagarten mit wachsender Materialdicke, und des Einflusses der Elektrodenform und -kühlung auf die Lage des Kreuzpunktes.

Die genaue Untersuchung der Abhängigkeit des rein elektrischen Durchschlages von der Belastungszeit (Durchschlagverzögerung).

Die Festlegung der Temperaturabhängigkeit des Stoß-Durchschlages über größere Temperaturintervalle.

Digitized by Google

Es ist mir eine angenehme Pflicht, der Hermsdorf-Schomburg-Isolatoren G. m. b. H. in Hermsdorf/Thür. und ihrem Herrn Direktor J. F. Scheid für die liebenswürdige und großzügige Bereitstellung ihres Versuchsfeldes und der untersuchten Porzellane bestens zu danken. Desgleichen gilt mein Dank dem Leiter des Versuchsfeldes, Herrn Dr.-Ing. Harald Müller, und weiter Herrn Professor Dr.-Ing. E. Marx in Braunschweig. Beide Herren gaben mir manchen wertvollen Hinweis. Die Hartpapiere wurden mir von den Siemens-Schuckertwerken Berlin und der Firma Jaroslaws Erste Glimmenwarenfabrik in Berlin zur Verfügung gestellt. Durch die dankenswerte Vermittlung von Herrn Professor Dr. A. Esau in Jena lieferten mir die Firmen Jenaer Glaswerk Schott & Gen., Jena und Carl Zeiß, Jena die beiden Glassorten. Auch ihnen sage ich meinen besten Dank.

Digitized by Google

Der Kaskadentransformator mit ungleichmäßig verteilten Wicklungen als Spannungswandler.

Von

Dr.-Ing. **Emil Wirz**, Privatdozent an der ETH.

Vor einiger Zeit wurde gezeigt, wie sich die Arbeitsweise beim allgemeinen Transformator mit zwei Schenkeln gestaltet, wenn die Primärwicklung auf dem einen, die Sekundärwicklung auf dem andern Schenkel untergebracht sind und beide Wicklungen durch Kaskadenwicklungen miteinander zwangsläufig verkettet werden[1].

Verlegen wir nun z. B. die Primärwicklung in gleichen oder ungleichen Teilen auf beide Schenkel, wobei die Sekundärwicklung nur auf einem Schenkel untergebracht ist, so sind die Verhältnisse vollständig verändert und können die aufgestellten

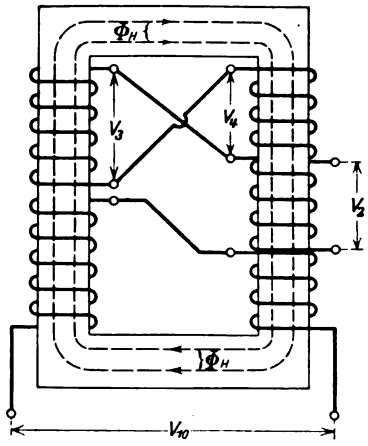


Bild 1. Schaltungsschema eines Kaskadentransformators mit ungleichmäßig verteilter Primärwicklung und einschenkliger Sekundärwicklung.

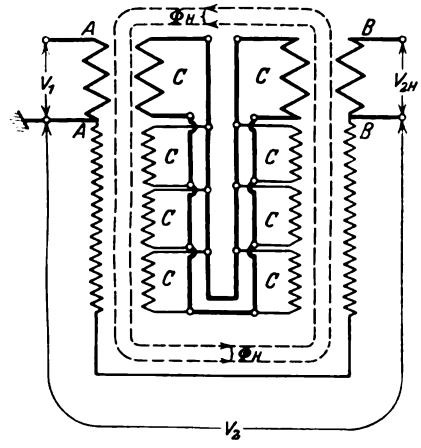


Bild 2. Kaskadentransformator in Sparschaltung mit ungleichmäßig verteilter Wicklung.

Beziehungen nicht mehr ohne weiteres angewendet werden. Bei dieser neuen Schaltung des Kaskadentransformators unterscheiden wir dann zwei verschiedene Schaltungsmöglichkeiten, die jedoch dem Prinzipe nach gleichwertig sind, aber praktisch zu verschiedenen Verwendungsmöglichkeiten dienen.

Bei der ersten Schaltung wird die Primärwicklung gleich- oder ungleichmäßig auf beide Schenkel verteilt, während die Sekundärwicklung unabhängig von der ersteren nur auf einem Schenkel untergebracht ist. Das magnetische Gleichgewicht beider Wicklungen wird dabei wiederum durch zwei gegengeschaltete Kaskadenwicklungen herbeigerufen.

Bei der zweiten Schaltung sind die Primär- und Sekundärwicklungen miteinander vereinigt und können auf verschiedenen Schenkeln liegen, wobei dann die einzelnen Wicklungsteile magnetisch durch gegengeschaltete Kaskadenwicklungen im Gleichgewicht gehalten werden. Dieser zweiten Schaltungsart entspricht die bekannte „Sparschaltung" beim allgemeinen Transformator. In Bild 1 ist diese erste Schaltung schematisch dargestellt und soll darin der mit Φ_H bezeichnete durch die Kaskadenwicklungen in beiden Schenkeln unterhaltende gemeinsame Hauptkraftfluß darstellen. Diese Schaltung wird für Spannungswandler mit sehr hoher

[1] Siehe Wirz, „Transformatoren mit Wicklungen in Kaskadenschaltung", Bulletin des SEV, 1927, Heft 5 und 6.

Digitized by Google

Betriebspannung infolge isolationstechnischer Ersparnisse und durch ihre hohe Genauigkeit in der Übersetzung wertvolle Vorteile gegenüber dem normalen Meßwandler bieten. In Bild 2 ist die zweite Schaltung schematisch dargestellt, und zwar bei AA zur Auftransformierung von der Netzspannung auf eine gewisse Höchstspannung oder umgekehrt und bei BB zur Auftransformierung und gleichzeitig zur Speisung eines Zusatztransformators, wenn die Höchstspannung in zwei Stufen erreicht werden soll. Das magnetische Gleichgewicht aller Wicklungsteile wird auch hier mittels gegengeschalteten Kaskadenwicklungen C eingestellt. Diese Schaltung hat eine große praktische Bedeutung erlangt bei Hochspannungsprüftransformatoren und bei der Schaltung nach Pfiffner[1].

In der folgenden Untersuchung soll nun nur die erste Schaltung, Bild 1, untersucht werden, wobei die zweite Schaltung einer späteren Bearbeitung unterzogen werden soll, weil sonst die vorliegende Arbeit zu umfangreich würde.

1. Allgemeine Gesichtspunkte.

Diese in Bild 1 dargestellte Schaltung des Kaskadentransformators als Meßwandler unterscheidet sich von der bereits früher besprochenen[2] dadurch, daß durch die Ungleichheit der primären Wicklungsanordnung gegenüber der Sekundärwicklung verschiedene Arbeitszustände möglich sind, die in der Hauptsache durch die ungleichmäßige Durchflutung der verschiedenen Wicklungen verursacht werden.

Verteilen wir nämlich die Primärwicklung gleichmäßig auf beide Schenkel, so daß jeder Schenkel für sich die Hälfte der Erregeramperewindungen erhält, so wird bei Belastung derjenige Schenkel ohne die Sekundärwicklung eine bedeutend größere Streuung aufweisen, wie der andere Schenkel, so daß eine solche Anordnung ohne Kaskadenwicklungen praktisch nicht verwendbar ist. Ordnen wir jedoch gleichzeitig auf jedem Schenkel je eine Kaskadenwicklung an, die beide gegeneinander geschaltet sind, so wird der größere Kraftfluß beider Schenkel in den Kaskadenwicklungen sofort eine zusätzliche Spannung hervorbringen, die einen Kaskadenstrom erzeugt, der im schwächer belasteten Schenkel mittels Zusatzfeld das magnetische Gleichgewicht herstellt. Bei offenen Sekundärklemmen, also bei Leerlauf, muß deshalb bei gleichmäßiger Verteilung der Primärwicklung auf beide Schenkel und bei gleichgroßen gegengeschalteten Kaskadenwicklungen der Kaskadenstrom verschwinden, sofern nicht magnetische Hindernisse in den Jochen eine gleichmäßige Kraftflußverteilung verhindern.

Andererseits werden wir aber auch die Windungszahlen beider Kaskadenwicklungen so aufeinander abstimmen können, daß bei Belastung der Sekundärwicklung der Kaskadenstrom verschwindet und bei Leerlauf der größte Kaskadenstrom auftritt.

Wir sehen daraus, daß bei dieser Schaltung sich eine viel bessere Einstellbarkeit bestimmter Verhältnisse erreichen läßt, wie bei der früher besprochenen Schaltung, so daß wir im Falle ungleichmäßig verteilter Primärwicklung mittels abgestimmten Kaskadenwicklungen in der Lage sind, alle Ungleichheiten ohne besondere äußere Hilfsmittel auszugleichen. Aus diesem Grunde wird gerade diese Schaltung für Meßwandler sehr hoher Betriebspannung große Vorteile bieten, da mit den Kaskadenwicklungen alle mit der verstärkten Isolation bedingten Fehler in der Übersetzung und der Phasenverschiebung ausgeglichen werden können.

Zur Untersuchung der Verhältnisse gehen wir zunächst von den Kraftflüssen aus, die die Erregerwicklung ohne Rücksicht auf die Kaskadenwicklungen bei Leerlauf erzeugen.

[1] Siehe Pfiffner, „Kaskaden-Erdungsspulen und Meßwandler", ETZ 1926, Heft 2, S. 44.
[2] Siehe l. c. S. 563.

Digitized by Google

Wir setzen nun voraus, daß ein gewisser Teil der Erregerwicklung mit w_{1I} Windungen auf dem Schenkel I untergebracht ist. Der Rest der Erregerwicklung mit w_{1II}-Windungen sei dann auf dem Schenkel II angeordnet.

Bei Leerlauf fließe dann im Kern des Schenkels I der Kraftfluß

$$\Phi_I = \Phi_H + \Phi_{SI}^* \tag{1}$$

wenn Φ_H der gemeinsame Kraftfluß beider Schenkel und Φ_{SI} den Streukraftfluß im Schenkel I darstellt.

Im Kern des Schenkels II fließt dann analog der Kraftfluß

$$\Phi_{II} = \Phi_H + \Phi_{SII}, \tag{2}$$

wenn Φ_{SII} den Streukraftfluß im Schenkel II darstellt.

Da wir vom allgemeinen Fall ausgehen, bei welchem die Erregerwicklung ungleichmäßig auf beide Schenkel verteilt ist, so werden die beiden Streukraftflüsse Φ_{SI} und Φ_{SII} voneinander verschieden sein. Die beiden Joche des Transformators werden dabei vom gemeinsamen Kraftflusse Φ_H beider Schenkel durchflossen. Da wir bei der Berechnung eines Transformators mit gegebener Betriebspannung vom zugehörigen Hauptkraftfluß ausgehen, so müssen wir zunächst festlegen, welche Anteile diese Streuflüsse und der gemeinsame Kraftfluß am Hauptkraftfluß nehmen. Zu diesem Zwecke gehen wir von der resultierenden EMK E_{1t} und den Teil-EMKe E_{1I} und E_{1II} beider Schenkel der Erregerwicklung aus.

Für diese EMKe gilt dann in Vektorform

$$\mathfrak{E}_{1t} = \mathfrak{E}_{1I} + \mathfrak{E}_{1II}. \tag{3}$$

Da diese EMKe proportional dem Produkte aus den zugehörigen Windungszahlen und Kraftflüssen sind, so muß bei Leerlauf vektoriell gelten

$$w_{1t} \cdot \Phi_{1t} = w_{1I} \cdot \Phi_I + w_{1II} \cdot \Phi_{II}, \tag{4}$$

wenn Φ_{1t} den der EMK E_{1t} entsprechende Gesamtkraftfluß darstellt.

Setzen wir Gleichung (1) und (2) in Gleichung (4) ein, so erhalten wir für den totalen Hauptkraftfluß des Transformators die Beziehung

$$\Phi_{1t} = \Phi_H + \frac{w_{1I}}{w_{1t}} \cdot \Phi_{SI} + \frac{w_{1II}}{w_{1t}} \cdot \Phi_{SII}. \tag{5}$$

d. h. die Streuflüsse jedes Schenkels nehmen nur im Verhältnis der Teilwindungszahl zur Gesamtwindungszahl am Hauptkraftfluß Anteil. Aus Gleichung (5) läßt sich auch der gesamte Streufluß des Transformators bestimmen zu

$$\Phi_S = \Phi_{1t} - \Phi_H = \frac{w_{1I}}{w_{1t}} \cdot \Phi_{SI} + \frac{w_{1II}}{w_{1t}} \cdot \Phi_{SII}. \tag{6}$$

Aus den Gleichungen (5) und (6) können wir nun unschwer eine wertvolle Beziehung für diese Schaltung des Kaskadentransformators aufstellen, indem durch die Verteilung der Erregerwicklung auf beide Schenkel die Bedingung gelten muß

$$\left.\begin{aligned} w_{1I} &\gtreqless w_{1II} \\ \Phi_{SI} &\gtreqless \Phi_{SII} \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Diese Bedingung ist außerordentlich wichtig, sobald wir auf beiden Schenkeln gegeneinander geschaltete Kaskadenwicklungen anbringen. Sind nämlich beide Kaskadenwicklungen mit gleichgroßen Windungszahlen versehen, so muß das Charakteristikum der Erregerwindungszahlen Gleichung (7) auch gleichzeitig ein Charakteristikum für den Kaskadenstrom bei Leerlauf werden, so daß für diesen die Bedingung gilt

* Die Kraftflußgleichung 1 und die folgenden sind hierbei stets vektoriell aufzufassen.

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned} w_{2\,I} &\gtrless w_{1\,II} \\ \mathfrak{J}_{30} &\gtrless 0 \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Der Richtungsinn des Kaskadenstromes bei Leerlauf ist daher durch diese Beziehung eindeutig festgelegt.

Daß diese Bedingung Gleichung (8) bei Leerlauf strenge Gültigkeit besitzt, lehrt uns Gleichung (1) und (2), denn wenn $\Phi_{S\,I} \gtrless \Phi_{S\,II}$ wird, so müssen auch die Hauptkraftflüsse Φ_I und Φ_{II} beider Schenkel nicht nur ihrer Größe nach, sondern auch ihrer Phase nach verschieden sein, da diese Streukraftflüsse in der Hauptsache in Luft verlaufen und deshalb stets stark gegen den gemeinsamen Kraftfluß Φ_H verschoben sein müssen. Für die Kraftflüsse beider Schenkel muß deshalb auch die Bedingung gelten

$$\left.\begin{aligned} w_{1\,I} &\gtrless w_{2\,II} \\ \Phi_I &\gtrless \Phi_{II} \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Setzen wir ferner noch voraus, daß die beiden Kaskadenwicklungen gleichgroße Windungszahlen besitzen, also $w_3 = w_4$ ist, so werden schließlich die den Kraftflüssen entsprechenden induzierten EMKe E_3 und E_4 die gleichen Gesetze wie jene befolgen, so daß sich hier die charakteristische Bedingung ergibt

$$\left.\begin{aligned} w_{1\,I} &\gtrless w_{1\,II} \\ E_3 &\gtrless E_4 \\ \text{für } w_3 &= w_4 \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

wodurch diese Schaltung des Kaskadentransformators bei Leerlauf eindeutig gekennzeichnet ist.

Bei Belastung des Kaskadentransformators bleiben dieselben Gesichtspunkte bestehen, nur muß hierbei auch der Anteil des Kaskadenstromes an der Arbeitsübertragung, sowie sein Zusatzfeld mitberücksichtigt werden. Dies kann jedoch nur einwandfrei geschehen, wenn wir die Spannungs- und Stromverhältnisse, wie bei der früher besprochenen Schaltung, eingehend untersuchen.

Wir können aber auch aus dem Durchflutungsgesetz bei Belastung und bei Leerlauf einen wertvollen Einblick in das allgemeine Verhalten dieser Schaltung gewinnen, ohne daß wir vorher über die genauen Strom- und Spannungsverhältnisse orientiert sind. Belasten wir nämlich den Sekundärkreis mit einem Sekundärstrom $\mathfrak{J}_2$ und besitzt dieser Kreis w_2 Windungen, so erfolgt die Energieübertragung von der Primärwicklung teils über die Kaskadenwicklungen mittels dem Strom $\mathfrak{J}_3$ und teils durch den gemeinsamen Kraftfluß beider Schenkel, so daß die Beziehungen gelten müssen

für den Schenkel I:

$$\mathfrak{J}_1 \cdot w_{1\,I} = \mathfrak{J}_3 \cdot w_3, \tag{11}$$

für den Schenkel II:

$$\mathfrak{J}_1 \cdot w_{1\,II} + \mathfrak{J}_4 \cdot w_4 = \mathfrak{J}_2 \cdot w_2, \tag{12}$$

wenn $\mathfrak{J}_1$ den Belastungstrom der Primärwicklung und $\mathfrak{J}_3 = \mathfrak{J}_4$ den gemeinsamen Kaskadenstrom darstellt.

Rechnen wir aus Gleichung (11) den Kaskadenstrom $\mathfrak{J}_3$ aus und setzen denselben in Gleichung (12), so ergibt sich schließlich für die Durchflutungen der Wicklungen

Digitized by Google

$$\mathfrak{J}_1\left(w_{1II} + w_{1I}\cdot\frac{w_4}{w_3}\right) = \mathfrak{J}_2\cdot w_2, \tag{12a}$$

wobei der Klammerausdruck natürlich vektoriell aufzufassen ist.

Bei Leerlauf können wir auch aus dem Durchflutungsgesetz die Größe des Kaskadenstromes bestimmen, da dieser nur dann zustande kommt, wenn eine Differenz der Durchflutungen beider Schenkel vorhanden ist. Reduzieren wir den Kaskadenstrom auf primär, so muß für die Erregerströme gelten

$$\mathfrak{J}_{3a}'\cdot w_{1I} = \mathfrak{J}_{10}\cdot w_{1I} - \mathfrak{J}_{1a}\cdot w_{1I} = \mathfrak{J}_{10}(w_{1I} - w_{1II}), \tag{13}$$

so daß der reduzierte Kaskadenstrom bestimmt ist aus

$$\mathfrak{J}_{30}' = \mathfrak{J}_{10}\cdot\frac{w_{1I} - w_{1II}}{w_{1I}}. \tag{13a}$$

Dieser Strom verschwindet, wenn $w_{1I} = w_{1II}$ wird, d. h. wenn die Windungszahlen beider primären Wicklungshälften einander gleich sind, so verschwindet die Differenz der Durchflutungen beider Schenkel und ein Ausgleichstrom kann in diesem Falle nicht zustande kommen. Diese Beziehung ist sehr wichtig für die Vorausberechnung des Kaskadenstromes und der zugehörigen Wicklungen.

Aus diesen Vektorgleichungen erkennen wir, daß sich diese Schaltung in bezug auf die Durchflutung analog wie beim allgemeinen Transformator verhält, nur müssen wir hierbei auch das Windungsverhältnis im Kaskadenkreis vektoriell mitberücksichtigen. Für den Fall, daß $w_3 = w_4$ wird, geht Gleichung (12a) in diejenige des allgemeinen Transformators über. In allen übrigen Fällen müssen die Verhältnisse der Erregerströme ausgewertet werden, um daraus das Durchflutungsgesetz einwandfrei aufstellen zu können. Wie wir aus dieser kurzen Darstellung der Vorbedingungen dieser Schaltung erkennen, sind ohne besondere Hilfsmittel stets drei verschiedene Arbeitszustände möglich, für welche wir sowohl bei Leerlauf, als auch bei Kurzschluß und Belastung die Arbeitsbedingungen ohne Schwierigkeiten untersuchen können, um einen vollständigen Einblick über die tatsächlichen Verhältnisse zu erhalten.

2. Der Leerlaufzustand des Transformators.

Damit wir bei Leerlauf, d. h. bei offenen Sekundärklemmen, die Strom- und Spannungsverhältnisse untersuchen können, müssen wir den Transformator sowohl bei Primärspeisung, als auch bei Sekundärspeisung betrachten, da sich die Verhältnisse von einer Seite aus nicht vollständig ermitteln lassen. Diese Erscheinung kommt daher, weil die Achsen der beiden Wicklungen nicht Symmetrieachsen sind und deshalb beide Speisungsarten nicht ohne weiteres umkehrbar erscheinen.

a) Primärspeisung.

Zuerst stellen wir bei der Primärspeisung für die Schaltung von Bild 1 die zugehörige Ersatzschaltung auf, wie in Bild 3 dargestellt ist und ermitteln die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Vektorgrößen dieser Ersatzschaltung und den wirklichen meßbaren Größen.

Hierbei müssen wir zuerst hervorheben, daß in der Ersatzschaltung stets nur solche Vektoren vorkommen dürfen, die entweder direkt von der angelegten Spannung primär abhängen, also direkt in einer bestimmten Beziehung mit der primären resultierenden Windungszahl stehen, oder aber solche, die im Verhältnis der resultierenden zur Teilwindungszahl reduziert sind, die sog. reduzierten Größen. Die reduzierten Größen sollen in der Folge stets durch den Index (') bezeichnet werden. Hierbei sind Teile der Primärwicklung, wie solche bei dieser Schaltung vorkommen, stets auf die volle primäre Windungszahl zu reduzieren, sofern diese nicht durch Summation mit einem anderen Teil als voller primärer Vektor erscheint.

Digitized by Google

Nach dieser Festsetzung muß deshalb für die einzelnen Vektoren der Ersatzschaltung gelten

$$\left.\begin{aligned} &V_2' = V_2 \frac{w_{1t}}{w_2};\quad E_{2t}' = E_{2t}\frac{w_{1t}}{w_2};\quad E_{4III}' = E_{4III}\cdot\frac{w_{1t}}{w_4};\quad E_{3It}' = E_{3It}\cdot\frac{w_{1t}}{w_3}\\ &\mathfrak{J}_{30}' = \mathfrak{J}_{30}\cdot\frac{w_3}{w_{1t}};\quad \mathfrak{J}_{40}' = \mathfrak{J}_{40}\cdot\frac{w_4}{w_{1t}};\quad \mathfrak{J}_{20}' = \mathfrak{J}_{20}\cdot\frac{w_2}{w_{1t}}\\ &Z_2' = Z_2\cdot\left(\frac{w_{1t}}{w_2}\right)^2;\quad Z_3' = Z_3\left(\frac{w_{1t}}{w_3}\right)^2;\quad Z_4' = Z_4\cdot\left(\frac{w_{1t}}{w_4}\right)^2\\ &Y_{4a}' = Y_4\cdot\left(\frac{w_4}{w_{1t}}\right)^2 \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

Für die resultierende Impedanz der Primärwicklung ist vektoriell

$$\mathfrak{Z}_{1t} = \mathfrak{Z}_{1I} + \mathfrak{Z}_{1II}, \quad (14a)$$

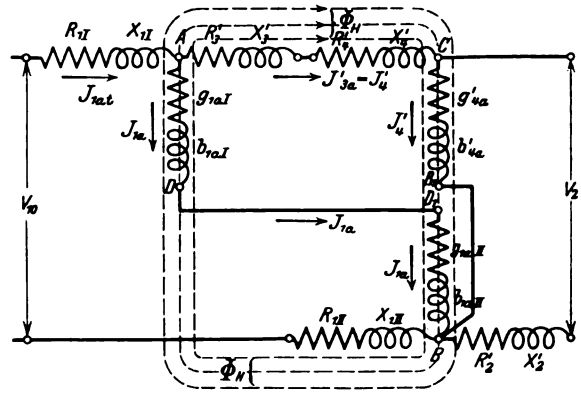


Bild 3. Ersatzschaltung des Kaskadentransformators bei Leerlauf und Primärspeisung.

so daß für diese sowie für die Teilimpedanzen keine Reduktion vorgenommen werden muß. Für die Reduktion der Teiladmittanzen des primären Erregerkreises sind jedoch besondere Festsetzungen vorzunehmen, da diese Vektoren verschiedenen Schenkeln zugeordnet sind, die von verschiedenen Kraftflüssen durchflossen werden, wie bereits in den Vektorgleichungen (1) und (2) zum Ausdruck kam. Da aber die Kraftflüsse beider Schenkel von derselben Primärspannung und demselben Erregerstrom erzeugt werden, so ist es naheliegend, daß wir uns einmal das gesamte Feld durch eine volle Erregerwicklung auf dem Schenkel I und ein zweites Mal auf dem Schenkel II vorstellen können, so daß wir die Teiladmittanzen im Verhältnis der vollen zur Teilwindungszahl von der resultierenden Erregeradmittanz erhalten.

Bezeichnen wir mit $\mathfrak{Y}_{1aR}$ die resultierende Erregeradmittanz der Primärwicklung, so sind nach dieser Festsetzung die Teiladmittanzen bestimmt aus

$$\left.\begin{aligned} &\mathfrak{Y}_{1aI} = \mathfrak{Y}_{1aR}\cdot\frac{w_{1t}}{w_{1I}}\\ &\mathfrak{Y}_{1aII} = \mathfrak{Y}_{1aR}\cdot\frac{w_{1t}}{w_{1II}} \end{aligned}\right\} \qquad \mathfrak{Y}_{1aI} = \mathfrak{Y}_{1aII}\cdot\frac{w_{1II}}{w_{1I}} \quad (14b)$$

Für die Ersatzschaltung von Bild 3 wird damit die resultierende primäre Erregeradmittanz für den Zweig ADD_1B

$$\mathfrak{Y}_{1aR} = \frac{1}{\frac{1}{\mathfrak{Y}_{1aI}} + \frac{1}{\mathfrak{Y}_{1aII}}} = \frac{\mathfrak{Y}_{1aI}\cdot\mathfrak{Y}_{1aII}}{\mathfrak{Y}_{1aI}+\mathfrak{Y}_{1aII}}. \quad (15)$$

Diese Festsetzung hat den Vorteil, daß wir die resultierende Erregeradmittanz ohne Proportionalitätsfaktoren in alle Vektorgleichungen einsetzen können, da wir mit den Teiladmittanzen nicht zu rechnen brauchen.

Digitized by Google

Da nach der Ersatzschaltung Bild 3 der Kaskadenkreis ACB parallel zur resultierenden primären Erregeradmittanz arbeitet, so ergibt sich zunächst die Impedanz dieses Kreises zu

$$\mathfrak{Z}_{c\,01}' = \mathfrak{Z}_3' + \mathfrak{Z}_4' + \frac{1}{\mathfrak{Y}_{4a}'} = \frac{(\mathfrak{Z}_3' + \mathfrak{Z}_4')\,\mathfrak{Y}_{4a}' + 1}{\mathfrak{Y}_{4a}'} = \frac{C_{c1}'}{\mathfrak{Y}_{4a}'}, \tag{16}$$

wenn wir wie in der früheren Arbeit[1] zur Abkürzung setzen

$$C_{c1}' = 1 + (\mathfrak{Z}_3' + \mathfrak{Z}_4')\,\mathfrak{Y}_{4a}' = c_{c1}'_{\alpha} + j\,c_{c1}'_{\beta} = \mathrm{C}_{c1}' \cdot e^{j\,\Psi_{c1}'} \tag{16a}$$

und diesen Faktor als den Kaskadenübersetzungsfaktor bei Primärspeisung bezeichnen.

Da wir ungleiche Windungszahlen der beiden primären Wicklungsteile voraussetzen, so wirkt der Kaskadenkreis als Zusatzerregung parallel zur Primärerregung, so daß wir schließlich für die totale primäre Erregeradmittanz den Wert erhalten

$$\mathfrak{Y}_{1at} = \mathfrak{Y}_{1aR} + \frac{1}{\mathfrak{Z}_{c\,01}'} = \mathfrak{Y}_{1aR} + \frac{\mathfrak{Y}_{4a}'}{C_{c3}'}. \tag{17}$$

Aus dieser Beziehung ergibt sich, daß der Kaskadenübersetzungsfaktor C'_{c_1} einen Reduktionsfaktor darstellt, um die Erregeradmittanz des Zusatzfeldes in die gleiche Achse mit dem Hauptfeld zu bringen.

Addieren wir nun noch zur resultierenden Impedanz der Primärwicklung den reziproken Wert der resultierenden Erregeradmittanz, so erhalten wir die Leerlaufimpedanz bei Primärspeisung

$$\mathfrak{Z}_{10} = \mathfrak{Z}_{1t} + \frac{1}{\mathfrak{Y}_{1at}} = \frac{1 + \mathfrak{Z}_{1t} \cdot \mathfrak{Y}_{1at}}{\mathfrak{Y}_{1at}} = \frac{C_{10}'}{\mathfrak{Y}_{1at}}, \tag{18}$$

wenn wir zur Abkürzung setzen

$$C_{10}' = \mathfrak{Z}_{1t} \cdot \mathfrak{Y}_{1at} + 1 = c_{10}'_{\alpha} + j\,c_{10}'_{\beta} = \mathrm{C}_{10}' \cdot e^{j\,\Psi_{10}'} \tag{18a}$$

und diesen Faktor als den Leerlaufübersetzungsfaktor der resultierenden EMK der Primärwicklung bei Primärspeisung bezeichnen. Bei Leerlauf und Primärspeisung nimmt der Transformator einen Leerlaufstrom $\mathfrak{J}_{10}$ auf, so daß wir schließlich als Produkt aus Leerlaufstrom und Leerlaufimpedanz die primäre resultierende Leerlaufspannung erhalten zu

$$\mathfrak{V}_{10} = \mathfrak{J}_{10} \cdot \mathfrak{Z}_{10} = \frac{C_{10}'}{\mathfrak{Y}_{1at}} \cdot \mathfrak{J}_{10} = \mathfrak{E}_{1t} \cdot C_{10}' = \mathfrak{E}_{1t} \cdot \mathrm{C}_{10}' \cdot e^{j\,\Psi_{10}'}, \tag{19}$$

da $\mathfrak{E}_{1t} = \frac{\mathfrak{J}_{10}}{\mathfrak{Y}_{1at}}$ die resultierende EMK der Primärwicklung darstellt. Wie wir aus dieser Gleichung (19) erkennen, liegen die Verhältnisse ähnlich wie bei der früher besprochenen Schaltung, mit dem einzigen Unterschiede, daß wir die resultierende primäre Erregeradmittanz nicht auf einen Schenkel, sondern auf die volle Primärwicklung beziehen. Aus diesem Grunde können wir auch den direkten Zusammenhang zwischen der Leerlaufspannung sekundär und primär nicht ohne weiteres angeben, da die Sekundärspannung in einer Achse mit der induzierten EMK $E_{1\,III\,t}$ des zweiten Schenkels liegt und diese gegen die resultierende EMK E_{1t} der Primärwicklung phasenverschoben ist.

Wir werden deshalb zuerst das Leerlaufdiagramm bei Primärspeisung aufstellen müssen, damit wir an Hand dieses Diagrammes die Verhältnisse studieren können.

In Bild 4 ist das vollständige Leerlaufdiagramm dargestellt, wie es sich aufstellen läßt, wenn wir von den Haupt-, Streu- und Zusatzfeldern ausgehen und mit den erzeugten induzierten EMKe und den in den Wicklungen hervorgerufenen Spannungsgefällen das Vektordiagramm aufstellen.

Wie wir bereits in den Gleichungen (1) und (2) gezeigt haben, addieren sich in jedem Schenkel des Transformators zum gemeinsamen Hauptfeld Φ_H die zugehörigen Streufelder $\Phi_{S\,I}$ und $\Phi_{S\,II}$. Durch die Kaskadenwicklungen wird aber auch in jedem Schenkel ein Zusatzfeld $\Phi_{4\,II}$ und $\Phi_{4\,I}$ erzeugt, wenn wir den Fall voraussetzen, daß

[1] Siehe Wirz, Bulletin des SEV 1927, Heft 5 und 6.

Digitized by Google

$w_{1I} > w_{1II}$ ist, also die Kaskadenwicklung 3 die speisende und die Kaskadenwicklung 4 die gespeiste ist. Bei Leerlauf sind daher die resultierenden Kraftflüsse beider Schenkel bestimmt durch

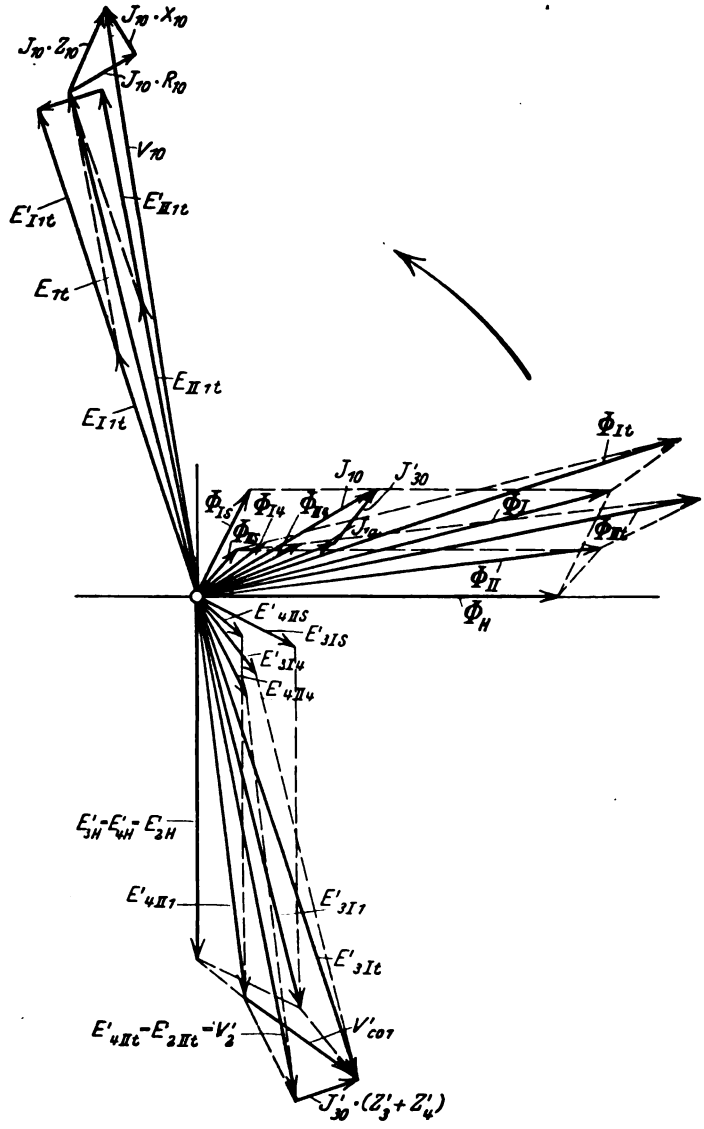


Bild 4. Leerlaufdiagramm des Kaskadentransformators bei Primärspeisung und für $w_{1I} < w_{1II}$.

$$\Phi_I = \Phi_H + \Phi_{SI} + \Phi_{4I} \quad \text{im ersten Schenkel und}$$
$$\Phi_{II} = \Phi_H + \Phi_{SII} + \Phi_{4II} \quad \text{im zweiten Schenkel.}$$

Jeder einzelne Kraftfluß erzeugt aber auch in den zugehörigen Wicklungen induzierte EMKe, und zwar zunächst in der Primärwicklung die EMKe E_{1IH}, E_{1IS} und E_{1I4} bzw. E_{1IIH}, E_{1IIS} und E_{1II4}, so daß die resultierende EMK eines jeden Schenkels die Größe erreicht

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{E}_{1It} &= \mathfrak{E}_{1IH} + \mathfrak{E}_{1IS} + \mathfrak{E}_{1I4} \\ \mathfrak{E}_{1IIt} &= \mathfrak{E}_{1IIH} + \mathfrak{E}_{1IIS} + \mathfrak{E}_{1II4} \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

Hierbei sind E_{1IH} und E_{1IIH} die EMKe des gemeinsamen Hauptfeldes, E_{1IS} und E_{1IIS} die EMKe der Streufelder und E_{1I4} und E_{1II4} die EMKe des Zusatzfeldes. Die

Digitized by Google

resultierende EMK der Primärwicklung ergibt sich dann als Summe beider resultierenden Schenkel-EMKe, also aus

$$\mathfrak{E}_{1t} = \mathfrak{E}_{1It} + \mathfrak{E}_{1IIt}. \tag{21}$$

In den Kaskaden- und Sekundärwicklungen werden andererseits die EMKe $E_3'_{IH}$, $E_3'_{IS}$ und $E_3'_{I4}$, $E_4'_{IIH}$, $E_4'_{IIS}$ und $E_4'_{II4}$, sowie $E_2'_{IH}$, $E_2'_{IIS}$ und $E_2'_{II4}$ induziert, wenn wir dieselben auf die Primärwicklung reduzieren. Für die resultierenden EMKe jeder Wicklung ergeben sich dann nach dem Diagramm von Bild 4 die Werte

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{E}_3'_{It} &= \mathfrak{E}_3'_{IH} + \mathfrak{E}_3'_{IS} + \mathfrak{E}_3'_{I4} \\ \mathfrak{E}_4'_{IIt} &= \mathfrak{E}_4'_{IIH} + \mathfrak{E}_4'_{IIS} + \mathfrak{E}_4'_{II4} \\ \mathfrak{E}_2'_{IIt} &= \mathfrak{E}_2'_{IIH} + \mathfrak{E}_2'_{IIS} + \mathfrak{E}_2'_{II4} \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

Wie wir aus diesem Leerlaufdiagramm Bild 4 erkennen, sind die beiden resultierenden EMKe beider Kaskadenwicklungen gegeneinander um den Vektor des Spannungsabfalles in den beiden Wicklungen verschoben, so daß der Spannungsabfall der Kaskadenwicklungen bestimmt ist aus

$$\mathfrak{J}_{30}'(\mathfrak{Z}_3' + \mathfrak{Z}_4') = \mathfrak{E}_3'_{It} - \mathfrak{E}_4'_{IIt}. \tag{23}$$

Die treibende Spannung im Kaskadenkreise Vc_{01}' können wir nun auch bestimmen, und zwar aus den induzierten EMKe im Diagramm Bild 4 oder aber aus Gleichung (16), indem wir diese mit dem Strom $\mathfrak{J}_{30}'$ multiplizieren.

Aus dem Leerlaufdiagramm ist diese Spannung bestimmt durch

$$\mathfrak{V}_{c'01} = \mathfrak{E}_3'_{It} - \mathfrak{E}_4'_{II1} \tag{24}$$

und aus Gleichung (16) wird

$$\mathfrak{V}_{c'0}' = \mathfrak{J}_{30}' \cdot \mathfrak{Z}_{c'01}' = (\mathfrak{Z}_3' + \mathfrak{Z}_4')\mathfrak{J}_{30}' + \frac{\mathfrak{J}_{30}'}{\mathfrak{y}_{4a'}} = \mathfrak{E}_4'_{II4} \cdot C_{c1}' = \mathfrak{E}_4'_{II4} \cdot C_{c1} \cdot e^{j\Psi' c_1}. \tag{24a}$$

Die Verhältnisse liegen daher ganz ähnlich, wie wir dies bereits früher bei der ersten Schaltung des Kaskadentransformators kennen gelernt haben.

Wie unser Leerlaufdiagramm Bild 4 zeigt, sind jedoch bei dieser Schaltung die Spannungsverhältnisse zwischen der Primär- und Sekundärspannung durch die ungleiche Wicklungsverteilung ungünstiger und schwieriger auszuwerten und können wir eine richtige Auswertung nur durch Speisung von der Sekundärseite aus ermitteln.

b) Sekundärspeisung.

Bei der Sekundärspeisung lassen wir die Primärklemmen offen und legen an die Sekundärklemmen eine Spannung V_{20} so an, daß primär die normale Spannung

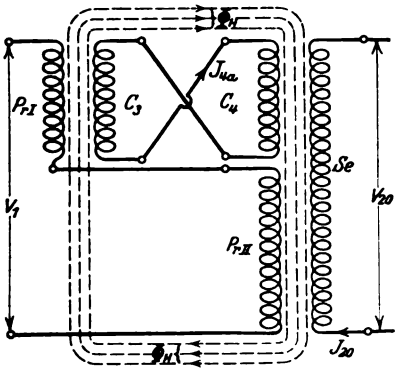


Bild 5. Wicklungsschema des Kaskadentransformators bei Sekundärspeisung.

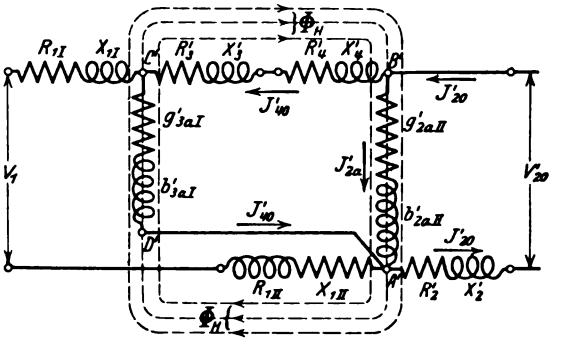


Bild 6. Ersatzschaltung bei Leerlauf und Sekundärspeisung.

V_1 entsteht. Das zugehörige Schaltungschema des Transformators ist in Bild 5 angegeben. Da wir bei der Sekundärspeisung die Erregung so einstellen müssen, daß

Digitized by Google

wir die normale Primärspannung erhalten, so müssen sich offenbar bei Primär- und Sekundärspeisung ungefähr die gleichen magnetischen Kraftflüsse einstellen, wenn die Windungszahlen beider Kaskadenwicklungen miteinander übereinstimmen. Praktisch werden sich jedoch zwischen beiden Speisungsarten immer kleine Abweichungen ergeben, da die Streuverhältnisse stets verschieden sind. Wir können jedoch diese kleinen Differenzen vernachlässigen, da nach dem Wicklungschema von Bild 5 die Wicklungen symmetrisch zueinander stehen und daher die Speisung umkehrbar sein muß, solange wir gleiche Windungszahlen der Kaskadenwicklungen voraussetzen. Sind jedoch aus irgend einem Grunde die Windungszahlen der Kaskadenwicklungen voneinander verschieden, so müssen die gewonnenen Resultate beim Übergang von der einen zur andern Speisungsart im Verhältnis der Windungsabweichung reduziert werden, um eine Übereinstimmung zu erlangen. Auf diese spezielle Erscheinung werden wir am Schlusse dieser Arbeit, im praktischen Teil, noch näher eingehen.

Bei der Aufstellung der Ersatzschaltung für die Sekundärspeisung müssen wir die Erregerkonstanten so einsetzen wie uns das Wicklungschema von Bild 5 ohne Rücksicht auf die Primärspeisung vorschreibt. Der Zusammenhang zwischen den Erregerkonstanten bei beiden Speisungsarten müssen wir dann nachträglich durch Rechnung ermitteln. In Bild 6 ist die Ersatzschaltung bei Sekundärspeisung dargestellt. In dieser Ersatzschaltung stellt $y_{2'aII}$ die Erregeradmittanz des Hauptfeldes bei Sekundärspeisung und $y_{3'aI}$ diejenige des Zusatzfeldes dar, da in diesem Falle die Kaskadenwicklung 3 das Zusatzfeld liefert, also beide ihre Funktionen vertauschen. Parallel zum Haupterregerkreis $A'B'$ wirkt auch hier der Zusatzerregerkreis $B'C'D'A'$ der Kaskadenwicklungen.

Für beide Erregerkreise ergeben sich die zugehörigen Impedanzen

für den Kreis $A'B'$:

$$\mathfrak{Z}_{2'aII} = \frac{1}{\mathfrak{y}_{2'aII}},$$

für den Kreis $B'C'D'A'$:

$$\mathfrak{Z}'_{c02} = \mathfrak{Z}_3' + \mathfrak{Z}_4' + \frac{1}{\mathfrak{y}_{3'aI}} = \frac{1 + \mathfrak{y}_{3'aI}(\mathfrak{Z}_3' + \mathfrak{Z}_4')}{\mathfrak{y}_{3'aI}} \tag{25}$$

Zur Abkürzung setzen wir auch hier

$$C'_{c3} = 1 + \mathfrak{y}_{3'aI}(\mathfrak{Z}_3' + \mathfrak{Z}_4') \tag{25a}$$

und bezeichnen diesen Faktor als den Übersetzungsfaktor der Kaskadenwicklung bei Sekundärspeisung. Bei dieser Schaltung hat der Faktor C'_{c3} nicht die gleiche Bedeutung wie bei der früher besprochenen ersten Schaltung der Faktor C'_{c2}, da hier nur das Zusatzfeld in bezug auf die Kaskadenwicklung und die Art der Speisung umkehrbar ist, nicht aber Haupt- und Zusatzfeld gegeneinander vertauscht werden können. Aus diesem Grunde müssen diese beiden Faktoren C'_{c1} und C'_{c3} in einem ganz bestimmten Verhältnis zueinander stehen, wie wir weiter unten sehen werden. Für die beiden parallel geschalteten Erregerkreise ergibt sich nun die resultierende Erregeradmittanz bei Sekundärspeisung aus

$$\mathfrak{y}_{2'aIII} = \frac{1}{\mathfrak{Z}_{2'aII}} + \frac{1}{\mathfrak{Z}'_{c02}} = \mathfrak{y}_{2'aII} + \frac{\mathfrak{y}_{3'aI}}{C'_{c3}} \tag{26}$$

d. h. die resultierende sekundäre Erregeradmittanz setzt sich zusammen aus der Summe der Erregeradmittanz des Hauptfeldes im Schenkel II und aus derjenigen des auf den Schenkel II reduzierten Zusatzfeldes im Schenkel I. Das Hauptmerkmal bei Sekundärspeisung liegt also darin, daß wir die Erregeradmittanzen von Schenkel zu Schenkel reduzieren, während wir bei Primärspeisung von einem Schenkel auf das gemeinsame Hauptfeld beider Schenkel reduziert haben. Bevor wir deshalb den Zusammenhang zwischen den Erregeradmittanzen beider Speisungsarten festlegen können, wäre es streng genommen notwendig, daß wir den Anteil des primären Hauptfeldes auf jeden einzelnen Schenkel getrennt ermitteln würden. Da wir jedoch bei der Primärspeisung festgelegt haben, daß wir uns das Hauptfeld einmal vollständig

Digitized by Google

auf den einen Schenkel und ein zweites Mal vollständig auf den andern Schenkel verlegt denken können, wir also die Teiladmittanzen der Haupterregung im einfachen Verhältnis der Gesamtwindungszahl zur Teilwindungszahl reduzieren, so begehen wir keinen Fehler, wenn wir die resultierende Erregeradmittanz in Rechnung setzen und die Teiladmittanzen weglassen. Unter dieser Voraussetzung ist der Zusammenhang zwischen den Erregeradmittanzen für Primär- und Sekundärspeisung bereits festgelegt, wenn wir die Gleichung (15) und (17) mit der Gleichung (26) in Einklang bringen.

Da wir das primäre Hauptfeld bzw. seine Erregeradmittanz mit dem Reduktionsfaktor C'_{c3} reduzieren müssen, um in die Achse des sekundären Hauptfeldes zu gelangen und ferner die Erregeradmittanz des Zusatzfeldes mit dem Reduktionsfaktor C'_{c1} von einer auf die andere Achse zu reduzieren ist, so ergibt sich schließlich

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{Y}_2'_{aII} &= \frac{\mathfrak{Y}_{1aR}}{C'_{c3}} = \frac{\frac{\mathfrak{Y}_{1aI}\cdot\mathfrak{Y}_{1aII}}{\mathfrak{Y}_{1aI}+\mathfrak{Y}_{1aII}}}{C'_{c3}} \\ \mathfrak{Y}_3'_{aI} &= \frac{\mathfrak{Y}_4'_a}{C'_{c1}} \end{aligned}\right\} \qquad (27)$$

da sich bei dieser Schaltung das Hauptfeld und das Zusatzfeld niemals gegenseitig vertauschen können.

Diese Festsetzung setzt nun auch den Zusammenhang zwischen den Übersetzungsfaktoren C'_{c1} und C'_{c3} fest, da nach Gleichung (25a) für C'_{c3} wird

$$C'_{c3} = 1 + (\mathfrak{Z}_3' + \mathfrak{Z}_4')\,\mathfrak{Y}_3'_{aI} = 1 + (\mathfrak{Z}_3' + \mathfrak{Z}_4')\frac{\mathfrak{Y}_4'_a}{C'_{c1}} = \frac{2\,C'_{c1}-1}{C'_{c1}} = 2 - \frac{1}{C'_{c1}} \qquad (28)$$

oder auch in der Form

$$C'_{c3} + \frac{1}{C'_{c1}} = 2 \qquad (28a)$$

d. h. die Summe aus dem Übersetzungsfaktor C'_{c3} und dem reziproken Wert von C'_{c1} muß bei dieser Schaltung stets gleich 2 sein. Nehmen wir unser Leerlaufdiagramm Bild 4 zu Hilfe, so erkennen wir, daß dieser Faktor daher kommt, weil die Summe der auf primär reduzierten Schenkelspannungen der Primärwicklung stets gleich der doppelten Primärspannung sein muß. Diese Beziehungen zeigen uns auch, daß bei dieser Schaltung die Kaskadenwicklungen in bezug auf Primär- und Sekundärspeisung umkehrbar sind.

Setzen wir nun noch Gleichung (27) in Gleichung (26) ein, so erhalten wir

$$\mathfrak{Y}_2'_{aIIt} = \frac{\mathfrak{Y}_{1aR} + \frac{\mathfrak{Y}_4'_a}{C'_{c1}}}{C'_{c3}} = \frac{\mathfrak{Y}_{1at}}{C'_{c3}} = \frac{C'_{c1}}{2\,C'_{c1}-1}\cdot\mathfrak{Y}_{1at} \qquad (29)$$

d. h. bei dieser Schaltung erhalten wir die auf primär reduzierte resultierende sekundäre Erregeradmittanz, indem wir diejenige des Primärkreises bei Primärspeisung durch den Kaskadenübersetzungsfaktor bei Sekundärspeisung dividieren.

Diese Schaltung zeigt deshalb gegenüber der früheren ein völlig verändertes Verhalten und es ist anzunehmen, daß im gewissen Sinne damit eine leichtere Einstellbarkeit der Spannungen erreicht wird.

Aus der Ersatzschaltung von Bild 6 können wir nun auch mit Hilfe der Gleichung (26) für die reduzierte sekundäre Erregeradmittanz die Leerlaufimpedanz bei Sekundärspeisung bestimmen und erhalten die Beziehung

$$\mathfrak{Z}_{20}' = \mathfrak{Z}_2' + \frac{1}{\mathfrak{Y}_2'_{aIIt}} = \frac{1 + \mathfrak{Z}_2'\cdot\mathfrak{Y}_2'_{aIIt}}{\mathfrak{Y}_2'_{aIIt}} = \frac{C_{20}'}{\mathfrak{Y}_2'_{aIIt}} \qquad (30)$$

wenn wir zur Abkürzung setzen

$$C_{20}' = 1 + \mathfrak{Z}_2'\cdot\mathfrak{Y}_2'_{aIIt} = c_{20}'_{\alpha} + j\,C_{20}'_{\beta} = C_{20}'\cdot e^{j\psi_{20}'} \qquad (30a)$$

und diesen Faktor als den Leerlaufübersetzungsfaktor bei Sekundärspeisung bezeichnen.

Digitized by Google

Multiplizieren wir Gleichung (30) mit dem reduzierten Leerlaufstrom bei Sekundärspeisung, so wird die auf primär reduzierte sekundäre Leerlaufspannung

$$\mathfrak{V}_{20}' = \mathfrak{J}_{20}' \cdot \mathfrak{Z}_{20}' = \frac{\mathfrak{J}_{20}'}{\mathfrak{Y}_{2}'_{aIIt}} \cdot C_{20}' = \mathfrak{E}_{2}'_{IIt} \cdot C_{20}' = \mathfrak{E}_{2}'_{IIt} \cdot C_{20}' \cdot e^{i\psi_{20}'} \qquad (31)$$

eine ähnliche Beziehung wie für die primäre Leerlaufspannung.

Damit sind alle Beziehungen aufgestellt, wie wir diese für die Auswertung des Übersetzungsverhältnisses der Leerlaufspannungen notwendig haben. Etwas genauer interessiert uns nur noch das Verhältnis zwischen den EMKe E_{1t} und $E_{2}'_{IIt}$, da wir dies für die Auswertung der Leerlaufspannungen erfordern. Da wir bei Primär- und Sekundärspeisung gleiche magnetische Eigenschaften und Kraftflüsse vorausgesetzt haben, so müssen notwendigerweise die beiden Leerlaufströme miteinander übereinstimmen, also $\mathfrak{J}_{10} = \mathfrak{J}'_{20}$ sein, so daß wir aus Gleichung (29) für das Verhältnis der resultierenden EMKe die Beziehung erhalten

$$\frac{\mathfrak{J}_{10} | \mathfrak{E}_{1t}}{\mathfrak{J}_{20}' | \mathfrak{E}_{2}'_{IIt}} = \frac{\mathfrak{E}_{2}'_{IIt}}{\mathfrak{E}_{1t}} = \frac{\mathfrak{Y}_{1at}}{\mathfrak{Y}_{2}'_{aIIt}} = C_{c3}' = \frac{2\,C'_{c1} - 1}{C_{c1}'} \qquad (32)$$

d. h. der Quotient aus den EMKe $E_{2}'_{IIt}$ und E_{1t} muß auch gleich dem reziproken Quotienten aus den resultierenden Erregeradmittanzen und auch gleich dem Kaskadenübersetzungsfaktor C_{c3}' sein.

Lösen wir die Gleichung (32) nach dem Übersetzungsfaktor C_{c1}' und den EMKe $E_{2}'_{IIt}$ und E_{1t} auf und setzen wir nach früherem $E_{2}'_{IIt} = E_{4}'_{IIt}$, so erhalten wir

$$\mathfrak{E}_{4}'_{IIt} \cdot C_{c1}' = \mathfrak{E}_{1t}\,(2\,C_{c1}' - 1) \qquad (32a)$$

oder auch

$$\mathfrak{E}_{1t} = (2\,\mathfrak{E}_{1t} - \mathfrak{E}_{4}'_{IIt})\,C_{c1}' = \mathfrak{E}_{3}'_{It} \cdot C_{c1}' \qquad (32b)$$

da sich aus dem Leerlaufdiagramm ergibt

$$2\,\mathfrak{E}_{1t} - \mathfrak{E}_{4}'_{IIt} = \mathfrak{E}_{3}'_{It} \qquad (32c)$$

d. h. der Quotient aus der resultierenden EMK E_{1t} und derjenigen $E_{3}'_{It}$ der ersten Kaskadenwicklung ist auch gleich dem Kaskadenübersetzungsfaktor C_{c1}'.

Aus diesen sehr wichtigen Beziehungen Gleichung (32) bis (32c) folgt, daß bei beiden Schenkeln des Transformators nur dann gleiche magnetische Verhältnisse auftreten können, wenn die Primärwicklung auf beide Schenkel gleichmäßig verteilt ist. Diese Erkenntnis ist nicht nur wichtig für den Kaskadentransformator dieser Schaltung, sondern auch für den normalen Transformator, wenn entweder die Primär- oder die Sekundärwicklung beider Schenkel parallel geschaltet werden sollen. Ist nämlich die Primärwicklung ungleichmäßig verteilt, so wird beim normalen Transformator mit gleichmäßig auf beide Schenkel verteilten aber parallel geschalteten Sekundärwicklungen stets ein Ausgleichstrom zwischen beiden Wicklungen zu erwarten sein, welcher um so größer werden muß, je größer der Unterschied in der Verteilung der primären Windungszahlen auf beide Schenkel ist. Beim Kaskadentransformator dagegen können wir durch die Kaskadenwicklungen den Ausgleichsstrom ohne Schaden ausgleichen, oder durch Abstimmen der Windungszahlen der Kaskadenwicklungen vollständig kompensieren, so daß diese Schaltung nicht nur allein für Spannungswandler, sondern auch für Leistungstransformatoren praktisch in Frage kommt.

Setzen wir nun die Werte der Gleichung (32) in die Gleichung (19) und (31) ein, so erhalten wir schließlich für Primär- und Sekundärspeisung die resultierenden Übersetzungsfaktoren der Leerlaufspannungen

Für Primärspeisung:

$$\mathfrak{V}_{10} = \mathfrak{E}_{1} \cdot C_{10}' = \mathfrak{E}_{2}'_{IIt} \cdot \frac{C_{10}'}{C_{c3}'} = \mathfrak{V}_{2}' \cdot \frac{C_{10}'}{C_{c3}'} = \mathfrak{V}_{2}' \cdot C_{0}I' = \mathfrak{V}_{2}' \cdot C_{0}I' \cdot e^{i\psi_{0}I}, \qquad (33)$$

für Sekundärspeisung:

$$\mathfrak{V}_{20}' = \mathfrak{E}_{2}'_{IIt} \cdot C_{20}' = \mathfrak{E}_{1t} \cdot C_{c3}' \cdot C_{20}' = \mathfrak{V}_{1} \cdot C_{c3}' \cdot C_{20}' = \mathfrak{V}_{1} \cdot C_{0}'II = \mathfrak{V}_{1} \cdot C_{0}'II \cdot e^{i\psi_{0}II} \qquad (34)$$

wenn wir zur Abkürzung für die resultierenden Leerlaufübersetzungsfaktoren setzen

Digitized by Google

bei Primärspeisung:

$$C_{0I}' = \frac{C_{10}'}{C_{c3}'} = \frac{C_{10}'}{C_{c3}'} \cdot e^{j(\psi_{10}' - \psi_{c3}')},$$

bei Sekundärspeisung:

$$C_{0II}' = C_{c3}' \cdot C_{20}' = C_{c3}' \cdot C_{20}' \cdot e^{j(\psi_{10}' + \psi_{c3}')}. \tag{35}$$

Vergleichen wir kurz die gewonnenen Resultate bei Leerlauf mit denjenigen der früher besprochenen ersten Schaltung, so bemerken wir, daß im vorliegenden Falle, abgesehen von den inneren Eigenschaften des Faktors C_{c3}', die resultierenden Leerlaufübersetzungsfaktoren bei Primär- und Sekundärspeisung im umgekehrten Sinne von C_{c3}' beeinflußt werden. Diese Erscheinung kommt daher, daß bei der Primärspeisung die Kaskadenwicklungen nur die Differenz der Streuung beider Schenkel auszugleichen hat, während bei Sekundärspeisung dieselbe die volle Streuung eines Schenkels ausgleichen muß. Aus diesem Grunde müssen beide Speisungsarten stets in bezug auf die Leerlaufspannungen ein verschiedenes Resultat ergeben, wenn wir das eigenartige Verhalten dieses Faktors C_{c3}' nicht besonders mitberücksichtigen. Wir müssen deshalb noch dieses besondere Verhalten des Übersetzungsfaktors C_{c3}' untersuchen, um feststellen zu können, in welcher Weise dieser die Leerlaufspannungen beeinflußt.

Wie uns die Vektorgleichungen (28) und (32) zeigen, stellt C_{c3}' keine einfache Funktion der Zusatzerregung mehr dar, sondern steht vielmehr in wechselseitiger Beziehung mit dem Faktor C_{c1}', d. h. ändern wir z. B. die Größe der Zusatzerregung bei Primärspeisung, so ändern wir auch in einer ganz bestimmten Weise dieselbe bei der Sekundärspeisung, weil bei dieser Schaltung die Zusatzerregung durch die Kaskadenwicklungen sich wechselseitig ändert und nicht wie in der ersten Schaltung abwechslungsweise mit der Haupterregung vertauscht wird. Wir müssen deshalb zuerst untersuchen, ob der Übersetzungsfaktor C_{c3}' an gewisse Grenzbedingungen gebunden ist, da Gleichung (28) dies vermuten läßt: Zu diesem Zwecke müssen wir die Auswertung der Gleichung (28) in reelle Werte vornehmen, da wir nur dann die volle Tragweite desselben einwandfrei überblicken können. Aus Gleichung (16a) wissen wir, daß C_{c1}' den Übersetzungsfaktor bei Primärspeisung darstellt und können wir ihn durch seine Komponenten ausdrücken.

Für die reellen Werte erhalten wir

$$\left.\begin{aligned} c_{c1}'_{\alpha} &= 1 + (R_3' + R_4')\, g_{4\alpha}' + (x_3' + x_4')\, b_{4\alpha}'\,; \quad C_{c1}' = \sqrt{c_{c1}'^{\,2}_{\alpha} + c_{c1}'^{\,2}_{\beta}} \\ c_{c1}'_{\beta} &= (x_3' + x_4')\, g_{4\alpha}' - (R_3' + R_4')\, b_{4\alpha}'\,; \quad \operatorname{tg} \Psi_{c1}' = \frac{c_{c1}'_{\beta}}{c_{c1}'_{\alpha}} \end{aligned}\right\} \tag{36}$$

Andererseits gilt für den Kaskadenübersetzungsfaktor C_{c3}' bei Sekundärspeisung aus Gleichung (28) nach einiger Umrechnung

$$C_{c3}' = \frac{2\,C_{c1}' - 1}{C_{c1}'} = \frac{2\,(c_{c1}'_{\alpha} + j\,c_{c1}'_{\beta}) - 1}{c_{c1}'_{\alpha} + j\,c_{c1}'_{\beta}} = \frac{2\,c_{c1}'^{2} - c_{c1}'_{\alpha} + j\,c_{c1}'_{\beta}}{C_{c1}'^{2}}, \tag{37}$$

so daß wir seine Komponenten erhalten aus

$$\left.\begin{aligned} c_{c3}'_{\alpha} &= 2 - \frac{c_{c1}'_{\alpha}}{C_{c1}'^{2}} = 2 - \frac{\cos \Psi_{c1}'}{C_{c1}'} \\ c_{c3}'_{\beta} &= \frac{c_{c1}'_{\beta}}{C_{c1}'^{2}} = \frac{\sin \Psi_{c1}'}{C_{c1}'} \end{aligned}\right\} \tag{38}$$

Der absolute Wert und sein Phasenwinkel ist dann bestimmbar aus:

$$\left.\begin{aligned} C_{c3}' &= \sqrt{\left[2 - \frac{c_{c1}'_{\alpha}}{C_{c1}'^{2}}\right]^2 + \left[\frac{c_{c1}'_{\beta}}{C_{c1}'^{2}}\right]^2} = \sqrt{\left[2 - \frac{\cos \Psi_{c1}'}{C_{c1}'}\right]^2 + \left[\frac{\sin \Psi_{c1}'}{C_{c1}'}\right]^2} \\ \operatorname{tg} \Psi_{c3}' &= \frac{c_{c3}'_{\beta}}{c_{c3}'_{\alpha}} = \frac{\sin \Psi_{c1}'}{2\,C_{c1}' - \cos \Psi_{c1}'} \end{aligned}\right\} \tag{39}$$

Mit diesen reellen Werten sind wir nun in der Lage, alle Zustände des Übersetzungsfaktor C_{c3}' einwandfrei zu untersuchen und festzustellen, welche Grenz-

Digitized by Google

gebiete und Grenzwerte für diesen möglich sind. Zunächst müssen wir feststellen, daß die Phasenverschiebung im Kaskadenkreise eine außerordentlich große Rolle spielt, da für $\Psi_{c_1}' = 0^0$ die β-Komponente von C_{c_3}' im ganzen Bereiche von C_{c_1}' verschwindet, dagegen für $\Psi_{c_1}' = 90^0$ die α-Komponente den konstanten Wert 2 für alle Zahlenwerte von C_{c_1}' erreicht. Es ist daher für den Kaskadentransformator nicht gleichgültig, ob wir im Kaskadenkreise mit einer sehr hohen oder sehr kleinen Phasenverschiebung arbeiten, da diese mehr oder weniger auf die Arbeitsweise desselben bestimmend wirkt.

Wir können beim Kaskadentransformator dieser Schaltung folgende Grenzgebiete und markante Grenzzustände unterscheiden

I. Zusatzerregung stets positiv, d. h. $\mathfrak{J}_{4a}' > 0$, $C_{c_1}' > 1$ und $C_{c_3}' > 1$; $\mathfrak{J}_{30}' > 0$.

II. Zusatzerregung verschwindet, d. h. $\mathfrak{J}_{4a}' = 0$, $C_{c_1}' = 1$ und $C_{c_3}' = 1$; $\mathfrak{J}_{30}' = 0$.

III. Zusatzerregung negativ, d. h. $\mathfrak{J}_{4a}' < 0$, $C_{c_1}' \lessgtr 1$ und $C_{c_3}' \geqq 0$, $\mathfrak{J}_{30}' < 0$; erste Grenze $C_{c_1}' = 0{,}5$, $\Psi_{c_1}' = 0^0$ und $C_{c_3}' = 0$; zweite Grenze $C_{c_1}' = 0$ und $C_{c_3}' = \infty$.

Der erste Fall hat eine besondere Bedeutung für Spannungswandler sehr hoher Betriebspannung und bei Leistungstransformatoren mit besonderer Charakteristik und zeigt es sich hierbei, daß es stets möglich sein muß, solche Spannungswandler in bezug auf Größe und Phase der Spannungen auch bei sehr stark ungleichmäßig verteilten Wicklungen mittels den Kaskadenwicklungen abzugleichen. Dies kann erreicht werden durch Änderung der Windungszahlen im Kaskadenkreise (beide Kaskadenwicklungen mit verschiedenen Windungszahlen), wenn wir darauf sehen, daß die Induktivität des Kaskadenkreises verschwindend klein wird, oder aber wir bei großer Induktivität durch irgend eine Kunstschaltung (Drosselspule und Kondensator) eine Phasenkompensation herbeiführen. Ohne besondere Kompensation bei großer Induktivität im Kaskadenkreise läßt sich eine Phasengleichheit der Spannungen nicht mehr erreichen, da dann der Faktor C_{c_3}' stets viel größer als 1 wird. Bei diesem ersten Fall können wir jederzeit den Zustand herbeiführen, daß der Kaskadenstrom bei Leerlauf sowohl positiv als auch negativ wird, d. h. bei gleich- oder ungleichmäßig verteilter Primärwicklung auf beide Schenkel können wir die Windungszahlen im Kaskadenkreise stets so wählen, daß der erzeugte Kaskadenstrom das Zusatzfeld entweder im zweiten Schenkel, oder aber im ersten Schenkel hervorbringt. Einem positiven Kaskadenstrom entspricht daher eine Speisung des Zusatzfeldes vom ersten zum zweiten Schenkel, während die umgekehrte Richtung vom zweiten zum ersten Schenkel stets einen negativen Kaskadenstrom hervorbringen muß. Dieser letztere Fall bedingt jedoch eine Reduktion des resultierenden Leerlaufstromes, was von ganz besonderer Bedeutung für Spannungswandler sehr hoher Betriebspannungen wird und werden wir ihn im III. Grenzgebiete genauer umschreiben.

Der zweite Fall entsteht aus dem ersten, wenn wir die Windungszahlen der Kaskadenwicklungen so wählen, daß bei Leerlauf der Kaskadenstrom verschwindet, da damit auch das Zusatzfeld zum Verschwinden gebracht wird. Auch dieser Fall hat für Spannungswandler unter Umständen großes Interesse, wenn Wert darauf gelegt wird, daß die Primärwicklung bei Belastung gleichmäßig beansprucht wird.

Beim dritten Fall, also negative Zusatzerregung, sind die Verhältnisse nicht mehr sehr einfach zu überblicken, da der Transformator mit zunehmender negativer Erregung des Zusatzfeldes zwei verschiedenen Grenzwerten zustrebt. Für normale Kaskadentransformatoren, speziell bei Spannungswandlern, wird in der Regel nur ein sehr kleines negatives Zusatzfeld in Frage kommen, da der Winkelfehler der Spannungen mit zunehmender negativer Erregung sehr schnell große Werte erreicht.

Digitized by Google

Aus diesem Grunde wird gerade für Spannungswandler der erste Grenzwert für $C_{c1}' = 0{,}5$ nicht mehr in Frage kommen, da in diesem Zustande ein stabiles Gleichgewicht des Transformators nicht mehr erreichbar ist. Theoretisch stellt diese Grenze für den Kaskadentransformator einen gefährlichen Kippzustand dar, da die Sekundärspannung in diesem Momente unendlich große Werte erreichen kann und dann sehr schnell dem Nullwert zustrebt. Dieses eigentümliche Verhalten des Kaskadentransformators mit negativer Zusatzerregung läßt vermuten, daß diese Erscheinung praktisch für Stoßprüfungen anwendbar ist, jedoch sind darüber zuerst noch experimentelle Untersuchungen vorzunehmen.

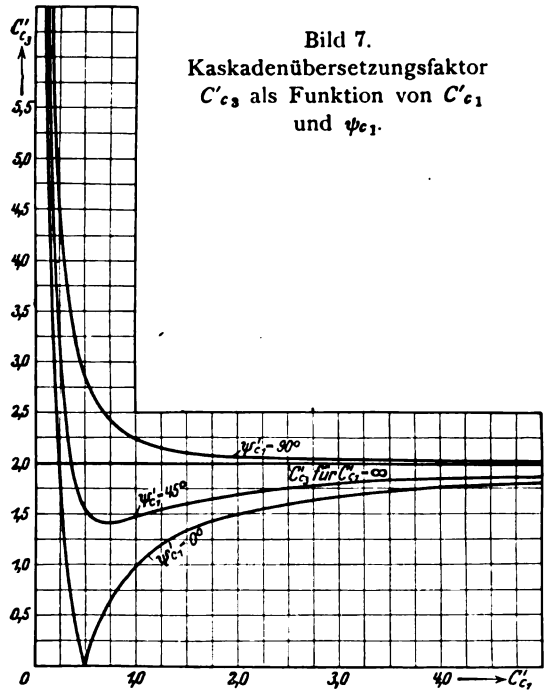


Bild 7.
Kaskadenübersetzungsfaktor C'_{c3} als Funktion von C'_{c1} und ψ_{c1}.

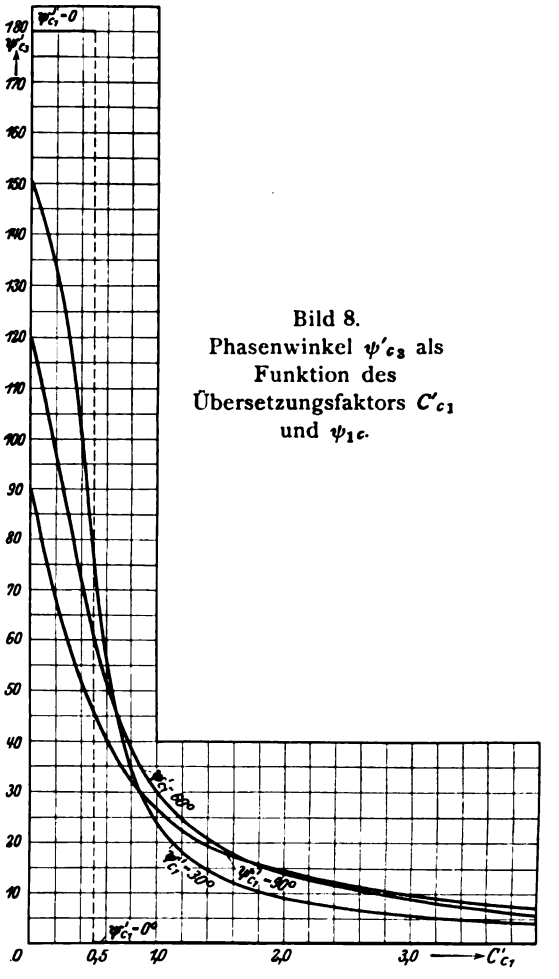


Bild 8.
Phasenwinkel ψ'_{c3} als Funktion des Übersetzungsfaktors C'_{c1} und ψ_{1c}.

Aus den Beziehungen der Gleichung (36—39) können wir nun zahlenmäßig den Zusammenhang zwischen den Faktoren C_{c3}' und C_{c1}', sowie zwischen ihren Phasenwinkeln Ψ_{c3}' und Ψ_{c1}' berechnen. In Bild 7 ist dieses Rechnungsergebnis für den Übersetzungsfaktor C_{c3}' als Funktion von C_{c1}' dargestellt und ebenso in Bild 8 dasjenige des Phasenwinkels Ψ_{c3}' als Funktion von C_{c1}' und Ψ_{c1}' dargestellt. Aus diesen Kurven können wir sofort erkennen, wie sich die Verhältnisse gestalten, wenn wir den Kaskadentransformator im normalen Arbeitsbereiche, $C_{c1}' > 1$, oder mit negativer Zusatzerregung, $C_{c1}' < 1$, arbeiten lassen. Diese Kurven zeigen auch, daß die Phasenverschiebung Ψ_{c1}' im Kaskadenkreise stets eine sehr große Rolle spielt, so daß wir bei der Anwendung dieser Schaltung bei Spannungswandlern schon bei der Dimensionierung der Wicklungen darauf Rücksicht nehmen müssen. Im allgemeinen ist

Digitized by Google

zu sagen, daß der Übersetzungsfaktor C_{c1}' auch bei sehr stark ungleichmäßig verteilten Primärwicklungen nur sehr wenig von der Einheit verschieden ist, so daß der resultierende Übersetzungsfaktor bei Leerlauf und Primärspeisung $C_{0}'_{I}$ auch nur sehr wenig von 1 verschieden ist. Auch in bezug auf den resultierenden Fehlwinkel $\Psi_{0}'_{I}$ bestehen keine Schwierigkeiten, um denselben auf ein gewünschtes Maß einzustellen, sofern der Phasenwinkel Ψ_{c1}' sehr klein gehalten wird. Aus dieser Untersuchung folgt deshalb, daß das ganze Schwergewicht dieser Schaltung stets in der richtigen Dimensionierung der Kaskadenwicklungen liegt, und zwar sowohl bei Leerlauf, als auch bei Belastung, wie wir weiter unten noch sehen werden.

Bisher haben wir nur bei Leerlauf die Spannungsverhältnisse untersucht und müssen wir noch kurz das Verhältnis der Erregerströme unter sich und mit dem resultierenden Leerlaufstrom untersuchen, da diese Beziehungen auch für die Dimensionierung der Wicklungen von sehr großer Wichtigkeit sind.

Für das Verhältnis des resultierenden Leerlaufstromes zum Erregerstrom des Hauptfeldes bei Primärspeisung erhalten wir aus der Ersatzschaltung von Bild 3

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{J}_{10} = \mathfrak{J}_{1a} + \mathfrak{J}_{4a}' = \mathfrak{J}_{1a}(1 + \mathfrak{J}_{4a}'/\mathfrak{J}_{1a}) = \mathfrak{J}_{1a}(c'_{\mathfrak{Z}01\alpha} + j\,c'_{\mathfrak{Z}01\beta}) = \\ = \mathfrak{J}_{1a} \cdot C_{\mathfrak{Z}01}' = \mathfrak{J}_{1a} \cdot C'_{\mathfrak{Z}01} \cdot e^{j\Psi'_{\mathfrak{Z}01}} \end{aligned}\right\} \quad (40)$$

wenn wir zur Abkürzung setzen

$$C'_{\mathfrak{Z}01} = 1 + \mathfrak{J}'_{4a}/\mathfrak{J}_{1a} = c'_{\mathfrak{Z}01\alpha} + j\,c'_{\mathfrak{Z}01\beta} = C'_{\mathfrak{Z}01} \cdot e^{j\Psi'_{\mathfrak{Z}01}} \quad (40a)$$

und diesen Faktor als den Übersetzungsfaktor des Haupterregerstromes bezeichnen. Diesen Übersetzungsfaktor C'_{J01} können wir leicht aus Gleichung (23) berechnen, indem wir die resultierenden EMKe E'_{3It} und E'_{4IIt} als Funktion der resultierenden EMK E_{1t} der Primärwicklung ausdrücken.

Aus Gleichung (32—32b) ergibt sich

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{E}_{4}'_{IIt} = -\mathfrak{E}_{1t} \cdot C_{c3}' = \mathfrak{E}_{1t}\frac{2\,C'_{c1} - 1}{C'_{c1}} \\ \mathfrak{E}_{3}'_{It} = -\frac{\mathfrak{E}_{1t}}{C'_{c1}} \end{aligned}\right\} \quad (40b)$$

so daß Gleichung (23) in die Form übergeht

$$\mathfrak{E}_{3}'_{It} - \mathfrak{E}_{4}'_{IIt} = -\frac{\mathfrak{E}_{1t}}{C'_{c1}} + \mathfrak{E}_{1t} \cdot \frac{2\,C'_{c1} - 1}{C'_{c1}} = 2\,\mathfrak{E}_{1t}\frac{C'_{c1} - 1}{C'_{c1}} = \mathfrak{J}_{30}'(\mathfrak{Z}_{3}' + \mathfrak{Z}_{4}'). \quad (41)$$

Drücken wir noch in dieser Beziehung die resultierende EMK E_{1t} durch den resultierenden Leerlaufstrom $\mathfrak{J}_{10}$ und die resultierende Erregeradmittanz y_{1at} der Primärwicklung aus, so erhalten wir schließlich für das Verhältnis des resultierenden Erregerstromes zu demjenigen des Zusatzfeldes die Beziehung

$$\mathfrak{J}_{10}/\mathfrak{J}_{4a}' = \frac{(\mathfrak{Z}_{3}' + \mathfrak{Z}_{4}')\,C'_{c1}}{2\,(C'_{c1} - 1)} \cdot \mathfrak{Y}_{1at} = \frac{\mathfrak{Y}_{1at}}{\mathfrak{Y}'_{1a}} \cdot \frac{C'_{c1}}{2} = \frac{\mathfrak{Y}_{1aR}}{\mathfrak{Y}'_{4a}} \cdot \frac{C'_{c1}}{2} + \frac{1}{2}. \quad (42)$$

Auf gleiche Weise können wir aus Gleichung (40) das Verhältnis der Teilerregerströme ermitteln und erhalten wir hierfür

$$\mathfrak{J}_{1a}/\mathfrak{J}'_{4a} = \frac{\mathfrak{Y}_{1at}}{\mathfrak{Y}'_{4a}} \cdot \frac{C'_{c1}}{2} - 1 = \frac{\mathfrak{Y}_{1aR}}{\mathfrak{Y}'_{4a}} \cdot \frac{C'_{c1}}{2} - \frac{1}{2}. \quad (43)$$

Setzen wir Gleichung (43) in Gleichung (40a) ein, so erhalten wir schließlich für den Übersetzungsfaktor des Haupterregerstromes die Beziehung

$$C_{\mathfrak{Z}01}' = 1 + \frac{\mathfrak{J}'_{4a}}{\mathfrak{J}_{1a}} = \frac{\mathfrak{Y}_{1at} \cdot C'_{c1}}{\mathfrak{Y}_{1at} \cdot C'_{c1} - 2 \cdot \mathfrak{Y}'_{4a}} = \frac{\mathfrak{Y}_{1aR} \cdot C'_{c1} + \mathfrak{Y}'_{4a}}{\mathfrak{Y}_{1aR} \cdot C'_{c1} - \mathfrak{Y}'_{4a}}, \quad (40b)$$

dessen Komponenten wir durch Trennen in reelle und imaginäre Werte leicht bestimmen können. Wie uns diese Beziehungen lehren, übt die Admittanz der Zusatzerregung einen um so größeren Einfluß auf das Übersetzungsverhältnis der Ströme aus, je größer das Zusatzfeld wird, d. h. je ungleichmäßiger die Primärwicklung auf

Digitized by Google

beide Schenkel verteilt ist, desto größer muß die Abweichung des Übersetzungsfaktors der Ströme von der Einheit sein. Daraus sehen wir aber, daß sich dieser Übersetzungsfaktor gewissen Grenzwerten nähern muß, so daß wir auch diese Grenzbedingungen etwas näher untersuchen müssen.

Zunächst interessiert uns der erste Fall, wenn das Zusatzfeld verschwindet und zeigt uns Gleichung (40b), daß die Bedingung gelten muß

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{F}_4'_a &= 0 \\ y_4'_a &= 0 \end{aligned} \quad \text{und } C'_{301} = 1 \right\} \tag{44}$$

Dieser Grenzzustand kann auf zwei Arten verursacht werden, nämlich wenn einmal die Primärwicklung auf beide Schenkel gleichmäßig verteilt wird, also wenn $w_{1I} = w_{1II} = w_1/2$ wird und gleichzeitig die Windungszahlen beider Kaskadenwicklungen einander gleich sind, also $w_3 = w_4$ wird.

Oder aber, wenn die Primärwicklung ungleichmäßig auf beide Schenkel verteilt ist, so kann der Kaskadenstrom zum Verschwinden gebracht werden, wenn die Windungszahlen der Kaskadenwicklungen im Verhältnis zu den Teilwindungszahlen der Primärwicklung gewählt werden.

Ganz allgemein können wir deshalb für diesen speziellen Fall die Bedingung aufstellen, daß

$$\left.\begin{aligned} &\text{für} \quad \mathfrak{F}_4'_a = 0 \text{ und } C'_{J01} = 1 \\ &w_{1I} \gtreqless w_{1II} \text{ und } w_3 \gtreqless w_4 \text{ werden muß.} \end{aligned} \right\} \tag{44a}$$

Ein zweiter Zustand ist ferner möglich, wenn der primäre Erregerstrom $\mathfrak{F}_{1a}$ durch ein gegenwirkendes Zusatzfeld kompensiert wird. In diesem Falle muß $\mathfrak{F}_{1a} = -\mathfrak{F}_4'_a$ und $C'_{J01} = 0$ werden, so daß wir die Bedingung erhalten

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{Z}_{10} &= 0 \\ -\mathfrak{Y}_4'_a &= \mathfrak{Y}_{1aR} \cdot C'_{c1} \\ C'_{c1} &= -\frac{\mathfrak{Y}_4'_a}{\mathfrak{Y}_{1aR}} \end{aligned} \right\} \tag{45}$$

Diese Bedingung zeigt uns, daß dieser Grenzzustand praktisch sehr wohl möglich ist, daß aber eine genaue vorgeschriebene Übersetzung nur sehr schwer erreicht werden kann und daß der Phasenwinkel der Leerlaufspannungen so große Werte erreichen muß, daß dieser Zustand für normale Spannungswandler nicht mehr in Frage kommt. Aus diesem Grunde werden wir die Größe eines solchen gegenwirkenden Zusatzfeldes praktisch nur bis zu verhältnismäßig kleinen Werten hinauftreiben können, wenn eine vorgeschriebene Übersetzung mit einem kleinen Winkelfehler verlangt wird. Immerhin wird ein gegenwirkendes Zusatzfeld namentlich bei Spannungswandlern für sehr hohe Betriebspannungen auch bei kleinen Werten schon merkbare Vorteile bieten, da wir damit in der Lage sind, den stets lästigen Leerlaufstrom herabzusetzen. Ziehen wir ferner in Betracht, daß bei sehr hohen Betriebspannungen der Ableitungsstrom bereits beträchtliche Werte erreicht, so muß eine solche Herabsetzung des Leerlaufstromes schon allein mit Rücksicht auf die Genauigkeit der Übersetzung von praktischem Interesse sein.

Aber auch bei Leistungstransformatoren kann ein gegenwirkendes Zusatzfeld Vorteile bieten, wenn die demselben anhaftende Charakteristik besonders ausgenützt werden soll.

3. Kurzschlußzustand.

a) Primärspeisung.

Schließen wir die Sekundärklemmen des Transformators kurz und regulieren wir primärseitig an den Klemmen die Spannung so ein, daß in der Sekundärwicklung der normale Vollaststrom $\mathfrak{F}_2$ fließt, so erhalten wir den Kurzschlußzustand bei primär-

Digitized by Google

seitiger Speisung. Für diesen Fall ist die zugehörige Ersatzschaltung bei Primärspeisung in Bild 9 dargestellt. Aus dieser Ersatzschaltung ergibt sich zunächst für die Ströme bei Kurzschluß

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{J}_{1k} &= \mathfrak{J}_{1ak} + \mathfrak{J}'_{3k} \\ \mathfrak{J}'_{3k} &= \mathfrak{J}'_{4ak} + \mathfrak{J}'_{2} \end{aligned}\right\} \tag{46}$$

wenn $\mathfrak{J}_{1ak}$ und $\mathfrak{J}'_{4ak}$ die Erregerströme für das Haupt- und Zusatzfeld, $\mathfrak{J}'_{3k}$ den Kaskadenstrom und $\mathfrak{J}_2'$ den Sekundärstrom bei Kurzschluß darstellen.

Aus beiden Strömen ergibt sich dann für den primären Kurzschlußstrom

$$\mathfrak{J}_{1k} = \mathfrak{J}_{1ak} + \mathfrak{J}'_{4ak} + \mathfrak{J}_2' = \mathfrak{J}_{10k} + \mathfrak{J}_2' . \tag{46a}$$

Da wir uns die Sekundärklemmen widerstandslos kurzgeschlossen denken, so steht der resultierenden EMK der Sekundärwicklung nur der Spannungsabfall derselben gegenüber oder

$$\mathfrak{E}'_{2\,II\,1k} = \mathfrak{J}_2' \cdot \mathfrak{Z}_2' . \tag{47}$$

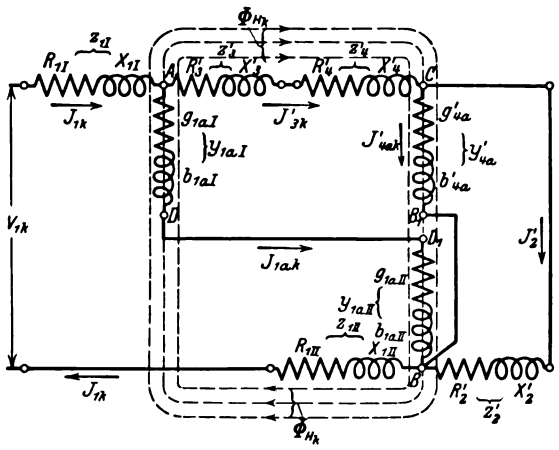


Bild 9. Ersatzschaltung bei Kurzschluß und Primärspeisung.

Um den Transformator bei Kurzschluß zu erregen, müssen wir demselben einen Erregerstrom $\mathfrak{J}_{10k}$ zuführen, welcher sich aus der resultierenden primären EMK und aus der resultierenden Erregeradmittanz bestimmen läßt, vorausgesetzt, daß sich die letztere vom Leerlauf- bis Kurzschlußzustand nicht ändert. Nehmen wir ferner aus Gleichung (32) das Verhältnis der primären und sekundären resultierenden EMK zu Hilfe, so ist der Erregerstrom bei Kurzschluß bestimmt aus

$$\mathfrak{J}_{10k} = \mathfrak{E}_{1\,1k} \cdot \mathfrak{Y}_{1at} = \mathfrak{E}'_{2\,II\,1k} \frac{\mathfrak{Y}'_{2aIIt}}{\mathfrak{Y}_{1at}} \cdot \mathfrak{Y}_{1at} = \mathfrak{E}'_{2\,II\,1k} \cdot \mathfrak{Y}'_{2aIIt} = \mathfrak{J}_2' \cdot \mathfrak{Z}_2' \cdot \mathfrak{Y}'_{2aIIt} \tag{48}$$

oder aber, wenn wir diesen Erregerstrom in Gleichung (46a) einsetzen, so erhalten wir schließlich

$$\mathfrak{J}_{1k} = \mathfrak{J}_2' \cdot \mathfrak{Z}_2' \cdot \mathfrak{Y}'_{2aIIt} + \mathfrak{J}_2' = \mathfrak{J}_2' (\mathfrak{Z}_2' \mathfrak{Y}'_{2aIIt} + 1) = \mathfrak{J}_2' \cdot C_{20}' = \mathfrak{J}_2' \cdot C_{20} \cdot e^{i\,\psi_{20}'} , \tag{49}$$

da der Klammerausdruck nach Gleichung (30) und (30a) den Leerlaufübersetzungsfaktor bei Sekundärspeisung darstellt. Die Verhältnisse liegen daher ganz ähnlich, wie wir diese früher bei der ersten Schaltung des Kaskadentransformators kennen gelernt haben. Aus der Ersatzschaltung von Bild 9 können wir nun auch die primäre Kurzschlußimpedanz bestimmen, indem wir zuerst die resultierende Admittanz im Schenkel II des Sekundärkreises bestimmen.

Diese resultierende Admittanz ergibt sich aus

$$\mathfrak{Y}'_{2t} = \mathfrak{Y}'_{2aIIt} + \frac{1}{\mathfrak{Z}_2} = \frac{\mathfrak{Y}'_{2aIIt} \cdot \mathfrak{Z}_2' + 1}{\mathfrak{Z}_2'} = \frac{C_{20}'}{\mathfrak{Z}_2'} , \tag{50}$$

da nach Gleichung (30) und (30a) der Zähler den Übersetzungsfaktor bei Sekundärspeisung darstellt. Da bei Kurzschluß die resultierende primäre Impedanz sich aus

Digitized by Google

der Erregerimpedanz, der Primärimpedanz und der auf primär reduzierten Sekundärimpedanz zusammensetzt, so erhalten wir für diese Kurzschlußimpedanz die Beziehung

$$\mathfrak{Z}_{1k} = \mathfrak{Z}_{1I} + \mathfrak{Z}_{1II} + \frac{1}{\mathfrak{Y}_2' \cdot C_{c_3}'} = \mathfrak{Z}_{1t} + \frac{\mathfrak{Z}_2'}{C_{c_3}' \cdot C_{20}'} = \mathfrak{Z}_{1t} + \frac{\mathfrak{Z}_2'}{C_{0II}'}. \tag{51}$$

da nach Gleichung (35) der Nenner den Übersetzungsfaktor bei Leerlauf und Sekundärspeisung darstellt. Multiplizieren wir noch Gleichung (51) mit dem primären Kurzschlußstrom $\mathfrak{J}_{1k}$, so erhalten wir bei Primärspeisung die primäre Kurzschlußspannung

$$\mathfrak{B}_{1k} = \mathfrak{J}_{1k} \cdot \mathfrak{Z}_{1k} = \mathfrak{J}_{1k} \cdot \mathfrak{Z}_{1t} + \mathfrak{J}_{1k} \cdot \frac{\mathfrak{Z}_2'}{C_{0II}'} = \mathfrak{J}_{1k} \cdot \mathfrak{Z}_{1t} + \frac{\mathfrak{J}_2' \cdot \mathfrak{Z}_2'}{C_{c_3}'}. \tag{52}$$

Hierin stellt dann $\mathfrak{J}_{1k} \cdot \mathfrak{Z}_{1t}$ den resultierenden Spannungsabfall in der Primärwicklung und $\frac{\mathfrak{J}_2' \cdot \mathfrak{Z}_2'}{C_{c_3}'}$ den resultierenden Spannungsabfall in den Kaskaden- und Sekundärwicklungen dar.

Untersuchen wir bei dieser Schaltung den Einfluß der Kaskadenwicklungen auf die Größe der Kurzschlußspannung, so ergibt sich für $C'_{c_3} > 1$, daß die Kaskadenwicklungen stets eine Herabsetzung der Kurzschlußspannung bedingt. Für $C'_{c_3} < 1$ dagegen wird dieselbe stets vergrößert. Da im allgemeinen jedoch C'_{c_3} nur sehr wenig von der Einheit abweicht, so wird die Kurzschlußspannung in der Regel durch die Kaskadenwicklungen nur unwesentlich beeinflußt werden, so daß dieser Einfluß praktisch nicht ins Gewicht fällt.

b) Sekundärspeisung.

Speisen wir nun den Transformator von der Sekundärseite her und schließen wir gleichzeitig die Primärklemmen kurz, so erhalten wir die in Bild 10 angegebene

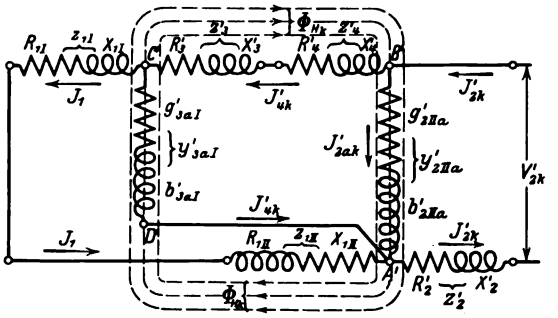


Bild 10. Ersatzschaltung bei Kurzschluß und Sekundärspeisung.

Ersatzschaltung bei Kurzschluß und Sekundärspeisung. Die Verhältnisse liegen ganz ähnlich wie bei Leerlauf und Sekundärspeisung, nur regulieren wir hierbei sekundärseitig die Klemmenspannung so ein, daß in der Primärwicklung der normale Vollaststrom fließt. Die Sekundärwicklung liefert hierbei das Hauptfeld und die Kaskadenwicklung 3 erzeugt das Zusatzfeld. Der Zusammenhang zwischen Primär- und Sekundärspeisung läßt sich dann leicht wie bei Leerlauf aufstellen, da dem Primärkreise eine bestimmte resultierende Erregeradmittanz y_{1at} zugehört, während dem Sekundärkreise eine solche y'_{2aIIt} zugeordnet ist. Diese beiden Erregeradmittanzen sind dann wiederum durch den Kaskadenübersetzungsfaktor C'_{c_3}, wie in Gleichung (32) gezeigt wurde, miteinander verbunden.

Bei Sekundärspeisung und Kurzschluß gelten dann für die Ströme die Beziehungen

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{J}_4'_k &= \mathfrak{J}_1 \quad + \mathfrak{J}_3'_{ak} \\ \mathfrak{J}_2'_k &= \mathfrak{J}_4'_k + \mathfrak{J}_2'_{ak} \\ \mathfrak{J}_2'_k &= \mathfrak{J}_3'_{ak} + \mathfrak{J}_2'_{ak} + \mathfrak{J}_1 = \mathfrak{J}_{20}'_k + \mathfrak{J}_1 \end{aligned}\right\} \tag{53}$$

Digitized by Google

wenn $\mathfrak{J}'_{20k}$ den resultierenden Erregerstrom bei Sekundärspeisung und Kurzschluß darstellt. Denken wir uns auch hier die Primärklemmen widerstandslos kurz geschlossen, so steht dem Spannungsabfall in der Primärwicklung die induzierte resultierende EMK E_{1tk} gegenüber, oder

$$\mathfrak{E}_{1tk} = \mathfrak{J}_1 (\mathfrak{Z}_{1I} + \mathfrak{Z}_{1II}) = \mathfrak{J}_1 \cdot \mathfrak{Z}_{1t}. \tag{54}$$

Drücken wir die EMK E_{1tk} durch den Erregerstrom aus, so erhalten wir die Beziehung

$$\mathfrak{J}_{20}'_k = \mathfrak{E}'_{IItk} \cdot \mathfrak{Y}'_{aIIt} = \mathfrak{E}_{1tk} \cdot \frac{\mathfrak{Y}_{1at}}{\mathfrak{Y}'_{aIIt}} \cdot \mathfrak{Y}'_{aIIt} = \mathfrak{E}_{1tk} \cdot \mathfrak{Y}_{1at} = \mathfrak{J}_1 \cdot \mathfrak{Z}_{1t} \cdot \mathfrak{Y}_{1at} \tag{55}$$

oder indem wir denselben in die dritte Gleichung (53) einsetzen, so wird für den Kurzschlußstrom bei Sekundärspeisung

$$\mathfrak{J}'_{2k} = \mathfrak{J}_1 \cdot \mathfrak{Z}_{1t} \cdot \mathfrak{Y}_{1at} + \mathfrak{J}_1 = \mathfrak{J}_1 (1 + \mathfrak{Z}_{1t} \cdot \mathfrak{Y}_{1at}) = \mathfrak{J}_1 \cdot C_{10}' = \mathfrak{J}_1 \cdot C_{10}' \cdot e^{i\varphi_{10}'}, \tag{56}$$

da nach Gleichung (18) der Klammerausdruck den Übersetzungsfaktor der resultierenden EMK bei Leerlauf und Primärspeisung darstellt.

Die Verhältnisse liegen daher ganz ähnlich wie bei Primärspeisung. Zur Bestimmung der Kurzschlußimpedanz bei Sekundärspeisung ermitteln wir zuerst die resultierende Admittanz des Primärkreises und erhalten dafür

$$\mathfrak{Y}_{1t} = \mathfrak{Y}_{1at} + \frac{1}{\mathfrak{Z}_{1t}} = \frac{\mathfrak{Y}_{1at} \cdot \mathfrak{Z}_{1t} + 1}{\mathfrak{Z}_{1t}} = \frac{C_{10}'}{\mathfrak{Z}_{1t}}, \tag{57}$$

da der Zähler den Übersetzungsfaktor der resultierenden EMK des Primärkreises darstellt. Diese resultierende Admittanz müssen wir mittels dem Faktor C'_{c3} auf den Sekundärkreis reduzieren und erhalten wir schließlich damit die Kurzschlußimpedanz bei Sekundärspeisung

$$\mathfrak{Z}'_{2k} = \mathfrak{Z}_2' + \frac{1}{\mathfrak{Y}_{1t}/C'_{c3}} = \mathfrak{Z}_2' + \frac{C'_{c3}}{\mathfrak{Y}_{1t}} = \mathfrak{Z}_2' + \frac{C'_{c3}}{C_{10}'} \cdot \mathfrak{Z}_{1t} = \mathfrak{Z}_2' + \frac{\mathfrak{Z}_{1t}}{C_0'^2}. \tag{58}$$

Multiplizieren wir ferner noch diese Kurzschlußimpedanz mit dem Kurzschlußstrom $\mathfrak{J}'_{2k}$, so wird die Kurzschlußspannung bei Sekundärspeisung bestimmt durch

$$\mathfrak{U}'_{2k} = \mathfrak{J}'_{2k} \cdot \mathfrak{Z}'_{2k} = \mathfrak{J}'_{2k} \cdot \mathfrak{Z}_2' + \mathfrak{J}'_{2k} \cdot \frac{C'_{c3}}{C_{10}'} \cdot \mathfrak{Z}_{1t} = \mathfrak{J}'_{2k} \cdot \mathfrak{Z}_2' + \mathfrak{J}_1 \cdot \mathfrak{Z}_{1t} \cdot C'_{c3}. \tag{59}$$

In dieser Beziehung stellen die einzelnen Glieder dar, $\mathfrak{J}'_{2k} \cdot \mathfrak{Z}_2'$ der Spannungsabfall in der Sekundärwicklung und $\mathfrak{J}_1 \cdot \mathfrak{Z}_{1t} \cdot C'_{c3}$ der über die Kaskadenwicklung auf sekundär reduzierte Spannungsabfall des Primärkreises.

Wie diese Untersuchung zeigt, sind die Kurzschlußspannungen bei Primär- und Sekundärspeisung in bezug auf die Kaskadenwicklungen umkehrbar, da das Zusatzfeld in beiden Fällen stets nur durch die Kaskadenwicklungen, das Hauptfeld jedoch nur entweder durch die Primär- oder aber durch die Sekundärwicklung hervorgebracht wird. Aus diesem Grunde müssen die Verhältnisse bei dieser Schaltung stets viel günstiger wie bei der früher besprochenen Schaltung liegen, da die Kaskadenwicklungen nur im Verhältnis der Differenz der beiden primären Wicklungsteile zur vollen Primärwicklung zur Energieübertragung herangezogen werden. Diese Schaltung wird deshalb praktisch überall dort eine Bedeutung erlangen, wo aus irgendeinem Grunde eine ungleichmäßige Wicklungsverteilung vorgenommen werden muß. Eine ganz besondere Bedeutung hat diese Schaltung bei Spannungswandlern für sehr hohe Betriebspannungen, wenn eine einseitige Erdung, oder auch eine Mittelpunktserdung vorliegt, da dann eine ungleiche Wicklungsverteilung stets auch große solationstechnische Vorteile mit sich bringt.

c) Belastungszustand.

Vom Leerlauf- und Kurzschlußzustand ist nun nur noch ein kurzer Schritt bis zum normalen Belastungszustand, da wir, wie bereits früher gezeigt wurde, durch Superposition aus Leerlauf und Kurzschluß zu diesem gelangen können. Die primäre Vollastspannung eines Transformators setzt sich bekanntlich aus der Leerlauf- und

Digitized by Google

aus der Kurzschlußspannung zusammen, so daß wir für die vorliegende Schaltung die Beziehung erhalten

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{V}_1 = \mathfrak{V}_{10} + \mathfrak{V}_{1k} = \mathfrak{V}_2' \cdot C_{0I}' + \mathfrak{J}_{1k} \cdot \mathfrak{Z}_{1k} = \mathfrak{V}_2 \cdot C_{0I}' + \mathfrak{J}_2' \cdot C_{20}' \cdot \mathfrak{Z}_{1k} = \\ = \mathfrak{V}_2' \left[C_{0I}' + C_{20}' \cdot \frac{\mathfrak{Z}_{1k}}{\mathfrak{Z}_{2A}'} \right],\end{aligned}\right\} \quad (60)$$

wenn $\mathfrak{Z}_{2A}'$ die Belastungsimpedanz darstellt und wir den reduzierten Sekundärstrom $\mathfrak{J}_2'$ durch den Quotienten aus der Sekundärspannung V_2' und der Belastungsimpedanz $\mathfrak{Z}_{2A}'$ ersetzen. Der Klammerausdruck stellt dann für eine bestimmte Belastungsimpedanz $\mathfrak{Z}_{2A}'$ den Übersetzungsfaktor der Spannungen bei dieser Belastung dar. Für eine beliebige Belastung mit der Belastungsimpedanz $\mathfrak{Z}_{2A}'$ ist daher der Belastungsübersetzungsfaktor der Spannungen bestimmt durch

$$C_{bV}' = C_{0I}' + C_{20}' \cdot \frac{\mathfrak{Z}_{1k}}{\mathfrak{Z}_{2A}'} = c_{bV\alpha}' + j\, c_{bV\beta}' = C_{bV}' \cdot e^{j \Psi_{bV}}, \quad (61)$$

d. h. der Belastungsübersetzungsfaktor ist bei dieser Schaltung bestimmt durch die Summe aus dem resultierenden Leerlaufübersetzungsfaktor C_{0I}' und dem auf primär reduzierten Quotienten aus der Kurzschluß- und Belastungsimpedanz.

Wir erkennen daraus, daß der Einfluß der Belastung um so größer wird, je größer die Kurzschlußimpedanz und der Reduktionsfaktor C_{20}' ist. Wie wir jedoch gesehen haben, nimmt bei dieser Schaltung bei positivem Zusatzfeld, also $C_{c1}' > 1$, die Kurzschlußimpedanz ab und bei negativem Zusatzfeld, oder $C_{c1}' < 1$, zu. Andererseits aber wird auch der Übersetzungsfaktor C_{20}' für $C_{c1}' > 1$ langsam abnehmen, Grenze für $C_{c1}' = \infty$ ist $C_{20}' = 1$, und für $C_{c1}' < 1$ muß er zunehmen, wobei er den größten Wert $C_{20}' = \infty$, für $C_{c1}' = 0{,}5$ erreicht, um dann für $C_{c1}' = 0$ auf den Wert 1 herabzusinken. Daraus folgt, daß für positive Zusatzfelder der Belastungsübersetzungsfaktor C_{bv}' durch die Belastung viel weniger beeinflußt wird, als wenn wir negative Zusatzfelder anwenden. Da jedoch im allgemeinen C_{c1}' nur sehr wenig von der Einheit verschieden ist, so wird sich dieser Einfluß auch nur sehr wenig bemerkbar machen, vorausgesetzt, daß die sekundäre Phasenverschiebung verhältnismäßig klein ist. Mit zunehmender sekundärer Phasenverschiebung werden die Verhältnisse sehr rasch ungünstiger, so daß wir gezwungen sind, die Verhältnisse durch Auswerten der Gleichung (61) in reelle und imaginäre Zahlenwerte zu untersuchen.

Zu diesem Zwecke zerlegen wir die einzelnen Faktoren der Gleichung (61) in ihre Komponenten und erhalten

$$\left.\begin{aligned} C_{0I}' &= c_{0I\alpha}' + j\, c_{0I\beta}' \\ C_{20}' &= c_{20\alpha}' + j\, c_{20\beta}' \\ \mathfrak{Z}_{1K} &= R_{1K} + j \cdot x_{1K} \\ \mathfrak{Z}_{2A}' &= R_{2\alpha}' + j\, x_{2\alpha}'. \end{aligned}\right\} \quad (62)$$

Setzen wir die Werte der Gleichung (62) in Gleichung (61) ein und trennen diese in reelle und imaginäre Werte, so erhalten wir schließlich für die Komponenten des Belastungsübersetzungsfaktor

$$\left.\begin{aligned} c_{bV\alpha}' &= c_{0I\alpha}' + \frac{c_{20\alpha}' (R_{1K} \cdot R_{2A}' + x_{1K} \cdot x_{2A}') - c_{20\beta}' (R_{2A}' \cdot x_{1K} - R_{1K} \cdot x_{2A}')}{R_{2A}'^2 + x_{2A}'^2} = \\ &= c_{0I\alpha}' + \frac{(c_{20\alpha}' \cdot R_{1K} - c_{20\beta}' \cdot x_{1K}) \cos \varphi_2 + (c_{20\beta}' \cdot R_{1K} + c_{20\alpha}' \cdot x_{1K}) \sin \varphi_2}{Z_{2A}'} \\ c_{bV\beta}' &= c_{0I\beta}' + \frac{c_{20\beta}' (R_{1K} \cdot R_{2A}' + x_{1K} \cdot x_{2A}') + c_{20\alpha}' (R_{2A}' \cdot x_{1K} - R_{1K} \cdot x_{2A}')}{R_{2A}'^2 + x_{2A}'^2} = \\ &= c_{0I\beta}' + \frac{(c_{20\beta}' \cdot R_{1K} + c_{20\alpha}' \cdot x_{1K}) \cos \varphi_2 + (c_{20\beta}' \cdot x_{1K} - c_{20\alpha}' \cdot R_{1K}) \sin \varphi_2}{Z_{2A}'} \end{aligned}\right\} \quad (63)$$

Aus diesen Komponenten erkennen wir, daß die Phasenverschiebung der Sekundärlast einen sehr großen Einfluß sowohl auf den Übersetzungsfaktor, als auch auf den Winkelfehler der Spannungen ausüben muß. Die Verhältnisse sind jedoch nicht

Digitized by Google

leicht zu überblicken, da offenbar die Komponenten der Faktoren $C_0'_I$ und C_{20}' ihrer Größe und Vorzeichenrichtung nach einen maßgebenden Einfluß auf das Endresultat des Übersetzungsfaktors ausüben. Aus diesem Grunde wird es ohne vorherige Kenntnis der Vorzeichen der Komponenten nicht möglich sein, Bedingungen über die richtige Größe und Phase des Belastungsübersetzungsfaktors aufzustellen. Immerhin läßt sich jedoch zeigen, in welcher Richtung sich die Verhältnisse bewegen müssen, um ein einwandfreies Resultat zu erzielen.

Für den absoluten Wert des Übersetzungsfaktors bei Belastung ergibt sich aus Gleichung (63)

$$C'_{bV} = \sqrt{c'^2_{bV\alpha} + c'^2_{bV\beta}} \tag{64}$$

und ihre Phasenverschiebung wird

$$tg\,\psi'_{bV} = \frac{c'_{bV\beta}}{c'_{bV\alpha}}. \tag{64a}$$

Untersuchen wir für zwei Grenzphasenverschiebungen der Sekundärlast, $\varphi_2 = 0^0$ und $\varphi_2 = 90^0$, die Komponenten des Übersetzungsfaktors bei Belastung, so können wir die Verhältnisse einigermaßen abschätzen.

Aus Gleichung (63) wird für $\varphi_2 = 0^0$

$$\left.\begin{aligned} c'_{bV\alpha} &= c_0'_{I\alpha} + \frac{c'_{20\alpha}\cdot R_1 K - c_{20}'_{\beta}\cdot x_1 K}{Z_2'_A} \\ c'_{bV\beta} &= c_0'_{I\beta} + \frac{c_{20}'_{\beta}\cdot R_1 K + c_{20}'_{\alpha}\cdot x_1 K}{Z_2'_A} \end{aligned}\right\} \tag{65}$$

In diesem Falle wird die Phasengleichheit der Spannungen bei Belastung erreicht, wenn

$$c_0'_{I\beta} = -\frac{c_{20}'_{\beta}\cdot R_1 K + c_{20}'_{\alpha}\cdot x_1 K}{Z_2'_A} \tag{65a}$$

da dann tg $\psi'_{bV} = 0$ wird. Wir sehen daraus, daß die Kurzschlußimpedanz des Transformators eine wichtige Rolle spielt und daß diese Bedingung der Phasengleichheit für $\varphi_2 = 0^0$ nur möglich ist, wenn die Kurzschluß- und Belastungsimpedanz in einem bestimmten Verhältnis zueinander stehen und gleichzeitig die Komponente $c'_{20\beta}$ negativ wird.

Gehen wir zur zweiten Grenzbedingung für $\varphi_2 = 90^0$, so ergibt hierfür Gleichung (63) die Grenzwerte

$$\left.\begin{aligned} c'_{bV\alpha} &= c'_{0I\alpha} + \frac{c_{20}'_{\beta}\cdot R_1 K + c_{20}'_{\alpha}\cdot x_1 K}{Z_2'_A} \\ c'_{bV\beta} &= c_0'_{I\beta} + \frac{c_{20}'_{\beta}\cdot x_1 K - c_{20}'_{\alpha}\cdot R_1 K}{Z_2'_A} \end{aligned}\right\} \tag{66}$$

so daß für Phasengleichheit der Spannungen die Bedingung gelten muß

$$c_0'_{I\beta} = \frac{c_{20}'_{\alpha}\cdot R_1 K - c_{20}'_{\beta}\cdot x_1 K}{Z_2'_A}. \tag{66a}$$

Wie diese Grenzwerte zeigen, übt die sekundäre Phasenverschiebung der Belastung einen sehr ungünstigen Einfluß auf die Arbeitsweise solcher Kaskadenspannungswandler aus, und zwar wird dieser ungünstige Einfluß um so größer werden, je größer die Kurzschlußimpedanz des Transformators wird. Bei der Dimensionierung dieser Kaskadenspannungswandler werden wir deshalb stets auf diese Erscheinung besonders Rücksicht nehmen müssen, damit die Fehler in der Übersetzung und in der Phase die vorgeschriebenen Grenzwerte nicht überschreiten. Im allgemeinen ist zu sagen, daß sich beim Kaskadenspannungswandler die gewünschten Verhältnisse leichter einstellen lassen, wie beim normalen Spannungswandler, da sich durch eine Kunstschaltung in den Kaskadenwicklungen jede gewünschte Phasenlage der Spannungen einstellen läßt.

Auf eine ähnliche Weise lassen sich nun auch die Verhältnisse beim Übersetzungsfaktor der Ströme bei Belastung untersuchen, indem wir vom Leerlauf- und Kurzschlußstrom ausgehen.

Digitized by Google

Bei Belastung ist der Belastungstrom in der Primärwicklung des Transformators bestimmt durch

$$\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{J}_{10} + \mathfrak{J}_{1R} = \frac{\mathfrak{B}_2' \cdot C_0'_I}{\mathfrak{Z}_{10}} + \mathfrak{J}'_2 \cdot C_{20}' = \mathfrak{J}_2' \cdot \left[\frac{\mathfrak{Z}_{2A}'}{\mathfrak{Z}_{10}} \cdot C_0'_I + C_{20}'\right], \tag{67}$$

so daß der Klammerausdruck den Übersetzungsfaktor der Ströme bei Belastung darstellt, oder aber

$$C'_{bi} = C_{20}' + C_0'_I \cdot \frac{\mathfrak{Z}_{2A}'}{\mathfrak{Z}_{10}}. \tag{68}$$

Der Belastungsübersetzungsfaktor der Ströme setzt sich daher in ähnlicher Weise wie bei den Spannungen zusammen, nur daß die beiden Übersetzungsfaktoren C_{20}' und $C_0'_I$ gegeneinander vertauscht sind und hierbei das Verhältnis der Belastungs- und Leerlaufimpedanz an Stelle der Kurzschluß- und Belastungsimpedanz bei den Spannungen eingesetzt werden muß. Diese Schaltung läßt sich deshalb auch auf Stromwandler anwenden, wenn aus irgend einem Grunde die Primärwicklung auf zwei Schenkel verteilt werden soll, jedoch bietet eine solche Anordnung bei Stromwandlern keine isolationstechnischen Vorteile mehr, da hierbei beide primären Wicklungsteile für die volle Betriebspannung isoliert sein müssen. In speziellen Fällen kann jedoch aus besonderen Gründen diese Wicklungsanordnung bei Stromwandlern gewisse Vorteile bieten und es ist aus der Struktur des Übersetzungsfaktors Gleichung (68) anzunehmen, daß die vorgeschriebenen Fehlergrenzen normaler Stromwandler hierbei auch erreichbar sind, so daß für diesen neue Anwendungsmöglichkeiten bestehen.

d) Praktische Anwendung.

Im folgenden soll nun die aufgestellte Theorie an einem Spannungswandler für sehr hohe Betriebspannung angewendet und gezeigt werden, wie sich derartige

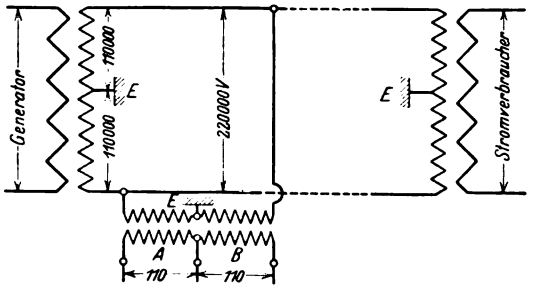


Bild 11. Schaltplan für eine einphasige Übertragungsleitung mit Mittelpunktserdung für eine Betriebsspannung von 220000 Volt.

Transformatoren berechnen lassen. Wir werden uns jedoch bei dieser Berechnung nur auf die wesentlichen Punkte beschränken, da eine vollständige Nachrechnung den Rahmen dieser Arbeit weit übersteigen würde. Als Anwendungsbeispiel wollen wir einen Spannungswandler wählen, mit welchem die Betriebspannung einer Einphasenübertragungsleitung von 220000 Volt gemessen werden soll, wobei die Leistungstransformatoren am Anfang und Ende der Leitung mit geerdetem Mittelpunkt versehen sind, so daß jede Leitung für sich gegen Erde nur mit 110000 Volt beansprucht wird. In diesem Falle kann die Spannungsmessung mittels zweier Spannungswandler A und B gemessen werden, wie im Schaltplan von Bild 11 angegeben ist, so daß beide unabhängig voneinander sind und sich besonders für die Speisung von Selektivschutzeinrichtungen gut eignen. Da die Spannungswandler nur einseitig mit 110000 Volt beansprucht werden, so ist eine ungleichmäßige primäre Wicklungsverteilung gegeben, um eine möglichst gute Materialausnützung zu erzielen. Das Übersetzungsverhältnis dieser Spannungswandler sei gegeben zu 110000/110 Volt bei einer normalen Leistung von 500 Voltampere und einer Fehlergrenze von maximal

Digitized by Google

$\pm$ 0,5%. Für die Konstruktion dieser Spannungswandler wurde die Bedingung festgelegt, daß sie während einer Minute einer Prüfspannung von 220000 + 10000 = 230000 Volt einpolig gegen die Sekundärwicklung und gegen das geerdete Gestell unterworfen werden. Ferner wird verlangt, daß denselben dauernd eine Leistung von 5 kVA bei einem Spannungsabfall von höchstens 3% bei $\cos \varphi_2 = 1$ entnommen werden kann, um im Notfalle den Eigenverbrauch der Hilfsapparate zu decken.

Da in diesem Falle jeder Spannungswandler nur die Hälfte der vollen Betriebsspannung übernehmen muß, so wäre die Ausführung noch gut als normaler Spannungswandler möglich gewesen, indem die Wicklungen beider Schenkel primär- und sekundärseitig je in Reihe geschaltet werden. Da jedoch bei 110000 Volt der Lade- und Ableitungstrom des Spannungswandlers schon verhältnismäßig große Werte erreicht, so wird die Ausführung mit Kaskadenwicklungen bereits fühlbare Vorteile gegenüber der normalen Ausführung ergeben, da diese, wie wir bereits gesehen haben, eine Reduktion des Magnetisierungstromes herbeiführen, so daß wir eine viel stärkere Materialausnützung vornehmen können, ohne in Gefahr zu geraten, die Beglaubigungsvorschriften nicht mehr einhalten zu können. In diesem Falle hätten wir auch besondere Kaskadenwicklungen weglassen können, wenn wir die Sekundärwicklung auf beide Schenkel verteilen und parallelschalten, da hierbei der zweite Schenkel auf den ersten zurückwirkt und der dabei entstehende Ausgleichsstrom den Magnetisierungstrom auch reduziert, wenn die Teilwindungszahl der Primärwicklung auf dem ersten Schenkel kleiner ist als auf dem zweiten Schenkel. Diese Schaltung hat jedoch den Nachteil, daß die Abgleichung der Spannungen keine einfache Sache ist und eine Speisung des Transformators von der Sekundärseite aus, wie dies z. B. für die Isolationsprüfung mittels Eigenerregung notwendig wird, nicht mehr vorgenommen werden kann. Aus diesem Grunde müssen wir von dieser letzteren Schaltung Abstand nehmen.

Die Vorausberechnung dieser Spannungswandler ergaben die folgenden Hauptdaten des Eisenkörpers und der Wicklungen:

Eisenquerschnitt, für die Kerne 112,5 cm² und für die Joche 117,5 cm², wobei die Kerne in 7 Blechpacketen so abgestuft wurden, daß darüber der erste Isolierzylinder von einem inneren Durchmesser von 140 mm leicht darüber geschoben werden konnte, wie in der Schnittzeichnung von Bild 12 zu erkennen ist.

Wicklungen. 1. Primärwicklung.

Totale Windungszahl $w_1 = 44000$, Drahtstärke nackt 0,3 mm emailliert und mit zweimal Baumwolle besponnen. Die Primärwicklung besteht aus 44 Spulen mit je 1000 Windungen, wovon 14 Spulen auf Schenkel I und 30 Spulen auf Schenkel II untergebracht sind. Bei jeder einzelnen Spule ist jede Lage mit 0,1 mm starkem Lackpapier besonders isoliert, so daß zwei benachbarte Lagen ohne weiteres eine Prüfspannung von 4000—6000 Volt aushalten kann.

2. Sekundärwicklung.

Totale Windungszahl $w_2 = 45$ aus Flachkupfer 2 × 14 mm mit zweimal Baumwolle besponnen und beklöppelt. Diese Wicklung ist auf Schenkel II gleichmäßig auf die Länge der 30 primären Spulen verteilt.

3. Kaskadenwicklungen.

Die Kaskadenwicklungen sind gleichmäßig auf beide Schenkel verteilt und besitzt jede pro Schenkel $w_3 = w_4 = 45$ Windungen aus Flachkupfer 1 × 14 mm, zweimal mit Baumwolle besponnen und beklöppelt. Beim Schenkel II ist die Kaskadenwicklung über der Sekundärwicklung angeordnet und gegen dieselbe mittels Preß-

Digitized by Google

spanzwischenlagen isoliert. Diese Wicklungen sind mit dem Gestell und dem Eisenkörper leitend verbunden und dienen gleichzeitig als Schutz für influenzierte Ladungen der Primärwicklung.

Die Anordnung der Wicklungen und der Kerne ist in Bild 12 im Schnitt dargestellt, und zwar stellt die obere Hälfte einen Schnitt durch den Kern I und die untere Hälfte einen solchen durch den Kern II dar. In der Seitenansicht stellt ferner die obere Hälfte einen Schnitt durch die Randabstützung des ersten Schenkels auf der Einführungseite und die untere Hälfte einen solchen durch die Randabstützung des zweiten Schenkels auf der Verbindungseite dar. Um die Abmessungen dieser Spannungswandler klein zu halten, ist die Randabstützung auf drei Seiten mittels

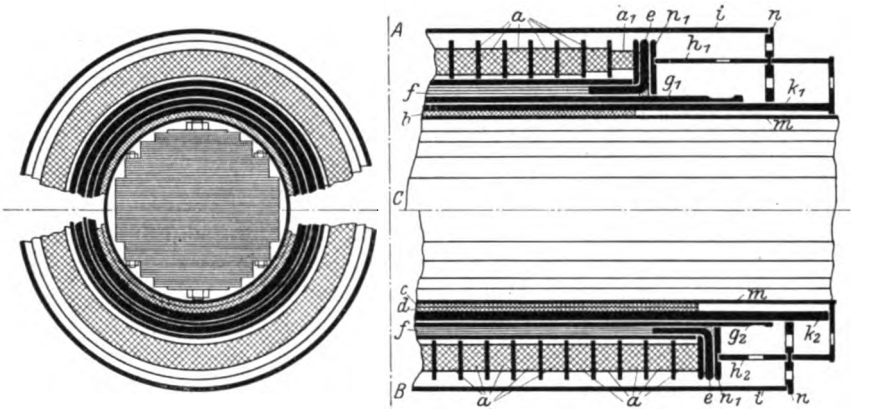


Bild 12. Schnitt durch beide Kerne eines 110000 Volt Kaskadenspannungswandlers.
Schnitt *AC* durch den Schenkel I (obere Hälfte),
Schnitt *BC* durch den Schenkel II (untere Hälfte),
a Spulen der Oberspannungswicklung (Primärwicklung),
a_1 Eingangsspule mit Windungsschutz,
b Kaskadenwicklung auf Schenkel I,
c Kaskadenwicklung auf Schenkel II,
d Sekundärwicklung (Niederspannungswicklung),
e Abstützmanschette aus Mikanit,
f Hohlraum zwischen zwei Isolierzylindern mit Harz, Wachs und Paraffin ausgefüllt,
g_1 und g_2 äußere Isolierhauptkanäle aus Hartpapier,
k_1 und k_2 innere Isolierkanäle,
h_1 und h_2 seitliche Abstützscheiben,
n und n_1 seitliche Abstützscheiben,
m innerer Isolierkanal,
i äußerer Abschirmkanal.

einer Mikanitmanschette besonders abgeschirmt, um die lästigen Sprüh- und Kriecherscheinungen zu beseitigen. Da eine solche Mikanitmanschette normal mit etwa 100000 Volt beansprucht werden kann, so können die Randabstände ganz erheblich reduziert werden[1]. Die Oberspannungswicklung ist auf beiden Schenkeln durch Hartpapierzylinder gegeneinander und gegen die Kastenwandung so abgeschirmt, daß durch seitliche Öffnungen trotzdem eine gute Ölzirkulation möglich ist. In Bild 13 ist der Spannungswandler ohne Kasten und ohne Durchführungen mit seinen wichtigsten Dimensionen dargestellt und erkennt man, daß derselbe außerordentlich stark zusammengedrängt ist.

Bei diesem Spannungswandler interessiert uns nun in erster Linie die Nachrechnung nach der vorgängig aufgestellten Theorie, um feststellen zu können, wie weit sich dieselbe praktisch anwenden läßt.

[1] Trotz den Mikanitmanschetten wurden jedoch die Randabstände reichlich gewählt, um eine größere Sicherheit gegen Überspannungen zu erzielen.

Digitized by Google

Zuerst müssen wir nun noch eine grundsätzliche Frage besprechen, die von einschneidender Bedeutung für die Voraus- und Nachberechnung derartiger Transformatoren sind.

Wir haben in Gleichung (9) gezeigt, daß bei ungleicher Verteilung der Primärwicklung auf beide Schenkel die zugehörigen Kraftflüsse um so verschiedener voneinander sind, je größer der Unterschied zwischen beiden Wicklungsteilen ist. Im vorliegenden Falle besitzt der Schenkel I eine kleinere Windungszahl wie der Schenkel II, so daß schon bei Leerlauf ein Kaskadenstrom $\mathfrak{J}_{30}$ in den Kaskadenwicklungen fließt, welcher im Schenkel II erzeugt wird und im Schenkel I ein Zusatzfeld hervorbringt, das dem Hauptfeld entgegenwirkt. Aus diesem Grunde wird der Spannungswandler ein anderes Übersetzungsverhältnis bei offenen Kaskadenwicklungen aufweisen, als wenn wir die letzteren schließen, da bei gleicher Primärspannung im Schenkel II für den Gleichgewichtszustand ein größeres Feld erforderlich wird. Wenn wir die Primär- und Sekundärwicklungen bei offenen Kaskadenwicklungen dimensionieren, so wird bei gegengeschalteten Kaskadenwicklungen und für $w_{1I} < w_{1II}$ die Sekundärspannung um einen bestimmten Prozentsatz höher werden, so daß wir dann stets gezwungen sind, die Wicklungen zu korrigieren. Eine Korrektur kann aber nur entweder sekundär oder aber primär vorgenommen werden, da eine Veränderung der Windungszahlen bei den Kaskadenwicklungen auf Kosten des Leerlaufstromes erfolgen würde und dabei wertvolle Eigenschaften verloren gingen.

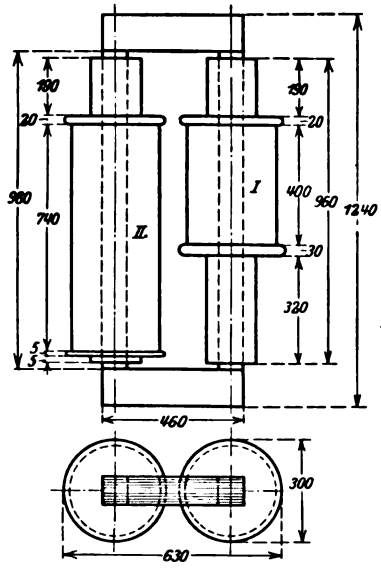


Bild 13. Dimensionen des Kaskadentransformators ohne Kessel nach der festgelegten Schaltung.

Für diesen Spannungswandler, wie er in Bild 13 skizziert ist, wurde bei offenen Kaskadenwicklungen ein Magnetisierungstrom von $\mathfrak{J}_{1a} = 0{,}01564$ Amp., bei einem Wirkstrom von $\mathfrak{J}_{1aw} = 0{,}00274$ Amp. und einem Blindstrom von $\mathfrak{J}_{1aw1} = 0{,}0154$ Amp. ermittelt. Daraus berechnet sich die Erregeradmittanz mit ihren Komponenten zu $y_{1aR} = 14{,}257 \cdot 10^{-8}$ Siemens, $g_{1aR} = 2{,}498 \cdot 10^{-8}$ Siemens und $b_{1aR} = 14{,}038 \cdot 10^{-8}$ Siemens. Damit wir nun bei diesem Kaskadenspannungswandler das Übersetzungsverhältnis und den Winkelfehler bestimmen können, müssen wir aus den Abmessungen desselben die Größe der Erregeradmittanz des Zusatzfeldes bestimmen. Diese Erregeradmittanz können wir aber aus der Bedingung des Kaskadenstromes bei Leerlauf Gleichung (13a) und aus dem Verhältnis des resultierenden Leerlaufstromes und des Kaskadenstromes, Gleichung (42), bestimmen, indem wir diese Beziehungen miteinander vereinigen und daraus die reduzierte Erregeradmittanz des Zusatzfeldes ermitteln.

Aus Gleichung (13a) und (42) erhalten wir schließlich nach einiger Umrechnung

$$\mathfrak{y}'_{4a} = \frac{\mathfrak{y}_{1aR}}{n - (\mathfrak{z}_3' + \mathfrak{z}_4')\,\mathfrak{y}_{1aR}}, \tag{69}$$

wenn wir zur Abkürzung setzen

$$n = \frac{2 \cdot w_{1I}}{w_{1I} - w_{1II}} - 1. \tag{69a}$$

Zerlegen wir Gleichung (69) in reelle und imaginäre Werte, so erhalten wir schließlich für die Komponenten der reduzierten Erregeradmittanz des Zusatzfeldes die Beziehungen

$$\left.\begin{aligned} g'_{4a} &= \frac{g_{1aR}\,[n-a] + b_{1aR}\cdot b}{[n-a]^2 + b^2} \\ b'_{4a} &= \frac{b_{1aR}\,[n-a] - g_{1aR}\cdot b}{[n-a]^2 + b^2} \end{aligned}\right| \tag{70}$$

Digitized by Google

wenn wir zur Abkürzung setzen

$$\left.\begin{aligned} a &= (R_3' + R_4')\, g_{1aR} + (x_3' + x_4')\, b_{1aR} \\ b &= (x_3' + x_4')\, g_{1aR} - (R_3' + R_4')\, b_{1aR} \end{aligned}\right\} \qquad (70\,a)$$

Aus dieser Beziehung lassen sich diese Komponenten zahlenmäßig berechnen, jedoch müssen wir stets darauf bedacht sein, daß wir in Gleichung (69a) das richtige Vorzeichen einsetzen.

Aus den Dimensionen der Kaskadenwicklungen ergeben sich für die Ohmschen Widerstände $R_3 + R_4 = 6{,}03 \cdot 10^{-2}$ Ohm, für die induktiven Widerstände $X_3 + X_4 = 6{,}2 \cdot 10^{-2}$ Ohm oder, indem wir dieselben auf die Primärwicklung reduzieren, $R_3' + R_4' = 57\,648{,}9$ Ohm und $X_3' + X_4' = 59\,274{,}1$ Ohm. Für den Faktor n erhalten wir $n = \frac{2 \cdot 44\,000}{14\,000 - 30\,000} - 1 = -6{,}5$. Damit erhalten wir für die reduzierte Admittanz des Zusatzfeldes und ihrer Komponenten die Zahlenwerte

$$y_4'_a = \underline{2{,}19036 \cdot 10^{-8}}, \quad g_4'_a = \underline{-0{,}38592 \cdot 10^{-8}}, \quad b_4'_a = \underline{-2{,}15610^{-8}}.$$

Aus Gleichung (16) lassen sich nun durch Trennen in reelle und imaginäre Werte die Komponenten des Kaskadenübersetzungsfaktors bestimmen und erhalten wir die Werte

$$\underline{c'_{c1}} = 1 + (R_3' + R_4') \cdot g_4'_a - (x_3' + x_4') \cdot b_4'_a = \underline{0{,}9985},$$

$$\underline{c'_{c1}} = (x_3' + x_4') \cdot g_4'_a - b_4'_a (R_3' + R_4') = + \underline{1{,}0142 \cdot 10^{-3}}.$$

Der Kaskadenübersetzungsfaktor und die Winkelabweichung wird damit

$$\underline{C_{c'1} = 0{,}9985} \quad \text{und} \quad \underline{\Psi_{c'1} = +3'\ 29{,}5''}.$$

Wie wir daraus sehen, ist bei dieser kleinen Windungszahl der Kaskadenwicklung die Winkelabweichung sehr klein, so daß eine Beeinflussung der Phasenlage der Leerlaufspannungen von dieser Seite aus nicht zu befürchten ist. Bemerkenswert ist hierbei, daß der Kaskadenübersetzungsfaktor kleiner als die Einheit ist, weil hierbei das Zusatzfeld dem Hauptfeld entgegenwirkt. Aus Gleichung (43) ermitteln wir nun das Verhältnis der Teilerregerströme, indem wir diese Beziehung wieder in reelle und imaginäre Werte zerlegen. Diese beiden Komponenten sind dann

$$c'_{\Im_{1a}\alpha} = \frac{c c'_{1\alpha}\,(g_{1aR} \cdot g_4'_a + b_{1aR} \cdot b_4'_a) + c c'_{1\beta}\,(g_{1aR} \cdot b_4'_a - b_{1aR} \cdot g_4'_a)}{2 \cdot y_4'^2_a} = 0{,}5 = \underline{-3{,}7484}.$$

$$c'_{c\Im_{1a}\beta} = \frac{c c'_{1\alpha}\,(g_{1aR} \cdot b_{4a} - b_{1aR} \cdot g_4'_a) + c c'_{1\beta}\,(g_{1aR} \cdot g_4'_a + b_{1aR} \cdot b_4'_a)}{2 \cdot y_4'^2_a} = \underline{+0{,}000405}.$$

Der Übersetzungsfaktor dieser Erregerströme und ihre Phasenlage gegeneinander ergibt sich dann zu

$$C_{\Im'1a} = \sqrt{c_{\Im'1a\alpha}^2 + c_{\Im'1a\beta}^2} = \underline{3{,}7485} \quad \text{und} \quad \underline{\Psi_{\Im'1a} = 0'\ 22{,}5''}.$$

Der auf die Primärwicklung reduzierte Kaskadenstrom wird dann $\mathfrak{J}_4'_a = \frac{\mathfrak{J}_{1a}}{C'_{J1a}} = 0{,}004172$ Amp., so daß schließlich der in den Kaskadenwicklungen fließende Strom den Wert $\underline{\mathfrak{J}_{4a} = 4{,}08}$ Amp. erreicht. Diese beiden Erregerströme sind deshalb praktisch um $\underline{180^0}$ gegeneinander phasenverschoben, so daß die Leerlaufspannungen durch dieselben in ihrer Phasenlage nicht merklich beeinflußt werden. Um noch den resultierenden Leerlaufstrom berechnen zu können, zerlegen wir wieder Gleichung (42) in reelle und imaginäre Komponenten und erhalten

$$\underline{c_{\Im'10\alpha}} = \frac{c'_{c1\alpha}\,(g_{1aR} \cdot g'_{4a} + b_{1aR} \cdot b'_{4a}) + c'_{c1\beta}\,(g_{1aR} \cdot b'_{4a} - b_{1aR} \cdot g'_{4a})}{2 \cdot y_4'^2_a} + 0{,}5 = \underline{-2{,}7484}$$

$$\underline{c_{\Im'10\beta}} = \frac{c'_{c1\alpha}\,(g_{1aR} \cdot b'_{4a} - b_{1aR} \cdot g'_{4a}) + c'_{c1\beta}\,(g_{1aR} \cdot g_4'_a + b_{1aR} \cdot b'_{4a})}{2 \cdot y_4'^2_a} = \underline{0{,}00405}.$$

Der Übersetzungsfaktor des resultierenden Leerlaufstromes mit der Wickelabweichung ist

$$\underline{C_{\Im'10}} = \sqrt{c_{\Im'10\alpha}^2 + c_{\Im'10\beta}^2} = \underline{2{,}7485}; \quad \underline{\Psi_{\Im10} = -0'\ 30{,}4''},$$

Digitized by Google

so daß schließlich der resultierende Leerlaufstrom wird

$$\underline{\mathfrak{J}_{10}} = 0{,}004172 \times 2{,}7485 = \underline{0{,}011468 \text{ Amp.}}$$

Bei diesem Spannungswandler mit der angegebenen primären Wicklungsverteilung auf beide Schenkel wird durch das gegenwirkende Zusatzfeld der Leerlaufstrom beträchtlich reduziert, jedoch muß besonders hervorgehoben werden, daß dieser berechnete Leerlaufstrom einer kleineren Primärspannung entspricht, als der Spannungswandler bestimmt ist. Wir werden deshalb, nachdem wir die resultierende Erregeradmittanz der Primärwicklung ermittelt haben, den Leerlaufstrom im Verhältnis der wirklichen zur berechneten Primärspannung erhöhen müssen, um den wirklichen Leerlaufstrom zu erhalten.

Für die angenommenen Magnetisierungsverhältnisse können wir aus Gleichung (17) die resultierende Erregeradmittanz der Primärwicklung bestimmen, indem wir auch hier dieselbe in reelle und imaginäre Komponenten zerlegen.

Die einzelnen Komponenten sind dann

$$\underline{g_{1at}} = g_{1aR} + \frac{g_4'_a \cdot c_{c_1}'_\alpha - b_1'_a \cdot c_{c_1}'_\beta}{C'^2_{c_1}} = \underline{2{,}1136 \cdot 10^{-8}}$$

$$\underline{b_{1at}} = b_{1aR} + \frac{g_4'_a \cdot c_{c_1}'_\beta + b_4'_a \cdot c'_{c_1\alpha}}{C'^2_{c_1}} = \underline{11{,}8793 \cdot 10^{-8}},$$

so daß wir schließlich für diese resultierende Erregeradmittanz den Wert erhalten

$$\underline{y_{1at}} = \sqrt{g_1^2{}_{at} + b_1^2{}_{at}} = \underline{12{,}0657 \cdot 20^{-8}}.$$

Aus dem berechneten Leerlaufstrom und der resultierenden Erregeradmittanz ist damit die induzierte resultierende EMK der Primärwicklung vollständig bestimmt und erhalten wir hierfür

$$\underline{E_{1t}} = \frac{\mathfrak{J}_{10}}{y_{1at}} = \underline{95\ 044{,}5 \text{ Volt}}.$$

Durch das Zusatzfeld wird daher die resultierende EMK der Primärwicklung stark reduziert, so daß wir eine kleinere Primärspannung anlegen müssen, wie zuerst vorgesehen war, um die berechneten Magnetisierungsverhältnisse zu erhalten.

Legen wir deshalb an diesen Kaskadenspannungswandler die normale Betriebspannung von 110000 Volt an, so werden sich nicht nur die Ströme und Spannungen erhöhen, sondern es werden sich auch die Magnetisierungsverhältnisse ändern, so daß wir bei streng richtiger Nachrechnung die berechneten Werte mit den veränderten Verhältnissen nochmals durchrechnen müßten. Da wir jedoch mit der Eisenbeanspruchung erheblich unterhalb dem Knie der Magnetisierungskurve sind, so werden sich die Erregeradmittanzen nur unbedeutend von den berechneten Werten abweichen, so daß dadurch die Übersetzungsfaktoren sich auch nur sehr wenig verändern. Aus diesem Grunde begehen wir keinen wesentlichen Fehler, wenn wir das Übersetzungsverhältnis dieses Spannungswandlers mit diesen berechneten Werten bestimmen und am Schlusse die Ströme im Verhältnis der wirklichen zur berechneten Primärspannung erhöhen. Für die Bestimmung des Übersetzungsfaktors zwischen der primären resultierenden EMK und der primären Leerlaufspannungen sind noch die Ohmschen und induktiven Widerstände der Primärwicklung erforderlich, die sich zu

$$\underline{R_{1t}} = \underline{9225 \text{ Ohm}} \text{ und } \underline{x_{1t}} = \underline{19860 \text{ Ohm}}$$

ergaben.

Trennen wir Gleichung (18a) in reelle und imaginäre Werte, so ergeben sich diese Komponenten des Übersetzungsfaktors zu

$$\underline{c_{10}'_\alpha} = 1 + R_{1t} \cdot g_{1at} + x_{1t} \cdot b_{1at} = \underline{1{,}00255}$$

$$\underline{c_{10}'_\beta} = x_{1t} \cdot g_{1at} - R_{1t} \cdot b_{1at} = \underline{-6{,}5118 \cdot 10^{-4}},$$

so daß schließlich der Übersetzungsfaktor den Wert erhält

$$\underline{C_{10}'} = \sqrt{c_{10}'^2_\alpha + c_{10}'^2_\beta} = \underline{1{,}00255} \text{ und } \underline{\Psi_{10}' = -2'\ 14''}.$$

Dieser Übersetzungsfaktor des Kaskadenspannungswandlers bewegt sich deshalb in den gleichen Grenzwerten wie beim normalen Spannungswandler ohne Kas-

Digitized by Google

kadenwicklungen und ebenso ist die Winkelabweichung von derselben Größenordnung, jedoch neigt die letztere stets nach der negativen Seite hin. Damit wir nun den resultierenden Übersetzungsfaktor der Leerlaufspannungen berechnen können, bestimmen wir aus Gleichung (38) und (39) den Übersetzungsfaktor C'_{c3} und seine Komponenten und erhalten wir die Werte

$$\underline{c_{c3}{}'_{\alpha}} = 2 - \frac{c_{c1}{}'_{\alpha}}{C'^{2}_{c1}} = \underline{0{,}9985}$$

$$\underline{c'_{c3\beta}} = \frac{c_{c1}{}'_{\beta}}{C'^{2}_{c1}} = \underline{1{,}01725 \cdot 10^{-3}}$$

oder schließlich

$$\underline{C_{c3}{}'} = \sqrt{c'^{2}_{c3\alpha} + c'^{2}_{c3\beta}} = 0{,}9985 \text{ und } \underline{\Psi'_{c3} = +\,3'\ 32{,}2''}.$$

Dieser Kaskadenübersetzungsfaktor weicht sehr wenig von demjenigen C'_{c1} ab, da die Induktivität der Kaskadenwicklungen bei der kleinen Windungszahl stets sehr klein ist. Hätten wir die Windungszahl auf den drei- bis vierfachen Wert erhöht, so würde sich zwischen diesen beiden Faktoren bereits ein größerer Unterschied bemerkbar machen, wie aus den Kurven von Bild 7 und 8 zu erkennen ist.

Damit sind nun alle Werte bekannt, um den resultierenden Übersetzungsfaktor bei Leerlauf berechnen zu können. Aus Gleichung (35) berechnet sich dieser resultierende Übersetzungsfaktor zu

$$\underline{C'_{01}} = \frac{C'_{10}}{C'_{c3}} = \underline{1{,}00406}$$

und der Fehlwinkel ist $\underline{\Psi_0{}'_I = \Psi'_{10} - \Psi'_{c3}} = \underline{-\,5'\ 46{,}2''}$. Bei negativem Zusatzfeld muß dieser Übersetzungsfaktor notwendigerweise stets etwas größer wie beim normalen Spannungswandler werden, da durch eine Abnahme von C'_{c3} stets eine Zunahme von C'_{01} nach Gleichung (35) bedingt ist. Andererseits wird der Fehlwinkel größer, wenn derjenige von Ψ'_{10} negativ und Ψ'_{c3} positiv ist, da dann dieser resultierende Fehlwinkel in der negativen Richtung zunimmt. Daraus folgt, daß wir den günstigsten Fehlwinkel erreichen, wenn wir entweder Ψ'_{10} und Ψ'_{c3} beide negativ oder beide positiv wählen, da der resultierende Fehlwinkel stets die Differenz aus beiden darstellt. Bei positivem Kaskadenfehlwinkel Ψ'_{c3} kann diese letztere Bedingung erfüllt werden, wenn $x_{1t} \cdot g_{1at} > b_{1at} \cdot R_{1t}$ wird, da dann der Fehlwinkel Ψ'_{10} auch positiv wird, was in den meisten praktischen Fällen leicht erreichbar ist.

Aus Gleichung (33) können wir nun auch die auf primär reduzierte Sekundärspannung bei Leerlauf bestimmen und erhalten wir dafür $V'_2 = \frac{V_{10}}{C'_{0I}} = 94902$ Volt oder aber die sekundäre Klemmenspannung wir $V_2 = V'_2 \cdot \frac{W_2}{W_{1t}} = 97{,}06$ Volt.

Mittels der berechneten Primär- und Sekundärspannung und den festgelegten Magnetisierungsverhältnissen läßt sich schließlich das Übersetzungsverhältnis der Leerlaufspannungen bestimmen zu

$$\underline{u_0} = \frac{V_{10}}{V_2} = \underline{981{,}74}.$$

Das Übersetzungsverhältnis ist deshalb etwas zu klein bzw. die Sekundärspannung wird zu groß werden, so daß wir gezwungen sind, entweder die Primärwicklung oder aber die Sekundärwicklung zu korrigieren. Nun soll aber dieser Spannungswandler normal mit einer Primärspannung von 110000 Volt arbeiten, so daß sich bei dieser Spannung auch die Magnetisierungsverhältnisse etwas verändern. Da jedoch diese kleinen Veränderungen in der Magnetisierung einen kaum merkbaren Einfluß auf das Leerlaufübersetzungsverhältnis ausüben, so können wir diesen berechneten Wert im Bereiche von + 20% Spannungschwankungen praktisch als konstant ansehen. In diesem Falle wird bei primärer Normalspannung die sekundäre Leerlaufspannung

$$\underline{V_2} = \frac{110\,000}{981{,}74} = \underline{112{,}05 \text{ Volt}},$$

so daß der Fehler in der Übersetzung wird

Digitized by Google

$$f = \frac{1000 - 981{,}74}{1000} \cdot 100 = \underline{+ 1{,}826\,\%}.$$

Der Fehler in der Übersetzung ist daher zu groß, so daß wir die Windungszahl der Primärwicklung korrigieren müssen, weil eine Windung der Sekundärwicklung etwa 2,5 Volt ausmacht, also zuviel korrigieren würde.

Zum Schlusse können wir nun auch den korrigierten Leerlaufstrom aus Gleichung (18) bestimmen und erhalten für 110000 Volt

$$\underline{\mathfrak{J}_{10}} = \frac{V_{10} \cdot \gamma_{10}}{C_{10}'} = \underline{0{,}01294 \text{ Amp.}}$$

Der korrigierte Kaskadenstrom wird dann

$$\underline{\mathfrak{J}_{30}'} = \frac{\mathfrak{J}_{10}}{C'_{J_{10}}} = 0{,}004707 \quad \text{oder} \quad \underline{\mathfrak{J}_{30} = 4{,}6 \text{ Amp.}}$$

Die Leerlaufströme sind daher etwas größer, wie wir ursprünglich berechnet haben, jedoch ist der primäre Leerlaufstrom immer noch beträchtlich kleiner, als wenn derselbe Spannungswandler ohne Kaskadenwicklungen arbeiten würde.

Auf dieselbe Weise ließe sich nun auch aus Gleichung (60) und (61) das Übersetzungsverhältnis bei einer beliebigen Belastung, sowie der zugehörige Winkelfehler bestimmen. Dazu wäre jedoch eine nochmalige Nachrechnung erforderlich, um bei Belastung die wirklichen Verhältnisse ermitteln zu können. Da wir jedoch im allgemeinen bei Spannungswandlern auch bei Leerlauf die Verhältnisse für den Belastungsfall genügend gut überblicken können, so werden wir hier die Nachrechnung bei Belastung weglassen können, weil nach einer Korrektur der Windungszahlen bei der vorgeschriebenen Belastung die Fehlergrenze in der Übersetzung und in der Phasenlage noch nicht erreicht wird. Daß im vorliegenden Falle die vorgeschriebene Fehlergrenze bei der Belastung von 500 Voltamp. noch nicht erreicht wird, geht aus der einfachen Überlegung hervor, daß der Belastungstrom in der Sekundärwicklung wesentlich größer als derjenige bei Leerlauf in den Kaskadenwicklungen sein muß. Wird nämlich bei Belastung bei dieser Wicklungsanordnung der Sekundärstrom und der Kaskadenstrom gleich groß, so kann im Kaskadenkreise kein Strom zustande kommen, da sich beide kompensieren. Bis zu diesem Punkte wird aber auch die Sekundärspannung nicht abnehmen, sondern eher etwas steigen, so daß beim Kaskadenspannungswandler die Fehlergrenze bei einer viel höheren Belastung liegen muß wie beim normalen Spannungswandler. Bei 500 Voltamp. Belastung ist der Sekundärstrom 4,55 Amp. und da das Windungsverhältnis der Sekundär- und Kaskadenwicklung 1 : 1 ist, so ist die Kompensation im Kaskadenkreise noch nicht einmal erreicht, da wir den Kaskadenstrom zu 4,6 Amp. berechnet haben. Wir sehen also hier eine neue wertvolle Eigenschaft des Kaskadenspannungswandlers gegenüber dem normalen, indem die Belastbarkeit durch den Kaskadenkreis wesentlich hinaufgesetzt wird. Für viele Zwecke wird diese Eigenschaft von unschätzbarem Werte sein, da wir dadurch in der Lage sind, bei größerer Genauigkeit eine größere Belastbarkeit und damit eine bessere Materialausnützung zu erzielen. Diese Eigenschaft der größeren Belastbarkeit dieses Kaskadenspannungswandlers bei der vorgeschriebenen Schaltung wird um so stärker hervortreten, je höher die Betriebspannung ist, so daß dieser in Höchstspannungsanlagen für die nahe Zukunft ganz besondere Bedeutung erlangen wird, da wir gleichzeitig in der Lage sind, den stets lästigen Leerlaufstrom herabzusetzen.

Zusammenfassend ergibt sich deshalb aus dieser Untersuchung über diese zweite Schaltung des Kaskadentransformators mit einschenkliger Sekundärwicklung und zweischenkliger gleich- oder ungleichmäßig verteilter Primärwicklung, daß dieser namentlich für Spannungswandler sehr hoher Betriebspannungen geeignet ist, da damit eine Reduktion des Leerlaufstromes und eine größere Belastbarkeit bei gleichbleibender Fehlergrenze und besserer isolationstechnischer Materialausnützung erreicht wird. Auch für spezielle Krafttransformatoren mit besonderer Charakteristik kann diese Schaltung in Frage kommen.

Digitized by Google

Drehstromgeneratoren ohne Querfelddämpfung als Elemente von Resonanzkreisen.

Von

R. Willheim, Wien.

Übersicht. Synchrongeneratoren bilden im Netzbetrieb mit kapazitiver Last das induktive Element eines Schwingungskreises. Es wird gezeigt, daß das Verhalten der Maschinen ohne Querfelddämpfung in einschneidender Weise von den Eigenschaften der Maschinen mit Dämpferwicklung abweicht. Schon im symmetrischen Ladebetrieb auf das gleiche Netz werden keineswegs die gleichen Frequenzen herausgeholt. Während bei der Synchronmaschine mit Dämpferwicklung jene Oberwellen resonanzartig begünstigt werden, für welche die Netzkapazität mit der totalen Streuinduktivität $L\,\tau$ abgestimmt ist, sind bei Maschinen ohne Querfelddämpfung zwei Klassen von Oberwellen zu unterscheiden; die eine ($n = 6p + 5$) gerät bei einer auf $L \cdot \frac{1+\tau}{2}$ abgestimmten Netzkapazität in Resonanz, während die für die andere Gruppe ($n = 6p + 7$) maßgebende Resonanzbedingung sogar zwei Lösungen aufweist, die nicht mehr frequenzunabhängig sind. Die Untersuchung des unsymmetrischen Ladebetriebes, welche für die extremen Fälle des Kurzschlusses und der Unterbrechung einer Phase durchgeführt wird, bringt die Erkenntnis, daß alle Oberwellen über den Läufer miteinander verknüpft sind und daß sich wohl jeder einzelnen Frequenz eine Resonanzabstimmung zuordnen läßt, daß die betreffende Oberwelle jedoch alle anderen mitreißt. Sowohl im Ladebetrieb mit Unterbrechung einer Phase als auch insbesondere im Ladebetrieb mit gleichzeitigem einachsigem Kurzschluß ist die Maschine ohne Querfelddämpfung insoferne besonders empfindlich, als sie für die Oberwellen selbsterregend ist. Die Querfelddämpfung beseitigt diese zweifellos unwillkommene Eigenschaft. Hingegen kann auch durch eine vollständige Dämpferwicklung eine Resonanz der Grundwelle in der kapazitiv belasteten Phase nicht verhindert werden. Es wird vielmehr nur das Resonanzgebiet vorteilhaft verschoben.

Betrachtet man die Maschine für sich allein als induktives Gebilde, so kann man jeder Oberwelle für jeden der betrachteten Schaltzustände eine wohldefinierte Kurzschlußinduktivität zuordnen. Sie geht nicht in die Abstimmungsbedingung ein, weil die Belastung auf eine äußere Kapazität mehrere Oberwellen oder sogar das ganze Oberwellenspektrum weckt, wodurch die reine Induktivität überdeckt wird. Das Studium dieser Induktionskoeffizienten ist trotzdem für die vollständige Analyse des vorliegenden Gegenstandes von Interesse und wird in Anlehnung an eine von Mandl kürzlich angegebene Methode vorgenommen.

A. Einleitung. In einer neuartigen Behandlung des Kurzschlußproblems, welche auf die Verwendung von Differentialgleichungen verzichtet und die Vorgänge in unmittelbarem Anschluß an die Anschauung beschreibt, gelingt Mandl[1] die Darstellung der bei einphasigem Kurzschluß auftretenden Ströme und Spannungen als zusammenhängende, nach Grund- und Oberwellen geordnete Folge von Einzelgliedern. Die Methode erweist sich als besonders geeignet für das Eindringen in die im einzelnen noch ungeklärte Frage der Resonanzgefahr bei Anschluß von Gebilden kapazitiven Charakters (leerlaufende Netze) an die offene Phase und für die Beurteilung der Wirksamkeit einer Dämpferwicklung. In dieser Richtung verdient die Arbeit eine Ergänzung, aus welcher die eigentlichen kritischen Fälle hervorgehen sollen. Es wird sich zeigen, daß der zweipolig kurzgeschlossene Drehstromgenerator ohne und mit

[1] Arch. f. Elektrot., XIX. Bd., 4. Heft.

Digitized by Google

Querfelddämpfung bei Belastung der offenen Phase mit großen Kapazitäten zur Resonanz mit der Grundwelle neigt und unter den der Behandlung zugrunde liegenden vereinfachenden Annahmen unbegrenzt große Ströme führt und unbegrenzt hohe Spannungen liefert. Dieses Ergebnis wird abgeschwächt durch die Feststellung, daß die Netzkapazität in diesem Falle einen Betrag aufweisen müßte, der den zur Selbsterregung der Maschine ausreichenden noch übersteigt. Hingegen liegt sehr wohl die Möglichkeit einer ausgesprochenen Resonanz kleinerer Netzkapazitäten mit der für die offene Phase in Betracht kommenden kombinierten Induktivität im Gebiete der Oberwellen vor. Hier greift die Dämpferwicklung wirksam ein. Während die Drehstrommaschine ohne Querfelddämpfung für jede Oberwelle mit einer bestimmten Netzkapazität in Resonanz gerät, und hierbei theoretisch unendlich hohe Ströme und Spannungen entwickelt, löscht die Dämpferwicklung alle Oberwellen aus, so daß etwa vorhandene Resonanzkreise keine Erregung vorfinden.

Soweit in der Darstellung von Mandl von Resonanzfällen die Rede ist, werden damit ausgezeichnete Zustände beiderseits der kritischen Abstimmung bezeichnet, deren Besonderheiten zwar auch von Interesse sind, die aber nicht mit den extremen Bedingungen zusammenfallen. Die nachfolgenden Ausführungen, deren Abklärung zum Teil in einem mit Herrn Dr. Mandl geführten Briefwechsel erfolgte, werden diese Lücke ausfüllen.

Es sei zunächst festgestellt, was über die Resonanz von Maschineninduktivitäten mit Netzkapazitäten bekannt ist. Auf eine kapazitiv belastete Drehstrommaschine wirkt der mit Grundfrequenz gelieferte Ladestrom magnetisierend. Maßgebend für diese Art der Rückwirkung sind dieselben Maschinenkonstanten, mit denen irgendein induktiver Laststrom, z. B. der Dauerkurzschlußstrom, entmagnetisierend wirkt, somit die sog. Synchronreaktanz. Anders liegen die Verhältnisse für die Oberwellen. Kommt es durch eine erregende EMK höherer Frequenz zur Lieferung der 5., 7., 11. Harmonischen an das Netz, so läuft für die im Ständer entstehende Drehfeldoberwelle der Rotor nicht synchron um, er bildet Gegenamperewindungen aus, beträgt sich also wie die kurzgeschlossene Sekundärwicklung eines Transformators. In diesem Falle ist die resultierende Feldwirkung von Ständer, Erregerwicklung und Dämpferkäfig in die sog. totale Streuinduktivität zusammenzufassen. Im Verein mit der Netzkapazität ergibt die letztere stets für irgendeine Oberwelle Resonanzneigung, so daß es bei Vorhandensein einer erregenden EMK zur Ausprägung der betreffenden höheren Harmonischen kommt. Die Elemente des Resonanzkreises sind also die Netzkapazität einerseits, die Synchroninduktivität für die Grundwelle bzw. die totale Streuinduktivität für die Oberwellen andererseits. Bei linearer Charakteristik und Vernachlässigung Ohmscher Widerstände führt exakte Abstimmung auf unendlich große Wirkungen einer endlichen Erreger-EMK. Wie liegen nun die Verhältnisse für die Synchronmaschine ohne Querfelddämpfung?

B. Symmetrischer Ladebetrieb der Synchronmaschine ohne Querfelddämpfung.

Es sei in dem aus Synchronmaschine und Netzkapazität gebildeten Stromkreis eine eingeprägte EMK der nten Harmonischen vorhanden. Der Ständer entwickelt ein n-fach synchron umlaufendes Drehfeld, von dem der Läufer mit $(n-1)$facher Synchrondrehzahl überholt wird. Letzterer antwortet mit einem in ihm pulsierenden Feld der Frequenz $n-1$, das in zwei Drehfelder zerlegt werden kann, deren eines im Raume n-fach synchron umläuft, deren anderes mit $(n-2)$facher Synchrondrehzahl invers rotiert. Dieses zweite Drehfeld ruft in der Ständerwicklung eine EMK von $(n-2)$facher Grundfrequenz hervor. Und nun kommen wir zu der unerwarteten Feststellung, daß ein in Stern geschalteter Generator mit isoliertem Neutralpunkt sich ganz verschieden verhält, je nachdem $n-2$ durch 3 teilbar ist oder nicht. Beschäftigen wir uns zunächst mit dem ersten Fall.

Digitized by Google

a) $n-2$ durch 3 teilbar ($n = 6p + 5$, $p = 0, 1, 2, 3 \ldots$).

Dann wird das zweite Drehfeld des Läufers keine Gegenamperewindungen des Ständers vorfinden. Es wirkt als reine Vermehrung der Streuinduktivität der Läuferwicklung, deren Gesamtfeld in genau gleicher Größe nochmals auftritt. Die resultierende Induktivität der Maschine durch das Spiel des Drehfeldes von n-facher Synchrongeschwindigkeit wäre zu $L\tau = L\left(1 - \frac{M^2}{L L_r}\right)$ bestimmt, wenn nicht das inverse Läuferfeld aufträte, welches die Selbstinduktion L_r durch Entfaltung einer weiteren gleich großen EMK verdoppelt. Damit wird die Induktivität der Maschine gleich $L\left(1 - \frac{M^2}{2 L L_r}\right) = L\frac{1+\tau}{2}$, also ebenso hoch wie die für den einphasigen Dauerkurzschluß der Grundwelle eines Drehstromgenerators mit Querfelddämpfung maßgebende; die Analogie rührt von dem spiegelbildlichen Aufbau der beiden Gebilde her (einphasiger Läufer, dreiphasiger Ständer einerseits, einphasiger Ständer, mehrphasiger Läufer andererseits).

Somit tritt im Ladebetrieb des symmetrisch belasteten Drehstromgenerators Resonanz der 5., 11., 17., 23. usw. Harmonischen auf, wenn

$$\frac{1}{n^2 \omega^2 C} = L\frac{1+\tau}{2}. \tag{1}$$

Es sind also bei Abwesenheit einer Querfelddämpfung wesentlich kleinere Kapazitäten befähigt, die genannten Oberwellen resonanzartig herauszuholen.

Wir wenden uns zu dem zweiten Fall:

b) $n - 2$ nicht durch 3 teilbar ($n = 6p + 7$, $p = 0, 1, 2, 3 \ldots$).

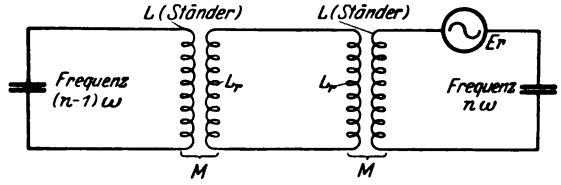


Bild 1. Ersatzschallbild des Drehstromgenerators ohne Dämpferwicklung im symmetrischen Ladebetrieb für eine eingeprägte EMK der n ten Harmonischen.

Um das Ergebnis ohne viele Rechnungen hinschreiben zu können, wollen wir gewisse Hilfsvorstellungen entwickeln. Die beiden Drehstromverteilungen von n-facher und $n - 2$facher Frequenz sind voneinander völlig unabhängig. Sie sind nur durch die Bedingung verknüpft, daß die Rotor-AW-Systeme gleich groß sein müssen. Bild 1 zeigt, welches Ersatzschema hieraus hervorgeht.

Gehen wir von dem Stromkreis mit der Frequenz $(n - 2)\,\omega$ aus. Die äquivalente Selbstinduktion der Ständerwicklung beträgt hier unter Einbeziehung der Kapazität C mit $m = \frac{1}{\omega^2 L C}$

$$L' = L - \frac{1}{(n-2)^2 \omega^2 C} = L\left(1 - \frac{m}{(n-2)^2}\right),$$

die resultierende Induktivität beider Maschinenwicklungen für dieses Stromsystem also

$$L_r \cdot \tau_1 = L_r\left(1 - \frac{M^2}{L_r L'}\right),$$

wobei

$$\tau_1 = 1 - \frac{M^2}{L L_r} \cdot \frac{1}{1 - \frac{m}{(n-2)^2}} \quad \text{bzw.} \quad 1 - \tau_1 = \frac{1-\tau}{1 - \frac{m}{(n-2)^2}}$$

gesetzt ist.

Digitized by Google

$L_r\,\tau_1$ wirkt als Streuinduktivität des Drehstromsystemes von n-facher Grundfrequenz. Die Gesamtinduktivität beträgt also, wenn wieder die Kapazität einbezogen, daher die Größe $L'' = L - \frac{1}{n^2\omega^2 C}$ eingeführt wird,

$$A = L''\left(1 - \frac{M^2}{L'' L_r (1+\tau_1)}\right)$$
$$= L''\left(1 - \frac{1-\tau_2}{1+\tau_1}\right),$$

wobei

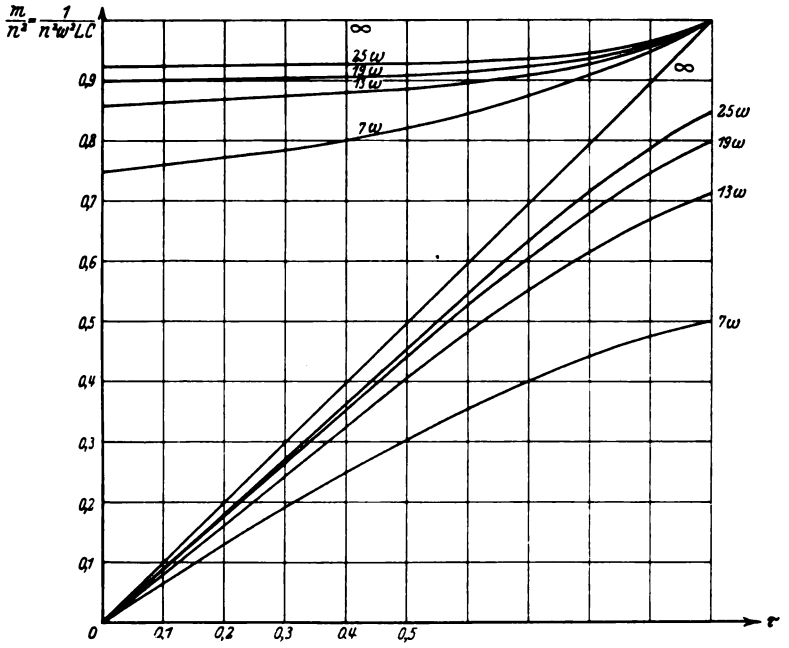


Bild 2. Drehstromgenerator ohne Dämpferwicklung im symmetrischen Ladebetrieb. Abhängigkeit der Resonanzabstimmung für verschiedene Oberwellen vom totalen Streuoffizienten.

$$\tau_2 = 1 - \frac{M^2}{L'' L_r},$$

bzw.

$$1 - \tau_2 = \frac{1-\tau}{1-\frac{m}{n^2}}$$

gesetzt ist.

Somit finden wir als scheinbare Induktivität der ganzen Kombination

$$A = L\left(1 - \frac{m}{n^2}\right)\cdot\frac{\tau_1+\tau_2}{1+\tau_1}$$

und als Bedingung für das Verschwinden der Impedanz des Stromkreises

$$\tau_1 + \tau_2 = 0,$$

d. h.

$$\frac{1-\tau}{1-\frac{m}{(n-2)^2}} + \frac{1-\tau}{1-\frac{m}{n^2}} = 2. \qquad (2)$$

Das ist die Resonanzbedingung für $n = 7, 13, 19, 25$ usw., bei Ladebetrieb des symmetrisch geschalteten Drehstromgenerators ohne Dämpferwicklung.

Der kritische Wert der Größe $\frac{m}{n^2} = \frac{1}{n^2\omega^2 L C}$ ist also nicht mehr konstant, sondern frequenzabhängig. Überdies ergeben sich für jede Oberwelle zwei Resonanz-

Digitized by Google

abstimmungen, deren Grenzwerte für sehr hohes n zu $\frac{m}{n^2} = \tau$ bzw. 1 gefunden werden. Den Verlauf der Kurven $\frac{m}{n^2} = \frac{1}{(n\omega)^2 L C} = f(\tau)$ zeigt Bild 2. Der größere der beiden Werte für $\frac{1}{(n\omega)^2 C}$ liegt zwischen $L \frac{n^2+(n-2)^2}{2n^2}$ und L, der kleinere unter $L\tau$. Auch dieses Ergebnis ist recht bemerkenswert, insbesondere wenn man sich vergegenwärtigt, daß sich die Kurzschlußinduktivität der symmetrisch geschalteten Maschine für alle Oberwellen dieser Gruppe nach dem soeben angewendeten Verfahren zu

$$L_k = L\left(1 - \frac{M^2}{L L_r (1+\tau)}\right) = \\ = L\tau \cdot \frac{2}{1+\tau}$$

bestimmt.

Wenn die Kapazität gemäß einer der beiden Lösungen von Gleichung (2) abgestimmt ist, so werden durch die EMK E_n zwei Oberwellen herausgearbeitet, da auch die $(n-2)$te Harmonische auf dem Wege über den Rotor hervorgeholt wird.

Ein Unterschied zwischen Dauerbetrieb und Ausgleichsvorgängen beim Einschalten besteht nicht, da der Läufer bei keiner der Oberwellen auch auf ein synchron rotierendes Feld reagieren braucht, also keine Gleichstrom-AW zu entwickeln hat.

C. Unsymmetrischer Ladebetrieb. Kurzschluß über eine Achse.

Wir gehen zu der Aufgabe über, für den Fall des zweipolig kurzgeschlossenen Drehstromgenerators mit und ohne Querfelddämpfung die für die Resonanz maßgebenden induktiven Bestimmungsstücke zu ermitteln. Ein in der „offenen" Phase fließender Strom ist mit einer von der Erregerwicklung und allenfalls von der Dämpferwicklung herrührenden Ankerrückwirkung verknüpft und bei Einbeziehung der letzteren mit einem bestimmten resultierenden Feld verkettet. Die Ströme in den Läuferwicklungen lassen sich in Abhängigkeit vom Strom n-facher Grundfrequenz der offenen Phase und der Gleichstromerregung der Maschine in einem zweigliedrigen Ausdruck $a R_0 + b O_n$ darstellen, so daß schließlich das auf eine bestimmte Oberwelle bezogene resultierende Feld der „offenen" Phase in der Form $M_n R_0 + L_n O_n$ darstellbar sein muß. Hierin bedeutet R_0 eine allfällige Gleichstromerregung des Läufers, O_n den Strom der nten Harmonischen, für welche die Resonanzbedingung gewonnen werden soll, M_n und L_n Koeffizienten der gegenseitigen und Selbst-Induktion. Wenn nun die dem Glied $L_n O_n$ entsprechende EMK im Außenkreis der Ständerphase O durch eine gleichgroße EMK kapazitiven Ursprungs aufgehoben wird, so besteht Resonanz. Für die kapazitive EMK kann ein äußeres Ersatzfeld $\lambda_n O_n$ eingeführt werden, welches bei gegebener Netzkapazität mit wachsender Ordnungszahl n quadratisch kleiner wird. Für die Ständerphase O gilt dann bei Zusammensetzung der n-fach synchron rotierenden Felder die Beziehung:

$$M_n R_0 + L_n O_n = \lambda_n O_n . \qquad (3)$$

Wird $\lambda_n = L_n$, so bewirkt eine Fremderregung $M_n R_0$ das Entstehen eines unter den hier gemachten Voraussetzungen unbeschränkt hohen Stromes O_n in der kapazitiv belasteten Phase O.

Da wir im folgenden unsere Rechnungsgrößen sowohl im Strommaßstab als auch im Feldermaßstab mit dem gleichen Buchstaben bezeichnen werden, erhalten die Induktionskoeffizienten eine wechselnde Bedeutung.

Wir haben uns im weiteren mit der Ermittlung des resultierenden Feldes für die einzelnen Harmonischen verschiedener Ordnungszahl zu befassen. Wir werden hierbei, wie wir aus dem Verhalten des dreiphasig kapazitiv belasteten Drehstrom generators schließen können, für Grund- und Oberwellen verschiedene Induktions-

Digitized by Google

koeffizienten finden, aber auch für die Oberwellen verschiedener Ordnungszahl ein Änderungsgesetz feststellen. Wir werden uns dabei in üblicher Weise auf das Schema eines zweiphasig bewickelten Drehstromgenerators stützen. Die Ergebnisse sind bei Einführung der AW-Systeme an Stelle der Ströme bekanntlich ohne weiteres für den dreiphasigen Generator gültig, in welchem die beiden kurzgeschlossenen Phasen in Serienschaltung ein zur offenen Phase räumlich senkrechtes AW-System ausbilden und den Strom der vom Kurzschluß nicht betroffenen Phase in Parallelschaltung je zur Hälfte führen, so daß sich in den kurzgeschlossenen Phasen zwei AW-Systeme überlagern.

Wir haben in die eben vorgebrachten Überlegungen stillschweigend eine Voraussetzung eingeführt, die wohl eine wesentliche Vereinfachung aller Betrachtungen herbeiführt, sich aber andererseits von unserem physikalischen Thema entfernt. Wir haben nämlich nur die Ausprägung einer einzigen Oberwelle im Stromkreis der sog. offenen Phase ins Auge gefaßt. Für alle übrigen Frequenzen wäre der Stromkreis gesperrt. Der kapazitive Charakter der an der offenen Phase hängenden Netzlast läßt eine diesbezügliche Näherungsannahme wohl für Frequenzen unterhalb des Resonanzgebietes als naheliegend erscheinen. Die im Resonanzkreis geweckten elektromotorischen Kräfte höherer Frequenzen finden jedoch praktisch an Stelle einer Sperrung sogar einen Kurzschluß vor. Der Streuinduktivität werden wir den umgekehrten Einfluß zuschreiben. Die Untersuchung wird sich daher nicht auf die Erkenntnisse über das Verhalten des Stromkreises bei einer einzigen Frequenz stützen dürfen, sondern ein allgemeineres Verfahren benützen müssen. Hierzu wird uns insbesondere die Feststellung veranlassen, daß im Resonanzfalle nicht nur die unmittelbar betroffene Oberwelle theoretisch unendlich hohe Werte annimmt, sondern auch alle übrigen Oberwellen von ihr mitgerissen werden. Die als Reaktion auf die durch die kritische Abstimmung herausgeholte Oberwelle ausgebildeten Läuferströme sind von gleicher Größenordnung wie die begünstigte Oberwelle und rufen daher selbst wieder für die beiden benachbarten Ordnungszahlen in der offenen Phase hohe elektromotorische Kräfte hervor, die trotz endlicher Summe des induktiven und kapazitiven Widerstandes zu exzessiv hohen Strömen führen, welches Verhalten sich in die beiderseits liegenden Frequenzgebiete fortpflanzt. Zu einer Vernachlässigung der übrigen Oberwellen dürfen wir uns also auch im Resonanzfalle nicht entschließen. Nichtsdestoweniger werden wir zur vollständigen Beschreibung des durch die einachsig kurzgeschlossene Drehstrommaschine vorgestellten induktiven Gebildes auch auf Fälle eingehen, in denen in der offenen Phase nur eine einzige Oberwelle zur Ausbildung gelangt (Sperrbedingung); wenn im äußeren Kreis nennenswerte Induktivitäten enthalten sind, so ist insbesondere im Falle eingeprägter elektromotorischer Kräfte diese Art der Betrachtung sehr aufschlußreich. Die eingeschränkte Gültigkeit solcher Ableitungen soll in der Überschrift der betreffenden Abschnitte kenntlich gemacht werden.

1. Resonanz der Grundwelle, keine Querfelddämpfung, Sperrbedingung zugelassen. Dauerkurzschluß.

Wir wollen die Ableitung der Induktionskoeffizienten auf 2 Arten vornehmen, um die Überlegenheit der Mandlschen Darstellung zu beleuchten. Bild 3 zeigt den Ausgangspunkt unserer Überlegungen. Die Phase S ist kurzgeschlossen, die Phase O durch Serienschaltung mit einem nicht näher gekennzeichneten äußeren Kreis von einem Strom der Grundfrequenz durchflossen. Der kurzgeschlossene Läufer kann nach Belieben auch einen Erregergleichstrom R_0 führen. Nimmt der Induktor im Augenblick des Strommaximums in O die gezeichnete Lage ein, so ergibt sich die in der Nebenfigur von Bild 3 eingetragene Felderkombination. Aber auch bei einer um 90^0 versetzten Anfangslage des Läufers findet man genau dieselben Bestimmungsgleichungen, so daß der Induktionskoeffizient für alle Lagen gilt. Da die benutzte

Digitized by Google

graphische Feldertabelle sich mit dem korrespondierenden Bild 15 der Mandlschen Arbeit nicht vollständig deckt, sei kurz auf den Aufbau derselben eingegangen. Das AW-System R_0 läuft im Uhrzeigersinn um. Gleichzeitig mit der vertikalen Lage von R_0 erreicht das Feld $2\,O_1$ sein Maximum. Es wird durch 2 gegenläufige Drehfelder O_1 dargestellt. Die Phase S bildet für R_0 Gegen-AW $2\,S_1$ aus, die auch in 2 gegenläufige Systeme vom Betrage S_1 aufzulösen sind, von denen eines das Mitsystem R_0 bekämpft. Das Gegensystem ist augenblicklich in der entgegengesetzten Raumlage, da nach einer Viertelumdrehung das Maximum von S_1 eintreten wird. Diesem Gegensystem wie auch der gegenläufigen Komponente O_1 ist auch das Entstehen der Oberwelle zweiter Ordnung im Läuferkreis zuzuschreiben, welche mit dem Betrage $2\,R_2$ auftritt; das eine System R_2 bekämpft die erregenden Felder S_1 und O_1 und läuft im Raume mit der einfachen Drehzahl um. Das zweite (rechtläufige) System R_2 läuft im Raum mit dreifach synchroner Drehzahl um. Da der Läufer die erregenden Felder gerade voll umschlingt und erst 45^0 später zu ihnen zufolge ihrer gleich großen Gegendrehung senkrecht steht, so hat R_2 sein Maximum, beide Komponenten sind also

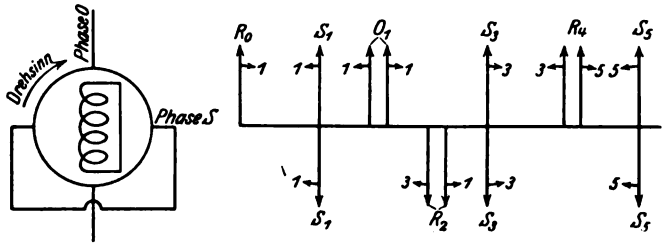


Bild 3. Einachsig kurzgeschlossener Drehstromgenerator ohne Querfelddämpfung. Strom von Grundfrequenz in der „offenen" Phase.

gleichsinnig einzutragen. Aus dem rechtläufigen System R_2 entspringt die dreizahlige Oberwelle S_3 im Ständer. Der Zusammenhang kann von hier an leicht weiter verfolgt werden. Unter Einführung eines Streukoeffizienten $\alpha = \frac{1}{1+\tau_1} = \frac{1}{1+\tau_2}$ erhält man folgende Gleichungen, von denen die untere Kolonne aus der in Bild 1 gegebenen graphischen Feldertabelle, die obere aus der gleichen Tabelle für einen um 90^0 vor- oder zurückliegenden Moment abgelesen ist:

$$\begin{aligned}
&-\alpha R_0 + 2 S_1 - \alpha R_2 = O \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; 1.\text{ in } S\\
&-\alpha R_2 + 2 S_3 - \alpha R_4 = O \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; 3.\text{ in } S\\
&-\alpha R_4 + 2 S_5 - \alpha R_6 = O \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; 5.\text{ in } S\\
&-\alpha S_1 + 2 R_2 - \alpha S_3 - \alpha O_1 = O \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; 2.\text{ in } R\\
&-\alpha S_3 + 2 R_4 - \alpha S_5 \;\;\;\;\;\;\;\;\;\; = O \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; 4.\text{ in } R\\
&-\alpha S_5 + 2 R_6 - \alpha S_7 \;\;\;\;\;\;\;\;\;\; = O \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; 6.\text{ in } R
\end{aligned}$$

Es sind in jeder Gleichung jene AW-Systeme zusammengefaßt, welche zufolge ihrer Umlaufgeschwindigkeit und ihres Umlaufsinnes in der betreffenden Wicklung die betreffende Oberwelle hervorbringen.

Setzt man $S_7 = \varkappa S_5$[1]
und im Hinblick auf den analogen Aufbau beider Gleichungsfolgen

$$R_6 = \varkappa R_4,$$

so findet man weiter

$$R_6 = \frac{\alpha}{2}(1+\varkappa) S_5 \ldots\ldots 6.\text{ in } R,$$

[1] Der Koeffizient $\varkappa$ entspricht dem Faktor $(-K)$ in der Mandlschen Arbeit. Der in unserer Ableitung benutzte Aufbau der graphischen Feldertabelle, in welcher $R_0, R_2, R_4 \ldots\ldots$; ebenso $S_1, S_3, S_5 \ldots\ldots$ abwechselnd Amplituden von entgegengesetztem Vorzeichen aufweisen, führt sofort auf positive Werte der Verhältniszahl $\varkappa$.

Digitized by Google

$$S_5 = \frac{a}{2}\left(1 + \frac{1}{\varkappa}\right) R_6 \ldots\ldots 5. \text{ in } S,$$

somit

$$\frac{a^2}{4}(1+\varkappa)\left(1+\frac{1}{\varkappa}\right) = \frac{a^2}{4}\frac{(1+\varkappa)^2}{\varkappa} = 1$$

als Bestimmungsgleichung für $\varkappa$, außerdem

$$\frac{a}{2}(1+\varkappa) = \sqrt{\varkappa} \tag{4}$$

und in weiterer Folge bzw. Bestätigung

$$S_5 = \varkappa S_3.$$

Die Elemente R_2, S_3, R_4, S_5, R_6 usw. bilden also eine geometrische Reihe mit dem Quotienten $\sqrt{\varkappa}$.

Schließlich findet man

$$R_2 = \varkappa R_0 + \frac{a}{4}(1+\varkappa)^2 \cdot 2O_1.$$

Für die Grundfrequenz in O kommt in Betracht

$$\left.\begin{aligned} 2O_1 + a R_0 - a R_2 &= a R_0(1-\varkappa) + 2O_1\left[1 - \frac{a^2}{4}(1+\varkappa)^2\right] = \\ &= a R_0(1-\varkappa) + 2O_1(1-\varkappa) \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Der Selbstinduktionskoeffizient von $2O_1$ für die Grundwelle entspricht somit der $(1-\varkappa)$fachen Synchronreaktanz.

Mit der kapazitiven Reaktanz λ_1 im Außenkreis der Phase O ist eine weitere Bestimmungsgleichung entsprechend der Bedingung (3) verknüpft:

$$a R_0(1-\varkappa) + 2O_1(1-\varkappa) = \lambda_1 \cdot 2O_1.$$

Wird der Koeffizient der kapazitiven Reaktanz λ_1 gleich jenem der induktiven $(1-\varkappa)$, so liegt Resonanz vor, $2O_1$ wird unendlich groß.

Mandl behandelt als Fall 7 die Annahme $\lambda_1 = O$ (— die Grundfrequenz findet im äußeren Kreis keinen Widerstand vor —). Der Gesamtstrom der offenen Phase ist hierbei gleich $(-a R_0)$. Unter Fall 12 wird die Annahme $\lambda_1 = 1$ durchgerechnet (— die Netzkapazität ist auf das gesamte Eigenfeld von O_1 abgestimmt —). Der Gesamtstrom der offenen Phase ergibt sich zu $a R_0\left(\frac{1-\varkappa}{\varkappa}\right)$. Zwischen beiden Ansätzen liegt eine Unendlichkeitstelle mit Vorzeichenwechsel, d. i. der eigentliche Resonanzfall $\lambda_1 = 1 - \varkappa$.

Die Bestimmung des Selbstinduktionskoeffizienten der Grundwelle von O vollzieht sich bei Anwendung eines anderen Rechnungsganges weit weniger einfach. Des Vergleiches halber sei eine zweite Ableitung auf anderem Wege gegeben. Hierbei sehen wir von der Gleichstromerregung des Läufers ab, da sie nur mit dem Koeffizienten der gegenseitigen Induktion in Erscheinung tritt. Es umschlingt dann der Ständer dauernd das Feld Null, der Läufer dauernd ein zunächst nicht bekanntes konstantes Feld, welches sich aus den rechtläufigen Systemen von O_1 und S_1 zusammensetzt. Wir setzen für $t = O$ den in Bild 3 dargestellten Ausgangszustand voraus, mit der Verallgemeinerung, daß der in O fließende Strom eine beliebige Phasenverschiebung φ besitzt.

Im Läufer gilt: $MO \sin(\omega t + \varphi) \cos \omega t + M \sin \omega t\, S + L_r \mathfrak{J}_r = C.$

Im Ständerkreis: $LS + M \sin \omega t\, \mathfrak{J}_r = O.$

Hieraus errechnet sich mit $1 - \frac{M^2}{L L_r} = \tau$:

$$\mathfrak{J}_r = -\frac{M}{L_r} O \sin(\omega t + \varphi) \cos \omega t \frac{1}{1-(1-\tau)\sin^2 \omega t} + \frac{C}{1-(1-\tau)\sin^2 \omega t}.$$

Da der Gleichstrom in der Läuferwicklung nicht von außen aufrecht erhalten wird, ist das Gleichstromglied $\mathfrak{J}_{rg}$ gleich Null zu setzen. Die Fouriersche Analyse liefert:

Digitized by Google

$$\mathfrak{F}_{rg} = -\frac{M}{L_r} O \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \left[\int_0^{\pi} \frac{\cos^2 \omega t \sin \varphi}{1-(1-\tau)\sin^2 \omega t} \, d\omega t + \int_0^{\pi} \frac{\sin \omega t \cos \omega t \cos \varphi}{1-(1-\tau)\sin^2 \omega t} \, d\omega t \right] +$$

$$+ C \cdot \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{1}{1-(1-\tau)\sin^2 \omega t} \, d\omega t = O,$$

$$-\frac{M}{L_r} O \sin \varphi \frac{2}{\sqrt{1+\tau}} + \frac{2C}{\sqrt{\tau}} = O,$$

$$C = \frac{M}{L_r} O \sin \varphi \frac{\sqrt{\tau}}{1+\sqrt{\tau}}.$$

Demzufolge ist

$$\mathfrak{F}_r = -\frac{M}{L_r} O \sin(\omega t + \varphi) \cos \omega t \frac{1}{1-(1-\tau)\sin^2 \omega t} + \frac{M}{L_r} O \sin \varphi \frac{\sqrt{\tau}}{1+\sqrt{\tau}} \frac{1}{1-(1-\tau)\sin^2 \omega t}.$$

Die Phase O umfaßt also die Felder

$$L O \sin(\omega t + \varphi) + M \mathfrak{F}_r \cos \omega t = L O \left[\frac{\tau \sin(\omega t + \varphi)}{1-(1-\tau)\sin^2 \omega t} + \right.$$

$$\left. + (1-\tau) \frac{\sqrt{\tau}}{1+\sqrt{\tau}} \sin \varphi \frac{\cos \omega t}{1-(1-\tau)\sin^2 \omega t} \right] =$$

$$= L O \frac{1}{1-(1-\tau)\sin^2 \omega t} [\tau \sin \omega t \cos \varphi + \sqrt{\tau} \cos \omega t \sin \varphi].$$

Die Grundwelle des resultierenden Feldes beträgt:

$$\frac{2}{\pi} L O \left[\sin \omega t \cdot \tau \cos \varphi \int_0^{\pi} \frac{\sin^2 \omega t}{1-(1-\tau)\sin^2 \omega t} \, d\omega t + \cos \omega t \cdot \sqrt{\tau} \sin \varphi \int_0^{\pi} \frac{\cos^2 \omega t}{1-(1-\tau)\sin^2 \omega t} \, d\omega t \right] =$$

$$= \frac{2\sqrt{\tau}}{1+\sqrt{\tau}} L \cdot O \sin(\omega t + \varphi) = L_1 \cdot O \sin(\omega t + \varphi).$$

Mit Hilfe der Beziehungen

$$\tau = 1 - \frac{1}{(1+\tau_1)(1+\tau_2)} = 1 - \alpha^2 = \left(\frac{1-\varkappa}{1+\varkappa}\right)^2,$$

$$\frac{2\sqrt{\tau}}{1+\sqrt{\tau}} = 1 - \varkappa$$

findet man schließlich das frühere Ergebnis wieder

$$L_1 = L(1-\varkappa).$$

2. Resonanz der Grundwelle, Querfelddämpfung vorhanden. Dauerkurzschluß.

Wir können gemäß Bild 4 sogleich anschreiben:

$$\begin{aligned} -\alpha R_0 + 2 S_1 - \alpha R_2 - \alpha Q_2 &= O \quad \ldots\ldots\ldots \text{1. in } S \\ -\alpha S_1 + 2 R_2 - \alpha O_1 &= O \quad \ldots\ldots\ldots \text{2. in } R \\ -\alpha S_1 + 2 Q_2 - \alpha O_1 &= O \quad \ldots\ldots\ldots \text{2. in } Q. \end{aligned}$$

Demzufolge ist $R_2 = Q_2$, die dreifach synchron rotierenden Läuferfelder heben sich auf, die Reihe der Oberwellen bricht hier ab.

$$2 R_2 = (\alpha R_0 + 2 O_1) \frac{\alpha}{2-\alpha^2}.$$

Die Ständerphase O umfaßt resultierend

$$2 O_1 + \alpha R_0 - \alpha R_2 - \alpha Q_2 = (2 O_1 + \alpha R_0) \frac{2(1-\alpha^2)}{2-\alpha^2}$$

$$= (2 O_1 + \alpha R_0) \frac{2\tau}{1+\tau}.$$

Digitized by Google

Die Gleichgewichtsbedingung (3) für Phase O lautet nunmehr:

$$a R_0 \cdot \frac{2\tau}{1+\tau} + 2O_1 \frac{2\tau}{1+\tau} = \lambda_1 \cdot 2O_1 .$$

Resonanz tritt ein für

$$\lambda_1 = \frac{2\tau}{1+\tau} = \frac{(1-\varkappa)^2}{1+\varkappa^2} .$$

Die Sperrbedingung für die Oberwellen ist hier gegenstandslos. Die kritische Netzkapazität ist gegenüber dem Fall ohne Querfelddämpfung noch größer geworden, da ihre Ersatzreaktanz auf das $\frac{1-\varkappa}{1+\varkappa^2}$fache gefallen ist. Die Selbsterregungsbedingung $\lambda_1 = 1$ des Drehstromgenerators müßte also bei weitem überschritten sein. Dadurch verliert der vorliegende Resonanzfall zweifellos viel an praktischer Bedeutung und man kann in diesem Sinne doch wieder von einer Schutzwirkung der Dämpferwicklung sprechen, welche den Resonanzbereich in günstiger Richtung verschiebt. Auch gegenüber dem in Abschnitt 7 ermittelten genaueren Wert der Resonanzabstimmung einer Maschine ohne Querfelddämpfung bleibt der angegebene Vorteil der Dämpferwicklung erhalten.

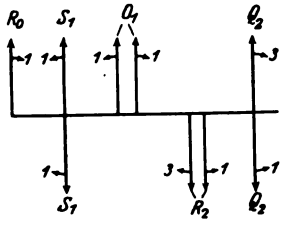


Bild 4. Einachsig kurzgeschlossener Drehstromgenerator mit Querfelddämpfung. Strom von Grundfrequenz in der „offenen" Phase.

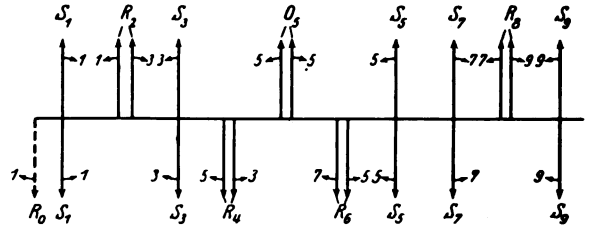


Bild 5. Einachsig kurzgeschlossener Drehstromgenerator ohne Querfelddämpfung. Strom von 5facher Grundfrequenz in der „offenen" Phase.

3. Resonanz der nten Oberwelle. Keine Querfelddämpfung. Sperrbedingung zugelassen. Dauerkurzschluß.

Die Aufstellung der Felderbeziehungen erfolgt genau so wie unter 1. Man hat nur für die 3., 5., 7. und nte Oberwelle die Indizes der Gleichungen um 2, 4, 6 .... $n-1$ zu erhöhen. Während jedoch im Falle 1. die Rückwirkung der mitlaufenden Komponente der offenen Phase entfiel (konstantes Feld, das ohne Gegenwirkung dauernd vom Läufer umschlungen werden kann), ist für die Oberwellen rückwärts fortschreitend die Aufstellung neuer Gleichungen erforderlich. Beispielsweise gilt bei Untersuchung der fünften Oberwelle gemäß Bild 5 nachstehende Gleichungsfolge:

$$-a R_0 + 2 S_1 - a R_2 = O \,..\, 1.\text{ in } S \qquad -a S_1 + 2 R_2 - a S_3 = O \,..... \quad 2.\text{ in } R$$
$$-a R_2 + 2 S_3 - a R_4 = O \,..\, 3.\text{ in } S \qquad -a S_3 + 2 R_4 + a S_5 - a O_5 = O \quad 4.\text{ in } R$$

$$-a R_4 + 2 S_5 - a R_6 = O \,..\, 5.\text{ in } S \qquad -a S_5 + 2 R_6 - a S_7 - a O_5 = O \quad 6.\text{ in } R$$
$$-a R_6 + 2 S_7 - a R_8 = O \,..\, 7.\text{ in } S \qquad -a S_7 + 2 R_8 - a S_9 = O \quad 8.\text{ in } R.$$

Die hinter dem Trennstrich angeschriebenen Gleichungen sind den für Fall 1 aufgestellten genau zugeordnet. Bis dahin kann also die Lösung übernommen werden (Indizes um 4 erhöht).

$$R_{10} = S_9 \sqrt{\varkappa} = R_8 (\sqrt{\varkappa})^2 = S_7 (\sqrt{\varkappa})^3 = R_6 (\sqrt{\varkappa})^4$$

und

$$R_6 = (S_5 + O_5) \sqrt{\varkappa} .$$

Im weiteren muß die Lösung zufolge der zweiten von O_5 herrührenden Bestimmungsgleichung (rechtläufiges System) neu ermittelt werden. Man erhält:

Digitized by Google

$$
\begin{aligned}
S_5 &= -R_4\sqrt{\varkappa} + O_5(\sqrt{\varkappa})^2,\\
R_4 &= S_3\sqrt{\varkappa} + O_5\sqrt{\varkappa}(1-\varkappa),\\
S_3 &= R_2\sqrt{\varkappa} + O_5(\sqrt{\varkappa})^2(1-\varkappa),\\
R_2 &= S_1\sqrt{\varkappa} + O_5(\sqrt{\varkappa})^3(1-\varkappa),\\
S_1 &= R_0\sqrt{\varkappa} + O_5(\sqrt{\varkappa})^4(1-\varkappa).
\end{aligned}
$$

Somit ist

$$R_4 = R_0(\sqrt{\varkappa})^4 + O_5\sqrt{\varkappa}(1-\varkappa)(1+\varkappa+\varkappa^2+\varkappa^3) = R_0\varkappa^2 + O_5\sqrt{\varkappa}(1-\varkappa^4),$$

ferner

$$R_6 = -R_4(\sqrt{\varkappa})^2 + O_5\sqrt{\varkappa}(1+\varkappa)$$

und

$$\alpha R_6 = -\alpha R_4\varkappa + 2O_5\varkappa.$$

Der Selbstinduktionskoeffizient von $2O_5$ bestimmt sich aus der Kombination

$$
\left.
\begin{aligned}
2O_5 - \alpha(R_4+R_6) = (2O_5 - \alpha R_4)(1-\varkappa) = -\alpha R_0(1-\varkappa)\varkappa^2 +\\
+ 2O_5(1-\varkappa)\cdot\left(1-\varkappa\frac{1-\varkappa^4}{1+\varkappa}\right).
\end{aligned}
\right\} \quad (5a)
$$

Demzufolge lautet die Resonanzbedingung

$$\lambda_5 = L_5 = (1-\varkappa)\frac{1+\varkappa^5}{1+\varkappa}.$$

Nach demselben Verfahren gelangt man zu dem allgemeinen Ergebnis

$$\lambda_n = L_n = (1-\varkappa)\frac{1+\varkappa^n}{1+\varkappa}. \quad (6)$$

Wir erörtern diese Resonanzbedingung. Die wirksame Reaktanz der offenen Phase für einen Strom der nten Harmonischen, in welcher die Rückwirkung der Läuferfelder inbegriffen ist, geht aus der Synchronreaktanz L durch Verkleinerung mit dem Faktor $(1-\varkappa)\frac{1+\varkappa^n}{1+\varkappa}$ hervor. Soll eine außenliegende Kapazität unter dem gleichen Strom eine entgegengesetzt gleiche Spannung entwickeln, so ist für die Grundwelle ($n=1$) eine größere Kapazität erforderlich, als dem Gleichgewicht mit der Synchronreaktanz L, also der Selbsterregung entsprechen würde. Für die Oberwellen sinkt die erforderliche Kapazität ungefähr mit dem Quadrat der Ordnungszahl, da sich L_n nur sehr wenig ändert.

Die maßgebende Beziehung lautet:

$$\frac{1}{n\omega C} = n\omega L(1-\varkappa)\frac{1+\varkappa^n}{1+\varkappa}. \quad (6a)$$

Setzt man $\tau = 0{,}125$, wobei den REM-Vorschriften für die zulässige Höhe des Stoßkurzschlußstromes gerade genügt wird, soferne der Dauerkurzschlußstrom bei Leerlauferregung etwa gleich dem Normalstrom der Maschine angenommen werden kann, so hat man $\varkappa = 0{,}478$ und $\frac{1}{n\omega C} = 0{,}353\ (1+0{,}478^n)\ n\omega L$.

Man findet diese Beziehung in der Regel für eine Oberwelle mäßiger Ordnungszahl angenähert erfüllt, so daß deren Ausarten nur durch den Einfluß der in unserer Betrachtung vernachlässigten Nebenumstände (Widerstände, Eisensättigung usw. begrenzt wird.

4. Resonanz der nten Oberwelle. Querfelddämpfung vorhanden. Dauerkurzschluß.

Eine Resonanz der nten Oberwelle kommt hier nicht in Frage, da wir bereits unter Fall 2 erkannt haben, daß die Reihe der Oberwellen mit der zweiten im Läufer abbricht und diese selbst nur ein Gegensystem entwickelt. Bereits die dritte Harmonische erscheint im Ständer nicht mehr. Bei einphasigem Kurzschluß der Synchronmaschine mit vollständiger Dämpferwicklung fehlt also jede zusätzliche er-

Digitized by Google

regende EMK für die Oberwellen. Den Einfluß einer äußeren EMK behandeln wir im Abschnitt 6.

5. Stoßkurzschluß. — Keine Querfelddämpfung. Sperrbedingung zugelassen.

Ein besonderer Vorzug der Mandlschen Darstellung ist die unmittelbare Übertragung der für den Dauerkurzschluß abgeleiteten Gesetzmäßigkeiten auf den plötzlichen Kurzschluß. In der Tat unterscheiden sich beide Zustände zunächst nur durch das der Gleichstromkomponente des Läufers auferlegte Gesetz. Im Dauerkurzschluß hat sich der Läuferkreis damit abgefunden, ein gewisses konstantes Feld äußerer Herkunft zu umfassen, nur der Läuferstrom liegt fest. Im plötzlichen Kurzschluß wehrt hingegen die Läuferwicklung auch konstante Felder ab; sie regelt ihren eigenen Strom so, daß das von ihr vor dem Kurzschluß umschlungene Feld keine Änderung erfährt. Für die Ermittlung der Bestimmungsgrößen des Resonanzkreises liegt hierin ein wesentlicher Unterschied. Das AW-System R_0, das wir beispielsweise in Gleichung 5a auftreten sehen, ist im Dauerkurzschluß eine unabhängige, nur durch den jeweils eingestellten Erregerstrom bestimmte Größe. Im Stoßkurzschluß gilt hingegen die zusätzliche Bedingung (Bild 5):

$$R_0 - a S_1 = G$$

$$S_1 = R_0 \sqrt{\varkappa} + O_n (1 - \varkappa) \cdot (\sqrt{\varkappa})^{n-1}.$$

Somit ist R_0 im plötzlichen Kurzschluß selbst von O_n abhängig. Die Beziehung, aus welcher wir die für die Phase O gültigen Koeffizienten der gegenseitigen und der Selbstinduktion für die nte Oberwelle entnahmen

$$M_n R_0 + L_n 2 O_n = - a R_0 (1 - \varkappa) (\sqrt{\varkappa})^{n-1} + 2 O_n (1 - \varkappa) \frac{1 + \varkappa^n}{1 + \varkappa} \tag{5b}$$

wird umgebildet zu

$$M_{np} G + L_{np} 2 O_n = - 2 G (\sqrt{\varkappa})^n + 2 O_n (1 - \varkappa) \frac{1 - \varkappa^n}{1 + \varkappa} \tag{7}$$

Hieraus entnimmt man zunächst die Resonanzbedingung für den Stoßukrzschluß

$$\lambda_{np} = (1 - \varkappa) \frac{1 - \varkappa^n}{1 + \varkappa} \tag{8}$$

Sie gilt mit $n = 1$ auch für die Grundwelle.

Wir haben im Verlaufe der Ableitung eine Läuferausgangstellung bevorzugt, bei welcher im Augenblick des Strommaximums der offenen Phase die Läuferwicklung mit O koaxial steht. Tatsächlich trifft diese Voraussetzung immer zu, wenn die erregende EMK des Resonanzkreises aus den im Kurzschluß entwickelten Feldern der Maschine stammt. Um möglichst allgemein zu bleiben, müßte man auch den Fall gelten lassen, daß die erregende EMK der nten Oberwelle im äußeren Stromkreis der sog. offenen Phase liegt und die kurzgeschlossene Maschine nur ein Element des Stromweges vorstellt. Man hätte dann auch den Fall zu betrachten, daß die dem Maximum von O_n entsprechende Ausgangstellung der Läuferwicklung um eine halbe Polteilung gegen die eben definierte ausgezeichnete Stellung erster Art verschoben ist. Man kann sich unschwer vergewissern, daß die Gleichung (5b) auch hier zu Recht besteht, mit dem einzigen Unterschied, daß R_0 gleich Null sein muß, da sonst O_n nicht der vorausgesetzten Phasenbedingung entsprechen könnte, sondern eine weitere dazu senkrechte Komponente enthalten müßte, welche von der kurzgeschlossenen Maschine erregt ist. Eine EMK äußeren Ursprungs ist also in zwei Komponenten zu zerlegen, deren eine mit der von der kurzgeschlossenen Maschine in der offenen Phase induzierten nten Spannungsoberwelle gleichphasig ist, deren andere eine dazu senkrechte Phasenlage aufweist. Die erste Komponente kommt unter den Bedingungen (6) und (8) zur Wirkung; die zweite Komponente kennt keinen Unterschied

Digitized by Google

zwischen Stoß- und Dauerkurzschluß, da in der ihr zugeordneten Stromverteilung, welche sich der ersten überlagert, der Anteil R_0 auf alle Fälle Null ist. Das mit dem Läufer synchron rotierende Ständerfeld S_1 ist gegen die Läuferwicklung räumlich um 90^0 versetzt, wird also niemals aufgehoben. Darum ist zu setzen:

$$\lambda_n' = \lambda_{n\,p}' = \lambda_n = (1 - \varkappa)\frac{1 + \varkappa^n}{1 + \varkappa}. \tag{9}$$

Daß für den Dauerkurzschluß auf die Ausgangstellung des Läufers nicht Rücksicht genommen werden braucht, zeigt auch die unter Abschnitt 1 gegebene analytische Behandlung, deren Resultat durch den dort angeführten Phasenverschiebungswinkel φ nicht beeinflußt wird.

Es wurden bisher stillschweigend immer nur die ungeradzahligen Oberwellen betrachtet, da der gleichstromerregte Läufer der kurzgeschlossenen Maschine in der offenen Phase nur solche hervorruft. Ein von der kurzgeschlossenen Ständerphase umfaßtes Gleichfeld läßt jedoch in der offenen Phase geradzahlige Vielfache der Grundfrequenz zur Ausbildung kommen. Ebenso könnten im äußeren Stromkreis der sog. offenen Phase erregende EMKe von solchen Frequenzen liegen. Die Frage nach der Resonanzbedingung hat also auch für die geradzahligen Oberwellen sowohl für den Stoßkurzschluß als auch für den Dauerkurzschluß einen physikalischen Sinn. Da in den bisherigen Ableitungen im wesentlichen nur die Indizes aller Größen um 1 zu erniedrigen wären, sei ohne Anführung des leicht zu erbringenden Beweises festgestellt, daß die Bedingungen (6), (8) und (9) auch für die höheren Harmonischen gerader Ordnungszahl gelten. Gleichung (6) und (9) gelangen zur Anwendung, wenn der Läufer im Augenblick des Strommaximums von 0 mit der Phase 0 koaxial ist. Die Gleichstromkomponente der kurzgeschlossenen Ständerphase ruft eine hiervon um 90^0 verschiedene Strom- und Spannungsverteilung hervor. Da sie nur im plötzlichen Kurzschluß existiert, gehört zu ihr als Resonanzbedingung die Gleichung (8). Für eine gleichphasige äußere EMK von gerader Ordnungszahl wäre bei plötzlichem Anlegen die Resonanzbedingung (8) maßgebend, während im Dauerzustand Gleichung (6) in Betracht kommt.

6. Stoßkurzschluß, Läufer mit Querfelddämpfung.

Die hier anzustellenden Betrachtungen stimmen mit den im Abschnitt 5 vorgebrachten überein. Die Sperrbedingung ist ohne Bedeutung. Man findet eine neue Resonanzbedingung der Grundwelle

$$\lambda_{1\,p} = \tau = \left(\frac{1 - \varkappa}{1 + \varkappa}\right)^2 \tag{10}$$

welche auch für äußere EMKe zutrifft, wenn sie phasengleich mit der Spannung der offenen Phase einer im Läufer gleichstromerregten, im Ständer kurzgeschlossenen Maschine sind. Für eine in der Phase dazu senkrechte EMK-Komponente wird $R_0 = 0$, $Q_0 = 0$ und daher

$$\lambda_{1\,p}' = \lambda_1 = \frac{(1 - \varkappa)^2}{1 + \varkappa^2}. \tag{11}$$

Im Dauerkurzschluß gilt für die Grundwelle stets die in Abschnitt 2 abgeleitete Resonanzbedingung.

Oberwellen werden von der einachsig kurzgeschlossenen Maschine mit Querfelddämpfung nicht erregt. Die Resonanzbedingung als solche hat zwar einen physikalischen Sinn, da ein die kurzgeschlossene Maschine enthaltender Stromkreis ja auch von außen erregt werden oder über eine aufgeladene Kapazität verfügen kann, doch ist die praktische Bedeutung solcher Fälle sicherlich beschränkt. Der Vollständigkeit halber sei auch hier der maßgebende Induktionskoeffizient angeführt. Resonanz besteht, wenn die außenliegende Kapazität mit der totalen Streuinduktivität τ auf die betreffende Frequenz abgestimmt ist. Die kurzgeschlossene Phase S bleibt hierbei

Digitized by Google

stromlos. Die angeführte Bedingung gilt sowohl für den plötzlichen, als auch für den Dauerkurzschluß.

7. Einachsig kurzgeschlossene Maschine ohne Querfelddämpfung. Sperrbedingung aufgehoben.

Wir machen uns jetzt von der in den Ableitungen der Abschnitte 1, 3 und 5 zugelassenen Einschränkung frei und berücksichtigen den Stromdurchgang der Oberwellen durch die Kapazität in der ihnen zukommenden Höhe. Der Weg, den wir hierbei einschlagen wollen, ist mit der hier gleichfalls sehr geeigneten Mandlschen Darstellung verwandt. Wir stellen zuerst allgemeine Feldbeziehungen auf:

$$L\mathfrak{J}_1 + M\mathfrak{J}_r \cos\omega t = 0 \quad \text{(Ständer in der Kurzschlußachse, d. i. Phase 1)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

$$L\mathfrak{J}_2 + M\mathfrak{J}_r \sin\omega t = \Phi \quad \text{(Ständer in der offenen Phase 2)} \quad \ldots\ldots (13)$$

$$L_r\mathfrak{J}_r + M\mathfrak{J}_1 \cos\omega t + M\mathfrak{J}_2 \sin\omega t = G \quad \text{(Läufer)} \quad \ldots\ldots\ldots (14)$$

Hierbei ist Φ ein Ersatzfeld, welches durch Induktion in der Wicklung 0 genau jene EMK hervorzurufen vermag, welche die den Feldern 20_1, 20_3, 20_5 usw. entsprechenden Ströme an der Kapazität C entwickeln. Dementsprechend ist

$$L\mathfrak{J}_2 = 20_1 \sin\omega t + 20_3 \sin 3\omega t + 20_5 \sin 5\omega t + \ldots\ldots\ldots (15)$$

$$\Phi = \frac{20_1}{\omega^2 LC}\sin\omega t + \frac{20_3}{9\omega^2 LC}\sin 3\omega t + \frac{20_5}{25\omega^2 LC}\sin 5\omega t + \ldots . \quad (16)$$

Aus (12), (13) und (14) ergibt sich

$$L_r\mathfrak{J}_r = -\frac{L_r}{M}\Phi\frac{1-\tau}{\tau}\sin\omega t + \frac{G}{\tau}. \quad (17)$$

Bevor wir in unserer Ableitung fortschreiten, muß Gleichung (17) genauer erörtert werden. Sie ist unter der Voraussetzung aufgestellt, daß der Läufer auf alle von ihm umschlungenen Felder mit Gegenfeldern zu antworten vermag. Im Stoßkurzschluß trifft dies zu und hier ist Gleichung (17) uneingeschränkt gültig. Im Dauerkurzschluß hingegen bekämpft die Läuferwicklung den konstanten Anteil der fremden Felder nicht mehr, so daß in Gleichung (17) an Stelle aller konstanten Anteile, welche sich unter Berücksichtigung von (16) zu

$$-\frac{L_r}{M}\frac{O_1}{\omega^2 LC}\frac{1-\tau}{\tau} + \frac{G}{\tau}$$

bestimmen, nur $L_r\mathfrak{J}_g = R_0$ zu treten hat.

Es modifiziert sich also für den Dauerkurzschluß (17) zu

$$L_r\mathfrak{J}_r = -\frac{L_r}{M}\Phi\frac{1-\tau}{\tau}\sin\omega t + \frac{L_r}{M}\frac{O_1}{\omega^2 LC}\frac{1-\tau}{\tau} + R_0. \quad (17a)$$

Führt man noch zur Abkürzung ein:

$$\left.\begin{aligned} m &= \frac{1}{\omega^2 LC} \\ a &= 2\frac{1+\tau}{1-\tau} \\ b &= \frac{4\tau}{1-\tau} = a-2 \end{aligned}\right\} \quad (18)$$

so wird aus (13) und (17) zunächst

$$L\mathfrak{J}_2 = \Phi\left(1 + \frac{1-\tau}{\tau}\sin^2\omega t\right) - \frac{M}{L_r}\cdot\frac{G}{\tau}\sin\omega t \quad (19)$$

bzw. im Dauerkurzschluß

$$L\mathfrak{J}_2 = \Phi\left(1 + \frac{1-\tau}{\tau}\sin^2\omega t\right) - \frac{1-\tau}{\tau}O_1 m\sin\omega t - \frac{M}{L_r}R_0\sin\omega t. \quad (19a)$$

Digitized by Google

Für die linke Seite ist nun die Reihenentwicklung nach Gleichung (15), für Φ ebenso die Zerlegung gemäß Gleichung (16) anzuwenden. Sodann sind die Koeffizienten der einzelnen Harmonischen links und rechts gleichzusetzen. Auch wollen wir zur Abkürzung für die Ausdrücke $\frac{O_1}{1^2}$, $\frac{O_3}{3^2}$, $\frac{O_5}{5^2}$ usw. neue Unbekannte x_1, x_3, x_5 usw. einführen. So erhält man

$$\begin{aligned} 2x_1 \cdot 1^2 &= -\frac{M}{L_r}\frac{G}{\tau} + \left(\frac{1+\tau}{\tau} + \frac{1-\tau}{2\tau}\right) m x_1 - \frac{1-\tau}{2\tau} m x_3, \\ 2x_3 \cdot 3^2 &= -\frac{1-\tau}{2\tau} m x_1 + \frac{1+\tau}{\tau} m x_3 - \frac{1-\tau}{2\tau} m x_5, \\ 2x_5 \cdot 5^2 &= -\frac{1-\tau}{2\tau} m x_3 + \frac{1+\tau}{\tau} m x_5 - \frac{1-\tau}{2\tau} m x_7 \end{aligned}$$

usw.

oder mit den Bezeichnungen gemäß (18)

$$\left.\begin{aligned} x_1\left(a - \frac{b}{m}\cdot 1^2 + 1\right) &= \frac{\alpha}{2}\frac{G}{\tau}\frac{b}{m} + x_3 \\ x_3\left(a - \frac{b}{m}3^2\right) &= x_1 + x_5 \\ x_5\left(a - \frac{b}{m}5^2\right) &= x_3 + x_7 \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

Dieses System gilt für Stoßkurzschluß. Für den Dauerkurzschluß ist nur die erste der Gleichungen (20) in

$$x_1\left(a - \frac{b}{m}\cdot 1^2 - 1\right) = \frac{\alpha}{2} R_0 \frac{b}{m} + x_3 \qquad (20\,a)$$

abzuändern.

Wir dürfen uns bei der Umwandlung dieser Lösung in eine explizite Form auf die Erkenntnis stützen, daß zumindest von einer bestimmten, durch Resonanznähe begünstigten Oberwelle an die Amplituden der einzelnen Glieder unserer harmonischen Analyse ständig abnehmen und daß insbesondere

$$\lim_{n=\infty} x_n = \lim \frac{O_n}{n^2} = 0$$

gesetzt werden darf[1].

Dann kann man, vom unteren Ende der Gleichungsfolge ausgehend, anschreiben:

$$\frac{O_1}{1^2} = x_1 = \frac{A}{m} \cfrac{1}{a - \frac{b}{m}1^2 \pm 1 - \cfrac{1}{a - \frac{b}{m}3^2 - \cfrac{1}{a - \frac{b}{m}\cdot 5^2 - \cfrac{1}{a - \cdots}}}} = \frac{A}{m}\cdot K_1.$$

Bezeichnet man jenen Teilkettenbruch, dessen Nenner mit $a - \frac{b}{m}3^2$ beginnt, kurz mit K_3, so erhält man

$$\frac{O_3}{3^2} = x_3 = \frac{A}{m}\cdot K_1 K_3,$$

$$\frac{O_5}{5^2} = x_5 = \frac{A}{m} K_1 K_3 K_5$$

usw. in gewisser äußerer Ähnlichkeit zu dem in Abschnitt 1 gefundenen Bildungsgesetz.

Man könnte vermuten, daß beispielsweise das Unendlichwerden von K_5 eine Resonanzbedingung für das Glied x_5 vorstellt. Dies ist nicht der Fall, denn es wird dann $K_3 = 0$ und $K_3 K_5 = -1$, bzw. $x_3 = 0$ und $x_5 = -x_1$. Einzig und allein das

[1] Als korrekte Begründung für den Übergang vom Rekursionssystem (20) zum Kettenbruch sei angeführt, daß für genügend große ν $|x_\nu| \geqq 2\,|x_{\nu+1}| + |x_{\nu+2}|$ zutrifft. (Vgl. Perron, Die Lehre von den Kettenbrüchen, 1913, S. 291, Satz 46, Bedingung B.)

Digitized by Google

Unendlichwerden von K_1 zeigt an, daß der Stromkreis der offenen Phase in ein Resonanzgebiet geraten ist. Dann artet die Grundwelle mit allen Oberwellen aus, wie wir dies bereits zu Anfang unserer Untersuchung auf Grund einfacher Überlegungen voraussagen konnten. Wir erhalten also:

$$a - \frac{b}{m}\cdot 1^2 - \cfrac{1}{a - \frac{b}{m}\cdot 3^2 - \cfrac{1}{a - \frac{b}{m}5^2 - \cfrac{1}{a - \frac{b}{m}\cdot 7^2 \ldots}}} = \mp 1 . \qquad (21)$$

als Resonanzbedingung. Das obere Vorzeichen gilt hierbei für plötzlichen Kurzschluß, das untere für Dauerkurzschluß.

Damit haben wir die nötige Ergänzung zu den Ergebnissen der Abschnitte 1, 3 und 5 gewonnen. An Hand eines Beispiels soll der Einfluß des genaueren Verfahrens beurteilt werden.

Für $\tau = 0{,}125$ findet sich $a = 2{,}57$, $b = 0{,}57$.

Es ergeben sich dann als Lösungen von (21) die Werte

$$m = \frac{1}{\omega^2 L C} = 1 \times 0{,}346,\quad 9 \times 0{,}267,\quad 25 \times 0{,}254\ldots\text{(Dauerkurzschluß)}.$$
$$1 \times 0{,}159,\quad 9 \times 0{,}228,\quad 25 \times 0{,}239\ldots\text{(Stoßkurzschluß)}.$$

Wir stellen diesen Werten die unter Zulassung der Sperrbedingung gemäß Abschnitt 1, 3 und 5 ermittelten gegenüber, welche aus den Formeln (6) und (8)

$$\frac{1}{\omega^2 L C} = n^2 \frac{1-\varkappa}{1+\varkappa}(1+\varkappa^n)\ \text{(Dauerkurzschluß)},$$
$$\frac{1}{\omega^2 L C} = n^2 \frac{1-\varkappa}{1+\varkappa}(1-\varkappa^n)\ \text{(Stoßkurzschluß)}$$

mit $\varkappa = 0{,}478$ hervorgehen.

$$m = 1 \times 0{,}522,\quad 9 \times 0{,}434,\quad 25 \times 0{,}392\ldots\text{(Dauerkurzschluß)}.$$
$$1 \times 0{,}185,\quad 9 \times 0{,}273,\quad 25 \times 0{,}315\ldots\text{(Stoßkurzschluß)}.$$

Sie geben die Koeffizienten der „reinen" Selbstinduktion der offenen Phase, bezogen auf die Synchroninduktivität als Einheit, für jede Oberwelle an. Die Rückwirkung aller anderen Glieder der harmonischen Analyse, welche in dem zuletzt besprochenen genaueren Verfahren mitberücksichtigt ist, führt auf die in der ersten Tabelle zusammengestellten, wesentlich kleineren Werte der „kombinierten" Selbstinduktion.

Sowohl die reine, als auch die kombinierte Selbstinduktion ist keine konstante, sondern eine frequenzabhängige Größe. Das Hinzutreten einer äußeren Induktivität kann daher nicht durch Addition berücksichtigt werden, sondern indem man den totalen Streukoeffizienten der Maschine entsprechend der vergrößerten Statorstreuung ändert. Dies ist allerdings nur zulässig, wenn auch die andere Wicklungsachse einen entsprechenden Zuwachs an Induktivität erfährt, also beispielsweise bei Zuschaltung eines Transformators. Wir haben vorausgesagt, daß in diesem Falle die Anwendung der Sperrbedingung auf geringere Abweichungen führen muß und finden dies durch nachstehende für $\tau = 0{,}25$ ermittelte Zusammenstellung bestätigt: Koeffizienten der „kombinierten Selbstinduktion":

$$m = 1 \times 0{,}558,\quad 9 \times 0{,}441,\quad 25 \times 0{,}425\ldots\text{(Dauerkurzschluß)}.$$
$$1 \times 0{,}306,\quad 9 \times 0{,}409,\quad 25 \times 0{,}419\ldots\text{(Stoßkurzschluß)}.$$

Koeffizienten der „reinen Selbstinduktion":

$$m = 1 \times 0{,}667,\quad 9 \times 0{,}519,\quad 25 \times 0{,}502\ldots\text{(Dauerkurzschluß)}.$$
$$1 \times 0{,}333,\quad 9 \times 0{,}481,\quad 25 \times 0{,}498\ldots\text{(Stoßkurzschluß)}.$$

Der Vollständigkeit halber sei auch die Resonanzbedingung für Stromkreise angeführt, in denen die kurzgeschlossene Achse noch eine zusätzliche äußere Induktivität L_a enthält. Wir schreiben sie in der von Pringsheim für Kettenbrüche eingeführten abgekürzten Bezeichnungsweise hin:

Digitized by Google

$$a - \cfrac{b}{\frac{m}{1^2} - \frac{L_a}{L}} + \cfrac{-1|}{|a - \cfrac{b}{\frac{m}{3^2} - \frac{L_a}{L}}} + \cfrac{-1|}{|a - \cfrac{b}{\frac{m}{5^2} - \frac{L_a}{L}}} + \ldots\ldots = \mp 1 .$$

Ist hierbei für eine Oberwelle die Beziehung $\frac{m}{n^2} = \frac{1}{n^2 \omega^2 L C} = \frac{L_a}{L}$ erfüllt, so daß der äußere Kreis der nicht kurzgeschlossenen Phasen auf $n\,\omega$ abgestimmt ist, so bricht die Reihe der Oberwellen und die Entwicklung des Kettenbruches ab.

D. Unsymmetrischer Ladebetrieb mit einer stromlosen Phase.

Keine Querfelddämpfung, Sperrbedingung aufgehoben.

Der Fall kommt bei Leiterbruch sowie bei ungleichzeitigem Einschalten der 3 Phasen eines Drehstromsystemes betriebsmäßig vor. Setzt man in der im vorigen Abschnitt durchgeführten Ableitung die Ständerströme in der ursprünglich als kurzgeschlossen angenommenen Phase gleich Null, so wird man unmittelbar zum Fall eines Drehstromgenerators übergeleitet, welcher einphasig durch eine Kapazität belastet wird. Auch in diesem Zustand erregt die Maschine zufolge der fehlenden Querfelddämpfung sämtliche Oberwellen, so daß die Frage nach den Bestimmungsgrößen der Resonanzfälle nicht ohne Interesse ist. Man erhält auf dem angegebenen Wege mit den Abkürzungen

$$2\frac{1+\tau}{1-\tau} = a,$$

$$\frac{4}{1-\tau} = c = a + 2,$$

$$\frac{1}{\omega^2 L C} = m:$$

$$O_1 = \cfrac{\frac{c}{2}\alpha G}{c \cdot \frac{m}{1^2} - a \pm 1 - \cfrac{1}{c\frac{m}{3^2} - a - \cfrac{1}{c\frac{m}{5^2} - a \ldots\ldots}}}$$

$$= \frac{c}{2}\alpha G \cdot K_1,$$

$$O_3 = \frac{c}{2}\alpha G \cdot K_1 \cdot K_3$$

usw.

Die Resonanzbedingung lautet:

$$c\frac{m}{1^2} - a - \cfrac{1}{c\frac{m}{3^2} - a - \cfrac{1}{c\frac{m}{5^2} - a - \ldots\ldots}} = \pm 1, \qquad (22)$$

wobei das obere Vorzeichen für den Dauerzustand, das untere für den Einschaltvorgang gilt.

Sind m_1, m_3, m_5 usw. die aufeinanderfolgenden Lösungen dieser Gleichung, so sind damit kritische Abstimmungswerte der Größe $\frac{1}{\omega^2 L C}$ gegeben.

Ein weiterer praktischer Fall, in welchem die unsymmetrische Kapazitäts-Belastung verwirklicht ist, ist der des Erdschlußbetriebes mit einer Phase. Hierbei treten insbesondere im Fehlerstrom, bzw. bei kompensierten Netzen im Reststrom, stets Oberwellen auf. Die Bestimmung der Resonanzbedingungen hat hier ein erhöhtes Interesse. Die einschlägigen Ergebnisse einer späteren Arbeit sind am Schlusse des nächsten Abschnittes mitgeteilt.

Digitized by Google

E. Zusammenstellung der Induktionskoeffizienten.

I. Synchronmaschine mit Querfelddämpfung, Ladebetrieb der einen Wicklungsachse, Kurzschluß der anderen Achse:
Resonanzabstimmung der Grundwelle im Dauerkurzschluß bei

$$\frac{1}{\omega^2 C} = L\frac{2\tau}{1+\tau} = L\frac{(1-\varkappa)^2}{1+\varkappa^2};$$

desgleichen im plötzlichen Kurzschluß

$$\frac{1}{\omega^2 C} = L\tau = \left(\frac{1-\varkappa}{1+\varkappa}\right)^2.$$

Für eine äußere EMK gelten für jene Komponente, welche mit der von der gleichstromerregten Maschine an der offenen Phase entwickelten Klemmenspannung phasengleich ist (abgekürzt Sinus-Komponente), dieselben Formeln. Für die dazu senkrechte Komponente (abgekürzt Kosinuskomponente) kommt im Einschaltmoment und im Dauerzustand die für Dauerkurzschluß angegebene Abstimmung in Betracht.

Resonanzabstimmung der Oberwellen im Dauerkurzschluß und im Stoßkurzschluß: Da die Maschine selbst keine zusätzlichen Oberwellen erregt, kommen hier nur eingeprägte elektromotorische Kräfte in Frage. Es gilt stets $\frac{1}{n^2\omega^2 C} = L\tau$.

II. Synchronmaschine ohne Querfelddämpfung, symmetrischer Ladebetrieb.

Grundwelle . . . . . $\frac{1}{\omega^2 C} = L$,

Grundwelle Einschaltvorgang $\frac{1}{\omega^2 C} = L\tau$,

Oberwellen mit $n = (6p+5)$ $\frac{1}{\omega^2 C} = L\frac{1+\tau}{2}$,

Oberwellen mit $n = (6p+7)$ $\frac{1-\tau}{1-\frac{m}{n^2}} + \frac{1-\tau}{1-\frac{m}{(n-2)^2}} = 2$,

wobei $m = \frac{1}{\omega^2 L C}$.

Kein Unterschied für Dauerbetrieb und Einschaltvorgang.
Die Kurzschlußreaktanz beträgt für die Oberwellen

1. Art: $L\frac{1+\tau}{2}$, 2. Art: $L\tau\frac{2}{1+\tau}$.

III. Synchronmaschine ohne Querfelddämpfung, Ladebetrieb der einen Wicklungsachse, Kurzschluß der anderen Achse.
Abkürzungen:

$$m = \frac{1}{\omega^2 L C},$$

$$a = 2\frac{1+\tau}{1-\tau},$$

$$b = \frac{4\tau}{1-\tau} = a-2.$$

Bedingungsgleichung für Resonanzabstimmung:

$$a - \frac{b}{m}\cdot 1^2 + \frac{-1}{a-\frac{b}{m}3^2} + \frac{-1}{a-\frac{b}{m}5^2} + \frac{-1}{a-\frac{b}{m}7^2} + \ldots = \pm 1.$$

Mit äußerer Induktivität L_a in Serie mit der Kapazität

$$a - \frac{b}{\frac{m}{1^2}-\frac{L_a}{L}} + \frac{-1}{a-\frac{b}{\frac{m}{3^2}-\frac{L_a}{L}}} + \frac{-1}{a-\frac{b}{\frac{m}{5^2}-\frac{L_a}{L}}} + \ldots = \pm 1.$$

Digitized by Google

Oberes Vorzeichen für Dauerkurzschluß.

Unteres Vorzeichen für Stoßkurzschluß.

Für die Kosinuskomponente einer äußeren EMK (Definition siehe oben unter I) gilt auch im Einschaltvorgang das positive Vorzeichen.

Reine Induktionskoeffizienten bei Durchgang einer einzigen Frequenz (Sperrbedingung):

$$L_n = (1 - \varkappa)\,\frac{1 \pm \varkappa^n}{1 + \varkappa}\,L$$

von $n = 1$ an.

Das obere Vorzeichen gilt für Dauerkurzschluß, das untere für Stoßkurzschluß. Für die Kosinuskomponenten äußerer EMKe gilt beidemal das obere Zeichen. Die Formel gilt auch für geradzahlige Oberwellen, wie sie von einem in der kurzgeschlossenen Ständerphase fließenden Gleichstrom an der offenen Phase hervorgerufen werden, ebenso für gleichphasige äußere EMKe mit Frequenzen gerader Ordnungszahl. Für die dazu senkrechte Komponente ist immer das obere Vorzeichen maßgebend.

IV. Synchronmaschine ohne Querfelddämpfung, Ladebetrieb der einen Wicklungsachse, Leerlauf der anderen.

Abkürzungen:

$$m = \frac{1}{\omega^2 L C},$$

$$a = 2\,\frac{1 + \tau}{1 - \tau},$$

$$c = \frac{4}{1 - \tau} = a + 2.$$

Bedingungsgleichung für Resonanzabstimmung:

$$c\,\frac{m}{1^2} - a - \cfrac{1}{c\,\frac{m}{3^2} - a - \cfrac{1}{c\,\frac{m}{5^2} - a - \dots}} = \pm 1.$$

Das obere Vorzeichen gilt für den Dauerzustand, das untere für den Einschaltvorgang.

V. Unsymmetrische Belastung des Drehstromgenerators ohne Dämpferwicklung mit kapazitiver und induktiver Bürde, insbesondere Erdschlußbetrieb[1], Eigenfeld $A_1 \cos \omega t + A_3 \cos 3\,\omega t + A_5 \cos 5\,\omega t + \dots$.

Bürde beliebig frequenzabhängig angenommen und definiert durch äußeres Ersatzfeld $\Phi = A_1 m_1 \cos \omega t + A_3 m_3 \cos 3\,\omega t + A_5 m_5 \cos 5\,\omega t + \dots$.

Abkürzungen:

$$f_n = \frac{1 + \tau}{1 - \tau} - \frac{2}{1 - \tau}\,m_n = \frac{a}{2} - \frac{b}{2}\,m_n.$$

Analog für die andere Wicklungsachse:

$$g_n = \frac{a}{2} - \frac{b}{2}\,m_n'.$$

1. Resonanzbedingung:

$$\frac{f_1 g_3 - 1}{1 - g_1 g_3} - \cfrac{\frac{f_1 - g_1}{1 - g_1 g_3}\,\frac{f_3 - g_3}{1 - g_1 g_3}}{\left|\frac{g_1 f_3 - 1}{1 - g_1 g_3} + \frac{g_5 f_3 - 1}{1 - g_3 g_5}\right|} - \cfrac{\frac{f_3 - g_3}{1 - g_3 g_5}\,\frac{f_5 - g_5}{1 - g_3 g_5}}{\left|\frac{g_3 f_5 - 1}{1 - g_3 g_5} + \frac{g_7 f_5 - 1}{1 - g_5 g_7}\right|} - \dots = \frac{f_1 \pm 1}{g_1 \pm 1}.$$

2. Resonanzbedingung:

Analog mit gegenseitiger Ersetzung aller f und g.

Oberes Vorzeichen für Dauerkurzschluß.

Unteres Vorzeichen für Stoßkurzschluß.

Die Fälle II, III, IV sind in dieser allgemeineren Formel mitenthalten.

[1] Herleitung und Diskussion der hier gebrachten Formel erfolgt in einer späteren Arbeit.

Digitized by Google

Theoretische und experimentelle Untersuchung des synchronen Reaktionsmotors.

Von

E. A. Ter-Markarjanz, Leningrad.

1. Einleitung. Kurzer historischer Überblick.

Die Theorie des synchronen Reaktionsmotors wird gewöhnlich mit der Untersuchung eines Sonderbetriebes des synchronen Motors mit ausgeprägten Polen verknüpft, und zwar ist dieser Betrieb dadurch gekennzeichnet, daß der Erregerstromkreis geöffnet ist, und folglich die Induktion vermittels des Magnetflusses, der normal vom Gleichstrom des Erregers erzeugt wird, nicht mehr besteht. Dieser unabweisbare Zusammenhang ist vor allem historisch entstanden.

Im Jahre 1874 lenkte Siemens zum erstenmal die Aufmerksamkeit darauf hin, daß der synchrone und zwar einphasige Motor auch dann noch zu rotieren fortfährt, wenn zufälligerweise nur der Erregerstromkreis abgeschaltet wird. Diese Erscheinung bot sich, wie das von A. Blondel (Lit. 1 u. 2) bestätigt wird, als eine bemerkenswerte Kuriosität dar, doch blieb sie dazumal ohne genügende Erklärung und Erforschung. Im Jahre 1895 wurde von A. Blondel ein Verfahren angegeben, wie die Amperewindungen des Ankers in hinsichtlich der Polachse längs- und quergerichtete Amperewindungen zerlegt werden können. Zu dieser Zeit hatte schon das Prinzip der „Reaktionswirkung" selbst seine praktische Anwendung in Spezialkonstruktionen von Motoren gefunden (Lit. 3), und „der synchrone Motor ohne Erregung" räumte dem „synchronen Reaktionsmotor" einen besonderen Platz zum selbständigen Bestehen ein. Die Reaktionsmotoren fanden vielseitige Anwendung in allermöglichen physikalischen Apparaten, und gleichzeitig erschienen in der Literatur sie betreffende Erwähnungen (Lit. 4 u. 5). Doch wurde ihnen noch keine spezielle Aufmerksamkeit gewidmet, und in den umfangreichsten Werken aus der Literatur über elektrische Maschinen wurde dem Reaktionsmotor nur der bescheidene Platz eines kleinen Begleiters der synchronen Maschine im allgemeinen Sinne eingeräumt. Die Theorie der letzteren und besonders das Problem des Anlassens von Motoren, die Spannungsabfallfragen und die Frage über das Parallelarbeiten von Generatoren erforderten ein vertieftes Verständnis der mit der Ankerrückwirkung verknüpften Erscheinungen und erhöhten dadurch das Interesse an den Erscheinungen, welche in der reinen Reaktionsmaschine stattfinden. Im Jahre 1913 erschien in der Literatur unserer Meinung nach die erste gründliche Untersuchung, welche speziell dem synchronen Reaktionsmotor gewidmet war (Lit. 9). Der Verfasser dieser Abhandlung, E. Jasse, betonte die Tatsache der Verbreitung von recht unklaren Vorstellungen über die Erscheinungen, die diesem Motor eigen sind, und wandte in Abweichung von den früheren Forschern, die sich auf die Theorie von Blondel stützten, eine andere Methode an, um mit mehr Anschaulichkeit das Wesen der im Motor stattfindenden physikalischen Erscheinungen aufklären zu können. E. Jasse nachfolgend, widmete derselben Frage eine große Arbeit Ing. M. de Coninck (Lit. 10). Und endlich kann noch vermerkt werden, daß dem Problem der Reaktionsmaschine gerade in letzter Zeit erhöhtes Interesse entgegengebracht wird. In einer Reihe von Abhandlungen wird die Reaktionsmaschine außerdem im Zusammenhang mit wichtigen Fragen aus dem Gebiete des synchronen Motors mit ausgeprägten Polen behandelt.

Der Reaktionsmotor ist seiner Konstruktion nach der einfachste von allen bestehenden Motoren, da er zu seiner Wirkung nur einer Wicklung bedarf. Durch besondere Einfachheit zeichnet sich der Einphasenmotor aus, der im Stator eine „ein-

Digitized by Google

spulige" Wicklung hat. Diese Einfachheit des Aufbaues stellt die am meisten hervorstehende und, im Grunde genommen, wertvollste Eigenschaft des Reaktionsmotors dar. Die Tatsache, daß man es mit einer Stromart (Wechselstrom) zu tun hat, und die Abwesenheit von Schleifringen, Bürsten und folglich von Schleifkontakten machen ihn sehr bequem zum Laboratoriumsgebrauch in den verschiedenen Fällen, wo eine synchrone Geschwindigkeit bei geringfügigem Drehmomente erfordert wird.

Der vorliegende Aufsatz ist dem Reaktionsmotor gewidmet. Doch denken wir, daß, wie die Art der Aufstellung des Problems, so auch die erhaltenen Schlußfolgerungen auch auf ein gewisses Interesse vom Standpunkte der allgemeinen Theorie der elektrischen Maschinen rechnen dürfen.

Durch die vorgenommene Untersuchung wurde folgendes festgestellt:

Die Unmöglichkeit des Betriebes eines Einphasenmotors mit einer von der synchronen abweichenden Drehgeschwindigkeit, falls der Motor von einem sinusoidalen Strom von gegebener Amplitude gespeist wird; die Fähigkeit des Motors $^1/_1$, $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$ usw. der vollen Synchrondrehzahl bei einem konstanten sinusoidalen Magnetfluß zu entwickeln. Für alle Geschwindigkeiten werden auf einfache Weise Formeln für die Leistungen und Drehmomente abgeleitet. Durch die theoretische Analyse der Stromkurven werden die Gesetze der Bildung von Harmonischen bestimmt, und es wird die Stromkurvenform bei verschiedenen Geschwindigkeiten vorausbestimmt und durch aufgenommene Oszillogramme bestätigt. Es wird der Grenzwert für den Leistungsfaktor zu etwa 0,5 errechnet. Gesondert wird die Frage über den Einfluß der Form der EMK.-Kurve auf den Betrieb des Motors behandelt. Dabei wird die Eigenschaft des Motors, einen großen Nebensatz von Geschwindigkeitsstufen zu besitzen, festgestellt.

Zum Schluß wird eine allgemeine Charakterisierung des Reaktionsmotors geliefert, und im Zusammenhang damit wird der Betrieb des Motors als eines Vibrators kurz behandelt.

Auf Grund der ausgeführten Analyse wird die Analogie zwischen den Einphasenmotoren — dem synchronen Reaktionsmotor und der Wechselstrom-Induktionsmaschine mit einachsiger Sekundärwicklung — festgestellt.

2. Ableitung der Grundformeln.

Das Problem der dreiphasigen Reaktionsmaschine wurde in seiner allgemeinsten Form von R. Brüderlin (Lit. 14 u. 15) aufgestellt. Indem wir von denselben theoretischen Voraussetzungen (es werden der magnetische Widerstand des Eisens und folglich auch die Eisenverluste vernachlässigt; es wird ein radialer Verlauf der Feldlinien vorausgesetzt usw.) ausgehen, leiten wir zunächst auf vereinfachte Weise die allgemeinen Formeln für die Induktion B_x im Punkt x am Ankerumfang und für den mittleren Drehschub σ des Einphasen-Reaktionsmotors ab, und wenden sie danach auch auf den dreiphasigen Motor, als auf einen Sonderfall, an. So gehen wir also von der Größe des Strombelages eines einphasigen Systems aus:

$$a_1 = A_1 \sin \omega t \cdot \cos \frac{\pi}{\tau} x. \tag{1}$$

Es gelten die Bezeichnungen:

A die Amplitude des Strombelages,
f der Wicklungsfaktor,
q_n Nutenzahl pro Pol und Phase,
s_n Leiterzahl pro Nute,
I der effektive Wert des sinusoidalen Stromes,
τ Polteilung,
$2p = 2$ Polzahl,
δ_x die in radialer Richtung gemessene Länge des Luftspaltes im Punkte x.

Digitized by Google

Aus Formel (1) ist zu ersehen, daß der Punkt $x = 0$ der Mitte der Wicklungsseite entspricht.

Aus den Gesetzen für die M.M.K. folgt, daß

$$B_x \delta_x - B_0 \delta_0 = 4\pi \int_0^x a_1 \, dx. \tag{2}$$

Die Größe $B_0\delta_0$ finden wir aus der Kontinuitätsbedingung für die Feldlinien:

$$\int_0^{2\tau} B_x \, dx = 0. \tag{3}$$

Aus Gleichung (2) und (3) wird erhalten:

$$B_x = \frac{4 A_1 \tau}{\delta_x} \sin \omega t \cdot \left(\sin \frac{\pi}{\tau} x - \frac{\eta_2}{g} \right) = B' + B'' \tag{4}$$

wo

$$\eta_2 = \int_0^{2\tau} \frac{\sin \frac{\pi}{\tau} x \, dx}{\delta_x}; \qquad g = \int_0^{2\tau} \frac{dx}{d_x}. \tag{5}$$

$$B' = \frac{4 A_1 \tau}{\delta_x} \cdot \sin \frac{\pi}{\tau} x; \qquad B'' = -\frac{4 A_1 \tau}{\delta_x} \cdot \frac{\eta_2}{g} \cdot \sin \omega t. \tag{6}$$

Für den mittleren Drehschub erhält man auf Grund der Gleichung (1) und (6):

$$\sigma_1 = \frac{1}{2\tau} \int_0^{2\tau} a_1 B_x \, dx = \sigma_1' + \sigma_1'' \tag{7}$$

$$\sigma_1' = A_1^2 \sin^2 \omega t \int_0^{2\tau} \frac{\sin \frac{2\pi}{\tau} x \, dx}{\delta_x} = A_1^2 \cdot \Delta \cdot \sin^2 \omega t \tag{8}$$

$$\sigma_1'' = -\frac{4 A_1^2 \eta_2}{2 g} \sin^2 \omega t \int_0^{2\tau} \frac{\cos \frac{\pi}{\tau} x \, dx}{\delta_x} = -\frac{2 A_1^2 \eta_1 \eta_2}{g} \cdot \sin^2 \omega t \tag{9}$$

Aus den Gleichungen (7), (8) und (9) folgt, daß

$$\sigma_1 = A_1^2 \sin^2 \omega t \cdot \left(\Delta - \frac{2 \eta_1 \eta_2}{g} \right). \tag{10}$$

Es ist zu beachten, daß die abgeleiteten Formeln (4) und (10) den Momentanwert der Induktion, bzw. des mittleren Drehschubes bestimmen.

In bezug auf eine dreiphasige Wicklung setzen wir einen gleichmäßig rotierenden, sinusoidal verteilten Strombelag voraus:

$$a_3 = A_3 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right). \tag{11}$$

Bei der synchronen Rotation befindet sich der Rotor in Ruhe hinsichtlich a_3, und folglich wird das Drehmoment einen von der Zeit unabhängigen konstanten Wert besitzen. Wird in Gleichung (11) $t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2\omega}$ eingesetzt, so erhält man:

$$a_3 = A_3 \cos \frac{\pi}{\tau} x. \tag{12}$$

Durch den Vergleich von Gleichung (1) mit Gleichung (12) kann leicht festgestellt werden, daß a_3 in bezug auf x dieselbe Funktion darstellt, wie a_1. Deshalb werden die Formeln für die einphasige und dreiphasige Wicklung einander vollständig analog; sie können auf folgende Weise zusammengefaßt werden:

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned} B_x &= \frac{4\,A\,\tau}{\delta_x}\cdot\left(\sin\frac{\pi}{\tau}x - \frac{\eta_2}{g}\right) \\ \sigma &= A^2\cdot\left(\Delta - \frac{2\,\eta_1\,\eta_2}{g}\right) \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

worin

$$A = A_1 \sin\omega t = \frac{2\sqrt{2}\,f\,q_n\,s_n\,I\cdot\sin\omega t}{\tau} \tag{14}$$

für die einphasige Wicklung und

$$A = A_3 = \frac{3\sqrt{2}\,f\,q_n\,s_n\,I}{\tau}$$

für die dreiphasige Wicklung gilt.

Die Formeln vereinfachen sich noch mehr für den Sonderfall der Normalkonstruktion des synchronen Motors mit ausgeprägten Polen, wenn $\delta_x = \delta_{x+\tau}$, da jetzt bei der Zerlegung der Funktion $\left(\frac{1}{\delta_x}\right)$ in eine Fouriersche Reihe die erste Harmonische verschwindet, d. h. $\eta_1 = \eta_2 = 0$, und wir erhalten:

$$\left.\begin{aligned} B_x &= \frac{4\,A\,\tau}{\delta_x}\sin\frac{\pi}{\tau}x \\ \sigma &= A^2\cdot\Delta \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

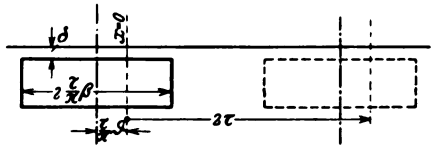


Bild 1. Der Reaktionsmotor mit einem Polschuh pro doppelte Polteilung.

Auf Grund der Gleichung (15) erfordert die Bestimmung von σ die Ausrechnung von nur einem Integral:

$$\Delta = \int_0^{2\tau} \frac{\sin\frac{2\pi}{\tau}x\,dx}{\delta_x} \tag{16}$$

d. h. es genügt den Koeffizienten vor dem Sinusgliede der zweiten Harmonischen der Funktion $\left(\frac{1}{\delta_x}\right)$ zu kennen.

Die Gleichung (15) benutzten wir als Grundlage für unsere Untersuchung des Reaktionsmotors von der Type einer Synchronmaschine mit ausgeprägten Polen. Vorerst wollen wir aber die Anwendung der Gleichung (13) für eine solche Konstruktion des Rotors, welche außer dem „Grundfeld" B' noch ein „Zusatzfeld" B'' hervorruft, zeigen. In Bild 1 ist das Schema eines Motors, der einen Polschuh für die doppelte Polteilung als Rotor besitzt, dargestellt.

$$\eta_1 = \int_0^{2\tau}\frac{\cos\frac{\pi}{\tau}x\,dx}{\delta_x} = \frac{1}{\delta}\int_{-\frac{\tau}{\pi}(\beta+\vartheta)}^{\frac{\tau}{\pi}(\beta-\vartheta)}\cos\frac{\pi}{\tau}x\,dx = \frac{2\,\tau}{\pi\,\delta}\cdot\sin\beta\cdot\cos\vartheta. \tag{17}$$

Ähnlicherweise ist:

$$\eta_2 = -\frac{2\,\tau}{\pi\,\delta}\sin\beta\cdot\sin\vartheta,\quad g = \frac{2\,\tau\,\beta}{\pi\,\delta},\quad \Delta = -\frac{\tau}{\pi\,\delta}\sin 2\beta\cdot\sin 2\vartheta. \tag{18}$$

Die Induktion über dem Polschuh wird nach Gleichung (13) folgendermaßen ausgedrückt:

$$B_x = B' + B'' = \frac{4\,A\,\tau}{\delta}\sin\frac{\pi}{\tau}x + \frac{4\,A\,\tau}{\delta\,\beta}\sin\beta\cdot\sin\vartheta. \tag{19}$$

Digitized by Google

Der mittlere Drehschub ist laut Gleichung (13):

$$\sigma = \frac{A^2 \tau}{\pi \delta} \sin 2\vartheta \cdot \left(\frac{2}{\beta} \sin^2 \beta - \sin 2\beta \right). \tag{20}$$

Das Drehmoment ist gleich:

$$D = \frac{2 r^2 l}{\pi} \cdot \sigma = \frac{2 A^2 r^3 l}{\pi^2 \delta} \cdot \sin 2\vartheta \cdot \left(\frac{2}{\beta} \cdot \sin^2 \beta - \sin 2\beta \right). \tag{21}$$

Da die Verteilung der Induktion bekannt ist, kann die magnetische Energie im Eisenluftspalt leicht gefunden werden, und durch Differenzierung der magnetischen Energie nach dem entsprechenden Parameter wiederum das Drehmoment erhalten werden[1]:

$$W = \frac{1}{8\pi} \int_{\nu} B_x^2 \, d\nu = \frac{l \delta}{8 \pi} \int_{-\frac{\tau}{\pi}(\beta + \vartheta)}^{\frac{\tau}{\pi}(\beta - \vartheta)} B_x^2 \, dx \tag{22}$$

Setzt man für B_x den Ausdruck aus Gleichung (19) ein, so erhält man[2]:

$$W = \frac{l A^2 \tau^3}{\pi^2 \delta} \cdot \left[2\beta - \sin 2\beta \cdot \cos 2\vartheta - \frac{4}{\beta} \sin^2 \beta \cdot \sin^2 \vartheta \right]. \tag{23}$$

Differenziert man den erhaltenen Ausdruck nach ϑ, so müssen wir das Minuszeichen vorsetzen:

$$D = -\frac{dW}{d\vartheta} = \frac{2 l A^2 \tau^3}{\pi^2 \delta} \cdot \left[\frac{2}{\beta} \sin^2 \beta - \sin 2\beta \right] \cdot \sin 2\vartheta. \tag{24}$$

Beachten wir, daß in diesem Beispiel die Mittellinie des Poles hinter der Stelle des größten Strombelages zurückbleibt.

3. Der Reaktionsmotor mit ausgeprägten Polen (Bild 2). Der Fall: I = Const.

In diesem Falle ist bloß die Bestimmung von Δ nach Gleichung (16) erforderlich:

$$\left.\begin{aligned} \Delta = 2 \left[\frac{1}{q} \int_{0}^{\frac{\tau}{\pi}(\psi - \beta)} \sin \frac{2\pi}{\tau} x \, dx + \frac{1}{\delta} \int_{\frac{\tau}{\pi}(\psi - \beta)}^{\frac{\tau}{\pi}(\psi + \beta)} \sin \frac{2\pi}{\tau} x \, dx + \frac{1}{q} \int_{\frac{\tau}{\pi}(\psi + \beta)}^{\tau} \sin \frac{2\pi}{\tau} x \, dx \right] = \\ = \frac{2\tau}{\pi} \left(\frac{1}{\delta} - \frac{1}{q} \right) \sin 2\psi \cdot \sin 2\beta. \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

Folglich ist:

$$\sigma = A^2 \cdot \frac{2\tau}{\pi} \left(\frac{1}{\delta} - \frac{1}{q} \right) \sin 2\psi \cdot \sin 2\beta. \tag{26}$$

---

[1] F. Emde, „Über die Beziehungen der mechanischen Arbeit von Elektromagneten zu ihrer magnetischen Energie bei veränderlicher Permeabilität", ETZ, 1908, S. 817.

[2]) Wir halten es nicht für überflüssig zu bemerken, daß R. Brüderlin in seinem erwähnten Aufsatz (L. 14, Formel 45a) die magnetische Energie W_m des Luftspaltes als die Summe der Energiemengen W_m' und W_m'', welche den Einzelkomponenten der Induktion B_x entsprechen, definiert, d. h.

$$W_m = W_m' + W_m'' = \frac{1}{8\pi} \int_{\nu} B'^2_x \, d\nu + \frac{1}{8\pi} \int_{\nu} B''^2_x \, d\nu.$$

Solch eine Summierung ist durchaus unrichtig, da die magnetische Energie dem Quadrat der Induktion und nicht der ersten Potenz proportional ist, weshalb der Ausdruck für die gesamte magnetische Energie noch ein Glied enthalten muß, nämlich

$$\frac{1}{4\pi} \int_{\nu} B'_x B''_x \, d\nu.$$

Als einen ähnlichen Lapsus muß man die Behauptung desselben Verfassers, daß man durch Differenzierung von W_m' und W_m'' σ' und σ'' erhält, gelten lassen. Man kann sich vorstellen, daß das resultierende Feld der Maschine mechanische Arbeit verrichtet, während die Einzelkomponenten desselben „wattlos" sind und kein Drehmoment erzeugen.

Digitized by Google

Die magnetische Energie wird bestimmt durch:

$$W = \frac{2l}{8\pi} \cdot 16 A^2 \tau^2 \cdot \left[\frac{1}{q} \int_0^{\frac{\tau}{\pi}(\psi-\beta)} \sin^2 \frac{\pi}{\tau} x\, dx + \frac{1}{\delta} \int_{\frac{\tau}{\pi}(\psi-\beta)}^{\frac{\tau}{\pi}(\psi+\beta)} \sin^2 \frac{\pi}{\tau} x\, dx + \frac{1}{q} \int_{\frac{\tau}{\pi}(\psi+\beta)}^{\tau} \sin^2 \frac{\pi}{\tau} x\, dx \right] =$$

$$= \frac{2 l A^2 \tau^3}{\pi^2 \delta} \cdot \left[\left(1 - \frac{\delta}{q}\right)(2\beta - \sin 2\beta \cdot \cos 2\psi) + \frac{\pi \delta}{q} \right] \tag{27}$$

Wenden wir uns jetzt ausschließlich dem Einphasenmotor zu. Wir führen folgende Bezeichnungen ein[1]:

$$\left(1 - \frac{\delta}{q}\right) = \varepsilon, \quad \frac{2\varepsilon\beta + \pi(1-\varepsilon)}{\varepsilon \sin 2\beta} = \alpha, \quad \frac{4}{\pi} f = f',$$

$$4\pi (f' q_n s_n)^2 \frac{l\tau}{2\pi\delta} = L_0; \quad \frac{\varepsilon}{2} \sin 2\beta \cdot (\alpha - \cos 2\psi) = \Theta \tag{28}$$

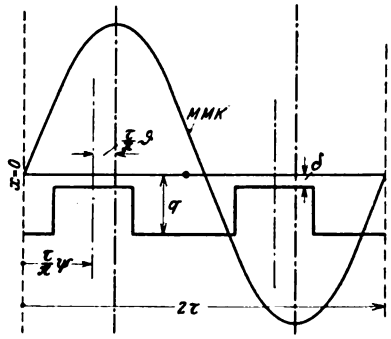


Bild 2. Der Reaktionsmotor von der Synchrontype mit ausgeprägten Polen.

Die Gleichung (27) erhält folgendes Aussehen:

$$W = I^2 \sin^2 \omega t \cdot L_0 \Theta = \frac{1}{2} L i^2 \tag{29}$$

worin L den Selbstinduktionskoeffizienten bedeutet und durch den Ausdruck:

$$L = L_0 \Theta = \frac{L_0 \varepsilon}{2} \sin 2\beta \cdot (\alpha - \cos 2\psi) \tag{30}$$

bestimmt wird. Es sei vermerkt, daß man von der Gleichung (30) leicht zu der bekannten Formel, welche die Änderung der Selbstinduktion der Reaktionsmaschine in allgemeiner Form wiedergibt, übergehen kann, wenn man folgende Bezeichnungen einführt:

$$\frac{1}{\alpha} = \gamma, \quad \frac{\alpha}{2} L_0 \varepsilon \sin 2\beta = l_1 \tag{31}$$

Dann ist:

$$L = l_1 (1 - \gamma \cos 2\psi) \tag{32}$$

Diese Gleichung besagt, daß die Selbstinduktion um ihren „mittleren" Wert l_1 herum schwankt. Die Amplitude der Schwankung beträgt $l_1\gamma$. Deshalb werden die Änderungsgrenzen für γ und α durch folgende Bedingungen bestimmt:

$$0 < \gamma < 1; \quad \infty > \alpha > 1. \tag{33}$$

Mit Hilfe der eingeführten Bezeichnungen kann der Gleichung (26) leicht folgende Form verliehen werden:

[1] Die Bezeichnungen sind nach E. Jasse, doch wird durch α ein zweimal größerer Wert im Vergleich zu der entsprechenden Größe bei E. Jasse bezeichnet, was, wie aus dem Folgenden ersichtlich sein wird, eine gewisse Vereinfachung bietet.

Digitized by Google

$$\sigma_t = \frac{\pi}{2\,t^2\,l}\, I^2 \sin^2 \omega t \cdot L_0\, \varepsilon \sin 2\beta \cdot \sin 2\psi \tag{34}$$

und das momentane Drehmoment ist gleich:

$$D_t = I^2 \sin^2 \omega t \cdot L_0\, \varepsilon \sin 2\beta \cdot \sin 2\psi = \frac{t^2}{2} \cdot L_0\, \varepsilon \sin 2\beta \cdot \sin 2\psi\,. \tag{35}$$

Die Frage über das Anlassen des Motors beiseite lassend, nehmen wir an, daß der Motor gleichzeitig mit einer beliebigen, jedoch synchronen Geschwindigkeit rotiert. Die synchrone Art des Umlaufes des Motors drückt sich darin aus, daß im Laufe von s' Perioden des einwirkenden sinusoidalen Stromes oder der angelegten sinusoidalen Spannung der Rotor ϱ Umdrehungen macht. Diese Bedingung erlaubt es, den Ausdruck für den Winkel ψ in folgender Form niederzuschreiben:

$$\psi = \frac{\varrho}{s'}\,\omega t + \frac{\varrho\,\pi}{2\,s'} + \vartheta\,, \tag{36}$$

worin ϱ und s' beliebige ganze und positive Zahlen bedeuten. Der Winkel $\vartheta' = \left(\frac{\varrho\,\pi}{2\,s'} + \vartheta\right)$ bestimmt die „Anfangsphase" der Bewegung, d. h., stellt den Wert des Winkels ψ im Zeitmoment $t = 0$ dar. Es erscheint also der Winkel ϑ' bei gegebener Umlaufzahl des Rotors $\left(\frac{\varrho}{s'} = \text{konst.}\right)$ und gegebener Belastung ($\vartheta = \text{konst.}$) als eine konstante Größe.

Betrachten wir zunächst den Fall, wenn die Motorwicklung durch den sinusoidalen Strom $i = I\sqrt{2}\sin\omega t$ bei $I = \text{konst.}$ gespeist wird. Auf Grund der Gleichung (36) und (35) erhalten wir:

$$D_t = I^2 L_0\, \varepsilon \sin 2\beta \cdot \sin^2 \omega t \cdot \sin\left(\frac{2\varrho}{s'}\,\omega t + 2\vartheta'\right). \tag{37}$$

Da im Allgemeinfalle die Leistungsperiode s' Stromperioden umfaßt, so finden wir den mittleren Wert des Drehmomentes, wenn wir Gleichung (37) in den Grenzen von 0 bis $2\pi s'$ integrieren:

$$D = \frac{1}{2\pi s'} \int_0^{2\pi s'} D_t\, d\,\omega t = 0 \quad \text{bei } \varrho \neq s'$$

und

$$D = \frac{I^2}{4} L_0\, \varepsilon \sin 2\beta \cdot \sin 2\vartheta \qquad \text{bei } \varrho = s' \text{ und } \psi = \omega t + \frac{\pi}{2} + \vartheta\,. \tag{38}$$

Das erhaltene Resultat besagt, daß bei sinusoidalem Strom und $I = \text{konst.}$ der Motor mit der Stromfrequenz synchron laufen kann, dabei ein Drehmoment nach Gleichung (38) erzeugend, und keine andere Geschwindigkeit zu entwickeln imstande ist. Das Gebiet des stabilen Betriebes entspricht offenbar den zwischen $\frac{\pi}{2}$ und $\frac{\pi}{2}$ liegenden Werten von ϑ.

4. Der Hauptfall: E = konstant.

Vernachlässigt man den Wirkwiderstand der Wicklung, so kann gesagt werden, daß die angelegte Spannung restlos zur Aufrechterhaltung des magnetischen Flusses dient:

$$\Phi = \Phi_m \sin \omega\, t. \tag{39}$$

Im Unterschied von dem vorhergehenden Falle wird der Strom nicht sinusoidal sein:

$$i = \frac{\Phi_m \sin \omega t}{L} = \frac{E_m \sin \omega t}{\omega L}\,. \tag{40}$$

Der momentane Wert des Drehmomentes wird in diesem Falle sehr einfach erhalten, indem man den Wert des Stromes i aus Gleichung (40) in die Gleichung (35) einsetzt:

Digitized by Google

$$D_t = \frac{4\,E^2 \sin^2 \omega t \cdot \sin 2\psi}{\omega^2 L_0\, e \sin 2\beta \cdot (\alpha - \cos 2\psi)^2}. \tag{41}$$

Unter Bezugnahme auf Gleichung (36) erhält man aus Gleichung (41):

$$D_t = \frac{4\,E^2 \sin 2\psi \cdot \cos^2\left(\frac{s'}{\varrho}\psi - \frac{s'}{\varrho}\vartheta\right)}{\omega^2 L_0\, e \sin 2\beta \cdot (\alpha - \cos 2\psi)^2}. \tag{42}$$

In Bild 3 sind die Schaubilder der Drehmomente als Funktion des Winkels ψ für $s = 1$ und verschiedene Werte von ϑ wiedergegeben. Das mittlere Drehmoment ist gleich:

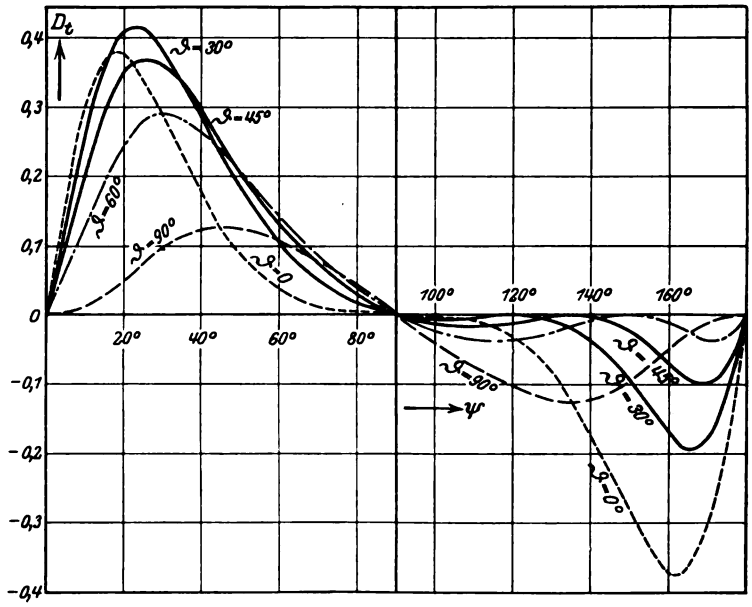


Bild 3. Schaubilder der Momentanwerte des Drehmomentes für $s = 1$ und verschiedene Werte von ϑ bei E = konst.

$$D = \frac{4\,E^2}{\omega^2 L_0\, e \sin 2\beta} \cdot \frac{1}{2\pi\varrho} \int_0^{2\pi\varrho} \frac{\sin 2\psi \cdot \cos^2\left(\frac{s'}{\varrho}\psi - \frac{s'}{\varrho}\vartheta\right) d\psi}{(\alpha - \cos 2\psi)^2} = \frac{4\,E^2}{\omega^2 L_0\, e \sin 2\beta} \cdot D'. \tag{43}$$

Die Analyse des erhaltenen Integrals bietet keine Schwierigkeiten dar, wenn man den Zähler in eine Fouriersche Reihe zerlegt:

$$\left(\frac{1}{\alpha - \cos 2\psi}\right)^2 = \frac{b_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cos 2k\psi. \tag{44}$$

Dann ist:

$$D' = \frac{1}{8} \sin 2\frac{s'}{\varrho}\vartheta \cdot \left[b_{\left|\frac{s'-\varrho}{\varrho}\right|} - b_{\left(\frac{s'+\varrho}{\varrho}\right)} \right]. \tag{45}$$

Da die Ordnungsnummern der Harmonischen natürlich ganze Zahlen darstellen, so haben wir folgende Bedingungen für die endlichen Werte der Integrale zu erfüllen:

$$\left|\frac{s'-\varrho}{\varrho}\right| = \text{ganze Zahl}, \quad \cdot\left(\frac{s'+\varrho}{\varrho}\right) = \text{ganze Zahl}. \tag{46}$$

woraus folgt, daß $\frac{s'}{\varrho}$ eine ganze Zahl darstellen muß.

Digitized by Google

Dann ist

$$D' = \frac{1}{8} \sin 2 s \vartheta \, [b_{s-1} - b_{s+1}] \, . \tag{47}$$

Gleichung (36) nimmt folgende Form an:

$$\psi = \frac{\omega t}{s} + \frac{\pi}{2 s} + \vartheta . \tag{48}$$

Die durchgeführte Analyse zeigt, daß der Motor nicht imstande ist, eine Geschwindigkeit höher als die synchrone zu entwickeln, doch ist er dafür imstande mit Drehgeschwindigkeiten, welche $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$ usw. der vollen synchronen Geschwindigkeit gleich sind, umzulaufen.

Den Ausdruck (47) für das Drehmoment kann man in einer noch einfacheren Form darstellen, wenn man zu dessen Ableitung ein anderes Verfahren anwendet. Bestimmen wir zunnächst die momentane elektrische Leistung p. Da die angelegte EMK. $E_m \cos \omega t$ ist, so folgt laut Gleichung (40) und (36), daß

$$p = \frac{2 E^2 \sin 2 \omega t}{\omega L_0 \varepsilon \sin 2 \beta \cdot (\alpha - \cos 2 \psi)} = - \frac{2 E^2 \sin \left(\frac{s'}{\varrho} \psi - 2 \frac{s'}{\varrho} \vartheta \right)}{\omega L_0 \varepsilon \sin 2 \beta \cdot (\alpha - \cos 2 \psi)} . \tag{49}$$

Die mittlere Leistung ist:

$$P = - \frac{2 E^2}{\omega L_0 \varepsilon \sin 2 \beta} \cdot \frac{1}{2 \pi \varrho} \int_0^{2 \pi \varrho} \frac{\sin \left(2 \frac{s'}{\varrho} \psi - 2 \frac{s'}{\varrho} \vartheta \right) d \psi}{(\alpha - \cos 2 \psi)} = \frac{2 E^2}{\omega L_0 \varepsilon \sin 2 \beta} \cdot \frac{\sin 2 \frac{s'}{\varrho} \vartheta}{2 \pi} \int_0^{2 \pi} \frac{\cos 2 s' \psi \, d \psi}{(\alpha - \cos 2 \varrho \psi)} .$$

Das so erhaltene Integral ist dem Koeffizienten b_k' in der Fourierschen Zerlegung der Funktion des magnetischen Widerstandes gleich, wobei die Ordnungsnummer k der Harmonischen sich als gleich $k = \frac{s'}{\varrho}$ erweist. Offenbar besitzt das Integral einen endlichen Wert, falls die Bedingung

$$\frac{s'}{\varrho} = s = \text{ganze Zahl} \tag{50}$$

erfüllt ist. Die Leistung und das Drehmoment werden also auf sehr einfache Weise durch die Amplitude der Harmonischen der Funktion des magnetischen Widerstandes ausgedrückt, wobei die Ordnungszahl dieser Harmonischen der Drehgeschwindigkeit des Rotors entspricht:

$$P = \frac{2 E^2}{\omega L_0 \varepsilon \sin 2 \beta} \cdot \frac{\sin 2 s \vartheta}{2} \cdot b_s' \tag{51}$$

$$D = \frac{s \cdot E^2 \sin 2 s \vartheta}{\omega^2 L_0 \varepsilon \sin 2 \beta} \cdot b_s' . \tag{52}$$

Die volle Zerlegung in eine Fouriersche Reihe der Funktion des magnetischen Widerstandes und des Quadrates dieser Funktion erhält folgende Form:

$$\frac{1}{\alpha - \cos 2 \psi} = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 - 1}} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2 \cos 2 k \psi}{\sqrt{\alpha^2 - 1} \, a^k} ; \tag{53}$$

$$\left(\frac{1}{\alpha - \cos 2 \psi} \right)^2 = \frac{\alpha}{(\alpha^2 - 1) \sqrt{\alpha^2 - 1}} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{|(k+1) \alpha^2 - (k-1)| \cos 2 k \psi}{a^{k+1} \cdot (\alpha^2 - 1) \sqrt{\alpha^2 - 1}} \tag{54}$$

worin

$$a = (\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 1}) . \tag{55}$$

Wird in Gleichung (53) s anstatt k und in Gleichung (54) anstatt k der Reihe nach $(s - 1)$ und $(s + 1)$ eingesetzt, so erhält man die gesuchten Koeffizienten:

Digitized by Google

$$b_s' = \frac{2}{\sqrt{a^2-1}\cdot a^s}; \quad b_{s-1} = \frac{s(a^2-1)+2}{a^s\cdot(a^2-1)\sqrt{a^2-1}}; \quad b_{s+1} = \frac{s(a^2-1)+2a^2}{a^{s+2}\cdot(a^2-1)\sqrt{a^2-1}}$$

und

$$(b_{s-1} - b_{s+1}) = \frac{s(a^2-1)^2}{(a^2-1)\sqrt{a^2-1}\cdot a^{s+2}} = 2s\cdot b_s' \qquad (56)$$

Führt man die erhaltenen Werte der Koeffizienten in die Gleichung (47) und (52) ein, so wird sich in beiden Fällen ein und dasselbe Resultat ergeben, nämlich:

$$D = \frac{2sE^2\sin 2s\vartheta}{\omega^2 L_0 e\sin 2\beta\cdot\sqrt{a^2-1}\cdot(a+\sqrt{a^2-1})^s}, \qquad (57)$$

$$P = \frac{2E^2\sin 2s\vartheta}{\omega L_0 e\sin 2\beta\cdot\sqrt{a^2-1}\cdot(a+\sqrt{a^2-1})^s}. \qquad (58)$$

Die abgeleiteten Grundformeln (57) und (58) zeigen, daß das mittlere Drehmoment für solche ϑ-Werte, die zwischen 0 und $\frac{\pi}{2s}$ liegen, positiv ist. Für die volle synchrone Geschwindigkeit ($s=1$) bedeutet das laut Gleichung (48), daß das mittlere Drehmoment in dem Falle positiv ist, wenn im Momente $t=0$, wann der Strom und das Feld gleich Null sind, die Polachse des Rotors der Feldachse voreilt, und negativ ist, falls in demselben Zeitmoment die Polachse des Rotors zurückbleibt[1].

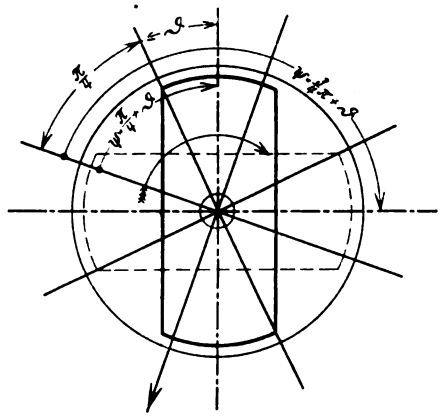


Bild 4. Die Lage des Rotors im Zeitmomente des Nullwertes des magnetischen Feldes bei halber Synchrongeschwindigkeit:

a) Nacheilung in bezug auf die Feldachse, wenn $\psi = \frac{\pi}{4} + \vartheta$.

b) Voreilung in bezug auf die Feldachse, wenn $\psi = \frac{3}{4}\pi + \vartheta$.

Ein ähnliches Bild müssen wir auch im Dreiphasenmotor erhalten. Die räumliche Lage der resultierenden MMK. der dreiphasigen Wicklung wird dadurch bestimmt, daß ihre Achse mit der Achse irgendeiner Phasen-MMK. zu einem Momente, wann die letztere die maximale Amplitude besitzt, zusammenfallen muß. Deshalb wird im Momente, das dem Maximum des Phasenfeldes entspricht, die Rotorachse, indem sie hinter dem rotierenden Felde zurückbleibt, auch der Phasenachse nacheilen und folglich der Achse des Phasenfeldes im Momente dessen Nullwertes voreilen müssen.

Im Falle, daß $s > 1$, werden die Momente des Flußnullwertes bald durch eine Nacheilung, bald durch eine Voreilung um den Winkel ϑ des Rotors hinsichtlich der Feldachse begleitet sein. Z. B. nimmt bei $s=2$ im Momente $t=0$ der Rotor laut

[1] E. Jasse kommt in seiner Untersuchung (Lit. 9) zur entgegengesetzten vom physikalischen Standpunkte aus falschen Schlußfolgerung. Der Ursprung seines Fehlers liegt im falschen Übergang zu den Grenzwerten bei der Berechnung der bestimmten Integrale.

Digitized by Google

Gleichung (48) eine Lage ein, welche durch den Winkel $\psi_{t=0} = \frac{\pi}{4} + \vartheta$ bestimmt ist. Jedoch wird nach einem Zeitverlauf, der gleich $\frac{T}{2}$ ist, und wann der Fluß wieder gleich Null wird, der Rotor sich um die halbe Polteilung drehen und eine durch den Winkel $\psi_{t=\frac{T}{2}} = \frac{3}{4}\pi + \vartheta$ bestimmte Lage einnehmen (Bild 4). Die Formeln: 1. $\psi = \frac{\omega t}{2} + \frac{\pi}{4} + \vartheta$ und 2. $\psi = \frac{\omega t}{2} + \frac{3}{4}\pi + \vartheta$, die man bei der Analyse benutzen könnte, widersprechen also nicht einander, sondern ergänzen sich gegenseitig. Im Allgemeinfalle, wenn s irgendeine beliebige ganze Zahl ist, kann der Winkel ϑ' in der Ausgangsformel $\psi = \left(\frac{\omega t}{s} + \vartheta'\right) s$ verschiedene Zahlwerte, von $\left(\frac{\pi}{2s} + \vartheta\right)$ bis $\left[\left(\pi - \frac{\pi}{2s}\right) + \vartheta\right]$, die sich voneinander um $\frac{\pi}{s}$ unterscheiden, annehmen.

Aus der Gleichung (57) folgt, daß das Maximum des Drehmomentes bei $\vartheta = \frac{\pi}{4s}$ eintritt. Eine je geringere Geschwindigkeit der Motor also entwickelt, desto enger werden die Grenzen für die möglichen Änderungen des Winkels ϑ sein. Bei $s = 1$, 2, 3, 4, 5 usw. erhalten wir für den Winkel ϑ die entsprechenden Werte: $\pi/4$, $\pi/8$, $\pi/12$, $\pi/16$, $\pi/20$ usw.

Gleichzeitig vermindert sich dabei unaufhörlich die vom Motor entwickelte Leistung. Ein langsameres Abfallen erhalten wir für das Maximum des Drehmomentes. Entsprechend jeder Bruchgeschwindigkeit gibt es einen solchen Wert von α, bei welchem das entsprechende Drehmoment demjenigen bei voller synchroner Geschwindigkeit ($s = 1$) gleich ist. Wie jedoch die folgende Tabelle lehrt: je geringer die Geschwindigkeit, desto kleiner ist der entsprechende Wert von α, bei welchem die Gleichheit der Momente erreicht wird.

$s =$	2	3	4	5
$\alpha = \sim$	1,250	1,156	1,110	1,086

Da α, wie bereits erklärt worden ist, stets größer als 1 ist, so kann man annehmen, daß bei 1 liegende Werte von α praktisch gleichfalls unmöglich oder sehr unwahrscheinlich sind. Deshalb kann man als allgemeine Regel gelten lassen, daß der Reaktionsmotor bei Bruchgeschwindigkeiten ein kleineres Drehmoment entwickelt, als bei voller Synchrongeschwindigkeit. Gleichzeitig kann das Maß, in welchem der Motor ein gegebenes Widerstandsmoment bei wachsendem s zu überwinden imstande ist, als ein Kriterium der magnetischen Eigenschaften des Motors und folglich auch seiner selbst dienen. Offenbar besitzt von allen Bruchgeschwindigkeiten die größte praktische Bedeutung, die halbierte Geschwindigkeit, für welche man erhält:

$$\frac{(D_m)_{s=2}}{(D_m)_{s=1}} = \frac{2}{\alpha}. \tag{59}$$

Hat dabei α einen solchen Wert, daß man annähernd $\sqrt{\alpha^2 - 1} = \sim \alpha$ setzen kann, so erhält man aus der Gleichung (59) die charakteristische Beziehung:

$$\frac{(D_m)_{s=2}}{(D_m)_{s=1}} = \frac{1}{\alpha} = \gamma. \tag{60}$$

Die Frage über die Beeinflussung des Drehmomentes durch die Werte von δ, q und β wird durch die Betrachtung zweier Fälle: 1. δ = konst. und 2. q = konst. erschöpft.

Digitized by Google

Aus Gleichung (57) erhält man:

$$1.\quad D_m = C \cdot \frac{s}{\varepsilon \sin 2\beta \cdot \sqrt{\alpha^2 - 1 \cdot a^s}}, \quad \text{wobei} \quad C = \frac{2E^2}{\omega^2 L_0} = f(\delta), \tag{61}$$

$$2.\quad D_m = C' \cdot \frac{s \cdot \delta/q}{\varepsilon \sin 2\beta \cdot \sqrt{\alpha^2 - 1 \cdot a^s}}, \quad \text{wobei} \quad C' = \frac{2E^2}{\omega^2 L_0} \cdot q/\delta = F(q). \tag{62}$$

Es ist interessant, zu vermerken, daß die Vergrößerung von δ ein Wachsen des Drehmomentes hervorrufen kann (Bild 5). Es bleibt also kein Platz für die Behauptung, daß ein minimaler Luftspalt theoretisch stets von Vorteil ist. Das letztere ist übrigens vollkommen richtig für den Fall I = konst. Es erscheint deshalb als zweckmäßig, in anschaulicher Weise festzustellen, worin der wesentliche Unterschied der beiden Betriebsarten besteht. Wie bekannt[1], ist die bei der Drehung des Ankers

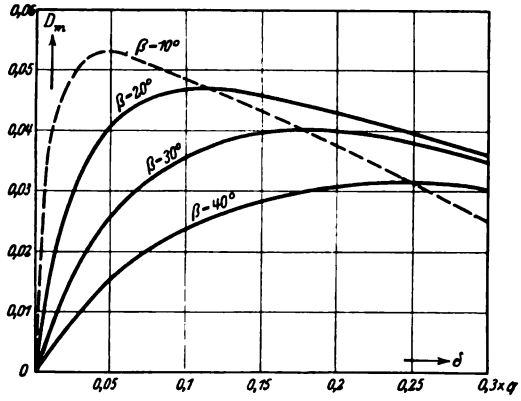


Bild 5. Das maximale mittlere Drehmoment in Abhängigkeit von der Luftspaltlänge δ für verschiedene Werte von β und q = konst. bei $s = 1$.

um ein und denselben Winkel φ ausgeführte mechanische Arbeit der magnetischen Kräfte der Differenz der magnetischen Leitwerte zu Anfang und Ende der Bewegung proportional, falls dabei die Stromstärke sich nicht ändert, und ist der Differenz der magnetischen Widerstände proportional, falls der Magnetfluß unveränderlich bleibt. Man kann deshalb für das maximale Drehmoment folgende Gleichungen aufstellen:

$$D_i = C_i(\lambda_g - \lambda_q) = C_i \lambda_1 (k - 1), \tag{63}$$

$$D_\Phi = C_\Phi \left(\frac{1}{\lambda_q} - \frac{1}{\lambda_g}\right) = C_\Phi \cdot \frac{(k-1)}{\lambda_g}. \tag{64}$$

Aus diesen Gleichungen folgt unmittelbar, daß bei gegebenem Werte von $k = \frac{\lambda_g}{\lambda_q}$ es vorteilhaft ist, daß der absolute Wert der längs- und quergerichteten Leitwerte möglichst groß sei, falls I = konst., und möglichst klein, falls E = konst. Die Vergrößerung des Luftspaltes δ ruft also immer, indem es den längsgerichteten Leitwert verschlechtert, eine Verringerung des Drehmomentes hervor, doch da sie gleichzeitig auf den quergerichteten Leitwert zurückwirkt, kann der vergrößerte Luftspalt im Falle E = konst. zu einem höheren Drehmomente führen. Man muß noch hinzufügen, daß dem Wesen nach dieselbe Ursache für das Vorhandensein eines Maximums des Drehmomentes in Abhängigkeit von der Länge des Polbogens verantwortlich ist.

5. Die Analyse der Stromkurve.

Wird an die Motorwicklung, welche keinen Wirkwiderstand besitzt, eine sinusoidale Spannung angelegt, so hat man für den Momentanwert des Stromes laut Gleichung (40, 32 u. 48) folgenden Ausdruck:

[1] E. Jasse, „Über Elektromagnete", E. u. M. 1910, 2/X.

Digitized by Google

$$\frac{i}{C_i} = -\frac{\cos(s\psi - s\vartheta)}{(\alpha - \cos 2\psi)}, \tag{65}$$

wobei

$$C_i = \frac{2\sqrt{2}E}{\omega L_0 e \sin 2\beta}. \tag{66}$$

In den Bildern 6a, b, c und d sind Stromkurven dargestellt, die auf Grund der Gleichung (65) für $s = 1$, 2, 3 und 4 und für die Werte $\vartheta = \pi/4$, bzw. $\pi/8$, $\pi/12$ und $\pi/16$ gezeichnet worden sind. Die Stromkurve kann im allgemeinen Falle auf sehr einfache Weise analysiert werden, wenn man die Reihenzerlegung der Funktion des magnetischen Widerstandes [Gleichung (53)] benutzt. Zuerst bestimmt man den mittleren Wert des Stromes:

$$\frac{I_{mitt.}}{C_i} = -\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\cos(s\psi - s\vartheta)\cdot d\psi}{(\alpha - \cos 2\psi)} = -\frac{\cos s\vartheta}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\cos s\psi\, d\psi}{(\alpha - \cos 2\psi)}. \tag{67}$$

Das Integral, das die Größe der konstanten Stromkomponente bestimmt, stellt den Koeffizienten in der Zerlegung der Funktion des magnetischen Widerstandes dar. Dabei erweist sich die Ordnungsnummer der Harmonischen als $k = \frac{s}{2}$. Da k eine ganze Zahl ist, so hat der mittlere Strom einen endlichen Wert für alle geraden Werte von s, für alle ungeraden Werte von s ist jedoch $I_{\text{mitt.}} = 0$. Wir erhalten also für die geraden Werte von s:

$$\frac{I_{mitt.}}{C_i} = -\frac{\cos s\vartheta}{2}\cdot b'_{s/2} = -\frac{\cos s\vartheta}{\sqrt{(a^2-1)}\, a^s}. \tag{68}$$

Die Ursache der Entstehung des Gleichstromes kann leicht verstanden werden, wenn man Bild 6b mit den Schaubildern des Stromes, Magnetflusses und des magnetischen Leitwertes für die halbierte Synchrongeschwindigkeit betrachtet: es entsprechen nämlich die negativen Ordinaten der Flußkurve den Einsenkungen der Leitwertkurve, während die positiven Ordinaten der Flußkurve den Spitzen jener Kurve entsprechen. Infolgedessen muß ein gewisser Gleichstrom entstehen, welcher ein negatives Zeichen hat und mit dem reinen Wechselstrom kombiniert in jedem beliebigen Zeitmoment dem gegebenen Werte des Magnetflusses entspricht.

Für die Kurven, welche in den Bildern 6b und d wiedergegeben sind, haben wir für $I_{\text{mitt.}}$ die Werte $(-0{,}109)$ und $(-0{,}0293)$. Die Gleichstromstärke erreicht ihr Maximum auf Grund der Gleichung (68) bei $s\vartheta = 0$, d. h. außerhalb des Gebietes der stabilen Arbeit des Motors. Bei Leerlauf, wann $s\vartheta = \frac{\pi}{2}$ entsteht kein Gleichstrom.

Bei unserer Betrachtung gingen wir von der Voraussetzung aus, daß $R = 0$. In Wirklichkeit muß die Gleichstromkomponente beim Vorhandensein des Wirkwiderstandes verschwinden, doch kann wegen der geringen Größe dieser Komponente die tatsächliche Stromkurve sich nur unbeträchtlich von der theoretischen Kurve unterscheiden. Währenddessen ist die Entstehung des Gleichstromes laut Gleichung (68) in einem geschlossenen Stromkreis, der einen Überleitwert besitzt, nicht eines gewissen theoretischen Interesses bar.

Die weitere Analyse der Stromkurve erfordert die Bestimmung der Koeffizienten a_k und b_k der Fourierschen Reihe bei $k \neq 0$. Aus Gleichung (65) erhält man:

$$\frac{i}{C_i} = -\sin s\vartheta\cdot\frac{\sin s\psi}{\alpha - \cos 2\psi} - \cos s\vartheta\cdot\frac{\cos s\psi}{(\alpha - \cos 2\psi)} = i' + i''. \tag{69}$$

Da die Funktion i' eine ungerade und die Funktion i'' eine gerade ist, so werden in der Zerlegung von i' nur Glieder mit Sinusfunktionen, und in der Zerlegung von i'' nur solche mit Cosinusfunktionen vorhanden sein, d. h. es gilt $b'_k = a''_k = 0$.

Deshalb erhält man:

$$\frac{i}{C_i} = \frac{b_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a'_k \sin k\psi + \sum_{k=1}^{\infty} b''_k \cos k\psi, \tag{70}$$

Digitized by Google

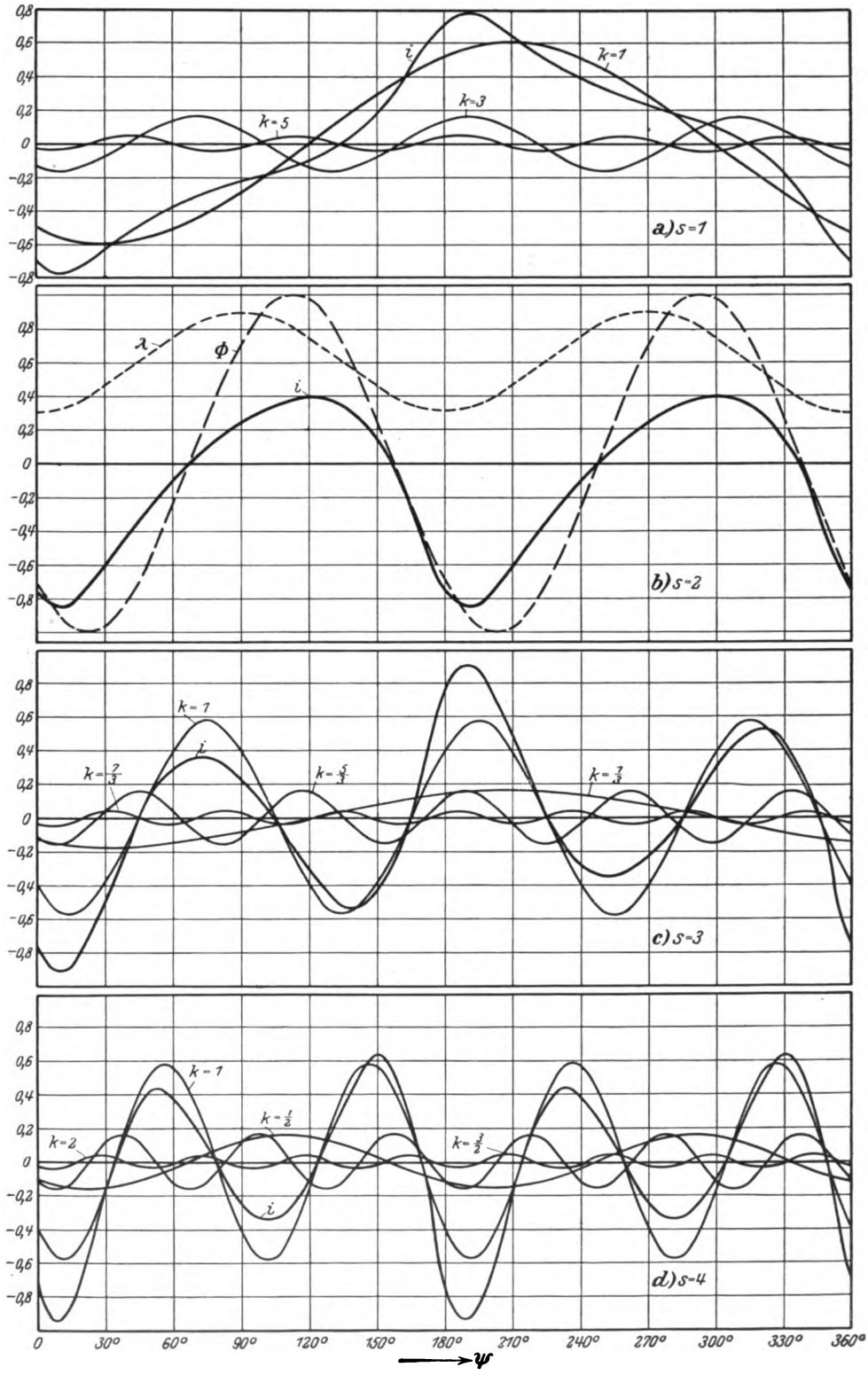


Bild 6. Die Form der Stromkurven und deren Zerlegung in Fouriersche Reihen bei E = konst. und verschiedenen Geschwindigkeiten.

Digitized by Google

wobei

$$\left.\begin{aligned} a'_K &= -\frac{\sin s\vartheta}{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\sin s\psi\cdot\sin k\psi}{(\alpha-\cos 2\psi)}\,d\psi = -\frac{\sin s\vartheta}{2}\left[\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cos(s-k)\psi}{(\alpha-\cos 2\psi)}\,d\psi - \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cos(s+k)\psi}{(\alpha-\cos 2\psi)}\,d\psi\right] \\ b''_K &= -\frac{\cos s\vartheta}{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cos s\psi\cdot\cos k\psi}{(\alpha-\cos 2\psi)}\,d\psi = -\frac{\cos s\vartheta}{2}\left[\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cos(s-k)\psi}{(\alpha-\cos 2\psi)}\,d\psi + \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cos(s+k)\psi}{(\alpha-\cos 2\psi)}\,d\psi\right] \end{aligned}\right\} \quad (71)$$

Beide Integrale stellen die Koeffizienten b_k' und b_k'' in der Funktion des magnetischen Widerstandes dar, wobei:

$$k' = \left|\frac{s-k}{2}\right| \quad \text{und} \quad k'' = \left(\frac{s+k}{2}\right). \quad (72)$$

Da k' und k'' ganze Zahlen sind, so müssen die Größen $(|s-k|)$ und $(s+k)$ gerade Zahlen sein. Um diese Bedingung zu erfüllen, ist es notwendig, daß die Zahlen s und k gleichzeitig entweder beide gerade oder beide ungerade seien.

Aus den Gleichungen (72), (53), (71) u. (70) erhalten wir folgende Reihenzerlegungen für die beiden Hauptfälle:

1. $k<s$: $$\frac{i}{C_i} = \frac{b_0}{2} - \frac{\sin s\vartheta}{\sqrt{\alpha^2-1}}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{a^k-1}{a^{\frac{s+k}{2}}}\sin k\psi - \frac{\cos s\vartheta}{\sqrt{\alpha^2-1}}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{a^k+1}{a^{\frac{s+k}{2}}}\cos k\psi, \quad (73)$$

2. $k>s$: $$\frac{i}{C_i} = \frac{b_0}{2} - \frac{\sin s\vartheta}{\sqrt{\alpha^2-1}}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{a^s-1}{a^{\frac{s+k}{2}}}\sin k\psi - \frac{\cos s\vartheta}{\sqrt{\alpha^2-1}}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{a^s+1}{a^{\frac{s+k}{2}}}\cos k\psi. \quad (74)$$

Auf Grund der aus der Analyse der Harmonischen bekannten Formeln gehen wir zur folgenden Form der zerlegten Stromkurve über:

$$\frac{i}{C_i} = \frac{b_0}{2} + \sum A_k \sin(k\psi + \varphi_k). \quad (75)$$

Es ist 1. bei $k < s$:

$$\left.\begin{aligned} A_k &= \sqrt{\frac{a^{2k}+2a^k\cos 2s\vartheta+1}{(a^2-1)\cdot a^{(s+k)}}}\,; \quad \operatorname{tg}\varphi_k = \operatorname{ctg} s\vartheta\cdot\frac{a^k+1}{a^k-1} \\ \sin\varphi_k &= -\frac{\cos s\vartheta\cdot(a^k+1)}{\sqrt{a^{2k}+2a^k\cos 2s\vartheta+1}}\,; \quad \cos\varphi_k = -\frac{\sin s\vartheta\cdot(a^k-1)}{\sqrt{a^{2k}+2a^k\cos 2s\vartheta+1}} \end{aligned}\right\} \quad (76)$$

bei $k > s$:

$$\left.\begin{aligned} A_k &= \sqrt{\frac{a^{2s}+2a^s\cos 2s\vartheta+1}{(a^2-1)\cdot a^{(s+k)}}}\,; \quad \operatorname{tg}\varphi_k = \operatorname{ctg} s\vartheta\cdot\frac{a^s+1}{a^s-1} \\ \sin\varphi_k &= \frac{\cos s\vartheta\cdot(a^s+1)}{\sqrt{a^{2s}+2a^s\cos 2s\vartheta+1}}\,; \quad \cos\varphi_k = -\frac{\sin s\vartheta\cdot(a^s-1)}{\sqrt{a^{2s}+2a^s\cos 2s\vartheta+1}} \end{aligned}\right\} \quad (77)$$

Die Amplituden aller Harmonischen werden größer in dem Maße, wie die Belastung zunimmt, bis sie schließlich ihre größte Entfaltung außerhalb des Gebietes der stabilen Arbeit des Motors erreichen. Ferner kann bemerkt werden, daß bei gegebenem s, d. h. bei gegebener Geschwindigkeit des Motors, die Amplituden der Harmonischen von der Ordnungsnummer $k > s$ mit wachsendem k rasch abfallen, während sie umgekehrt bei $k < s$ mit wachsendem k gleichfalls zunehmen. Außerdem ist es von Interesse, zu vermerken, daß bei $k > s$ der Winkel φ_k von k nicht abhängt, d. h. er bleibt derselbe für alle Harmonischen, deren Ordnungsnummer höher als s ist.

Durch die Zerlegung des Stromes i in eine Fouriersche Reihe stellen wir den Strom als eine periodische Funktion des Winkels ψ dar. Jetzt fällt es nicht schwer, den Strom als eine Zeitfunktion auszudrücken. Aus Gleichung (48) und (75) folgt, daß

Digitized by Google

$$\frac{i}{C_i} = \frac{b_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_K \sin\left(\frac{k}{s}\omega t + \frac{k\pi}{2s} + k\vartheta + \varphi_k\right). \tag{78}$$

Da $\frac{k}{s}$ im allgemeinen Falle weder eine ganze Zahl, noch ein einfacher Bruch ist, so wird sich auf Grund der Gleichung (78) die Stromkurve als Funktion von ωt in eine Reihe von Sinusfunktionen, deren Argumente durch keine Bedingung der Vielfachheit gebunden ist (quasi-periodische Funktion) zerlegen lassen. Werden nur ganzzahlige Werte von $\frac{k}{s}$ in Betracht gezogen, so kann man behaupten, daß bei ungeraden s die Stromkurve nur ungerade Harmonische enthält, ist s dagegen eine gerade Zahl, werden wie ungerade, so auch gerade Werte vorhanden sein. Dieses Merkmal folgt daraus, daß den ungeraden Werten von s, wie schon früher abgeleitet wurde, nur ungeradzahlige Werte von k und den geraden Werten von s auch gerade Werte von k entsprechen können.

Wenden wir Gleichung (78) auf einige Sonderfälle an. Bei voller Synchrongeschwindigkeit, also $s = 1$, erscheint der Strom als eine periodische Funktion der Zeit, indem er eine Reihe von ungeraden Harmonischen darstellt:

$$\frac{i}{C_i} = A_1 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2} + \vartheta + \varphi_1\right) + A_3 \sin\left(3\omega t + \frac{3}{2}\pi + 3\vartheta + \varphi_1\right) + \\ + A_5 \sin\left(5\omega t + \frac{5}{2}\pi + 5\vartheta + \varphi_1\right) + \cdots$$

Bei $s = 4$ ist:

$$\frac{i}{C_i} = \frac{b_0}{2} + A_2 \sin\left(\frac{\omega t}{2} + \frac{\pi}{4} + 2\vartheta + \varphi_2\right) + A_4 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2} + 4\vartheta + \varphi_4\right) + \\ + A_6 \sin\left(\frac{3}{2}\omega t + \frac{3}{4}\pi + 6\vartheta + \varphi_4\right) + A_8 \sin(2\omega t + \pi + 8\vartheta + \varphi_4) + \\ + A_{10} \sin\left(\frac{5}{2}\omega t + \frac{5}{4}\pi + 10\vartheta + \varphi_4\right) + A_{12} \sin\left(3\omega t + \frac{3}{2}\pi + 12\vartheta + \varphi_4\right) + \cdots.$$

Endlich kann man aus der Gleichung (65) noch folgende allgemeine Folgerung hinsichtlich der Frequenz des Stromes ziehen: bei ungeraden s entspricht die Frequenz des Stromes der vollen Umdrehung des Rotors und bei ungeraden s der halben Umdrehung. Im Zeitmaß ausgedrückt, ist die Stromperiode im ersten Falle gleich $T \cdot s$ und im zweiten Falle gleich $\frac{T \cdot s}{2}$, wenn T die Periode der Spannung bedeutet. Es fällt bei voller und halber Synchrongeschwindigkeit die Stromfrequenz mit der Frequenz der angelegten Spannung zusammen, und bei $s = 3$ ist die Stromfrequenz gleich der dreifachen und bei $s = 4$ gleich der doppelten Spannungsfrequenz. Dies kann auch aus den Bildern 6a, b, c und d ersehen werden. Wendet man die erhaltenen Gleichungen zur Analyse der Stromkurve bei $s = 1$ und maximaler Belastung $\left(2\vartheta = \frac{\pi}{2}\right)$ an, so erhält man folgende Beziehungen:

$$A_0 = 0, \quad A_1 = \sqrt{\frac{2a}{(a^2-1)\cdot a}}; \quad A_k = \frac{A_1}{a^{\frac{k-1}{2}}};$$

$$tg\,\varphi_k = \sqrt{\frac{(a+1)}{(a-1)}} = \sqrt{\frac{\lambda_g}{\lambda_q}}; \quad \cos\varphi_k = -\sqrt{\frac{1-\gamma}{2}}; \quad \sin\varphi_k = -\sqrt{\frac{1+\gamma}{2}}.$$

Der Winkel φ_k bleibt für alle Harmonischen derselbe.

Es ist interessant, zu bemerken, daß $\sin\varphi_k$ den Wert (-1) erhalten würde und $\cos\varphi_k$ gleich Null wäre bei dem Grenzwert $a = 1$ oder $\gamma = 1$, d. h. wenn die Funktion des magnetischen Leitwertes $(a - \cos 2\psi)$ sich von 0 bis zu seinem Maximum, das gleich 2 ist, ändern würde; dabei wäre die erste Harmonische des Stromes bei $\vartheta = 45^0$ um den Winkel 45^0 hinsichtlich der Flußkurve verschoben. Dieser Umstand deutet darauf hin, daß der Leistungsfaktor des Reaktionsmotors sehr gering ist, und seine Größe durch Ursachen physikalischer Art begrenzt ist.

Digitized by Google

Bei $\alpha = 2$ erhält man:

$$A_k = \frac{1{,}155}{\sqrt{3{,}732^k}}; \quad tg\,\varphi_k = \sqrt{3}; \quad \varphi_k = 240^0.$$

Dann ist:

$$i_k = A_k \sin\left(k\,\omega\,t + \frac{k\,\pi}{2} + k\,\vartheta + \varphi_k\right) = A_k \sin\left(k\,\omega t + k \cdot 135^0 + 240^0\right). \qquad (79)$$

Setzt man in Gleichung (79) der Reihe nach $k = 1$, $k = 3$, $k = 5$ usw. ein, so erhält man die volle Zerlegung des Stromes:

$$\frac{i}{C_i} = \sim 0{,}6 \sin(\omega t + 15^0) + 0{,}16 \sin(3\,\omega t - 75^0) - 0{,}043 \sin(5\,\omega t + 15^0) - \\ - 0{,}0115 \sin(7\,\omega t - 75^0) + \cdots$$

oder

$$\frac{i}{C_i} = \sim - 0{,}6 \sin(\psi + 60^0) - 0{,}16 \sin(3\,\psi + 60^0) - 0{,}043 \sin(5\,\psi + 60^0) - \cdots.$$

Ähnlicherweise können leicht Formeln einer beliebigen Geschwindigkeit entsprechend erhalten werden.

Für $s = 1$, bzw. 3 und 4, ist die Stromzerlegung nach diesen Formeln ausgeführt und graphisch nachgeprüft worden (Bild 6a, c, d).

6. Die effektive Stromstärke und der Leistungsfaktor.

Da wir die Stromkurve bereits in eine Fouriersche Reihe nach der Gleihung (78) zerlegt haben, so genügt es, um die effektive Stromstärke bestimmen zu können, die Beziehung zwischen der Amplitude der äquivalenten Sinuskurve und den Amplituden der Harmonischen festzustellen. Betrachten wir gesondert folgende zwei Fälle: 1. $s = 1$ und 2. $s > 1$.

1. Fall. Die Gleichstromkomponente verschwindet, und man erhält:

$$I = C_i \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2 + \cdots}; \quad A_{k+2} = \frac{A_k}{a}; \quad I_k = \frac{A_k}{\sqrt{2}}. \qquad (80)$$

Deshalb ist bei $s = 1$:

$$I = C_i \sqrt{I_1^2 \left(1 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^4} + \frac{1}{a^6} + \cdots\right)} = C_i \sqrt{I_1^2 \frac{a^2}{a^2 - 1}}. \qquad (81)$$

Setzt man den Wert von I_1 aus den Gleichungen (80) und (77) ein, so wird erhalten:

$$I = C_i \sqrt{\frac{a^2 + 2\,a \cos 2\,\vartheta + 1}{2\,(a^2 - 1)\,(a^2 - 1)}} = C_i \sqrt{\frac{a + \cos 2\,\vartheta}{2\,(a^2 - 1)\sqrt{a^2 - 1}}}. \qquad (82)$$

2. Fall. Es ist zu berücksichtigen, daß die einfache Beziehung zwischen den Amplituden der Harmonischen nur für diejenigen Harmonischen richtig ist, deren Ordnungsnummer $k > s$ ist. Wenn $s > k$, so gilt folgende komplizierte Beziehung:

$$A_{k+2} = \frac{A_k}{a} \sqrt{\frac{a^{2k+4} + 2\,a^{k+2} \cos 2\,s\,\vartheta + 1}{a^{2k} + 2\,a^k \cos 2\,s\,\vartheta + 1}}. \qquad (83)$$

Es sei z. B. $s = 4$. Wir berücksichtigen die Gleichstromkomponente $A_0 = \frac{b_0}{2} = I_0$. Es gilt in diesem Falle:

$$I = C_i \sqrt{I_0^2 + I_2^2 + I_4^2 + I_6^2 + \cdots}. \qquad (84)$$

Laut Gleichung (68, 76 u. 77) hat man folgende Beziehungen:

$$I_0 = - \frac{\cos 4\,\vartheta}{a^2 \sqrt{a^2 - 1}}; \quad A_2 = \sqrt{\frac{a^4 + 2\,a^2 \cos 8\,\vartheta + 1}{a^2 - 1) \cdot a^6}}; \quad A_4 = \sqrt{\frac{a^8 + 2\,a^4 \cos 8\,\vartheta + 1}{(a^2 - 1) \cdot a^8}}$$

$$A_6 = \frac{A_4}{a}; \quad A_8 = \frac{A_4}{a^2} \text{ usw.}$$

Setzt man diese Werte in Gleichung (84) ein, so wird nach geringer Umwandlung der Gleichung erhalten:

Digitized by Google

$$I = C_i \sqrt{\frac{2\alpha + \frac{5\alpha^2 - 3}{\alpha^5} \cdot \cos 8\vartheta}{4(\alpha^2 - 1)\sqrt{\alpha^2 - 1}}} \tag{85}$$

Ähnlicherweise kann auch die Lösung für einen beliebigen Wert von s erhalten werden. Dabei kann das Bildungsgesetz dieser Formeln gefunden werden, und zwar gilt für den Strom in allen Fällen der Ausdruck:

$$I = C_i \sqrt{\frac{2\alpha + \left[\frac{(s+1)\alpha^2 + (s+1)}{\alpha^s + 1}\right] \cos 2s\vartheta}{4(\alpha^2 - 1)\sqrt{(\alpha^2 - 1)}}}. \tag{86}$$

Man gelangt unmittelbar zu demselben Resultat, wenn man zur Bestimmung des Stromes nach der allgemeinen Formel:

$$I = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i^2 \, d\psi}$$

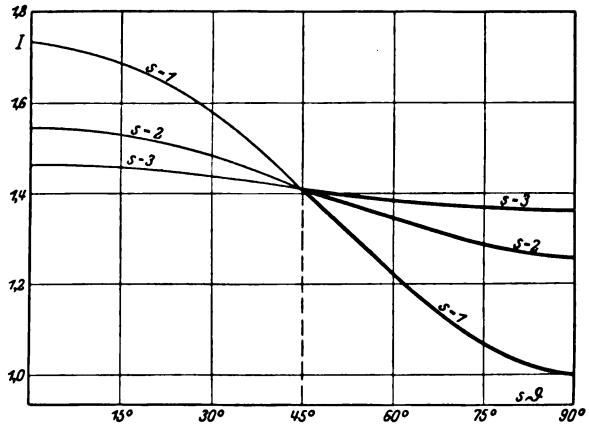


Bild 7. Die Stromstärke als Funktion von $s\vartheta$ bei $s = 1, 2, 3$.

übergeht. Wird der Wert von i laut Gleichung (65) eingesetzt, so erhält man:

$$I = C_i \sqrt{\frac{1}{4}\left\{\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{d\psi}{(\alpha - \cos 2\psi)^2} + \frac{\cos 2s\vartheta}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\cos 2s\psi \, d\psi}{(\alpha - \cos 2\psi)^2}\right\}} \tag{87}$$

Die Integrale des Klammerausdruckes stellen die Koeffizienten b_0 und b_s in der Zerlegung des Quadrates der Funktion des magnetischen Widerstandes dar. Folglich ist:

$$I = C_i \sqrt{\frac{b_0}{4} + \frac{b_s}{4} \cos 2s\vartheta} \tag{88}$$

Setzt man die Werte von b_0 und b_s aus Gleichung (54), so erhält man das durch die Gleichung (86) gegebene Resultat. Es ist also:

$$I = \frac{\sqrt{2}E}{\omega L_0 \varepsilon \sin 2\beta} \sqrt{\frac{2\alpha + \left[\frac{(s+1)\alpha^2 + (s-1)}{\alpha^s + 1}\right] \cos 2s\vartheta}{(\alpha^2 - 1)\sqrt{\alpha^2 - 1}}}. \tag{89}$$

Bei den beliebigen Geschwindigkeiten entsprechenden Maximalbelastungen erweist sich die Stromstärke als für alle Geschwindigkeiten gleich:

$$I = \frac{2E\sqrt{\alpha}}{\omega L_0 \varepsilon \sin 2\beta \cdot \sqrt{(\alpha^2 - 1)\sqrt{\alpha^2 - 1}}}. \tag{90}$$

Bei Leerlauf wächst die Stromstärke mit fallender Geschwindigkeit. Dies bestimmt die Art, in welcher sich der Strom in Abhängigkeit von s ändert (Bild 7).

Digitized by Google

Die Gleichungen (58) und (89) liefern die nötige Unterlage zur allgemeinen Bestimmung des Leistungsfaktors des Motors. Drückt man den Leistungsfaktor bedingterweise durch den Cosinus aus, so erhält man:

$$\cos\varphi_0 = \frac{P}{EI} = \frac{\sqrt{2}\,\sqrt{\sqrt{a^2-1}}\sin 2s\vartheta}{a^s\sqrt{2a+\left[\frac{(s+1)a^2+(s-1)}{a^s+1}\right]\cos 2s\vartheta}}. \tag{91}$$

Der Leistungsfaktor fällt mit Verringerung der Rotorgeschwindigkeit rasch ab. Für $s = 1$ hat man auf Grund der Gleichung (91):

$$\cos\varphi_0 = \frac{\sqrt{\sqrt{a^2-1}}\sin 2\vartheta}{a\sqrt{a+\cos 2\vartheta}}. \tag{92}$$

Das Maximum des Leistungsfaktors wird bei

$$\cos 2\vartheta = \sqrt{a^2-1} - a$$

erreicht. Dabei ist

$$(\cos\varphi_0)_{max} = \frac{\sin 2\vartheta}{(a+\sqrt{a^2-1}} = \sqrt{2\sqrt{a^2-1}\left(a-\sqrt{a^2-1}\right)^3} \tag{94}$$

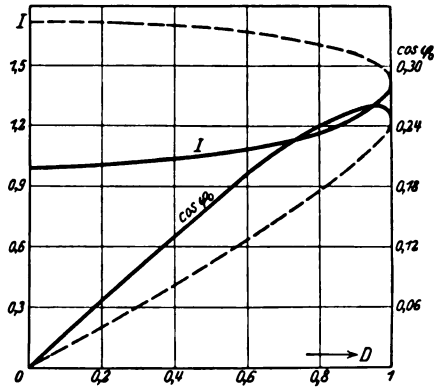


Bild 8. Die Abhängigkeit der Stromstärke und des Leistungsfaktors vom mittleren Drehmoment bei $s = 1$.

und, nachdem man in Gleichung (94) den Wert von a aus Gleichung (93) eingesetzt hat, wird erhalten:

$$(\cos\varphi_0)_{max} = -\frac{\sin 4\vartheta}{2}. \tag{95}$$

Dieser Ausdruck zeigt direkt an, daß der Leistungsfaktor den Wert 0,5 nicht übersteigen kann. Diese Schlußfolgerung kann durch Differenzierung der Gleichung (94) nach a erhalten werden. Dabei erweist sich, daß das Maximum maximorum des Leistungsfaktors, das gleich 0,5 ist, bei $a = \frac{3\sqrt{2}}{4} = \sim 1{,}06$ und $\vartheta = 67{,}5^0$ eintritt. In Bild 8 sind die Schaubilder von I und $\cos\varphi_0$ als Funktion von D für $s = 1$ und $a = 2$ wiedergegeben. Der maximale Leistungsfaktor besitzt dabei den Zahlenwert $\sim 0{,}263$ und tritt bei $\vartheta = \sim 53^0$ ein. Es fällt also das Maximum des Leistungsfaktors nicht mit dem Maximum der Leistung zusammen. Die Maximalspitzen der entsprechenden Kurven entfernen sich voneinander bei kleiner werdendem a und rücken bei Vergrößerung von a zusammen, ohne jedoch jemals miteinander zusammenzufallen.

7. Der Einfluß der Form der EMK-Kurve auf den Betrieb des Reaktionsmotors.

Der durchgeführten Analyse lag die Voraussetzung über die sinusoidale Form des Magnetflusses $\Phi = \Phi_m \sin\omega t$ zugrunde. Wird die Möglichkeit einer nichtsinus-

Digitized by Google

oidalen Form der den Generator speisenden EMK, der Einfluß des inneren Widerstandes des Generators und Motors, der Widerstand der Verbindungsleitung und des in den Stromkreis eingeschalteten Rheostats, falls ein solcher vorhanden ist, die Rückwirkung der Wirbelströme, der Einfluß der Form der Magnetisierungskurve für das Eisen, der Einfluß der Hysteresis usw. in Betracht gezogen, so ist leicht einzusehen, daß der Ausdruck für den Magnetfluß des rotierenden Motors folgende allgemeine Form annehmen kann:

$$\Phi = \Sigma \Phi_{m\,k} \sin (k\,\omega\,t + \varphi_k). \tag{96}$$

Die Koeffizienten vor $\omega\,t$ in Gleichung (96) brauchen nicht durch die Bedingung, ein Vielfaches voneinander zu sein, gebunden zu sein. Die Berücksichtigung aller aufgezählten Faktoren würde uns unausbleiblich aus dem Rahmen der Analyse des synchronen Reaktionsmotors im engen Sinne dieses Wortes herausführen. Wir können nichtsdestoweniger à priori annehmen, daß der Motor bei nichtsinusoidalem Fluß eine Geschwindigkeit gleich $\frac{\varrho}{s'} \cdot v_{\text{synchr.}}$ zu entwickeln imstande ist, wobei ϱ und s' beliebige ganze Zahlen sind. Der größeren Einfachheit der Ableitung und gleichzeitig der größeren Anschaulichkeit halber betrachten wir zuerst einen der Sonderfälle. Dieses Verfahren wird, wie wir sehen werden, die Möglichkeit geben, die erhaltenen Schlußfolgerungen ohne jede Mühe auf den allgemeinen Fall auszudehnen. Nehmen wir an, daß die Kurve, welche die Änderung des Magnetflusses von der Zeit wiedergibt, nur noch die dritte Harmonische enthält:

$$\Phi = \Phi_{m_1} \sin \omega\,t + \Phi_{m_3} \sin (3\,\omega\,t + \xi). \tag{97}$$

Die Raumlage des Rotors wird nach wie vor durch den Winkel ψ bestimmt. Es sei:

$$\psi = \frac{\varrho}{s'}\,\omega\,t + \frac{\varrho\,\pi}{2\,s'} + \vartheta. \tag{98}$$

Wir bemerken, daß der Winkel $\left(\frac{\varrho\,\pi}{2\,s'} + \vartheta\right)$ den „Anfangswinkel" nicht in bezug auf den in Wirklichkeit vorhandenen Magnetfluß Φ, sondern in bezug auf seine Grundharmonische darstellt. Im Momente $t = 0$ erhält man:

$$\Phi_{m_1} \sin \omega\,t = 0, \quad \Phi = \Phi_{m_3} \sin \xi. \tag{99}$$

Die angelegte EMK wird folgendermaßen ausgedrückt:

$$\left.\begin{aligned} e = \frac{d\Phi}{dt} &= \sqrt{2}\,E_1 \cos \omega\,t + \sqrt{2}\,E_3 \cos (3\,\omega\,t + \xi), \\ \text{wenn} \qquad \Phi_{m_1}\,\omega &= \sqrt{2}\,E_1 \qquad \text{und} \qquad 3\,\Phi_{m_3}\,\omega = \sqrt{2}\,E_3 \end{aligned}\right\} \tag{100}$$

Für den Strom und die Leistung wird erhalten:

$$i = \frac{\sqrt{2}\,E_1 \sin \omega\,t}{\omega\,L_0\,\Theta} + \frac{\sqrt{2}\,E_3 \sin (3\,\omega\,t + \xi)}{3\,\omega\,L_0\,\Theta} \tag{101}$$

$$\left.\begin{aligned} e\,i = \frac{E_1^2 \sin 2\,\omega\,t}{\omega\,L_0\,\Theta} + \frac{E_3^2 \sin (6\,\omega\,t + 2\,\xi)}{3\,\omega\,L_0\,\Theta} + \left[\frac{4\,E_1\,E_3}{3\,\omega\,L_0\,\Theta} \sin (4\,\omega\,t + \xi) - \frac{2\,E_1\,E_3}{3\,\omega\,L_0\,\Theta} \sin (2\,\omega\,t + \xi)\right] - \\ = p_1 + p_3 + p_{13} \end{aligned}\right\} \tag{102}$$

Betrachten wir jedes Glied der Gleichung (102) einzeln.

$$p_1 = \frac{E_1^2 \sin 2\,\omega\,t}{\omega\,L_0\,\Theta} = -\frac{2\,E_1^2 \sin \left(2\,\frac{s'}{\varrho}\,\psi - 2\,\frac{s'}{\varrho}\,\vartheta\right)}{\omega\,L_0\,\varepsilon \sin 2\,\beta \cdot (\alpha - \cos 2\,\psi)} = -\,C_1 \cdot \frac{\sin \left(2\,\frac{s'}{\varrho}\,\psi - 2\,\frac{s'}{\varrho}\,\vartheta\right)}{(\alpha - \cos 2\,\psi)}.$$

Die mittlere Leistung ist gleich:

$$P_1 = -\frac{C_1}{2\,\pi\,\varrho} \int_0^{2\,\pi\,\varrho} \frac{\sin \left(2\,\frac{s'}{\varrho}\,\psi - 2\,\frac{s'}{\varrho}\,\vartheta\right) d\,\psi}{(\alpha - \cos 2\,\psi)}.$$

Dieses Integral wurde schon früher von uns untersucht. Auf Grund der Gleichung (49), (50) und (51) gelangt man zum folgenden Schluß:

Digitized by Google

1. $P_1 = O$ wenn $\frac{s'}{\varrho} \neq$ ganze Zahl.

2. $P_1 = C_1 \cdot \frac{\sin 2s\vartheta}{a^s \sqrt{a^2-1}}$, wenn $\frac{s'}{\varrho} = s =$ ganze Zahl.

Jetzt gehen wir zur Untersuchung der nächsten Leistungskomponente über:

$$p_3 = \frac{E_3^2 \sin(6\omega t + 2\xi)}{3\omega L_0 \Theta} = -\frac{2E_3^2 \sin\left(6\frac{s'}{\varrho}\psi - 6\frac{s'}{\varrho}\vartheta + 2\xi\right)}{3\omega L_0 \varepsilon \sin 2\beta \cdot (\alpha - \cos 2\psi)} = -C_3 \cdot \frac{\sin\left(6\frac{s'}{\varrho}\psi - 6\frac{s'}{\varrho}\vartheta + 2\xi\right)}{(\alpha - \cos 2\psi)};$$

$$P_3 = -\frac{C_3}{2\pi\varrho}\int_0^{2\pi\varrho} \frac{\sin\left(6\frac{s'}{\varrho}\psi - 6\frac{s'}{\varrho}\vartheta + 2\xi\right) d\psi}{(\alpha - \cos 2\psi)} = \frac{C_3}{2}\sin\left(6\frac{s'}{\varrho}\vartheta - 2\xi\right) \cdot \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\cos 6s'\psi\, d\psi}{(\alpha - \cos 2\varrho\psi)}.$$

Ist die Bedingung: $\frac{\varrho}{s'} = \frac{3}{K} = \frac{3}{\text{ganze Zahl}}$ erfüllt, so gilt:

$$P_3 = \frac{C_3 \cdot \sin\left(6\frac{s'}{\varrho}\vartheta - 2\xi\right)}{\sqrt{\alpha^2-1} \cdot a^{\frac{3s'}{\varrho}}}.$$

Wenn $\frac{3s'}{\varrho} \neq$ ganze Zahl, so ist $P_3 = O$.

Schließlich kommen wir zum letzten Gliede:

$$p_{13} = \frac{4E_1E_3 \sin\left(4\frac{s'}{\varrho}\psi - 4\frac{s'}{\varrho}\vartheta + \xi\right)}{3\omega L_0 \varepsilon \sin 2\beta \cdot (\alpha - \cos 2\psi)} + \frac{4E_1E_3 \sin\left(2\frac{s'}{\varrho}\psi - 2\frac{s'}{\varrho}\vartheta + \xi\right)}{3\omega L_0 \varepsilon \sin 2\beta \cdot (\alpha - \cos 2\psi)},$$

$$P_{13} = \frac{C_{13}}{\pi\varrho}\int_0^{2\pi\varrho} \frac{\sin\left(4\frac{s'}{\varrho}\psi - 4\frac{s'}{\varrho}\vartheta + \xi\right) d\psi}{(\alpha - \cos 2\psi)} + \frac{C_{13}}{2\pi\varrho}\int_0^{2\pi\varrho} \frac{\sin\left(2\frac{s'}{\varrho}\psi - 2\frac{s'}{\varrho}\vartheta + \xi\right) d\psi}{(\alpha - \cos 2\psi)} =$$

$$= -C_{13} \cdot \sin\left(4\frac{s'}{\varrho}\vartheta - \xi\right) \cdot \frac{1}{\pi\varrho}\int_0^{2\pi\varrho} \frac{\cos 4\frac{s'}{\varrho}\psi \cdot d\psi}{(\alpha - \cos 2\psi)} - \frac{C_{13} \cdot \sin\left(2\frac{s'}{\varrho}\vartheta - \xi\right)}{2} \cdot \frac{1}{\pi\varrho}\int_0^{2\pi\varrho} \frac{\cos 2\frac{s'}{\varrho}\psi\, d\psi}{(\alpha - \cos 2\psi)} =$$

$$= -C_{13} \cdot \sin\left(4\frac{s'}{\varrho}\vartheta - \xi\right) \cdot b'_{\frac{2s'}{\varrho}} - \frac{C_{13}}{2}\sin\left(2\frac{s'}{\varrho}\vartheta - \xi\right) \cdot b'_{\frac{s'}{\varrho}}$$

Daraus folgt, daß

1. $P_{13} = 0$, wenn $\frac{s'}{\varrho} \neq$ ganze Zahl und $2\frac{s'}{\varrho} \neq$ ganze Zahl.

2. $P_{13} = -\frac{2C_{13} \sin\left(4\frac{s'}{\varrho}\vartheta - \xi\right)}{a^{\frac{2s'}{\varrho}} \cdot \sqrt{(\alpha^2-1)}}$, wenn $\frac{s'}{\varrho} \neq$ ganze Zahl, aber $2\frac{s'}{\varrho} =$ ganze Zahl.

3. $P_{13} = -\frac{2C_{13} \cdot \sin\left(4\frac{s'}{\varrho}\vartheta - \xi\right)}{a^{\frac{2s'}{\varrho}}\sqrt{a^2-1}} - \frac{C_{13} \cdot \sin\left(2\frac{s'}{\varrho}\vartheta - \xi\right)}{a^{\frac{s'}{\varrho}}\sqrt{(\alpha^2-1)}}$, wenn $\frac{s'}{\varrho} = s =$ ganze Zahl.

Die Ergebnisse der vorausgegangenen Analyse können folgendermaßen zusammengefaßt werden:

I. Wenn $\frac{s'}{\varrho} = s =$ ganze Zahl, so ist:

$$P = P_1 + P_3 + P_{13} = -\frac{2E_1^2 \sin 2s\vartheta}{\omega L_0 \varepsilon \sin 2\beta \cdot a^s \sqrt{\alpha^2-1}} + \frac{2E_3^2 \sin(6s\vartheta - 2\xi)}{3\omega L_0 \varepsilon \sin 2\beta \cdot a^{3s} \cdot \sqrt{\alpha^2-1}} - \frac{8E_1E_3 \sin(4s\vartheta - \xi)}{3\omega L_0 \varepsilon \sin 2\beta \cdot a^{2s}\sqrt{\alpha^2-1}} - \frac{4E_1E_3 \cdot \sin(2s\vartheta - \xi)}{3\omega L_0 \varepsilon \sin 2\beta \cdot a^s \cdot \sqrt{\alpha^2-1}} \quad (103)$$

Digitized by Google

Es ist nicht schwer zu ersehen, daß P_1 und P_3 Leistungen darstellen, welche die erste und dritte Harmonische des Magnetflusses unabhängig voneinander entwickeln, und P_{13} ist die Leistung, die dank dem gleichzeitigen Bestehen dieser Harmonischen erzeugt wird.

Der größeren Bestimmtheit wegen sei angenommen, daß der Motor mit voller Synchrongeschwindigkeit rotiert, d. h. es ist $s = 1$. Es sei ferner $2\vartheta = \frac{\pi}{2}$, d. h. die 1. Harmonische entwickle ihre volle Leistung, und die Amplitude der 3. Harmonischen der EMK bilde 20% von der Amplitude der 1. Harmonischen, d. h. $E_3 = \frac{E_1}{5}$. Unter diesen Bedingungen erhält man aus Gleichung (103):

$$p = \sim C \cdot (607{,}5 - \cos 2\xi - 57 \sin \xi - 81 \cos \xi) \text{ — bei } a = 1{,}6$$

und

$$p = \sim C \cdot (465 - 0{,}44 \cos 2\xi - 33{,}2 \sin \xi - 62 \cos \xi) \text{ — bei } a = 2.$$

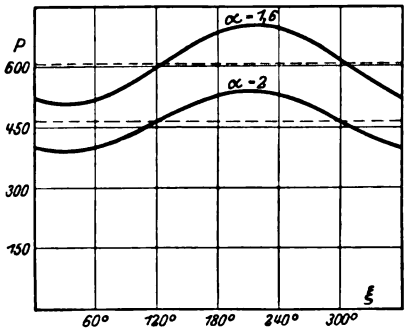


Bild 9. Die Änderung der mittleren Leistung in Abhängigkeit von der Phasenverschiebung der dritten Harmonischen der EMK-Kurve.

Die Kurven von Bild 9 ergeben folgendes Bild. Das Vorhandensein der Harmonischen in der Flußkurve kann trotz der im Vergleich zur Hauptamplitude geringen Größe der Amplitude dieser Harmonischen eine ziemlich wesentliche Änderung der mittleren Leistung wie im Sinne ihrer Verkleinerung, so auch im Sinne ihrer Vergrößerung hervorrufen. Die Größe und das Vorzeichen dieser Änderung hängen von der Phasenverschiebung der Harmonischen ab. Der Verschiebungswinkel drückt seinerseits die Art der Verzerrung der Grundkurve aus. In unserem Beispiele wird die günstige Verschiebung der 3. Harmonischen durch das Abrasieren der Seiten der Grundsinuskurve und durch einen Zuwachs ihrer Spitze begleitet.

II. Wenn $\frac{s'}{\varrho} \neq$ ganze Zahl und $\frac{2s'}{\varrho} \neq$ ganze Zahl, aber $\frac{3s'}{\varrho} =$ ganze Zahl, so ist:

$$P = -\frac{2 E_3^2 \sin(6s\vartheta - 2\xi)}{3\omega L_0 \varepsilon \sin 2\beta \cdot a^{3s} \cdot \sqrt{a^2 - 1}}. \tag{104}$$

In diesem Falle entwickelt der Motor die Geschwindigkeiten:

$$\frac{\varrho}{s'} = 3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{5}, \frac{3}{7}, \frac{3}{9}, \frac{3}{10}, \frac{3}{11} \text{ usw.},$$

d. h. die dreifache, die anderthalbfache usw. Synchrongeschwindigkeit. Bei diesen Geschwindigkeiten ist die Größe des Winkels ξ für den Betrieb des Motors eigentlich belanglos und spiegelt sich nur im Zahlenwerte des Winkels ϑ, bei welchem das Maximum der Leistung eintritt, und welcher stets aus der Bedingung $\sin(6s\vartheta - 2\xi) = 1$ bestimmt wird, wieder.

Werden die Motorgeschwindigkeiten im Vergleich zur Synchrongeschwindigkeit der dritten Harmonischen gemessen, so erhält man eine einfachere Reihe:

$$\frac{\varrho}{3s'} = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13} \text{ usw.}$$

Digitized by Google

Die dritte Harmonische erscheint als der „führende" Teil des Gesamtflusses, während die Wirkung der Grundharmonischen bei diesen Geschwindigkeiten auf 0 reduziert wird.

III. Wenn $\frac{s'}{\varrho} \neq$ ganze Zahl und $\frac{3s'}{\varrho} \neq$ ganze Zahl, aber $\frac{2s'}{\varrho} =$ ganze Zahl, dann ist:

$$P = -\frac{8 E_1 E_3 \sin(4 s \vartheta - \xi)}{3 \omega L_0 e \sin 2\beta \cdot a^{2s} \cdot \sqrt{a^2 - 1}}. \tag{105}$$

Dieser Fall ist nicht weniger interessant: die Leistung wird durch den vollen in Wirklichkeit bestehenden Fluß erzeugt, während die Einzelwirkung der vermeintlichen Harmonischen gleich Null ist. Auf Grund der Bedingungen (III) ergeben sich folgende möglichen Geschwindigkeiten:

$$\frac{\varrho}{s'} = 2, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{2}{9}, \frac{2}{11}, \frac{2}{13}, \frac{2}{15}, \frac{2}{17} \text{ usw.}$$

Geht man rein formell von dem Aufbau dieser Reihe aus, so kann daraus gefolgert werden, daß im gegebenen Falle die 1. und 3. Harmonische gemeinsam dieselbe Wirkung ausüben, welche man von der 2. Harmonischen erwarten könnte. Auf die Geschwindigkeit dieser vermeintlichen 2. Harmonischen bezogen, wäre folgende Reihe von uns erhalten worden:

$$\frac{\varrho}{2s'} = 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17} \text{ usw.}$$

Faßt man jetzt alle beim Vorhandensein der dritten Harmonischen denkbaren Geschwindigkeiten zusammen, so erhält man folgende Reihe:

$$\frac{\varrho}{s'} = 3, \underline{2}, \mathbf{\frac{3}{2}}, 1, \mathbf{\frac{3}{4}}, \underline{\mathbf{\frac{2}{3}}}, \mathbf{\frac{3}{5}}, \mathbf{\frac{1}{2}}, \mathbf{\frac{3}{7}}, \mathbf{\frac{2}{5}}, \mathbf{\frac{3}{8}}, \mathbf{\frac{1}{3}}, \underline{\mathbf{\frac{2}{7}}}, \mathbf{\frac{1}{4}}, \mathbf{\frac{3}{10}}, \mathbf{\frac{3}{11}}, \underline{\mathbf{\frac{2}{9}}}, \mathbf{\frac{1}{5}}, \underline{\mathbf{\frac{2}{11}}}, \mathbf{\frac{3}{13}}, \mathbf{\frac{1}{6}}, \mathbf{\frac{2}{13}}$$

usw.

Die fetten Zahlen entsprechen dem 2. der oben betrachteten Fälle, die unterstrichenen Zahlen — dem dritten Falle.

Auf Grund des untersuchten Beispiels mit der 3. Harmonischen fällt es nun nicht schwer, in allgemeiner Form zu bestimmen, welche Geschwindigkeiten eine Harmonische mit der Ordnungsnummer k in die Geschwindigkeitsreihe hineinbringen kann. Stützt man sich auf die Analyse mit den Ergebnissen des vorhergehenden Beispiels, in welchem k gleich 3 war, so kann man sich leicht vergegenwärtigen, daß, um die mittlere Leistung nach Abzug der von der ersten Harmonischen selbständig erzeugten Leistung zu erhalten, man Integrale dreierlei Art wird lösen müssen:

$$1.\ \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\cos(k+1)s'\psi}{(a - \cos 2\varrho\psi)} d\psi\ ; \quad 2.\ \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\cos(k-1)s'\psi}{(a - \cos 2\varrho\psi)} d\psi\ ; \quad 3.\ \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\cos 2ks'\psi}{(a - \cos 2\varrho\psi)} d\psi.$$

Daraus folgt, daß die möglichen Geschwindigkeiten unter folgenden Bedingungen verwirklicht werden:

$$1.\ \frac{\varrho}{s'} = \frac{k+1}{2 \times \text{ganze Zahl}}\ ; \quad 2.\ \frac{\varrho}{s'} = \frac{k-1}{2 \times \text{ganze Zahl}}\ ; \quad 3.\ \frac{\varrho}{s'} = \frac{k}{\text{ganze Zahl}}. \tag{106}$$

Bei gleichzeitigem Bestehen verschiedener Harmonischen kann der Einfluß jeder von ihnen auf die mittlere Leistung wie positiv, d. h. eine Vergrößerung der durch die Grundharmonische bestimmten Leistung hervorrufen, so auch negativ sein, oder auch ganz auf Null reduziert sein in Abhängigkeit von der Größe der Amplitude und hauptsächlich von dem Phasenverschiebungswinkel ξ. Man muß noch hinzufügen, daß beim Vorhandensein verschiedener Harmonischen neue Glieder, die durch die Einwirkung der Harmonischen aufeinander bedingt sind, in dem analytischen Ausdruck für die volle mittlere Leistung erscheinen werden. Diese gegen-

Digitized by Google

seitige Einwirkung gibt sich bei Geschwindigkeiten kund, die durch folgende Bedingungen bestimmt werden:

$$1.\ \frac{\varrho}{s'} = \frac{k' + k''}{2 \times \text{ganze Zahl}};\quad 2.\ \frac{\varrho}{s'} = \frac{k' - k''}{2 \times \text{ganze Zahl}}, \tag{107}$$

worin k' und k'' einander nicht gleich sind und die Ordnungsnummer der Harmonischen darstellen.

Die Eigenschaft des Reaktionsmotors, die mannigfaltigsten Geschwindigkeiten entwickeln zu können, erlaubt es zu sagen, daß die Wirkungsweise des Motors in diesem Sinne genommen an den Asynchronismus grenzt. Nichtsdestoweniger stellt jede mögliche Geschwindigkeitsstufe des Motors, die durch die Form der Magnetflußkurve bedingt wird, eine „synchrone" Geschwindigkeit dar. Bei einer unbeständigen Kurve „Magnetfluß-Zeit" kann der beträchtliche Übergang vom synchronen Betriebe zum asynchronen verwirklicht werden, was denn auch manchmal zum Anlassen des Motors benutzt wird.

8. Über die Natur des Reaktionsmotors. Die Bildung des Drehmomentes (des momentanen und mittleren). Der Reaktionssynchronvibrator. Die synchrone Ungleichmäßigkeit der Rotation des Motors. Experimentelle Ergebnisse und Schaubilder.

Um ein volleres Licht auf den Betrieb des Reaktionsmotors werfen zu können, betrachten wir ihn vom Standpunkte der allgemeinen Theorie elektrischer Maschinen. Dies erscheint uns um so mehr notwendig, als die Eigenschaften des Reaktionsmotors als elektrischer Maschine überhaupt, nicht, wenn man so sagen darf, „deutlich ausgeprägt" sind.

Jede elektrische Maschine kann man sich als aus zwei Systemen von Amperewindungen, die eine — AW_s des Stators und die andere — AW_r des Rotors, bestehend denken. Bei sinusoidaler Verteilung der Amperewindungen und Induktion auf dem Statorumfange kann das Drehmoment als das Vektorprodukt der Amperewindungen und des Magnetflusses ausgedrückt werden:

$$|D| = AW_s \cdot \Phi_r \cdot \sin(\widehat{AW_s, \Phi_r}) = AW_r \cdot \Phi_s \cdot \sin(\widehat{AW_r, \Phi_s}).$$

Wird das Drehmoment durch den resultierenden Fluß Φ ausgeführt, so erhält man:

$$|D| = AW_s \cdot \Phi \cdot \sin(\widehat{AW_s, \Phi}) = AW_r \cdot \Phi \cdot \sin(\widehat{AW_r, \Phi}).$$

Diese Formeln zeigen deutlich, daß im Grunde der Wirkungsweise des Elektromotors (ebenso natürlich auch des Generators) die gegenseitige Einwirkung zweier räumlich verschobener Systeme von Amperewindungen oder zweier Ursprungsquellen der MMK liegt. Aus diesem Grundsatz folgt, daß die sog. „Ankerrückwirkung" in den elektrischen Maschinen nicht nur unvermeidlich, sondern auch zur Erzeugung des Drehmomentes wesentlich notwendig ist. Von diesem Standpunkte aus sind alle elektrischen Maschinen „Reaktionsmaschinen". Keine der aufeinander einwirkenden MMK'e kann gänzlich vernichtet werden; man kann sie bloß in der oder jener Richtung ändern. Die Frage über die Verteilung der MMK oder der ihnen entsprechenden Amperewindungen ist in theoretischer und praktischer Beziehung so sehr wichtig, daß alle elektrischen Maschinen nach dem Merkmal dieser Verteilung von Prof. Pichelmayer bekanntlich in zwei voneinander verschiedene Klassen eingeteilt werden. Das Wesen der Wirkungsweise der Maschine wird jedoch durch diese oder jene Verteilung der Amperewindungen prinzipiell nicht geändert.

Indem wir uns jetzt unserem Reaktionsmotor zuwenden, können wir als eine seiner Sonderheiten die Anwesenheit nur einer Wicklung auf dem Stator vermerken. Diese Wicklung ist der Sitz der „primären" MMK. Als Quelle der „sekundären"

Digitized by Google

MMK erscheint das Eisen des Rotors, welches, da es sich im Statorfelde befindet, „magnetisiert" wird, d. h. sein eigenes Feld, das sich dem Hauptfelde des Stators überlagert, erzeugt, und auf solche Weise eine neue Verteilung der „resultierenden" Feldlinien hervorruft. Die Form des Eisens, welche eine Unsymmetrie in der Verteilung des Magnetflusses in den Maschinen hervorruft, bedingt nun die Größe des entstehenden Reaktionsmomentes.

Als zweite notwendige Grundlage für die Wirkungsweise der elektrischen Maschine erweist sich die „Kommutierung". Unter diesem Termin wird die Gesamtheit der Mittel verstanden, welche die ununterbrochene Rotation des Rotors gewährleisten. Praktisch kann jedoch als Kommutierung das Mittel zur Beibehaltung oder Wiedererzeugung des Winkels $(\widehat{AW_s, \Phi})$ betrachtet werden.

Die Kommutierung der der Zeit nach zuerst gebauten Motoren erfolgte durch einfache Stromwendung mittels Kommutierungsvorrichtungen. Der Übergang zu vollkommeneren Formen der Kommutierung verwirklichte sich dank der Erfindung des Kollektorankers und der Entdeckung des Prinzips der rotierenden Felder.

Im dreiphasigen Reaktionsmotor wird die Kommutierung durch Aufrechterhaltung des Winkels $(\widehat{AW_s, \Phi})$ dank der Rotation des „führenden" Feldes erreicht.

Im einphasigen Reaktionsmotor ist das Feld im Raume unbeweglich, deshalb ändert sich der Winkel $(\widehat{AW_s, \Phi})$ bei der Drehung des Rotors unaufhörlich in Abhängigkeit von der räumlichen Lage der Rotorpole. Eine Änderung dieses Winkels erzeugt in der Reaktionsmaschine die gleichzeitige Existenz zweier Betriebsweisen: als Generator und als Motor. Je nachdem, welche Betriebsweise vorherrscht, haben wir es entweder mit einem Reaktionsgenerator, oder mit einem Reaktionsmotor zu tun.

Im Allgemeinfalle, wenn der Motor mit der Drehgeschwinndigkeit $\frac{\varrho}{s'} \cdot v_{\text{synchr.}}$ läuft, umfaßt die Kommutierungsperiode die Zeit, in welcher sich der Rotor um den Winkel ψ, der gleich $2\pi\varrho$ ist, dreht. Auf Grund der durchgeführten Analyse kann die Formel für die mittlere Leistung voraussetzlich in folgender gedrungener Form ausgedrückt werden:

$$P = \Sigma C \cdot b' \frac{k s'}{\varrho} + \Sigma C' \cdot b' \left(\frac{k' + k''}{2\varrho}\right) \cdot s' + \Sigma C'' \cdot b' \left|\frac{k' - k''}{2\varrho}\right| \cdot s'.$$

Dieser Ausdruck besagt, daß die Kommutierung als wie vermittels des „Zusammenlesens" der Harmonischen der Funktion des magnetischen Widerstandes erfolgt. Die Ordnungsnummer der Harmonischen wird durch die Rotationsgeschwindigkeit und die Form der EMK-Kurve bestimmt. Als Ausgangsbedingung für die Kommutierung kann gerade die Form der EMK-Kurve angenommen werden. Man stelle sich vor, daß während jener Zeitmomente des Rotorlaufes, wenn der Winkel ψ die Werte von $\frac{\pi}{2}$ bis π, d. h. das Gebiet der negativen Drehmomente durchläuft, die Speisung der Statorwicklung unterbrochen wird. Dies wird eine primitive Kommutierung sein, welche unausbleiblich von Funkenbildung begleitet sein wird. Ein solches Verfahren wird übrigens zum Anlassen des Reaktionsmotors angewandt. Wird jedoch während derselben Zeiträume der Strom nicht gänzlich unterbrochen, sondern schaltet man bloß hohe Widerstände ein, so wird dadurch das bremsende Moment geschwächt.

Solch ein Kommutierungsverfahren wird nun auch eigentlich durch die sinusoidale Form der EMK-Kurve automatisch verwirklicht (Bild 10). Jegliche Abweichung von dieser Form kann ebenso nützlich, wie schädlich sein, in Abhängigkeit von der Art der Verzerrung der Grundsinuskurve. Auf solche Weise kann z. B. leicht erklärt werden, warum die 3. Harmonische, indem sie die Sinuskurve in die Höhe zieht und ihre Seitenteile abrasiert, die Kommutierung verbessert, d. h. das mittlere Drehmoment bei voller Synchrongeschwindigkeit vergrößert (Bild 10).

Digitized by Google

Es ist also das Vorhandensein einer negativen Fläche in dem Diagramm der momentanen Drehmomente eine wesentliche Besonderheit in der Kommutierung des einphasigen Reaktionsmotors. Dieser Umstand ist mit einer anderen Eigenschaft des Motors, die wir kurz berühren wollen, eng verbunden.

Man stelle sich vor, daß der Rotor, indem er mit der mittleren Geschwindigkeit, welche der Netzfrequenz entspricht, rotiert, sich im Gebiete der Werte des Winkels ψ von 0 bis $\frac{\pi}{2}$ befindet. Auf den Rotor wirkt dabei ein positives Drehmoment ein, das im Uhrzeigersinn in der Drehrichtung des Rotors wirkt. Doch bei Überschreiten des Winkels $\psi = \frac{\pi}{2}$ durch den Rotor werden die Feldkräfte ihn in entgegengesetzter Richtung zu ziehen versuchen, und wenn der Rotor nicht rechtzeitig über den Winkel $\psi = \pi$ hinüberspringt, so erhält er durch die nächste Flußwelle eine Drehung nach

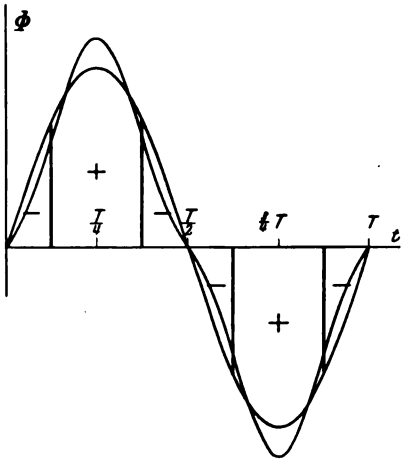


Bild 10. Die Kommutierung im einphasigen Reaktionsmotor bei voller Synchrongeschwindigkeit: die Ordinaten des Flusses für die durch (+) bezeichneten Flächen entsprechend dem Zeitraume, in welchem der Rotor das Gebiet der $\frac{\text{positiven}}{\text{negativen}}$ Drehmomente durchläuft.

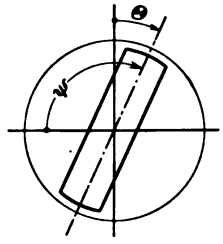


Bild 11. Das Erläuterungsschema zur Formel (109).

der entgegengesetzten Seite. Unter gewissen Bedingungen kann sich diese Erscheinung synchronerweise wiederholen, und der Reaktionsmotor wird also wie ein „synchroner Vibrator" wirken.

Der Einfachheit halber nehmen wir an, daß der Rotor synchrone harmonische Schwingungen ausführt, welche durch die Gleichung

$$\Theta = A \sin(\omega t + \vartheta), \tag{108}$$

worin Θ den Winkel zwischen der Feld- und Rotorachse und A die Amplitude der Schwingung bedeutet, bestimmt wird.

Als Mittellinie der Schwingungen gilt die Feldachse, als die Stelle des größten Leitwertes.

Der Ausdruck für den Momentanwert des Drehmomentes wird leicht erhalten, wenn man in Gleichung (41) den Wert des Winkels ψ, der auf Grund von Bild 11, wie folgt, bestimmt wird:

$$\psi = \frac{\pi}{2} + \Theta = \frac{\pi}{2} + A \sin(\omega t + \Theta) \tag{109}$$

einsetzt.

Man erhält also:

$$D_t = -\frac{4 E^2 \cdot \sin^2 \omega t \cdot \sin[2 A \sin(\omega t + \vartheta)]}{\omega^2 L_0 e \sin 2\beta \cdot \{\alpha + \cos[2 A \sin(\omega t + \vartheta)]\}^2} \tag{110}$$

Digitized by Google

oder

$$D_t = -\frac{4\,E^2 \cdot \sin^2\left[\arcsin\frac{\Theta}{A} - \vartheta\right] \cdot \sin 2\,\Theta}{\omega^2 L_0\, e \sin 2\beta \cdot (\alpha + \cos 2\,\Theta)^2}.$$

In den Bildern 12a, b und c sind die Schaubilder der Drehmomente als Funktion von ωt und Θ für verschiedene ϑ und A aufgetragen. Das mittlere Drehmoment wächst mit steigendem A. Dabei steigen mit größer werdendem A die Momentanwerte des Drehmomentes für die Grenzlagen des Rotors, wenn $\Theta = \pm A$ und erreichen einen gewissen Grenzwert, worauf sie rasch abfallen und den Nullwert in den toten Lagen des Rotors erreichen; noch eher aber, als sie diese Lage erreichen, fällt der Motor aus dem Synchronismus heraus.

Durch den Synchronvibrator wird die Besonderheit des Reaktionsmotors, welche in seinem Hang Schwingungsbewegungen auszuführen besteht, unterstrichen. Deshalb bieten die dynamischen Betriebsbedingungen des Reaktionsmotors ein besonderes Interesse. Wir wissen schon, daß die Drehmomentskurve des Motors als Funktion der Zeit oder des Winkels ψ in den Diagrammen wie positiv, so auch negative Flächen bildet. Die Drehbewegung erweist sich nur deshalb als möglich, weil die rotierenden Massen des Rotors einen Akkumulator darstellen, der die überflüssige Energie während des Durchlaufens des Gebiets der positiven Drehmomente aufspeichert und sie wieder ins Netz beim Durchgange durch das negative Gebiet zurückgibt. Dies bedeutet aber seinerseits, daß der Rotor nicht gleichmäßig umlaufen kann, sondern seine Geschwindigkeit „synchron" ändern muß, indem er seinen Lauf bald beschleunigt, bald verlangsamt. Offenbar kann eine genügende Gleichmäßigkeit der Rotation durch ein möglichst großes Trägheitsmoment des Rotors gewährleistet werden.

Außerdem muß man folgenden Umstand in Betracht ziehen. Aus den Schaubildern der Momentanwerte (z. B. Bild 3) ist leicht zu ersehen, daß das mittlere Drehmoment nicht nur auf Rechnung einer Vergrößerung der positiven Fläche, sondern auch bei einer Verkleinerung der negativen Fläche steigt. Dies bedeutet, daß auf die Gleichmäßigkeit des Laufes der Winkel ϑ, bei welchem der Motor rotiert, einen großen Einfluß ausübt. Wenn z. B. bei $s = 1$ der Winkel ϑ nahe bei $\frac{\pi}{2}$ liegt, was bei kleiner Belastung seine Richtigkeit hat, so sind die positiven und negativen Flächen in dem Diagramm ihrer Größe nach miteinander vergleichbar. Der Motor muß dabei eine größere Ungleichmäßigkeit seines Laufes offenbaren, was durch eine Vergrößerung der Belastung leicht beseitigt werden kann. Für die gegebene Belastung muß jedoch die an die Wicklung angelegte Spannung in entsprechender Weise nachreguliert werden. Eine Spannungsvergrößerung über diese „Norm" hinaus erweist sich als nutzlos und sogar schädlich, da sie eine größere Ungleichmäßigkeit des Laufes und des weiteren ein Herausfallen aus dem Synchronismus hervorruft.

Zur experimentellen Prüfung der aus der Analyse erhaltenen Grundsätze wurde von uns ein kleiner einphasiger Reaktionsmotor, dessen Konstruktion in Bild 13 wiedergegeben ist, benutzt.

Der Motor ist von der Firma Carpentier. Eine Besonderheit seiner Konstruktion besteht darin, daß der Rotor einen „Stern" mit 6 Polen darstellt. In der gegenseitigen Einwirkung der Rotorpole und des Statorfeldes aufeinander wechseln die Rotorpole einander der Reihe nach ab. Als Polteilung τ muß deshalb der Abstand längs dem Kreisumlauf von der Mitte eines Rotorpoles bis zur Mitte des nächsten gerechnet werden. So ist denn der zweipolige Motor mit sternartigem Rotor hinsichtlich der Kommutierung einem 2p-poligen Motor äquivalent, wenn der Rotorstern 2p-Pole besitzt. In Übereinstimmung damit ist die volle synchrone Geschwindigkeit unseres Motors gleich $n_s = \frac{60\,\nu}{p} = 20\,\nu$, wobei ν die Netzfrequenz bedeutet.

Bei einer Frequenz von 50 Per/sec erhält man

$$n_s = 1000 \text{ Umdr./M.}$$

Digitized by Google

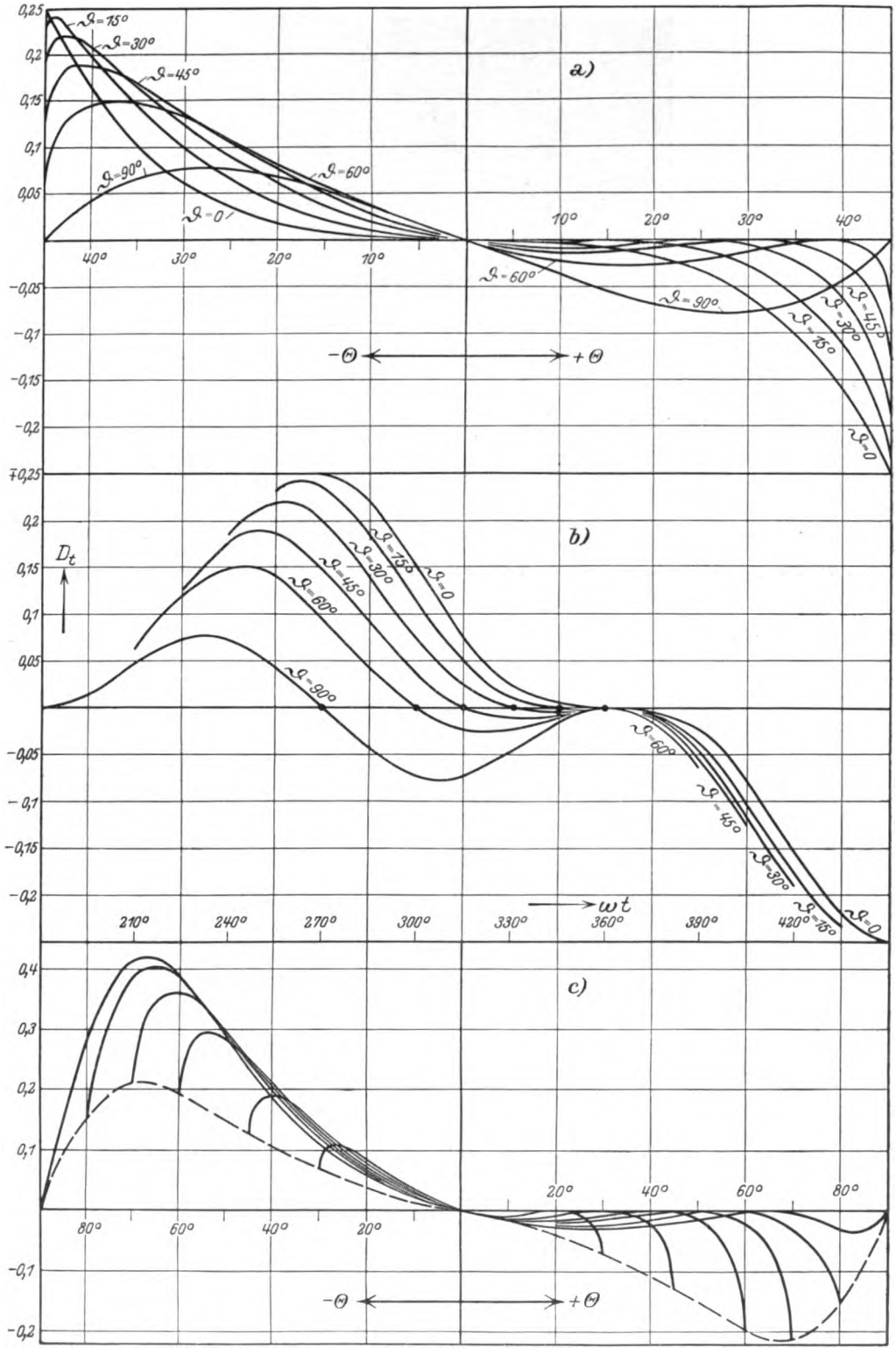


Bild 12. Schaubilder der Drehmomente beim Schwingungsbetriebe als Funktion von ωt und Θ für verschiedene Werte von ϑ und A:

a) Schaubilder der Drehmomente als Funktion von Θ bei $A = 45^0$ und für verschiedene Werte von ϑ.

b) Schaubilder der Drehmomente als Funktion von ωt bei $A = 45^0$ und für verschiedene Werte von ϑ.

c) Schaubilder der Drehmomente als Funktion von Θ bei $\vartheta = 45^0$ und für verschiedene Schwingungsamplituden A.

Digitized by Google

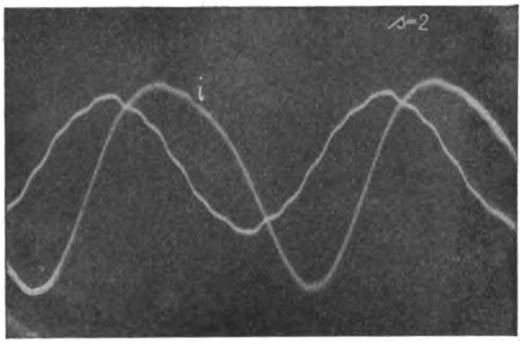


Bild 15. $n = \frac{1}{2} \cdot 1000$ Umdr./M.

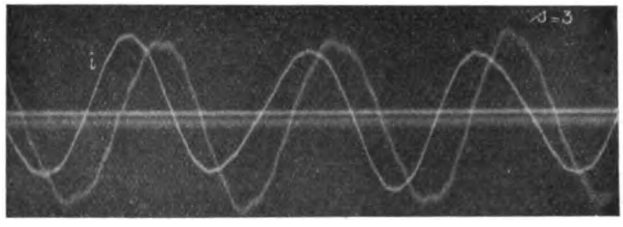


Bild 16. $n = \frac{1}{3} \cdot 1000$ Umdr./M.

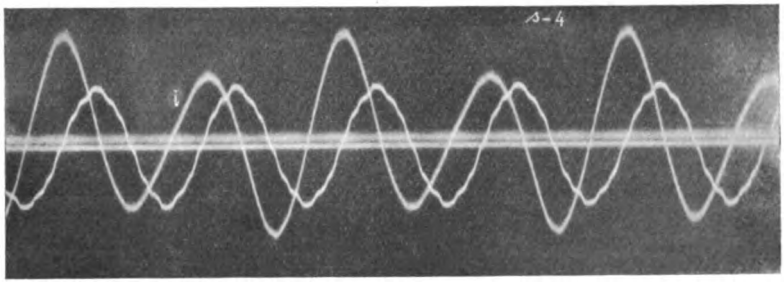


Bild 17. $n = \frac{1}{4} \cdot 1000$ Umdr./M.

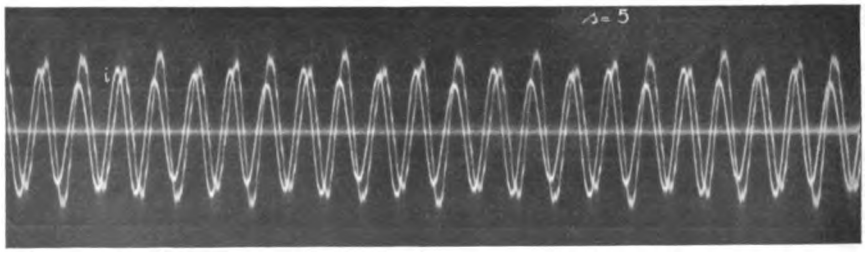


Bild 18. $n = \frac{1}{5} \cdot 1000$ Umdr./M.

Bilder 15, 16, 17 und **18.** Die Oszillogramme des Stromes und der angelegten Spannung bei verschiedenen Geschwindigkeiten und dem Schwingungsbetriebe entsprechend.

Digitized by Google

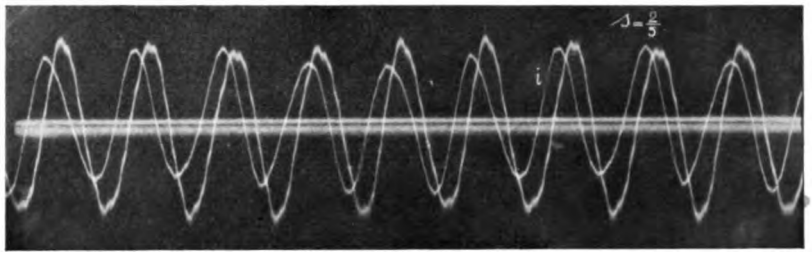


Bild 19. $n = \frac{2}{5} \cdot 1000$ Umdr./M.

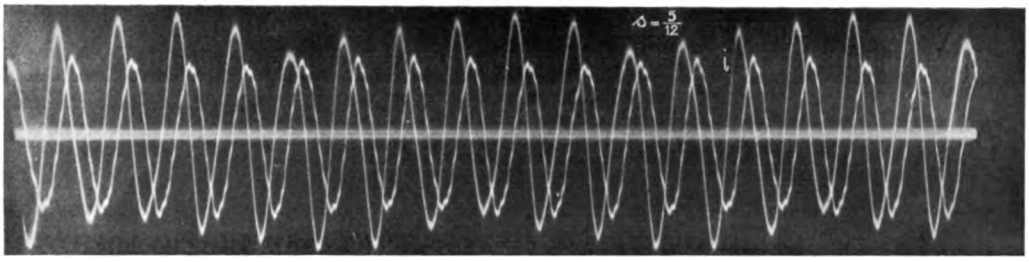


Bild 20. $n = \frac{5}{12} \cdot 1000$ Umdr./M.

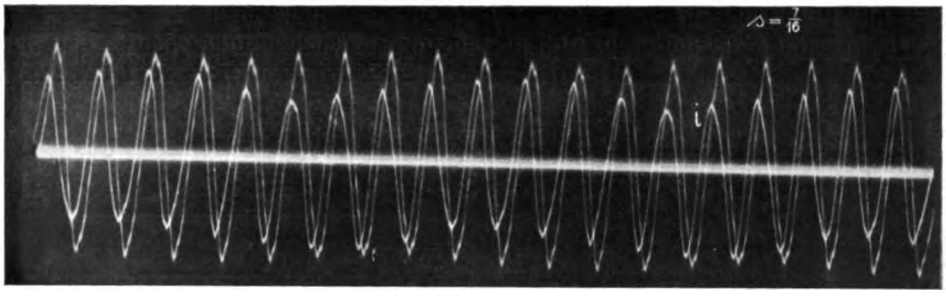


Bild 21. $n = \frac{7}{16} \cdot 1000$ Umdr./M.

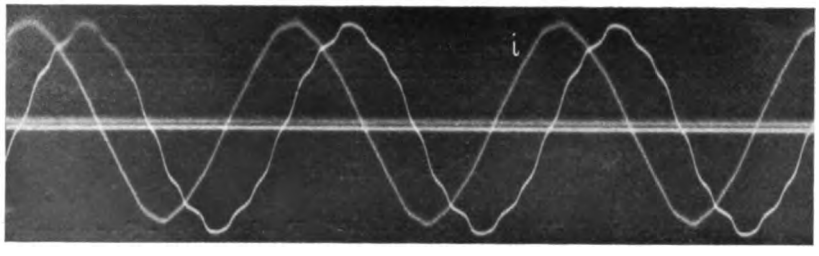


Bild 22. Der Schwingungsbetrieb. ($s = 1$.)

Bilder 19, 20, 21 und 22. Die Oszillogramme des Stromes und der angelegten Spannung bei verschiedenen Geschwindigkeiten und dem Schwingungsbetriebe entsprechend.

(In den Bildern 19, 20 und 21 ist unter s die Größe $\frac{\varrho}{s'}$ zu verstehen.)

Digitized by Google

Die ausgeprägten Pole des Rotors sind für das rasche Anlassen des Motors von Hand aus sehr bequem.

Der Stator und Rotor des Motors sind aus Eisenblech zusammengesetzt.

Um den Widerstand des Magnetkreises beurteilen zu können, wurde der Rotor in zwei äußersten Lagen, nämlich dem größten und kleinsten Leitwerte entsprechend, eingestellt. Die Messungen ergaben folgende mittlere Werte:

$$R_{\text{Ohm}} = 2{,}5\,\Omega; \quad x_g = 105 \text{ Ohm}; \quad x_q = 62 \text{ Ohm},$$

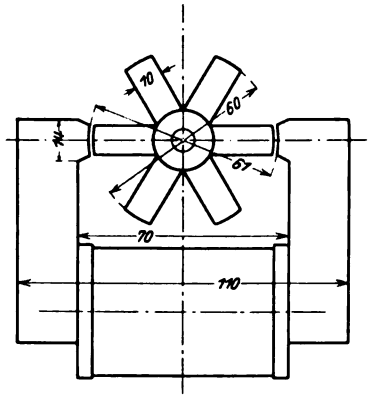


Bild 13. Der Motor von Carpantier mit sternförmigem Rotor.
(Die Maße sind in mm angegeben) $l = 50$ mm.

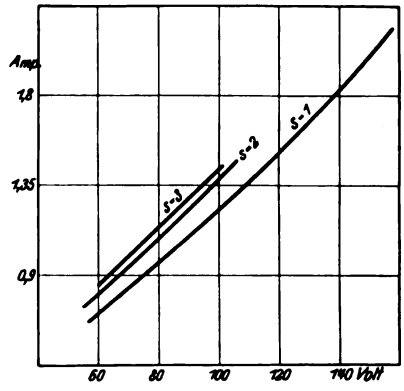


Bild 14. Die Stromstärke in Abhängigkeit von der angelegten Spannung bei $s = 1, 2, 3$.

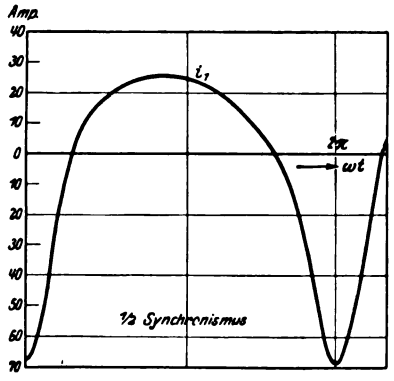


Bild 23.

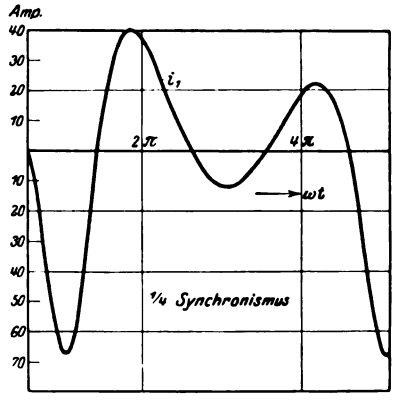


Bild 24.

Bilder 23 u. 24. Die Stromkurvenformen bei $^1/_2$ und $^1/_4$ der Synchrongeschwindigkeit des einphasigen Induktionsmotors bei einachsiger Schaltung.

woraus

$$\frac{x_g}{x_q} = \sim 1{,}7.$$

In Bild 14 sind die Schaubilder des Stromes als Funktion der Spannung für $s = 1$, $s = 2$ und $s = 3$ dargestellt. Bei voller Synchrongeschwindigkeit macht sich die Ungleichmäßigkeit des Laufes von 120 Volt angefangen durch das eigentümliche Geräusch kenntlich, des weiteren beginnt der Rotor zu vibrieren und endlich bei ungefähr 170 Volt fällt er aus dem Synchronismus heraus. Bei kleineren Geschwindigkeiten wird diese Grenze noch früher erreicht. Oft geht der Rotor, indem er aus dem Synchronismus herausfällt, unmittelbar zum Schwingungsbetriebe über.

Digitized by Google

Die Geschwindigkeiten, welche den ganzzähligen Werten von s (1, 2, 3 usw.) entsprechen, wurden durch Anlassen von Hand aus ohne irgendwelche Nebenvorrichtungen verwirklicht, ausschließlich vermittels einer entsprechenden Auswahl der an die Wicklung angelegten Spannung. Mit Hilfe eines in den Motorkreis danach eingeschalteten Rheostats gelang es, einen stabilen Betrieb des Motors bei der Geschwindigkeit $\frac{\varrho}{s} \cdot v_{\text{synchr.}}$ zu erhalten.

In den Bildern 15—22 sind die Oszillogramme der Ströme und Klemmenspannungen wie für ganzzahlige Werte, so auch für Bruchwerte von s wiedergegeben.

Die Versuche wurden im Elektromaschinen-Laboratorium des Leningrader Polytechnischen Instituts ausgeführt.

Wir halten es noch für nötig hinzuzufügen, daß die durchgeführte Analyse Grund gibt, eine enge Analogie zwischen folgenden einphasigen Motoren: dem synchronen Reaktionsmotor und dem Asynchronmotor mit einphasiger Sekundärwicklung, festzustellen. In dem letzteren wird die MMK durch elektromagnetische Induktion auf Grund der Rotation der Wicklung im Wechselfelde des Motors erzeugt. Paul Weidig bewies in seiner Dissertationsarbeit, daß der einphasige Induktionsmotor mit „einachsiger" Schaltung bei den Geschwindigkeiten in der Nähe der vollen synchronen, $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$ usw. mal synchronen Geschwindigkeit stabil arbeitet. Obgleich die sekundären MMK'e in den beiden verglichenen Motoren auf verschiedene Weise erzeugt werden, ist doch die Art, wie sie sich ändern, ein und dieselbe. Beim Synchronismus läßt sich der Strom in der Primärwicklung des Induktionsmotors folgendermaßen ausdrücken[1]:

$$i_1 = \frac{E_m L_1 L_2 \cos \omega t}{\omega L_1 [L_1 L_2 - M_1 M_2 \cos^2 (\omega t + \alpha)]},$$

wenn die angelegte Spannung gleich $e = E_m \cos \omega t$ ist.

Die Funktion

$$\left[\frac{1}{L_1 L_2 - M_1 M_2 \cos^2 (\omega t + \alpha)}\right]$$

ist unserer Funktion des magnetischen Widerstandes $\left(\frac{1}{\alpha - \cos 2\psi}\right)$ vollständig analog, und es ist ihr im Grunde genommen derselbe physikalische Sinn eigen. Daraus entspricht denn auch die Ähnlichkeit dieser beiden der Natur nach anscheinend verschiedenen Motoren. Zur Verdeutlichung des Gesagten führen wir zwei Stromkurven bei $^1/_2$ und $^1/_4$ der Synchrongeschwindigkeit aus dem Aufsatze von P. Weidig an (Bild 23 u. 24). Ihr Vergleich mit den von uns für dieselben Geschwindigkeiten erhaltenen Kurven zeigt, daß die Art der Stromänderung ein und dieselbe ist. Die Kommutierung der dem Vergleich unterzogenen Motoren erweist sich also als grundsätzlich dieselbe. Dies läßt es als logisch erscheinen, wenn wir unsere Untersuchungsergebnisse über den Einfluß der Form der EMK auch auf den einphasigen Induktionsmotor mit einachsiger Schaltung ausdehnen.

Zum Schluß hält der Verfasser es für seine angenehme Pflicht, Prof. W. A. Tolwinsky seine dankbare Anerkennung für die wertvollen Hinweise und die Anregung zur Bearbeitung des Problems auszudrücken. Desgleichen dankt der Verfasser Ing. D. W. Jefremoff für den von ihm bei der Aufnahme der Oszillogramme erwiesenen Beistand.

[1] P. Weidig, Die Wechselstrom-Induktionsmaschine mit einachsiger Sekundärwicklung" 1912.

Digitized by Google

Literaturverzeichnis.

1. A. Blondel, Moteurs synchrons à courants alternatifs. Paris.
2. —, Über die Ankerrückwirkung bei Wechselstrom-Generatoren. Zeitschr. f. Elektrot. 1899, H. 49, S. 613.
3. Auszüge aus Patentschriften Nr. 82003 vom 9. Dezember 1893. Helios, A.-G. f. elektrisches Licht und Telegraphenbau in Köln-Ehrenfeld. — Synchroner Wechselstrom mit nacktem „sternförmigen Eisenanker". Zeitschr. f. Elektrot. 1896, H. 1, S. 18.
4. P. Boucherot, Moteur à courant alternatif simple synchrone sans excitation. L'industrie Electrique 1901.
5. G. Benischke, Schlupfungsmesser. ETZ 1904, S. 392.
6. K. Pichelmayer, Ermittlung der Querfeldspannung bei synchronen Einzelpolmaschinen durch den Versuch. E. u. M. 1910, S. 809.
7. M. Wengner, Theoretische und experimentelle Untersuchungen an der synchronen Einphasenmaschine. 1910.
8. G. Benischke, Drehfeld-Synchronmotor ohne Gleichstromerregung. E. u. M. 1912, S. 177, 321, 491.
9. E. Jasse, Über Synchronmotoren ohne Erregung. Arch. f. Elektrot. 1913, S. 26.
10. M. de Coninck, Etude du couple dans les machines synchrones à poles saillants non excitées. La Lumière Electrique. 1914, p. 525.
11. Arnold, WST. Bd. IV.
12. Steinmetz, Theory and calculations of electrical apparatus. Chapter XVI. Reaction machines. 1917, p. 260.
13. J. K. Kostko, Polyphase Reaction Synchronous Motors. J.A.J.E.E. 1923, p. 1162.
14. R. Brüderlin, Drehfeldmaschinen mit veränderlicher Reaktanz. Arch. f. Elektrot. 1924, Bd. XIII, H. 1.
15. —, Der Drehschuh der allgemeinen Reaktionsmaschinen. E. u. M. 1924, H. 37.
16. F. u. W. Stäblein, Stationäre erzwungene Schwingungen in Schwingungskreisen mit periodisch veränderlichen Koeffizienten. Arch. f. Elektrot. 1927, Bd. XVIII, H. 2, S. 175.

Digitized by Google

Ein Zeitkipper für den Kathodenoszillographen.

Von

W. Rogowski und **O. Wolff.**

Mitteilung aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Aachen.

Vor etwa 4 Jahren haben im Aachener Elektrotechnischen Institut Rogowski und Flegler die erste Wanderwelle an einer Doppelleitung von 75 m Länge mit dem Kathodenoszillographen aufgenommen[1].

In der Folge wurde zuerst im gleichen Institut[2] dem Kathodenoszillographen durch Einbau einer Vorkonzentrierungspule ein Elektronenstrom von bis dahin nicht gekannter Stärke gegeben.

Durch Dauereinschaltung der Spannung Kathode-Anode, durch eine Schieberblende und die Strahlsperrung wurde auch hier zuerst dem Kathodenoszillographen eine weitere Vervollkommnung zuteil[3].

Nunmehr war die Bahn frei, alle Probleme von Wanderwellen experimentell anzufassen. Die an diese Entwicklungsarbeit anschließende Untersuchung von Rogowski, Flegler und Tamm[4] hat dann auch zuerst unsere Kenntnis von Wanderwellen auf eine gesicherte experimentelle Grundlage gestellt.

Es lag in der Natur der Sache, daß anfänglich solche Wanderwellenvorgänge erfaßt wurden, die vom Experimentator willkürlich nach Belieben ausgelöst werden konnten. Es gibt nun aber eine Gruppe von Erscheinungen, bei denen die Wanderwelle ganz unwillkürlich eintrifft. Der Experimentator hat auf diesen Zeitmoment nicht den geringsten Einfluß. Solche Vorgänge liegen z. B. vor bei Gewittereinflüssen auf Leitungen und bei Wanderwellen, die infolge von Betriebstörungen entstehen Will man solche Vorgänge mit dem Kathodenoszillographen ebenfalls aufnehmen, so kommen neue schalttechnische Aufgaben ins Spiel, an deren Lösung noch heute gearbeitet wird.

Bei der Aufnahme von willkürlichen Vorgängen wurde der Elektronenstrahl zur Vermeidung von Anfangschwärzung der Platte anfänglich durch mechanische Mittel kurzzeitig eingeschaltet[5].

Die mechanische Einschaltung hat nie die Anfangschwärzung ganz vermeiden können. Um diese Schwärzung noch weiter herunterzudrücken, ist in der Arbeit von Rogowski und Flegler[6] zuerst die Vorablenkung vorgeschlagen worden. Diese Vorablenkung ist eine zweite, im Ablenkrohr gelegene Zeitablenkung mit geringer Zeitkonstanten. Diese Vorablenkung ist später von anderen übernommen und weiter ausgebildet worden[7].

Die mechanische kurzzeitige Einschaltung kommt für die Aufnahme von unwillkürlichen Wanderwellenvorgängen nicht in Betracht. Denn alle mechanischen

[1] W. Rogowski und E. Flegler, Arch. f. Elektrot., Bd. 14, S. 519. Arbeiten aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Aachen, Bd. 1, S. 53.

[2] W. Rogowski, E. Flegler und R. Tamm, Arch. f. Elektrot. Bd. 18, S. 515. Arbeiten aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Aachen, Bd. 2, S. 133.

[3] W. Rogowski, E. Flegler und R. Tamm, Arch. f. Elektrot. Bd. 18, S. 514. Arbeiten aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Aachen, Bd. 2, S. 132.

[4] W. Rogowski, E. Flegler und R. Tamm, Arch. f. Elektrot., Bd. 18, S. 479 ff. Arbeiten aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Aachen, Bd. 2, S. 97 bis 130.

[5] A. Dufour, Oscillographe Cathodique, Paris 1923. — W. Rogowski und E. Flegler, Arch. f. Elektrot., Bd. 15, S. 301. Arbeiten aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Aachen, Bd. 1, S. 59. — D. Gabór, Arch. f. Elektrot. Bd. 16, S. 296, Forschungsheft der Studiengesellschaft für Höchstspannungsanlagen Nr. 1, S. 27.

[6] W. Rogowski und E. Flegler, Arch. f. Elektrot., Bd. 15, S. 299.

[7] D. Gabór, Forschungsheft der Studiengesellschaft für Höchstspannungsanlagen Nr. 1, S. 29.

Digitized by Google

Schalter sind viel zu träge, um dem plötzlichen Eintreffen einer Wanderwelle folgen zu können. Es sind daher rein elektrische Einschaltmethoden der Erregungspannung Anode-Kathode bekannt geworden[1]. Sie haben aber nicht zum Erfolg geführt.

Norinder hat vorgeschlagen, zur Aufnahme unwillkürlicher Vorgänge den Kathodenstrahl eine gewisse Zeit lang einzuschalten, zur Vermeidung der Anfangsschwärzung den Kathodenstrahl während dieser Zeitspanne in periodischer Folge über die photographische Platte hin- und herzulenken[2]. Diese Methode hat den Nachteil, daß sie bei längerem Einschalten eine Schwärzung der Platte nicht vermeiden kann. Überdies muß aus gleichem Grund mit hohem Vakuum gearbeitet werden, was einen schwachen Elektronenstrahl zur Folge hat. Trotz dieser Schwierigkeiten sind Norinder gewisse Blitzaufnahmen geglückt. Aber als endgültige Lösung konnte auch seine Methode nicht angesehen werden.

Die Bahn für Aufnahme unwillkürlicher Vorgänge wurde erst frei, nachdem zuerst in der Arbeit von Rogowski, Flegler, Tamm[3] die beliebig lange Dauereinschaltung der Erregerspannung, verbunden mit der elektrischen Strahlsperrung beschrieben wurde. In dieser Arbeit wurde zuerst vorgeschlagen, den Strahl nicht nur zeitweise, sondern dauernd einzuschalten und zur Vermeidung von Vorschwärzungen ihn in den schreibfreien Zeiten durch eine Sperrkammer zu vernichten. Erst im Moment der Niederschrift soll der Strahl dem Ablenkrohr zugeführt werden. Später sind andere Forscher diesem Beispiel gefolgt[4]. Heute ist die Sperrkammer ein unentbehrlicher Bestandteil des Kathodenoszillographen.

Eine andere Aufgabe, die mit ins Spiel kommt, war erfreulicherweise bereits von Gabor[5] in Angriff genommen und einer Lösung zugeführt worden.

Die aufzunehmende, zu beliebiger Zeit heranbrausende Welle muß die Zeitablenkung des Oszillographen anstoßen.

Die Lösung war sein Kipprelais. Für sich allein genommen konnte das Relais die Aufnahme unwillkürlicher Vorgänge nicht ermöglichen wegen der im vorigen Abschnitt beschriebenen Schwierigkeiten, die sich durch stoßweises Einschalten der Spannung Anode-Kathode ergeben. Nachdem aber die Dauereinschaltung, die Sperrkammer und Freigabe des Strahls durch die Arbeit von Rogowski, Flegler, Tamm bekannt waren, waren alle Bedingungen für die Aufnahme unwillkürlicher Vorgänge gegeben.

Trotz allem hatte das Problem immer noch seine Schwierigkeiten. Man will nicht nur gelegentlich einen unwillkürlichen Vorgang aufnehmen. Bei Untersuchung von Gefährdungen in Leitungsnetzen kommt es darauf an, fortlaufend solche Aufnahmen zu machen. Man will registrieren. Alsdann muß man lange Filmstreifen in das Vakuum des Oszillographen hereinbringen. Das macht zwar grundsätzlich keine Schwierigkeit, bringt aber lange Auspumpzeiten mit sich[6]. Man kann auch nicht ohne Nachteile zu beliebiger Zeit die Registrierung unterbrechen und einen Teil des Films entwickeln. Man sieht auch nicht, was man aufnimmt. Man arbeitet immer auf gut Glück hin. All diese Hemmnisse sind heute restlos beseitigt, seitdem Rogowski und Flegler[7] zuerst die Innenaufnahmen wieder verließen und zur Außenaufnahme zurückkehrten. Sie wiesen nach, daß mit normaler Kamera durch Photographie des Fluoreszenzbildes von außen her Wanderwellen an Leitungslängen von rund 60 m festgehalten werden können! Sie schlugen als weitere Maßnahme vor, wenn es einem

[1] G. F. Harrington und A. M. Opsahe, The Electro-Journal 1927, S. 385, Berger, Bulletin des Schweizer Elektrot. Vereins 1928, Heft 9.

[2] Norinder, Tekn. Tidskrift Elektr. 1925, H. 31.

[3] W. Rogowski, E. Flegler und R. Tamm, Arch. f. Elektrot., Bd. 18, S. 516/17. Arbeiten aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Aachen, Bd. 2, S. 134/35.

[4] K. Berger, Bulletin des Schweiz. Elektrot.-Vereins 1928, H. 9.

[5] D. Gabór, Arch. f. Elektrot. Bd. 18, S. 48.

[6] M. Knoll, Zeitschr. f. techn. Physik 1929, S. 28.

[7] W. Rogowski und E. Flegler, Arch. f. Elektrot. Bd. 20, S. 635.

Digitized by Google

um bessere Ausnutzung des Lichtes des Fluoreszenzschirmes zu tun ist, einfach den Filmstreifen an der Außenwand des durch eine durchsichtige Wand abgeschlossenen Oszillographen vorbeizuführen und die durchsichtige Wand innen mit Fluoreszenzmasse zu belegen[1]. Sie zeigten, daß so eine mehr als hundertmal so große Lichtenergie ausgenutzt wird, als wenn man mit Kamera arbeitet. Dabei kann schon der einfache Wert genügen, Vorgänge von $^1/_{100}$ millionstel Sekunde festzuhalten!

Die im folgenden beschriebenen Schaltmaßnahmen bedeuten wiederum einen weiteren Schritt in der Vereinfachung zur Aufnahme unwillkürlicher Vorgänge. So interessant und wertvoll das Gaborsche[2] Kipprelais auch ist, es leidet unseres Erachtens an seiner Kompliziertheit.

Weiter unten wird nun eine neue Vorrichtung beschrieben, durch die die Wanderwelle den Zeitkreis des Oszillographen anstoßen kann. Ihre Vorzüge sind unseres Erachtens: Einfachheit und Betriebsicherheit, kurze Ansprechzeit, die bis herunter zu etwa 10^{-8} sec gebracht werden kann, völlige Entkoppelung von Zeit- und Schwingungsanstoßung. Die Energie für Niederschrift von Zeit und Schwingung wird nicht durch dieselbe Kopplung geleitet. Völlig gefahrloser Einbau in Hochspannungsnetzen.

Die neue Methode besteht darin, daß zunächst der Kondensator C_z für den Zeitkreis aufgeladen, aber nicht entladen wird. Mit Entladung des Zeitkreiskondensators C_z wird die Zeitlinie geschrieben. Vor der Entladung steht der Zeitkreis somit startbereit, wartend auf den Anstoß der Wanderwelle. Die Gleichspannung wird über den Kondensator C her von einer Gleichspannungsquelle bezogen. Letztere ist im Bild 1 als kleine Gleichrichteranlage gedacht. Die Entladung des Zeitkreiskondensators soll über die Funkenstrecke F erfolgen. Sie ist so eingestellt, daß sie bei der gewählten Gleichspannung gerade noch nicht anspricht.

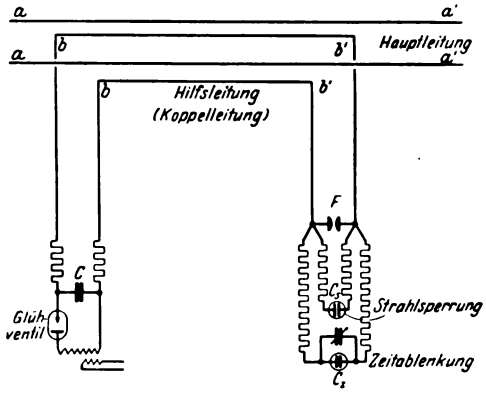


Bild 1. Zeitkipper. Durch Induktion der Hauptleitung auf die Koppelleitung wird die Funkenstrecke zum Ansprechen gebracht.

Der Anstoß der Funkenstrecke soll nun durch die Wanderwelle in der Hauptleitung $a\ a'$ erfolgen. Infolgedessen sind zur Hauptleitung zwei Parallel-(Koppel) Leitungen $b\ b'$ gezogen. Kommt nun eine Wanderwelle passender Polarität, so erzeugt sie in der Koppelleitung eine Zusatzspannung. Die Höhe der Zusatzspannung kann man bis zu einem gewissen Grade durch die Widerstände, die den Kondensator C mit der Koppelleitung verbinden, einregulieren. Sind diese Widerstände Null, dann ist die Zusatzspannung praktisch auch Null. Denn der Kondensator bedeutet praktisch einen Kurzschluß für die Wanderwelle. Sind aber die Widerstände etwa gleich dem Wellenwiderstand der Koppelleitung, so können leicht Zusatzspannungen in der Koppelleitung hervorgerufen werden, die etwa $^1/_{10}$ der Spannung der Wanderwelle betragen. Diese bringen sofort in etwa 10^{-7} bis 10^{-8} sec die Funkenstrecke F zum Ansprechen[3]. Die Entladung des Zeitkreises und die Niederschrift der Zeitlinie beginnt. Genau so wie wir den Zeitkreis anstoßen, tun wir das gleiche bei der Strahlsperrung. Nur wählen wir hier eine wesentlich kleinere Zeitkonstante.

[1] W. Rogowski und E. Flegler, Arch. f. Elektrot. Bd. 20, S. 636. Zur Zeit wird im Aachener Institut ein Registrieroszillograph auf dieser Grundlage gebaut.

[2] D. Gabór, Arch. f. Elektrot. Bd. 18, S. 48.

[3] R. Tamm, Arch. f. Elektrot. Bd. 19, S. 241 ff. Arbeiten aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Aachen, Bd. 2, S. 167 ff.

Digitized by Google

In unserer Anordnung vermag der Zeitkreis nicht nur zu kippen. Nach Entladung des Kondensators der Zeitablenkung erlischt die Funkenstrecke von selbst. Die Gleichstromquelle lädt alle Kondensatoren wieder in einem durch Ventile oder Widerstände willkürlich einstellbarem Tempo auf. Unsere Anordnung kippt daher von selbst wieder zurück. Nach Bruchteilen einer Sekunde kann der Oszillograph wieder eine zweite Aufnahme von selbst vornehmen.

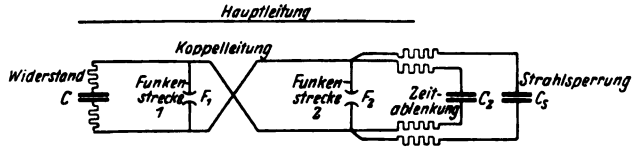


Bild 2. Kopplung für beliebige Polarität der Störung auf der Hauptleitung. Nach F_1 wird die Koppelleitung gekreuzt. Es spricht eine der beiden Funkenstrecken an.

Auch die Polarität der Wanderwelle ist leicht zu berücksichtigen. Entweder kann man die ganze Anordnung oder gewisse Teile doppelt ausführen, oder aber man führt die Koppelleitung länger aus und kreuzt in dem zugesetzten Stück die Leitungen. Vor die Kreuzung wird eine erste Funkenstrecke geschaltet, am Ende der Leitung wird eine zweite Funkenstrecke angeschlossen (Bild 2). Entweder spricht dann die erste oder zweite Funkenstrecke an je nach der Polarität der Wanderwelle.

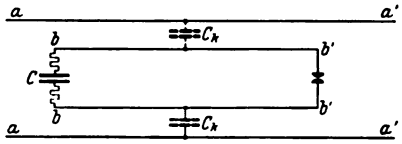


Bild 3. Ersatzschaltbild zur Ermittlung des Einflusses der Betriebsspannung auf die Koppelleitung.

Die Einwirkung des normalen Stromes und der normalen Spannung (der Frequenz von 50 Hertz) der Hauptleitung kann für die Koppelleitung klein gehalten werden.

Es genügen etwa 10 m Koppelleitung. Die folgenden Versuche wurden z. B. mit 5 m Länge ausgeführt. Es sei eine Hauptleitung von 10 kV vorausgesetzt. Sie speise über eine Länge von 10 km einen Transformator. Als Spannungsabfall sei 10% für die Hauptleitung bei normalem Strom vorausgesetzt. Dann ist der Spannungsabfall für den Meter $^1/_{10}$ Volt. Auf 10 m Länge kommt gerade 1 Volt. In der Koppelleitung wird nur ein Bruchteil hiervon indiziert. Die Funkenstrecke in der Koppelleitung sei auf 5000 Volt eingestellt und beträgt die Gleichspannung ebenso viel. Hiergegen ist die Induktionsspannung von 1 Volt zu vernachlässigen.

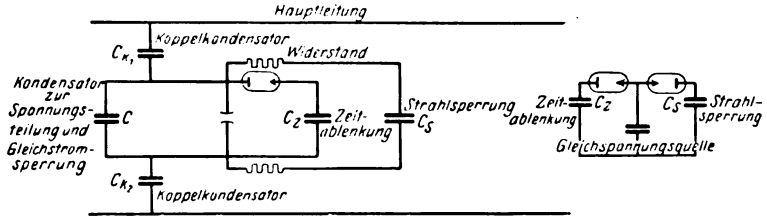


Bild 4. Zeitkipper für mittlere Frequenzen. Ersatz der Koppelleitung in Bild 1 durch Koppelkondensatoren.

Die kapazitive Einwirkung von Haupt- auf Koppelleitung bleibt ebenfalls klein. Bei den angegebenen Verhältnissen kann die Koppelkapazität C_k (Bild 3) zu etwa 25 cm angesetzt werden. Bei einer Kapazität C von 250 000 cm in der Koppelleitung sinkt die kapazitive Einwirkung der normalen Spannung ebenfalls auf 1 Volt herab und ist daher ganz verschwindend.

Digitized by Google

Die gewählte Kopplung und die gewählte Schaltungsart eignen sich daher vorzüglich für die Ausnutzung von Wanderwellen. In gewissen Fällen wird man aber nicht nur Wanderwellen, sondern auch irgendwelche anderen Spannungsstörungen, auch solche niedriger Frequenz, aufnehmen wollen. Dann empfiehlt sich die Schaltung Bild 4. Die Kondensatoren für Zeitablenkung und Strahlsperrung hat man sich aus

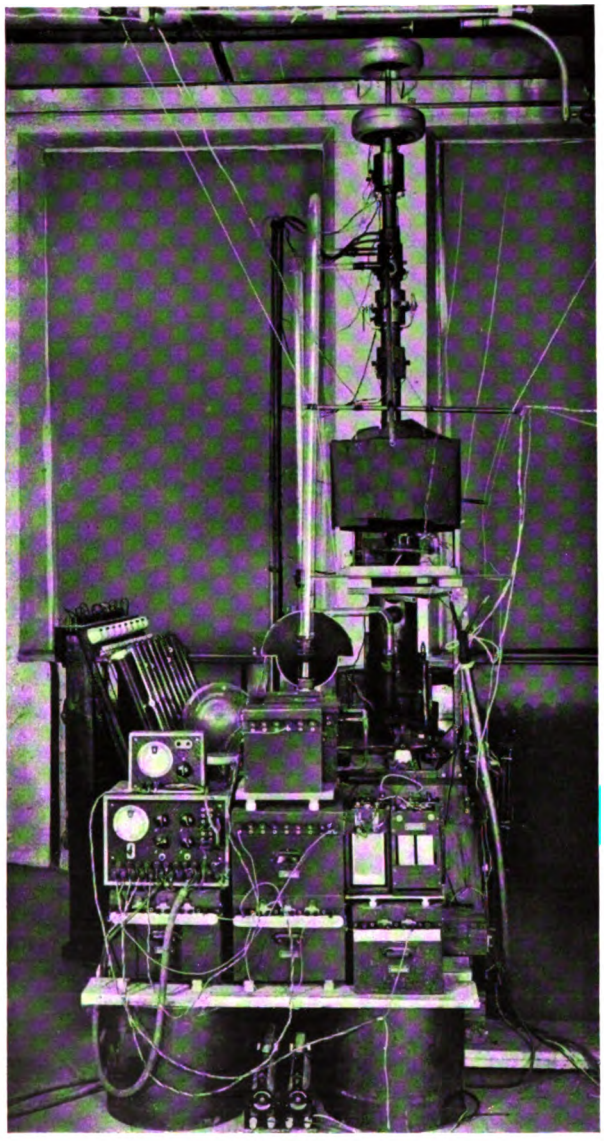


Bild 5. Ansicht des Oszillographen. Von links oben kommt die Koppelleitung und geht zur Funkenstrecke (Mitte des Bildes).

irgendeiner Spannungsquelle mit, sagen wir, 5000 Volt geladen zu denken. Ihre Entladung wird durch den Kondensator C verhindert. Die Größe der konzentriert oder verteilt gedachten Koppelkapazität wird so gewählt, daß die normale Wechselspannung der Hauptleitung mit einem gewissen wählbaren Betrage an dem Kondensator C wieder erscheint. Die Ventilröhre und der Widerstand sorgen dafür, daß die Wechselspannungen nur mit relativ kleinem Werte an dem Kondensator der Strahlsperrung

Digitized by Google

wieder erscheinen. Die Funkenstrecke F wird so eingestellt, daß sie bei genügender Vorspannung mit Gleich- und Wechselspannung gerade nicht anspricht. Erfolgt in der Hauptleitung eine vorübergehende Spannungserhöhung, sagen wir von 30%, so kann man bei passender Wahl der Kopplungskapazität und passender Polarität es erreichen, daß die Funkenstrecke anspricht und die oszillographische Aufnahme vor sich geht. Nach Niederschrift erlischt die Funkenstrecke wieder und die Anordnung steht nach erneuter Aufladung der Kondensatoren zu weiterer Aufnahme wieder bereit.

Damit bei jeder Polarität der Spannungstörung sofort die Niederschrift beginnt, muß die Schaltanordnung in gewissen Teilen doppelt ausgeführt werden. Die Ventile (Bild 4) können durch passend gewählte Widerstände ersetzt werden und umgekehrt.

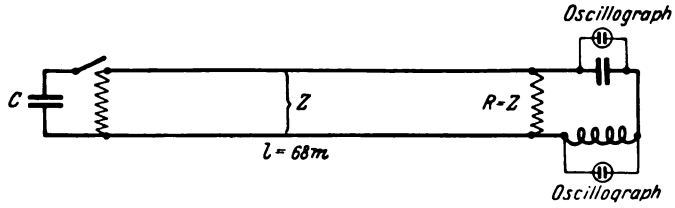


Bild 6. Schaltung zum Anstoßen eines Schwingungskreises durch eine unendlich lange Welle.

Wir zeigen nun einige Aufnahmen, die wir mit der beschriebenen Anordnung gemacht haben. Der benutzte Oszillograph[3] (Bild 5) war mit der zuerst in der Arbeit von Rogowski, Flegler und Tamm[2] angegebenen Strahlsperrung ausgerüstet. Selbstverständlich läßt sich der Zeitkipper auch in Verbindung mit der Schieberblende benutzen. Auch kann gelegentlich die gleichzeitige Verwendung von Zeitkipper und Schieberblende von Vorteil sein. Wir betonen, daß es sich überall um Außenaufnahmen handelt, bei denen sich die Platte außerhalb des Oszillographen befindet und das Fluoreszenzbild photographiert wird. Mit derartigen Außenaufnahmen haben Rogowski und Flegler zuerst (vgl. oben)[4] einen Vorgang von einzehntelmillionstel, ja von einhundertmillionstel Sekunde festgehalten.

Die ersten beiden Aufnahmen zeigen die Spannung am Kondensator bzw. an der Spule eines Schwingungskreises, der durch eine unendlich lange Welle angestoßen wurde (vgl. Bild 6). Die Konstanten des Schwingungskreises bestimmten die Frequenz zu 4000 Hertz. Bild 7a zeigt den Spannungsverlauf am Kondensator. Im Augenblick des Eintreffens der Welle beginnt der Kondensator sich aufzuladen und schwingt gedämpft aus. Die Schwingung lagert sich über die Entladekurve des Kondensators, nach der die aufgedrückte Ladung abfließt. In Bild 7b springt im ersten Augenblick die Spannung an der Spule plötzlich auf einen bestimmten Wert. Alsdann schwingt sie ähnlich wie beim Kondensator aus. Die Bilder 8a und 8b stellen ebenfalls

[1] Vgl. Fußnote 7, S. 645.

[2] Vgl. Fußnote 11, S. 646.

[3] Im hiesigen Institut sind seit langer Zeit einige Oszillographen in Betrieb, an denen die Ablenkplatten während des Betriebes, also unter Vakuum, von außen verstellt werden können. Es sind hier zwei Konstruktionen dafür entwickelt worden.

1. Magnetische Steuerung mit Hilfe eines Drehmagneten, der von außen einen im Vakuum befindlichen Anker dreht uud dadurch die Platten auseinander- oder zusammenzuschieben gestattet.

2. Steuerung mit Hilfe von elastischen Federkörpern (lieferbar von den Berlin-Karlsruher Industriewerken), die einfach mehr oder weniger auseinandergezogen werden und dadurch die Platten verschieben.

Für die Durchführungen zu den Schwingungsablenkplatten verwenden wir ebenfalls seit langer Zeit mit Erfolg Steatitkörper, mit deren Hilfe wir eine außerordentlich einfache kapazitätsarme Durchführung entwickelt haben.

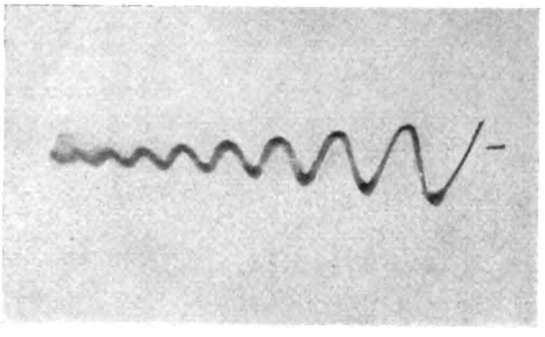
Eine genaue Beschreibung dieser Konstruktionen erfolgt bei einer späteren Veröffentlichung.

[4] Vgl. Fußnote 7, S. 645.

Digitized by Google

Schreibrichtung: ←
a Spannung am Kondensator,

Schreibrichtung: ←
b Spannung an der Spule,
Bild 7a und 7b. Außenaufnahmen. Gedämpfte Schwingung von 4000 Hertz.

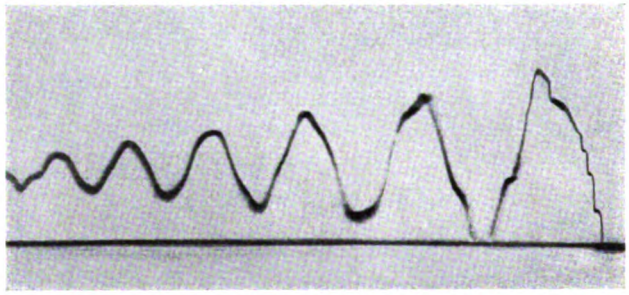


Schreibrichtung: ←

Schreibrichtung: ←
Bild 8a und 8b. Außenaufnahmen. Wie Bilder 7a und 7b. Nur 100000 Hertz.

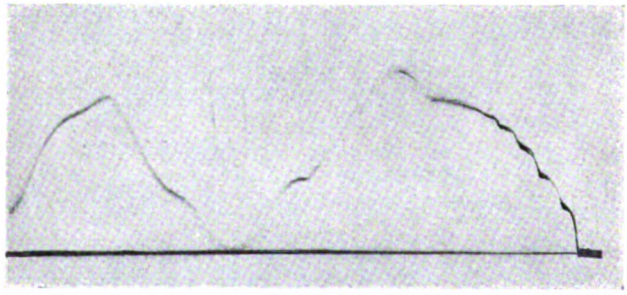
Digitized by Google

Schwingungen an Kondensator und Spule eines Schwingungskreises dar, dessen Frequenz aber 100000 Hertz betrug. In Bild 8b sind gegenüber Bild 7b nur die Spulenanschlüsse vertauscht worden. Die Spannung springt im ersten Augenblick scheinbar nach der entgegengesetzten Seite wie in Bild 7b.



Schreibrichtung: ←

Bild 9a. Außenaufnahme. Kabelwelle. Spannung am offenen Ende. Zeitmaßstab: 1 cm $\equiv 5{,}6 \cdot 10^{-6}$ sec. Schaltspannung etwa 7000 Volt.



Schreibrichtung: ←

Bild 9b. Außenaufnahme. Dieselbe Welle, weiter auseinandergezogen. Zeitmaßstab: 1 cm $\equiv 1{,}9 \cdot 10^{-6}$ sec.

Die weiteren Bilder 9a und 9b geben den Spannungsverlauf am Ende eines offenen Papierbleikabels von etwa 300 m Länge. Die Zeitdauer einer Wellenschwingung ergibt sich zu etwa $0{,}9 \cdot 10^{-5}$ sec. In Bild 9b erscheint dieselbe Welle weiter auseinandergezogen. Die Schaltung geht aus Bild 10 hervor.

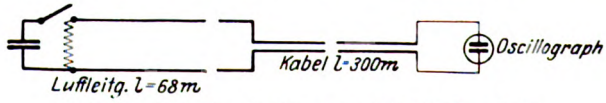


Bild 10. Prinzipschaltung zu Bild 9a und 9b.

Die beiden Aufnahmen bringen zugleich Klarheit in die Vorgänge am Ende eines Kabels, in das von einer Freileitung kommende Wanderwellen einlaufen. Man sieht zunächst, daß die Spannung am Ende des Kabels nicht plötzlich, sondern in Stufen ansteigt. Die einzelnen Stufen selbst weisen eine Front von 15÷20 m Kabelweg auf. Die Schaltspannung am Anfang der Wanderwellenleitung betrug etwa 7 kV. Die Länge des Kabels war mit 300 m groß gegen die der Freileitung von etwa 68 m. Wir stellen uns für die Deutung der Spannungstufen das Kabel am besten zunächst unendlich lang vor und messen an irgendeiner Stelle. Die Wanderwelle kommt an der Übergangstelle an und trifft auf den kleinen Wellenwiderstand des Kabels. Da der Strom stetig übergehen muß, zieht in das Kabel eine Spannungswelle

Digitized by Google

von verhältnismäßig kleiner Spannung ein. Auf der gegen das Kabel kurzen Freileitung laufen Wanderwellen von großer Frequenz (im vorliegenden Falle etwa von der 10fachen!). Nach kurzer Zeit trifft also wieder eine Welle auf die Übergangstelle und in das Kabel läuft wieder eine kleinere Spannungswelle von der gleichen Frontlänge, aber etwas geringerer Höhe ein. Das Spiel wiederholt sich, bis das Kabel aufgeladen ist, wobei die Spannungstöße immer kleiner werden. Das Kabel schwingt sich nun in der bekannten Weise auf die Netzspannung (Bild 9a) ein.

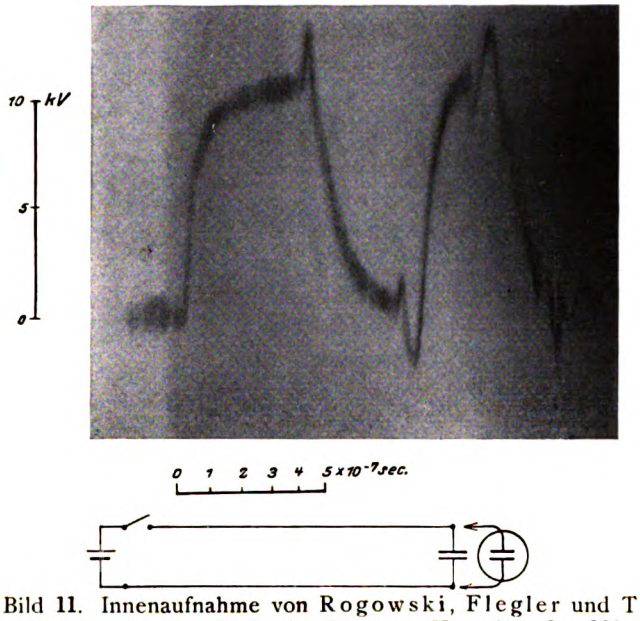
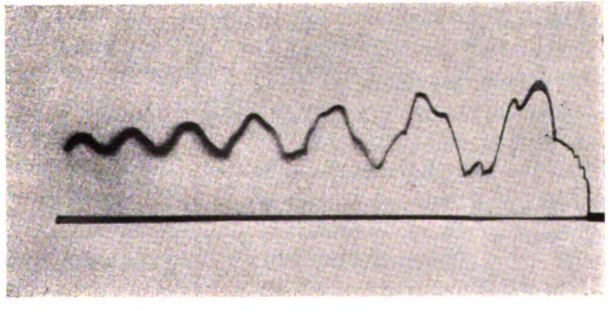


Bild 11. Innenaufnahme von Rogowski, Flegler und Tamm. Kondensator am Ende der Leitung. Kapazität $C = 100$ cm.

Wollen wir uns in anderer Weise in groben Zügen Aufschluß über die aufgenommenen Spannungen geben, so werden wir das Kabel als große Kapazität am Ende der Freileitung von 68 m ansehen. Diese Vorgänge sind bereits von Rogowski, Flegler und Tamm[1] geklärt. Wir geben hier ihr Bild wieder, das für eine Freileitung gilt von 60 m, die am Ende durch eine Kapazität von 100 cm überbrückt ist (Bild 11). Die Ähnlichkeit ist verblüffend. Namentlich verweisen wir auf den Spannungsbuckel am Ende der ersten Halbperiode.



Schreibrichtung: ←

Bild 12. Außenaufnahme. Spannung an der Übergangstelle Freileitung—Kabel; Kabel am Ende offen. Zeitmaßstab: 1 cm $\hat{=}$ $5{,}6 \cdot 10^{-6}$ sec. Schaltspannung etwa 7000 Volt.

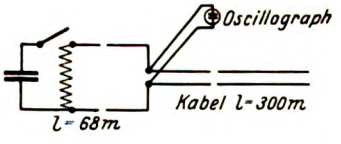


Bild 13. Prinzipschaltung zu Bild 12.

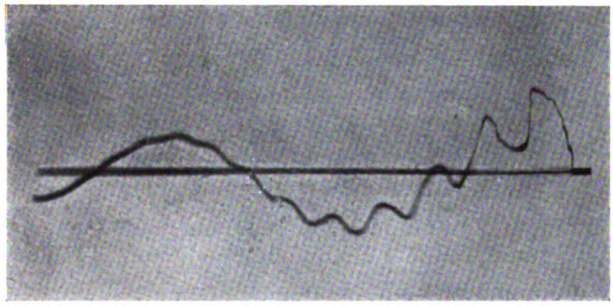
Die Frage nach den Vorgängen an der Übergangstelle findet durch das Oszillogramm Bild 12 ihre Antwort. Die Schaltung geht aus Bild 13 hervor. Bemerkens-

[1] Vgl. Fußnote 7, S. 645.

Digitized by Google

wert ist, daß die Spannung an dieser Stelle überhaupt nicht mehr auf den Wert Null absinkt. Der erste Anstieg erfolgt ebenfalls in Stufen, die aber nur halb so hoch sind wie die am Ende gemessenen (Reflektion!).

Die Summe der Stufen ergibt, wie das Bild sehr schön zeigt, die Netzspannung. Der übrige Verlauf der Spannung ist ohne weiteres klar, die Frequenz der gedämpften Schwingungen ist gleich der der Kabelwelle. Das letzte Bild 14 stellt den Spannungsverlauf an derselben Stelle wie oben dar, wobei aber das Kabel am Ende kurzgeschlossen war. Die Oberschwingung, die über die Grundwelle gelagert ist, hat eine wesentlich höhere Frequenz als die Grundwelle. Bild 15 zeigt die Prinzipschaltung der Aufnahme.



Schreibrichtung: ←

Bild 14. Außenaufnahme. Spannung an der Übergangstelle Freileitung–Kabel; Kabel am Ende kurzgeschlossen. Zeitmaßstab: 1 cm $\equiv 5{,}6 \cdot 10^{-6}$ sec. Schaltspannung etwa 7000 Volt.

Infolge der Umkehrung des Bildes auf der photographischen Platte (sämtliche Bilder sind von außen aufgenommen) und der Wiedergabe schwarz auf hellem

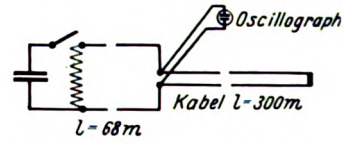


Bild 15. Prinzipschaltung zu Bild 14.

Grund erscheinen die Bilder von rechts nach links geschrieben, also umgekehrt wie auf dem Fluoreszenzschirm.

Die Koppelleitung hatte bei unseren Versuchen eine Länge von nur 5 m. Der Zeitkipper sprach völlig regelmäßig an. Besondere Versuche zeigten, daß er dies prompt in rund 10^{-7} sec tat.

Löst man keine Wanderwelle aus, stellte man dafür aber die Spannung im Koppelkreis zu hoch ein, so schlug die Funkenstrecke in regelmäßigen Zeitabständen, sagen wir alle 5 Sekunden über. Die Hauptleitung bestand bei dem Versuch, den wir jetzt beschreiben, aus einer offenen 68 m langen Doppelleitung. Die Enden führten zu den Schwingungsablenkplatten des Oszillographen. Bei jedem Ansprechen der Funkenstrecke im Koppelkreis sah man dann einen kleinen Spannungsbuckel im Oszillographen. Es war die Rückwirkungswelle vom Koppelkreis auf die Hauptleitung. Die maximale induzierte Spannung (Rückwirkung des Koppelkreises) betrug etwa $^1/_{20}$ der normalen Schaltspannung an der Hauptleitung. Diese durch den Zeitkipper in der Hauptleitung induzierte kleine Spannungswelle überlagert sich dem zu messenden Spannungsverlauf formgetreu. Durch einmalige Aufnahme läßt sich Rückwirkung festhalten und sie kann nachher bei der Ausdeutung der Oszillogramme durch einfache Substraktion eliminiert werden.

Die beschriebenen Mittel genügen, einmalig einen unwillkürlichen Vorgang aufzunehmen. Will man viele solcher Vorgänge hintereinander aufnehmen, so braucht man nur ein Relais durch den Stom in der Funkenstrecke zum Ansprechen zu bringen, das für den Film- oder Plattenvorschub sorgt.

Wenn man will, kann man durch das gleiche Relais einen Mechanismus steuern, der zeitweilig nach jedesmaliger Schrift der Wanderwellen während des Zurückkippens den Elektronenstrahl schwächt oder aus dem Bereich der Platte und des Fluoreszenzschirmes herauswirft. Eine Apparatur, die dies leistet, wird im nächsten Aufsatz von uns beschrieben werden.

Der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft sei wieder bester Dank für ihre Hilfe ausgesprochen.

Digitized by Google

Berichtigung.

In der Arbeit von K. Matthies und G. Ganswindt: „Über die Frequenzabhängigkeit von Verstärkertransformatoren" im Arch. f. Elektrot. Bd. 21, Heft 5, sind folgende Druckfehler unterlaufen:

Die Gleichung (15) muß heißen

$$\omega^6 \frac{L_1 (1-K^2)^2}{\omega_0^4} + \omega^4 \left\{ \frac{L_1^2}{\omega_0^2} \left(1 + \frac{(r_1 + r_i) n^2 r_2}{\begin{matrix} L_2 \\ C_2 \end{matrix}} \right) (K^2 - 1) + \frac{\left(r_1 + r_i + \frac{r_2}{n^2} \right)^2}{2\,\omega_0^4} \right\} - \frac{(r_1 + r_i)^2}{2} = 0$$

und Gleichung (16)

$$\omega_1 = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-K^2}} \sqrt{1 + \frac{(r_1 + r_i) n^2 r_2}{\begin{matrix} L_2 \\ C_2 \end{matrix}} - \frac{1}{2} \frac{\left(r_1 + r_i + \frac{r_2}{n^2} \right)^2}{\begin{matrix} L_1 (1 - K^2) \\ n^2 C_2 \end{matrix}}}.$$

Abgeschlossen am 23. März 1929.

Digitized by Google

Digitized by Google

Voranzeige.

In den nächsten Heften des Archivs für Elektrotechnik werden voraussichtlich folgende Arbeiten erscheinen:

E. Werner, Gekreuzte Zylinder als Funkenstrecke nach Prof. Schwaiger.
P. Rosenlöcher und **E. Rühlemann,** Äußere Einflüsse bei der Messung dielektrischer Verluste von Hartpapierdurchführungen und ihre Beseitigung.
A. Smurow, Die physikalische Natur der elektrischen Vorgänge in homogenen Isolatoren.
B. D. H. Tellegen, Erzwungene Schwingungen eines linearen Systems zweiter Ordnung.
H. G. Baerwald, Verstärkungsmessungen am rückgekoppelten Widerstandsverstärker. Konstruktion eines kompensierten Verstärkers mit gerader Frequenzkurve.
W. Suckow, Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen Strom und Spannung in einem Kunstharz.
W. Geyger, Messungen an eisengeschlossenen, elektrodynamischen Wechselstrom-Leistungsmessern nach der Kompensationsmethode.
G. Güllner, Über Polarisationsspannungen in Glas, Glimmer und Gips.
H. Gries und **H. Esser,** Magnetische Messungen an Eisenviel- und Einkristallen mit einem neuartigen magnetischen Spannungsmesser.
W. Steidinger, Beitrag zur Theorie flächenhafter Wirbelströme.
E. Jasse und **E. Ziganke,** Beitrag zur Nutenstreuung von elektrischen Maschinen.
W. O. Schumann, Ein Hochspannungsvoltmeter.
Fr. Vilbig, Über Widerstandsänderung verschiedener Metalle in Magnetfeldern.
A. Nikuradse, Dielektrische Flüssigkeiten bei hohen Temperaturen und hohen Spannungen.
R. Pohl, Zur Berechnung von Rippenrohrkühlern für elektrische Maschinen.
H. G. Baerwald, Das Raumladenetzrohr als rückgekoppelter Widerstandsverstärker in theoretischer Behandlung.
L. Pungs, Bemerkung zur Arbeit des Herrn A. Schulze „Eine exakte Methode zur Messung der Magnetostriktion".
G. Baust, Messung von Ausschaltüberspannungen mit dem Kathodenoszillographen.
W. Schilling, Berechnung der Anfangsspannung zwischen kantigen Elektroden in Luft.
M. Paavola, Der dunkle Entladungsvorstrom in Luft von Atmosphärendruck.
L. Jnge und **A. Walther,** Durchschlag von festen Isolatoren in homogenen und nichthomogenen elektrischen Feldern bei Beanspruchungen von langer und kurzer Dauer.
H. Buchholz, Schirmwirkung und Wirbelstromverluste eines hohlen kreiszylindrischen Leiters im magnetischen Wechselfeld.
F. Ollendorff, Zur qualitativen Theorie gesättigter Eisendrosseln. II. Teil: Überströme beim Einschalten von Transformatoren.
M. Toepler, Funkenkonstante und Lufttemperatur,
F. Schait, Beiträge zu den Erwärmungs- und Kühlungsproblemen elektrischer Maschinen.
H. Jacobs, Spulen, Wanderwellen und Kathodenoszillograph.
F. Wever und H. Lange, Zur technischen Anwendung des Differentialeisenprüfers.
W. Steidinger, Ergänzung zur Berechnung der Stromwärme in Ankerleitern.
L. A. Finzi, Über Dreh- und Wechselfelder.
M. Liwschitz, Regulierung in Stromkreisen mit veränderlicher Frequenz.
F. Ollendorff, Zur qualitativen Theorie gesättigter Eisendrosseln. III. Teil: Kurvenverzerrung durch hochgesättigte Transformatoren.
M. Liwschitz, Regelsätze.
G. Hauffe, Theoretische Grundlagen der Blindverbrauchsmessung im Dreileiter-Drehstromnetz mit Ferrariszählern.

Soeben erschien

Vorschriftenbuch

des Verbandes Deutscher Elektrotechniker

Herausgegeben durch das Generalsekretariat des VDE

16. AUFLAGE

Nach dem Stande am 1. Januar 1929
Umfang: IX, 910 Seiten. 1929
Format: Din A5

Preis:

Gebunden	RM 16.—
Mit Daumenregister	RM 18.60

Für VDE-Mitglieder:

Gebunden	RM 13.—
Mit Daumenregister	RM 15.60

VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN BERLIN

Digitized by Google

Der verbrannte Motor überzeugt Sie, daß die Abschmelzsicherung keine Sicherung des Motors ist, sondern nur eine Sicherung der Leitungsanlage. Bei geringer Überlastung des Motors spricht sie nicht an, obgleich er Schaden leidet. Eine vollkommene Sicherung des Motors ist nur der **Klöckner-Motorschutzschalter, er schützt** gegen Überlastung, gegen die Folgen starken Spannungsrückganges und Ausbleiben einer Phase **und spart** Abschmelzsicherung, Stromkosten durch bessere Ausnutzung des Motors, sowie Arbeitszeit, Betriebsstörungen, Ärger und Verdruß. Mit RWE-(Heinisch-Riedl)-Schutzschaltung gegen gefährliche Berührungsspannung (DRP. 277370) versehen, ist der Klöckner-Motorschutz **der vollkommenste Wächter.**

F. KLOCKNER - KÖLN-BAYENTHAL

Handwörterbuch des elektrischen Fernmeldewesens

Unter Mitarbeit von über siebzig Fachleuten herausgegeben von

Dr.-Ing. E. h. E. Feyerabend
Staatssekretär im Reichspostministerium

Dr. rer. pol. Hugo Heidecker
Oberpostrat im Reichspostministerium

Prof. Dr. phil. Franz Breisig
Abteilungsdirig. i. Reichspostministerium

Präsid. August Kruckow
Präsident des Reichspostzentralamtes

Mit 2769 Abbildungen im Text. XI, 1733 Seiten. Quartformat. Mit rund 6000 Stichwortbearbeitungen und Hinweisen. 1929. Zwei Bände in Halbleder gebunden RM 192.—.

Das Handwörterbuch des Fernmeldewesens bringt die erste umfassende Darstellung des elektrischen Fernmeldewesens. In rund 6000 alphabetisch geordneten Stichwortbearbeitungen und Hinweisen mit 2769 Bildern werden folgende Teilgebiete behandelt:

Allgemeine physikalische Grundlagen, theoretische Elektrizitätslehre, Schaltungslehre, Telegraphen-, Fernsprech- und Funktechnik (einschl. des Eisenbahnsignalwesens und der Bergwerks- und Schiffstelegraphie) Linien- und Leitungsbau, Betrieb der Fernmeldeanlagen, Telegraphen- und Fernsprechordnungen, Tarifgrundsätze und Tarife, Rechtswesen, Statistik, Organisation des Fernmeldewesens in den Ländern der Erde, zwischenstaatliche Beziehungen, geschichtliche Entwicklungen.

Die geschichtlichen Entwicklungen finden durch eine Auswahl kurzer Lebensbeschreibungen der Bahnbrecher im Bereiche des Fernmeldewesens eine willkommene Ergänzung. Die Darstellungen aus der Fernmeldetechnik werden durch kurze Behandlungen der für sie in Betracht kommenden Roh- und Werkstoffe sowie der Fabrikationsmethoden ergänzt. Besondere Beachtung haben die Fragen der Tarifgestaltung, des Betriebs und des Rechts gefunden. Das Fernmeldewesen des Auslands, ebenso die wichtigeren Fernsprech- und Telegraphengesellschaften sind so ausführlich wie möglich behandelt. Die englischen und französischen Bezeichnungen hinter fast jedem Stichwort machen das Handwörterbuch auch als fremdsprachliches Wörterbuch nutzbar.

Verlag von Julius Springer / Berlin

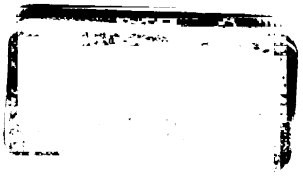
Hierzu eine Beilage vom Verlag Julius Springer in Berlin.

Verlag der ETZ-Verlag G. m. b. H., Berlin. Im Buchhandel durch Julius Springer in Berlin W 9.
Druck der Universitätsdruckerei H. Stürtz A. G., Würzburg.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google